

# 光辐照蜂窝状基塔耶夫-海森堡铁磁体中的相互作用

## 弗洛凯拓扑磁子\*

王婕 唐炳<sup>†</sup> 易玲光<sup>‡</sup>

(吉首大学物理与机电工程学院, 吉首 416000)

### 摘要

近年来, 基塔耶夫材料因其独特的物理性质受到了越来越多研究者的关注。在真实的二维铁磁材料中, 基塔耶夫相互作用常伴随 Dzyaloshinskii-Moriya(DM)相互作用。本文在平均场近似下, 发展了适用于二维蜂窝状基塔耶夫-海森堡铁磁体的自洽重整化自旋波理论。主要研究了含 DM 相互作用的二维蜂窝状基塔耶夫-海森堡铁磁体在激光辐照下, 由磁子间相互作用引起的重整化效应。重点分析了不同光强下温度和磁场对能带结构及拓扑相的影响。研究表明, 在一定的光强范围内, 适当增强光强可降低带隙闭合所对应的临界温度  $T_c$ , 但同时会提高该过程中所需的临界磁场强度  $h_c$ 。通过对临界点  $T_c(h_c)$  两侧磁子能带的陈数进行数值计算, 可确认拓扑相变的发生以狄拉克点处的磁子能隙闭合为特征, 且该相变发生在热力学稳定区域内。此外, 这类相变可通过改变温度或调节磁场加以诱导, 并伴随热霍尔系数的符号反转。该现象可作为实验探测拓扑相变发生的重要指标。

**关键词:** 基塔耶夫-海森堡模型, 自洽重整化自旋波理论, 弗洛凯-布洛赫理论, 拓扑相变

**PACS:** 75.10.Jm, 75.45.+j, 75.76.+j, 24.10.Cn

**基金:** 国家自然科学基金(批准号: 12464013, 12064011), 湖南省教育厅重点项目(批准号: 23A0404).

<sup>†</sup> 通讯作者.E-mail: bingtangphy@jsu.edu.cn

<sup>‡</sup> 通讯作者.E-mail: lingguangyi@jsu.edu.cn

## 1 引言

近年来, 物质拓扑态的研究取得显著进展<sup>[1-3]</sup>, 拓扑带理论从电子系统<sup>[4,5]</sup>拓展至磁子系统<sup>[6-8]</sup>。磁子作为低能集体激发准粒子, 具有易操控、低耗散等特性在自旋电子学领域备受关注。其中, 具有分数激发的基塔耶夫量子自旋液体一直是凝聚态物理的核心目标之

—<sup>[9-13]</sup>。该模型已经实现从理论预言到实验落地的突破。在  $\alpha\text{-RuCl}_3$  和  $\text{Na}_2\text{IrO}_3$  等候选材料中，其磁有序相内的有效自旋相互作用可由基塔耶夫-海森堡模型描述，该模型同时包含基塔耶夫相互作用和海森堡相互作用的特征<sup>[14-16]</sup>，因而引发了学界的广泛研究兴趣。

在二维磁性材料中，基塔耶夫相互作用常与 DM 相互作用共存，二者对磁学性质的调控机制已得到广泛研究<sup>[17-20]</sup>。与此同时，激光辐照作为动态调控拓扑态的有效手段，可通过周期性的驱动实现从拓扑平凡到弗洛凯拓扑非平凡态的转变<sup>[21-23,45,46]</sup>。Nakata 指出<sup>[47]</sup>，尽管激光电场必然伴随磁场分量，但该磁场仅通过塞曼耦合直接修正磁振子能量，并不与磁振子的轨道运动发生耦合，因而不会改变其轨道动力学行为。之后，Owerre 等人<sup>[23]</sup>基于线性自旋波与弗洛凯理论研究了基塔耶夫-海森堡铁磁体中的磁子拓扑性质，发现光场可调控带隙，但因未考虑本征 DM 作用而未能实现非平凡拓扑相变。相反，Tang 等人<sup>[24]</sup>在计入 DM 相互作用的相同体系中，展示了非谐振圆偏振光可有效诱导弗洛凯磁子的非平凡拓扑相变。尽管对基塔耶夫-海森堡模型的已有广泛研究，但现有工作多基于线性自旋波理论，忽略了磁子间多体相互作用。然而，尽管上述研究奠定了重要基础，现有理论框架仍存在三个关键局限，制约了对光控拓扑磁子物理的全面理解。多体相互作用效应的缺失：现有光驱拓扑磁子研究几乎全部基于线性自旋波近似，忽略了磁子-磁子相互作用。事实上，随温度升高，多体效应导致的磁子衰变与能带重整化显著改变准粒子谱<sup>[25-30]</sup>，而这一温度依赖的多体修正如何与光场耦合，目前尚无自治理论描述。光场调控与热效应的解耦困境：已有工作表明 DM 相互作用在多体诱导的拓扑特性中扮演关键角色，但现有模型未能将光强作为自治变量纳入温度与磁场共同调控的多体相互作用框架中。换言之，光致能带重整化与热致能带重整化之间的协同机制仍是未解之谜。

本文以含 DM 相互作用的基塔耶夫-海森堡蜂窝铁磁体为模型，采用弗洛凯理论与自治重整化自旋波理论研究了多体相互作用下弗洛凯磁子的拓扑性质。自治重整化自旋波理论源于非线性自旋波理论，通过 Holstein-Primakoff (HP)变换<sup>[38]</sup>将哈密顿量截断至四次算符项。这使得系统无法严格对角化。为获得可解析处理的低能有效理论，需引入类

Hartree-Fock 解耦近似。最终得到包含温度依赖重整化因子的二次型哈密顿量。之后，通过自洽计算得到了重整化磁子系统中平均磁化强度随光强、温度及磁场强度的变化趋势，将磁化强度消失时的临界温度定义为居里温度  $T_{Curie}$ 。尽管光场调控磁振子拓扑物态在理论上已被广泛探讨，但现有研究多局限于零温或静态极限，以下关键问题仍未解决：在有限温度及居里温度以下，光驱动铁磁体中磁振子带隙的动态闭合-打开机制尚不明确；热霍尔系数能否作为实验上可观测的拓扑相变判据缺乏定量验证；尤其是光照对温度诱导与磁场诱导两类拓扑相变临界点的差异化影响规律仍属空白。针对上述问题，本文取得了如下新结果：1) 首次揭示了有限温下光控磁振子带隙的可逆调控机制。结果表明，在特定光强驱动且系统处于居里温度以下时，仅通过调节温度或磁场强度即可实现磁振子带隙的闭合与再打开，突破了以往仅在零温下讨论光致拓扑相变的局限。2) 确立了热霍尔系数符号反转作为拓扑相变的可靠实验标志。通过计算能带陈数发现，在带隙闭合-再打开的临界点处陈数发生跃变，且该跃变与热霍尔系数的反常变化严格对应；特别是热霍尔系数的符号反转被证实为拓扑相变，为实验探测提供了明确依据。3) 发现了光照导致拓扑相图的非对称演化新规律。本文构建的磁振子拓扑相图首次揭示：增强光照对两类相变临界点产生截然相反的调控效应。一方面使温度诱导拓扑相变的临界温度  $T_c$  与居里温度  $T_{Curie}$  同步降低，另一方面却使磁场诱导拓扑相变的临界场强  $h_c$  显著增大。这一现象此前很少被报道，为光场选择性调控拓扑相变路径提供了新思路。

结果表明，在特定光强下且系统处于居里温度以下时，可通过调节温度或磁场强度实现磁子带隙的闭合与打开。进一步计算上述过程中能带对应的陈数，在带隙闭合-打开的临界值附近陈数发生改变，同时伴随热霍尔系数的反常变化，证实了拓扑相变的发生。因此，热霍尔系数的符号反转可作为本模型拓扑相变的标志。本文绘制了磁子拓扑相图，并揭示了其随光强、温度及磁场强度演化的依赖关系。此外，增加光照会导致温度诱导拓扑相变的临界温度  $T_c$  降低，并降低居里温度，而使磁场强诱导的临界场值  $h_c$  增大。本文的

研究成果将为利用基塔耶夫-海森堡铁磁材料进行的相关实验提供重要的理论支撑，也可以为其它铁磁系统的相关研究提供一定的理论参考。

## 2 模型

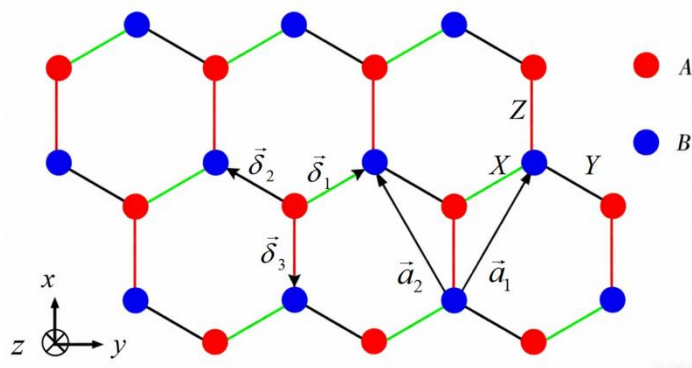


图 1 Kitaev-Heisenberg 蜂窝铁磁晶格结构：含 A（红圈）、B（蓝圈）两种子晶格；Kitaev 项对应绿、黑、红键以粗线标示。引入新正交基 $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ ，其 $\mathbf{e}_z$ 平行于立方体[111]方向(垂直于晶格平面)，

其余 $(n=1, 2, 3)$ 为近邻与次近邻矢量

Fig.1. Structure of the Kitaev-Heisenberg honeycomb ferromagnetic lattice: consisting of two sublattices, A (marked by red circles) and B (marked by blue circles); the green, black, and red bonds corresponding to the Kitaev term are indicated by thick lines. A new orthogonal basis  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  is introduced, which is parallel to the [111] direction of the cube (i.e., perpendicular to the lattice plane). The remaining vectors  $(n=1, 2, 3)$  represent the nearest-neighbor and next-nearest-neighbor vectors.

考虑蜂窝晶格(图 1)上的扩展二维基塔耶夫-海森堡铁磁模型，其自旋哈密顿量可表示为<sup>[19]</sup>：

$$\mathcal{H} = J_H \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + 2J_K \sum_{\langle i,j \rangle \gamma} S_i^\gamma S_j^\gamma + \sum_{\langle\langle ij \rangle\rangle} \mathbf{D}_{ij} \cdot (\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j) - \sum_i K_z (\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{S}_i)^2 - \mu_B g \mathbf{B} \cdot \sum_i \mathbf{S}_i. \quad (1)$$

其中，第一项和第二项分别表示最近邻海森堡铁磁交换相互作用和键依赖的 Kitaev 相互作用，下标 $\gamma \in \{X, Y, Z\}$ 对应图 1 所示的键的类型。这些基塔耶夫耦合参数可写为 $J = A \cos \theta$ 和 $K = A \sin \theta$ ， $A=1$ 。第三项对应于次近邻的反对称 DM 相互作用。其中， $\mathbf{D}_{ij} = D v_{ij} \mathbf{e}_z$ 是 DM 相互作用矢量， $\mathbf{e}_z$ 是沿晶向[111]方向的单位矢量，而系数 $v_{ij} = -v_{ji} = \pm 1$ 则依赖于两个次近邻自旋的取向。此外，本工作引入了单离子各向异性项 $K_z$ ，该项对于稳定二维体系的长程磁序至关重要。最后一项为沿 $\mathbf{z}$ 方向的外部塞曼场 $\mathbf{B} = B \mathbf{e}_z$ 。为简单起见，定义 $h = \mu_B g B$ 用于刻画磁场的强度。本文研究的结构(图 1)可作为 $\alpha$ - $\text{RuCl}_3$ <sup>[48]</sup>和

$\text{CrI}_3$ <sup>[49]</sup> Kitaev 材料的模型体系。参照  $\text{CrI}_3$  的实验数据，我们设定如下近似值： $J_H = A\cos 1.45\pi$  和  $J_K = A\sin 1.45\pi$ 。本研究旨在探究不同光强下，通过调控温度和磁场驱动该系统发生拓扑相变。为此，尽管参数有实验支撑，本文选择该特定区间的核心理论动机在恰好是 DM 相互作用与 Kitaev 项竞争最显著、拓扑陈数相变临界点对光强与温度响应最灵敏的“最佳观测窗口”。取自旋量子数  $S=1$ ，并引入沿  $\mathbf{z}$  轴方向的易轴各向异性项 ( $K_z=0.15$ ) 以稳定系统沿  $\mathbf{z}$  轴方向的铁磁序。

在物理上，激光照射下的磁性体系会通过多种机制实现自旋与光场的耦合。磁振子作为量子化的自旋波，本质上是自旋磁偶极矩的振荡激发。假设系统的基态磁矩沿  $\mathbf{e}_z$  方向排列，其磁矩算符可表示为  $\boldsymbol{\mu}_s = g\mu_B\mathbf{e}_z$ 。在具有时间周期性振荡电场  $\mathbf{E}(\tau)$  的强激光场作用下，在格点间跃迁的自旋磁矩会积累起一个含时的 Aharonov-Casher 相位<sup>[21-24]</sup>，其表达式为：

$$\phi_{ij}(\tau) = \frac{g\mu_B}{\hbar c^2} \int_{\mathbf{r}_i}^{\mathbf{r}_j} \mathbf{E}(\tau) \cdot d\mathbf{r}. \quad (2)$$

物理上，通过调节激光场的强度和频率，不仅可以实现对量子磁体中磁子动力学行为的有效调控，也能控制系统的拓扑相。在本研究中，考虑沿  $\mathbf{e}_z$  轴方向传播的激光束，其振荡电场  $\mathbf{E}(\tau)$  具有如下形式：

$$\mathbf{E}(\tau) = E_0 [\sin(\omega\tau), \sin(\omega\tau + \Theta), 0]. \quad (3)$$

圆偏振光是一种特殊的电磁波模式，其电场矢量在垂直于传播方向的平面内匀速旋转。这种旋转特性源于两个振幅相等、空间正交的电场分量之间存在固定的  $\Theta = \pi/2$  相位差。引入该光场后，系统的含时哈密顿量可表示为：

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\tau) = & \left( J + \frac{2K}{3} \right) \sum_{\langle i,j \rangle} \left[ \mathbf{S}_i^z \mathbf{S}_j^z + \frac{1}{2} (\mathbf{S}_i^+ \mathbf{S}_j^- e^{i\phi_{ij}(\tau)} + H.c.) \right] \\ & + \frac{2K}{3} \sum_{\langle i,j \rangle'} \frac{1}{2} \left[ e^{i\phi_{ij'}(\tau)} \mathbf{S}_i^+ \mathbf{S}_j^- + H.c. \right] \\ & + i \frac{1}{3} D \sum_{\langle\langle i,j \rangle\rangle} v_{ij} \frac{1}{2} \left[ \mathbf{S}_i^- \mathbf{S}_j^+ e^{-i\phi'_{ij}(\tau)} - H.c. \right] - \sum_i K_z (\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{S}_i)^2 - h \cdot \sum_i \mathbf{S}_i^z. \end{aligned} \quad (4)$$

最近邻和次近邻矢量从格点  $i$  指向格点  $j$  的方向分别定义了相对角度  $\phi_{ij}$  和  $\phi'_{ij}$ ，相对角度分

别为  $\phi_{ij}(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \phi_{ij})$  和  $\phi'_{ij}(t) = \varepsilon'_0 \sin(\omega t - \phi'_{ij})$ ，其中  $\varepsilon'_0 = \sqrt{3}\varepsilon_0$ 。

## 2.1 相互作用弗洛凯磁子的重整化哈密顿量

针对(4)式中的周期驱动量子系统，弗洛凯理论<sup>[22-24]</sup>提供了一种有效处理方案：将含时模型转化为不含时的静态有效模型，即弗洛凯哈密顿量。静态有效哈密顿量  $\mathcal{H}_{eff}$  可以表示为  $\omega^{-1}$  的级数展开，即  $H_{eff} = \sum_{n \geq 0} \omega^{-n} H_{eff}^{(n)}$ ，在这里  $n$  是整数。通过含时模型哈密顿量  $H_{eff}^{(n)} = (1/T) \int_0^T e^{-in\omega\tau} H(\tau) d\tau$  的离散傅里叶分量，可以得到一个零阶静态有效哈密顿量  $H^{(0)}$ 。为了能够更全面地描述磁子与磁子之间的相互作用，采用 HP 变换。该变换截断到  $1/S$  的一阶项，用于将自旋算符与玻色子算符联系起来。在变换过程中，忽略了常数项，只保留了二次项和四次项。随后，利用傅里叶变换及偏差算子的对易关系，可将方程中的所有项重新表示为更简洁的形式。

通过上述处理，最终得到了一个零阶静态的、与时间无关的有效相互作用哈密顿量  $H_{eff}^{(0)} = H_F^{(2)} + H_F^{(4)}$ 。其中非相互作用的弗洛凯-布洛赫哈密顿量可以表示为  $\mathcal{H}_F^{(2)} = 1/2 \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}^\dagger H_0(\mathbf{k}) \psi_{\mathbf{k}}$  其中  $\psi_{\mathbf{k}} = (b_{1\mathbf{k}}, b_{2\mathbf{k}}, b_{-1\mathbf{k}}^\dagger, b_{-2\mathbf{k}}^\dagger)^T$  是一组基。哈密顿矩阵  $H_0(\mathbf{k})$  表达式如下

$$H_0(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} A_{\mathbf{k}}^F & B_{\mathbf{k}}^F \\ [B_{\mathbf{k}}^F]^\dagger & [A_{\mathbf{k}}^F]^T \end{pmatrix}. \quad (5)$$

$$\text{其中} \quad A_{\mathbf{k}}^F = \begin{pmatrix} \rho_{a,\mathbf{k}}^F & \rho_{1,\mathbf{k}}^F \\ (\rho_{1,\mathbf{k}}^F)^* & \rho_{b,\mathbf{k}}^F \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{k}}^F = \begin{pmatrix} 0 & \rho_{2,\mathbf{k}}^F \\ \rho_{2,-\mathbf{k}}^F & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

其中  $\rho_{a,\mathbf{k}}^F / \rho_{b,\mathbf{k}}^F = -3SJ_0 + K_z(2S-1) + h \pm 2SD_{\mathbf{k}}^F/3$ ,  $\rho_{1,\mathbf{k}}^F = J_0 F_{\mathbf{k}}^*$ ,  $\rho_{2,\mathbf{k}}^F = 2J_K G_{\mathbf{k}}^*/3$ ,  $J_0 = J_H + 2J_K/3$ ,  $F_{\mathbf{k}} = G_0(\varepsilon_0)(1 + e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1} + e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2})$ ,  $d_{\mathbf{k}}^F = G_0(\sqrt{3}\varepsilon_0) \sum_{n=1}^3 \sin(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\varsigma}_n)$ ,  $G_{\mathbf{k}} = G_0(\varepsilon_0)(1 + e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_1 + 2\pi/3)} + e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{a}_2 - 2\pi/3)})$ .  $G_0(x)$  为 0 阶贝塞尔(Bessel)函数，光强可以使用一个无量纲量  $\varepsilon_0 = g\mu_B E_0 / \hbar c^2$  来表征。

尽管磁振子系统的物理哈密顿量是厄米的，但其在 Nambu 旋量基下的 BdG 动力学矩阵  $H_0(\mathbf{k})$  并不满足常规厄米条件。为了获得磁振子谱，需要找到一个仿酉矩阵  $T_{\mathbf{k}}$  来对角化哈密顿量矩阵  $H_0(\mathbf{k})$ 。该矩阵  $T_{\mathbf{k}}$  将系统从新基  $\phi_{\mathbf{k}}$  变换到旧基  $\psi_{\mathbf{k}}$ <sup>[29,40]</sup>。根据仿酉矩阵，

其满足  $T_{\mathbf{k}} \eta T_{\mathbf{k}}^\dagger = \eta$ ,  $T_{\mathbf{k}}^\dagger \eta H_0(\mathbf{k}) T_{\mathbf{k}} = \text{diag}\{E_{1\mathbf{k}}^0, E_{2\mathbf{k}}^0\}$ 。  $\eta$  是作用在粒子-空穴空间上的泡利矩阵<sup>[29,39]</sup>, 且  $\eta = \text{diag}\{1, 1, -1, -1\}$ 。  $\alpha_{\mu\mathbf{k}}$  和  $\alpha_{\mu\mathbf{k}}^\dagger$  是  $b_{\mu\mathbf{k}}$  和  $b_{\mu\mathbf{k}}^\dagger$  的线性组合。由对角化关系  $\psi_{\mathbf{k}} = T_{\mathbf{k}} \phi_{\mathbf{k}}$ , 可以得到:

$$b_{\mu\mathbf{k}} = [T_{\mathbf{k}}]_{\mu 1} \alpha_{1\mathbf{k}} + [T_{\mathbf{k}}]_{\mu 2} \alpha_{2\mathbf{k}} + [T_{\mathbf{k}}]_{\mu 3} \alpha_{-1\mathbf{k}}^\dagger + [T_{\mathbf{k}}]_{\mu 4} \alpha_{-2\mathbf{k}}^\dagger. \quad (7)$$

经过变换后, 新基矢  $\phi_{\mathbf{k}} (\phi_{\mathbf{k}} = (\alpha_{1\mathbf{k}}, \alpha_{2\mathbf{k}}, \alpha_{-1\mathbf{k}}^\dagger, \alpha_{-2\mathbf{k}}^\dagger)^T)$  与旧基矢  $\psi_{\mathbf{k}}$  的分量保持相同的对易关系。

由方程(7), 以及  $n_{n\mathbf{k}} = \langle \alpha_{n\mathbf{k}}^\dagger \alpha_{n\mathbf{k}} \rangle = (e^{E_{n\mathbf{k}}^0/T} - 1)^{-1}$  的关系。可以得到:

$$\langle b_{\mu\mathbf{k}}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}} \rangle = \sum_{n=1}^4 [T_{\mathbf{k}}^*]_{\mu n} [T_{\mathbf{k}}]_{\nu n} n_{n\mathbf{k}}. \quad (8)$$

包含相互作用的弗洛凯磁子的重整化哈密顿量  $\mathcal{H}_F^{(4)}$  可以表示为如下形式

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_F^{(4)} = \frac{1}{N} \sum_{\{\mathbf{k}_i\}} & \left\{ -J_0 \frac{1}{4} (F_{\mathbf{k}_4}^* b_{\nu\mathbf{k}_1}^2 b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} b_{\mu\mathbf{k}_4} \right. \\ & + F_{\mathbf{k}_4}^* b_{\mu\mathbf{k}_1} b_{\mu\mathbf{k}_2}^2 b_{\mu\mathbf{k}_3}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_4}^\dagger - 4F_{\mathbf{k}_4 - \mathbf{k}_2}^* b_{\nu\mathbf{k}_1}^2 b_{\mu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} b_{\mu\mathbf{k}_4} + H.c) \delta_{\{\mathbf{k}_i\}}^1 \\ & - \frac{J_K}{6} (G_{\mathbf{k}_4}^* b_{\mu\mathbf{k}_1} b_{\mu\mathbf{k}_2}^2 b_{\mu\mathbf{k}_3}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_4}^\dagger + G_{-\mathbf{k}_4}^* b_{\nu\mathbf{k}_1} b_{\nu\mathbf{k}_2}^2 b_{\nu\mathbf{k}_3}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_4}^\dagger + H.c) \delta_{\{\mathbf{k}_i\}}^2 \\ & \left. + [(m_k - K_Z) b_{\nu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} b_{\nu\mathbf{k}_4} + (-m_k - K_Z) b_{\mu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_3} b_{\mu\mathbf{k}_4}] \delta_{\{\mathbf{k}_i\}}^1 \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\delta_{\{\mathbf{k}_i\}}^1 = \delta_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4}$ ,  $\delta_{\{\mathbf{k}_i\}}^2 = \delta_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4}$ ,  $m_{\mathbf{k}}^F = (D/6)(d_{\mathbf{k}_2}^F + d_{\mathbf{k}_4}^F)$ 。这个多体问题在有限温度下很难精确求解。这里采用 Hartree-Fock 近似<sup>[28,30-32,41]</sup>:

$$b_{\nu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} b_{\mu\mathbf{k}_4} \approx \langle b_{\nu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} \rangle b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_4} + \langle b_{\nu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_4} \rangle b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} + \langle b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_4} \rangle b_{\nu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} + \langle b_{\nu\mathbf{k}_2}^\dagger b_{\nu\mathbf{k}_3} \rangle b_{\nu\mathbf{k}_1}^\dagger b_{\mu\mathbf{k}_4}. \quad (10)$$

仅保留方程(10)中满足波矢守恒条件的平均值项<sup>[36]</sup>, 即  $\langle b_{\mu\mathbf{k}}^\dagger b_{\mu'\mathbf{k}'} \rangle = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \langle b_{\mu\mathbf{k}}^\dagger b_{\mu'\mathbf{k}} \rangle$ 。通过应用

上述平均场近似, 得到描述磁子间相互作用的有效的哈密顿量 ( $H_{\mathbf{k}}^{\text{eff}} = \mathcal{H}_F^{(2)} + \mathcal{H}_F^{(4)}$ ):

$$H_{\mathbf{k}}^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} A_{\mathbf{k}}^{\text{eff}} & B_{\mathbf{k}}^{\text{eff}} \\ [B_{\mathbf{k}}^{\text{eff}}]^\dagger & [A_{-\mathbf{k}}^{\text{eff}}]^T \end{pmatrix}. \quad (11)$$

其中

$$A_{\mathbf{k}}^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \rho_{a,\mathbf{k}}^{\text{eff}} & \rho_{1,\mathbf{k}}^{\text{eff}} \\ (\rho_{1,\mathbf{k}}^{\text{eff}})^* & \rho_{b,\mathbf{k}}^{\text{eff}} \end{pmatrix}, \quad B_{\mathbf{k}}^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} 0 & \rho_{2,\mathbf{k}}^{\text{eff}} \\ \rho_{2,-\mathbf{k}}^{\text{eff}} & 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

上式可以具体展开为:

$$\rho_{a,\mathbf{k}}^{\text{eff}} = -3J_0 \bar{S}_{22} + \frac{2D}{3} \bar{S}_{11} d_{\mathbf{k}}^F + h_{12} + K_Z (-2S - 1 + 4\bar{S}_{11}),$$

$$\rho_{b,\mathbf{k}}^{\text{eff}} = -3J_0 \bar{S}_{11} - \frac{2D}{3} \bar{S}_{22} d_{\mathbf{k}}^F + h_{12} + K_Z (-2S - 1 + 4\bar{S}_{22}),$$

$$\begin{aligned}\rho_{1,\mathbf{k}}^{eff} &= \frac{J_0}{2}(\bar{S}_{11} + \bar{S}_{22})F_{\mathbf{k}}^* + \frac{J_0}{N} \sum_{\mathbf{q}} F_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^* \langle b_{2\mathbf{q}}^\dagger b_{1\mathbf{q}} \rangle, \\ \rho_{2,\mathbf{k}}^{eff} &= \frac{1}{3} J_K (\bar{S}_{11} + \bar{S}_{22}) G_{\mathbf{k}}^* + J_0 \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} F_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^* \langle b_{1\mathbf{q}} b_{-2\mathbf{q}} \rangle.\end{aligned}\quad (13)$$

$$\text{其中 } \bar{S}_{\mu\nu} = S - \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \langle b_{\mu\mathbf{q}}^\dagger b_{\nu\mathbf{q}} \rangle, \quad h_{12} = -\frac{J_0}{N} \sum_{\mathbf{q}} \text{Re}(F_{\mathbf{q}}^* \langle b_{1\mathbf{q}}^\dagger b_{2\mathbf{q}} \rangle) - \frac{2J_K}{3N} \sum_{\mathbf{q}} \text{Re}(G_{\mathbf{q}}^* \langle b_{1\mathbf{q}}^\dagger b_{-2\mathbf{q}} \rangle) + h。$$

(11)式是通过平均场近似处理磁子间的相互作用后得到含温度的修正项的有效二次项哈密顿量。它反映了热涨落如何反作用于磁子，从而改变其激发能量。其对角化方式与非相互作用部分哈密顿量  $\mathcal{H}_F^{(2)}$  相同，利用 Bogoliubov 变换对中的有效哈密顿量进行对角化得到  $\Lambda_{\mathbf{k}}^\dagger \eta H_{\mathbf{k}}^{eff} \Lambda_{\mathbf{k}} = \text{diag}\{E_{\mu\mathbf{k}}, E_{\nu\mathbf{k}}\}$ 。且包含四磁振子相互作用的仿酉矩阵  $\Lambda_{\mathbf{k}}$  满足： $\Lambda_{\mathbf{k}}^\dagger \eta \Lambda_{\mathbf{k}} = \eta$ 。与先前的研究<sup>[28-37]</sup>一致，在给定的有限温度下，本文用以下迭代算法计算热力学参数：(1) 初始化：在给定温度下，首先通过线性自旋波理论求解非相互作用的磁子能谱 ( $T_{\mathbf{k}}^\dagger \eta H_0(\mathbf{k}) T_{\mathbf{k}} = \text{diag}\{E_{\mu\mathbf{k}}^0, E_{\nu\mathbf{k}}^0\}$ )；(2) 期望值计算：基于该能谱，利用仿酉矩阵计算相应的期望值；(3) 迭代更新：将所得期望值代入方程(11)，自洽求解包含四磁子相互作用的新能谱及其仿酉矩阵。该迭代过程将持续进行，直至系统达到自洽收敛。收敛准则可基于能谱的稳定性或平均磁化强度的变化来定义，在本工作中选用平均磁化强度作为收敛标准。本文系统执行了  $\mathbf{k}$  点网格收敛性测试。结果表明，当网格密度达到  $128 \times 128$  时，陈数的计算值已稳定在整数精度内，热霍尔系数的相对变化率低于 0.5%。网格下所有关键物理量均已完全收敛。

### 3 结果与讨论

#### 3.1 居里温度

物理上，重整化自旋波理论能描述铁磁系统的一般温度行为，但无法精确描述  $T_{Curie}$  附近(例如  $M_z > 0.9$ ) 的行为，因为在该区域“近似玻色子”近似失效，有限总自旋的约束起重要作用。尽管如此，通过重整化自旋波理论中磁化强度消失点测得的  $T_{Curie}$  通常仍相当准确<sup>[27-33]</sup>。居里温度  $T_{Curie}$  标志着系统从磁性有序态向顺磁态的转变<sup>[28-33]</sup>，一旦超过此温

度，热涨落将导致磁矩无序化，宏观磁性消失。为确保磁子相互作用的理论框架有效，本工作重点探讨在  $T_{Curie}$  范围内系统的物理性质，本文以平均磁化强度  $M_z = \bar{S}$  作为序参量<sup>[33]</sup>。通过自洽重整化自旋波理论得到的磁化强度  $M_z$  与温度的关系。如图 2(a)展示的是不同光强下系统磁化强度随温度变化的相图，可以清晰地观察到，随着温度的升高，该系统的磁化强度呈现出预期的连续衰减。当磁化强度趋近于零时的温度(或温度区间)即为居里温度<sup>[30]</sup>，它标志着铁磁体从磁有序态向非磁态的转变点。值得注意的是，光强的增加显著抑制了该系统的铁磁有序，表现为居里温度向低温方向移动。这意味着在强光照射下，系统更早地进入顺磁相。此外，图 2(b)展示了不同光强下系统磁化强度随外磁场变化的相图。可以观察到，磁化强度随磁场强度的增加而单调递增。这反映了塞曼场的稳定效应，因为磁场增强可以有效地抑制了热涨落并增强了铁磁有序，从而提高了系统的居里温度<sup>[41]</sup>。通过确定磁化强度的非零区域，严格界定了铁磁有序相的热力学稳定范围。因此可以保证，本文观测到的所有拓扑相变均发生在有限磁化强度下( $0 < M_z < 0.9$ )。

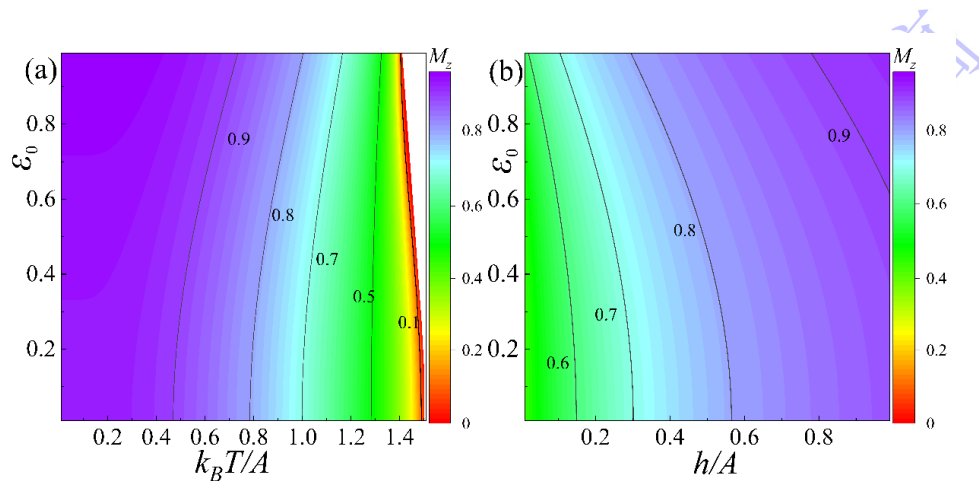


图 2 (a)平均磁化强度  $M_z$  随温度和光强变化图像， $h = 0.3A$ ；(b)平均磁化强度  $M_z$  随场强和光强变

化图像， $T = 1A$ ；其他参数设置为  $S = 1, D = 0.3A$

Fig. 2. (a) The average magnetization  $M_z$  distribution in the  $k_B T - \varepsilon_0$  and  $h = 0.3A$  ; (b) The average magnetization  $M_z$  distribution in the  $h - \varepsilon_0$  and  $T = 1A$  ; The remaining parameters are selected as  $S = 1$  and  $D = 0.3A$ .

### 3.2 能带结构

磁子自能修正包含两类主要贡献<sup>[42]</sup>：一是热涨落贡献，其大小与磁振子占据数(玻色分布函数)成正比，因此在零温下消失；二是量子涨落贡献，该贡献零温下依然存在。在纯海森堡铁磁模型中，零温下的线性自旋波谱是精确的，一阶量子修正项严格为零。基塔耶夫相互作用的引入会打破这一特性，显著增强量子涨落效应，这构成了基塔耶夫磁体独有的特征。为阐明零温下量子涨落对能带结构的具体影响，本文首先对比了考虑(虚线)与忽略(实线)磁子间相互作用时的能带谱。结果表明，即便在零温下，量子涨落仍会引起能带重整化(表现为带宽收缩)，凸显了在基塔耶夫磁体研究中考虑磁子相互作用的必要性。此外，通过比较图(a)和图(b)可知，光强可降低量子涨落对能带的影响。结合图 2(a)可进一步发现：在低温区，增强光强可提升磁化强度；而在高温区，增强光强反而降低磁化强度，并导致居里温度下降。这一行为源于光强对量子涨落的有效抑制及其对热涨落的增强作用。

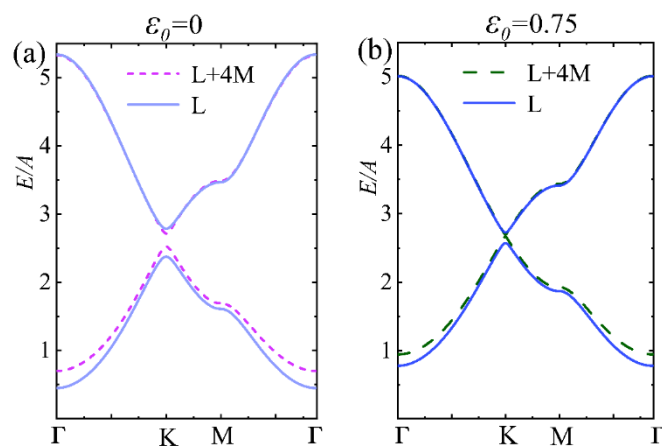


图 3  $S=1, D=0.3A$  时，无相互作用的线性自旋波理论(L)近似与存在四磁子相互作用(L+4M)的磁子能带结构对比。(a) 光强  $\varepsilon_0=0$ ；(b) 光强  $\varepsilon_0=0.75$

Fig.3 Comparison of magnon band structures for  $S=1, D=0.3A$ , the noninteracting LSWT (L) approximation and results with four-magnon interactions (L+4M). (a) Light intensity  $\varepsilon_0=0$ ; (b) Light intensity  $\varepsilon_0=0.75$ .

温度升高时，热激发磁子数增多，磁子间相互作用调控系统宏观磁性。热激发磁子削弱磁交换相互作用，驱动磁子能带软化(能谱下移)。自洽重整化自旋波理论可捕捉这一软

化及色散关系的温度演化。实验表明，随温度上升，磁子激发能下降，且在接近居里温度时重整化效应尤为显著<sup>[30,31]</sup>。图 4(a)展示了  $\varepsilon_0 = 0.6, h = 0.3A$  条件下，重整化弗洛凯磁子能带的温度演化。磁子能带随温度升高而下降，且在居里温度附近下降速率显著加快。这一行为源于自旋波之间的相互作用。自洽重整化自旋波理论能够准确描述该重整化效应，其计算结果可与中子衍射实验实现定量吻合<sup>[30]</sup>。

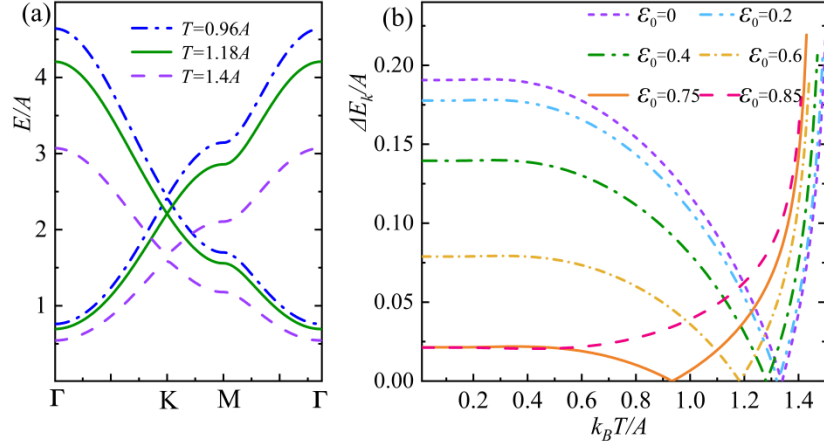


图 4 (a) 能带结构；(b) 不同光强下狄拉克点处磁子带隙差随温度的变化

Fig. 4 (a) Band structure; (b) Temperature dependence of the magnon band gap difference at the Dirac point for different light intensities.

磁子间相互作用导致该系统发生温度(或磁场)驱动的拓扑相变。特定光强下，随温度升高，狄拉克点带隙逐渐收窄，并在临界温度  $T_c \approx 1.18A$  附近趋于闭合。当温度超过该临界值后，重整化后的弗洛凯磁子带隙重新开启，并随温度进一步升高而增宽。图 4(b)展示了带隙随温度演化的具体行为，可以看出当光强增强时，带隙闭合所对应的临界温度降低。

图 5(a)展示了  $\varepsilon_0 = 0.6, T = 1A$  条件下，重整化弗洛凯磁子能带的随场强的演化。随着场强升高，狄拉克点处的带隙逐渐收窄，并在场强  $h_c \approx 0.22A$  趋于闭合。超过该临界值后，狄拉克点处的重整化弗洛凯磁子带隙重新开启，且带隙宽度随场强的进一步升高而持续增宽。为直观展示这一演化过程，图 5(b)给出了带隙随场强的变化曲线，可见随着光强增强，带隙闭合对应的临界场强逐渐降低。

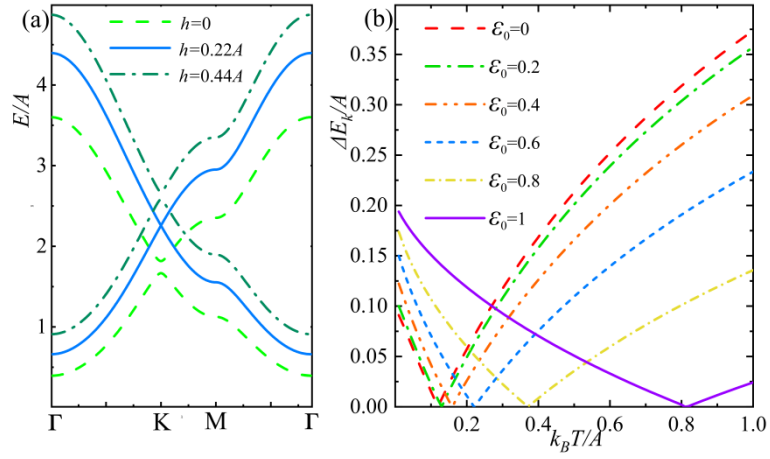


图 5 (a) 能带结构；(b)不同光强下狄拉克点的磁子带隙差随场强的变化曲线

Fig.5. (a) Band structure ; (b) Magnon band gap difference at the Dirac point as a function of field strength for various light intensities.

结果表明，光强调控显著改变了磁振子谱的温度依赖重整化效应，为磁性材料中的量子相变研究提供了新的理论与实验视角。从拓扑学角度看，重整化磁振子带隙的闭合是拓扑相变发生的关键前兆，而带隙的重新打开则标志着新拓扑相的形成。因此，本文的首要任务是通过理论计算严格证实：能带的闭合-再打开过程确实对应于陈数的跃变，从而确立其作为拓扑相变的可靠判据。

### 3.3 陈数

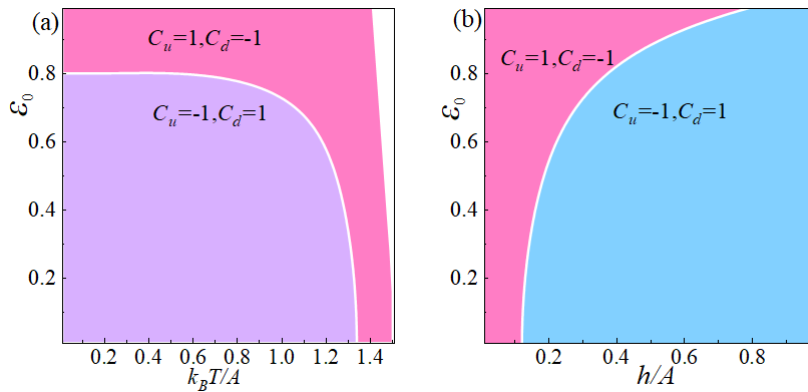


图 6(a)  $h = 0.3A$  时，陈数随温度  $T$  和光强  $\epsilon_0$  的变化图像；(b)  $T = 1A$  时，陈数随场强  $h$  与光强  $\epsilon_0$  的变化图像

FIG. 6. (a) The Chern number as a function of the intensity of the temperature  $T$  and light intensity  $\epsilon_0$ ; (b)

The Chern number as a function of the intensity of field strength  $h$  and light intensity  $\epsilon_0$ .

对于玻色子系统，计算能带对应的陈数是研究磁子拓扑性质的一种可靠方法。陈数作为一种拓扑不变量，定义为贝里曲率的积分。贝里曲率反映了波函数在参数空间中的几何

性质，而陈数则是这一几何性质的量化表现，其可写成如下形式：

$$C_\lambda = \frac{1}{2\pi} \int_{BZ} d^2k B_\lambda^z(\mathbf{k}). \quad (14)$$

其中  $\mathbf{B}_\lambda(\mathbf{k}) = \nabla \times \mathbf{A}_\lambda$  为贝里曲率， $\mathbf{A}_\lambda = i \text{Tr}[\Gamma^\lambda \Lambda_{\mathbf{k}}^\dagger \tau_z (\partial_{\mathbf{k}} \Lambda_{\mathbf{k}})]$  为贝里联络。陈数的取值直接决定了磁子能带的拓扑结构，进而影响系统的物理性质。根据公式(14)，本文给出了温度(磁场)与光强相关的陈数相图。图 6 展示了陈数随温度(磁场)和光强变化的相图。这表明，在一定光强下，通过调节温度或磁场，可以有效调控该系统发生拓扑相变；并且这些由磁子-磁子相互作用驱动连续拓扑相变，其特征是狄拉克点处的带隙闭合。实验中，可利用中子共振自旋回波谱检测禁带的闭合与重新开启<sup>[43]</sup>，该技术可探测微电子伏特( $\mu\text{eV}$ )量级的能隙。

### 3.4 磁子热霍尔效应

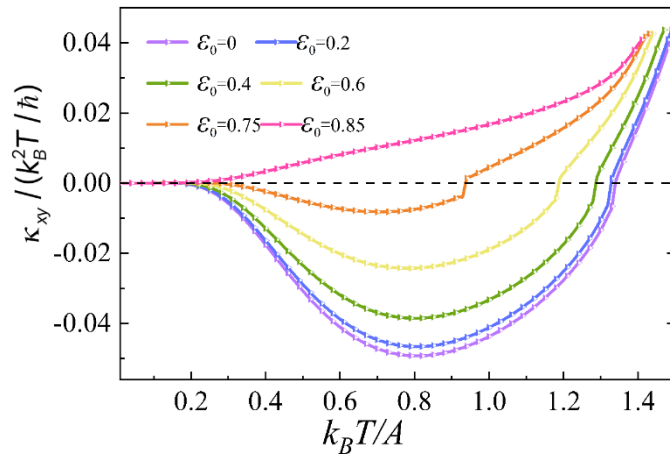


图 7 不同光照强度下的磁子热霍尔系数随温度的变化曲线

Fig.7. The curves of the magnon thermal Hall coefficient varying with temperature under different light intensities.

非平凡的拓扑相变表明了动量空间中 Berry 曲率分布的非平凡相变。因此，磁子的拓扑转变有望在热输运性质中表现出来。热霍尔系数由下式给出<sup>[29]</sup>：

$$\kappa_{xy} = -\frac{k_B^2 T}{(2\pi)^2 \hbar} \sum_{\lambda=\pm} \int d^2k B_\lambda^z(\mathbf{k}) c_2(n_{\mathbf{k},\lambda}). \quad (15)$$

其中  $k_B$  是玻尔兹曼常数， $\hbar$  为约化普朗克常数， $c_2(x) = (1+x) \left( \ln \frac{1+x}{x} \right)^2 - (\ln x)^2 - 2\text{Li}_2(-x)$

是一个单调递增的二重函数。

为探究光照强度对磁子热霍尔系数的调控规律，图 7 展示了不同光强下磁子热霍尔系数随温度的变化关系。随着光强的增大， $\kappa_{xy}$  符号反转对应的临界温度降低。这与前述发生拓扑相变的情况讨论一致。图 8 展示了不同光强下磁子热霍尔系数随场强的变化关系。随着光强的增大， $\kappa_{xy}$  符号反转对应的临界场强  $h_c$  升高。值得注意的是，根据方程(15)，热霍尔系数依赖于贝里曲率分布以及磁子能带的占据情况。因此，贝里曲率的不连续变化直接导致热霍尔系数在  $T_c$  附近发生阶跃，这一现象在文献<sup>[29]</sup>中同样被报道。此外， $\kappa_{xy}$  随温度的不连续性值得关注且可在实验上观测。在实验上，磁子热霍尔效应为探测拓扑相变提供了另一种途径。

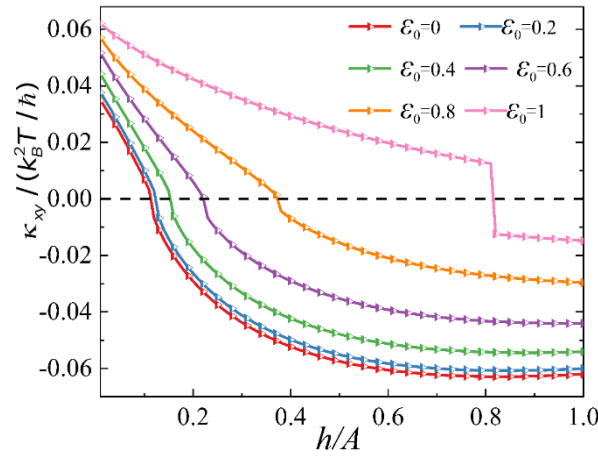


图 8 不同光照强度下的磁子热霍尔系数随磁场强度的变化曲线，其他参数设置为  $T=1A$

Fig.8. The curves of the magnon thermal Hall coefficient varying with magnetic field strength under different light intensities. The temperature is set to  $T=1A$ .

### 3.5 讨论

在二维拓扑磁性材料中，实现非平凡拓扑相变的关键成分是 DM 相互作用<sup>[17-19,25,27]</sup>。DM 相互作用是一种反对称交换耦合，其作用类似于拓扑电子系统中的自旋-轨道耦合：两者均能打破时间反演对称性，在能带中诱导非零的贝里曲率，从而在狄拉克点处打开拓扑带隙。利用非谐振圆偏振光研究了二维基塔耶夫-海森堡模型的磁子能带结构，但由于模型中忽略了 DM 相互作用，未能实现非平庸拓扑相变。随后，Tang 等人<sup>[24]</sup>引入 DM 相互作用，实现了光强可调谐的非平凡拓扑相变。在具有 DM 相互作用的蜂窝铁磁体中，磁子间相互作用可以在有限温度下驱动两个具有相反陈数的非平凡相之间的狄拉克磁子的拓扑相变<sup>[25,28]</sup>。此外，理论分析表明，DM 相互作用对磁化强度、居里温度等整体宏观

量影响甚微，总体磁化强度曲线几乎保持不变<sup>[32,44]</sup>。即 DMI 主要影响磁子带的拓扑结构——特别是通过在狄拉克点处打开一个间隙，而不会显著改变控制热磁化的带宽或平均交换刚度。

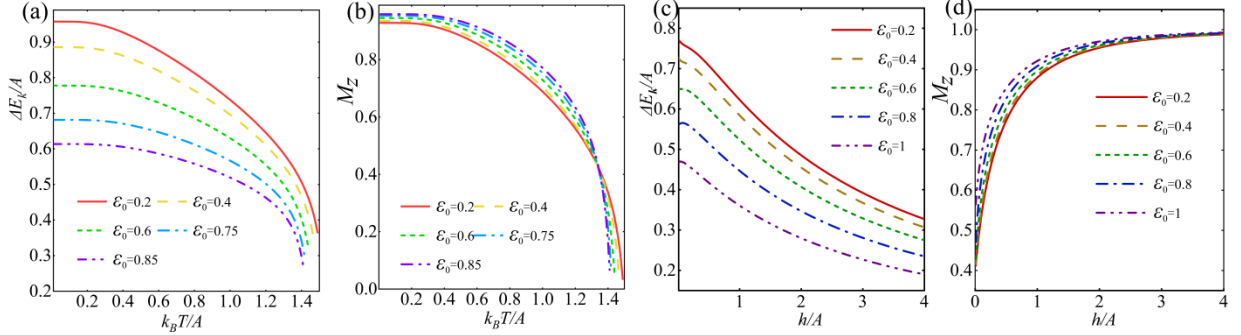


图 9 无 DM 相互作用情况下：(a)  $h=0.3A$ ，狄拉克点处磁子带隙差随温度的变化曲线；(b) 磁化强度随温度的变化曲线；(c)  $T=1A$ ，狄拉克点处磁子带隙差随磁场强度的变化曲线；(d) 磁化强度随磁场强度的变化曲线

Fig. 9. In the absence of DMI: (a) Magnon band gap difference at the Dirac point as a function of temperature for various light intensities; (b) Magnetization as a function of temperature for various light intensities; (c) Magnon band gap splitting at the Dirac point as a function of magnetic field for various light intensities; (d) Magnetization as a function of magnetic field for various light intensities.

为了体现 DM 相互作用的关键作用，本文绘制了无 DM 相互作用情况下不同光照强度下狄拉克点处磁子带隙系随温度的变化曲线图，如图 9(a)所示。结合 9(b)可以清晰的观察到，磁子能隙随温度的升高而非线性减小，当温度超过居里温度  $T_{Curie}$  时，能隙便会消失。而在居里温度范围内提高温度，只能使系统带隙减小且不会发生闭合现象。此外，图 9(c)展示了不同光强下狄拉克点处磁子带隙差随磁场强度的变化曲线。尽管带隙随磁场增强而减小，但由于磁场可抑制热涨落并增强铁磁有序，结合图 9(d)中磁化强度随磁场单调递增的结果可知，在有限磁场下仅能观察到磁子带隙的减小，而无法实现带隙闭合。

基塔耶夫相互作用是一种强自旋轨道耦合驱动的键依赖型各向异性相互作用，在蜂窝晶格中能够诱导出拓扑非平庸的磁子能带结构。值得注意的是，基塔耶夫相互作用在狄拉克点处打开能隙是实现陈数非零能带的关键之一。然而，仅靠基塔耶夫相互作用往往无法在宽参数范围内实现拓扑相变，尤其是在没有 DM 相互作用的情况下，单纯调控温度或磁场均不会诱导拓扑相变<sup>[44]</sup>。相比之下，DM 相互作用作为一种反对称交换相互作用，

其效应主要集中在狄拉克点附近；它通过在动量空间引入等效质量项，直接在狄拉克点处打开带隙，从而为系统实现拓扑非平庸相变提供了关键机制。简而言之，虽然基塔耶夫相互作用也能导致能隙打开，但其拓扑效应通常依赖于与 DM 等相互作用的协同作用才能有效触发相变。

## 4 总结

综上所述，本文研究了光强对具有 Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用的蜂窝状 Kitaev-Heisenberg 铁磁体拓扑性质的影响。基于自洽重整化自旋波理论，得到了系统磁化强度的温度依赖关系，并揭示了不同光强下温度与磁场对拓扑性质的调控机制。研究发现，磁化强度随光强与温度的变化呈现非单调行为：低温区增强光强可提升磁化强度，而高温区增强光强反而抑制磁化强度并降低居里温度。同时，磁振子拓扑带隙随光强、温度及磁场的连续演化表明，光强增加会降低温度诱导拓扑相变的临界温度，却提高磁场诱导拓扑相变的临界场强；这些由磁振子-磁振子相互作用驱动连续拓扑相变均以带隙闭合为标志。由于热霍尔系数的符号反转与拓扑陈数的符号变化密切相关，其可作为实验识别拓扑相变的关键探针。上述发现为二维铁磁系统的拓扑调控研究提供了重要理论支撑，基于本文提出的理论框架与自洽重整化自旋波方法，有望能够进一步理解和预测二维蜂窝状基塔耶夫-海森堡铁磁体中更多有趣的物理现象。

## 参考文献

- [1] Liu Z R, Hua C B, Peng T, Chen R, Zhou B 2023 *Phys. Rev. B* **107** 125302
- [2] Xu M, Huang C, Li Y, Liu S, Zhong X, Jena P, Kan E, Wang Y 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 067602
- [3] Zhang S, Xu R, Luo N, Zou X 2021 *Nanoscale* **13** 1398-1424
- [4] Tarnopolsky G, Kruchkov A J, Vishwanath A 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 106405
- [5] Guerci D, Simon P, Mora C 2021 *Phys. Rev. B* **103** 224436

- [6] Zhu X, Guo H, Feng S 2021 *Chin. Phys. B* **30** 077505
- [7] Zhang H, Feng X, Heitmann T, Kolesnikov A I, Stone M B, Lu Y M 2020 *Phys. Rev. B* **101** 100405
- [8] Jin Z J Y, Zeng Z Z, Cao Y S, Yan P 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 017501 (in Chinese) [金哲珺雨, 曾钊卓, 曹云姗, 严鹏 2024 物理学报 73 017501]
- [9] Wang Z Y, Li Z X, Yuan H Y, Zhang Z Z, Cao Y S, Yan P 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 057503 (in Chinese) [王振宇, 李志雄, 袁怀洋, 张知之, 曹云姗, 严鹏 2023 物理学报 72 057503]
- [10] Banerjee A, Bridges C A, Yan J Q, et al. 2016 *Nat. Mater.* **15** 733-740
- [11] Kasahara Y, Ohnishi T, Mizukami Y, et al. 2018 *Nature* **559** 227-231
- [12] Takagi H, Takayama T, Jackeli G, Khaliullin G, Nagler S E 2019 *Nat. Rev. Phys.* **1** 264-280
- [13] Liu Z X, Zhou X G, Li H, et al. 2023 *Nat. Commun.* **14** 5683
- [14] Jackeli G, Khaliullin G 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 017205
- [15] Choi S K, Coldea R, Kolmogorov A N, et al. 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 127204
- [16] Ye F, Chi S, Cao H, et al. 2012 *Phys. Rev. B* **85** 180403
- [17] Dzyaloshinsky I 1958 *J. Phys. Chem. Solids* **4** 241
- [18] Jaeschke-Ubiergo R et al. 2021 *Phys. Rev. B* **103** 174410
- [19] Zhang L C, Zhu F, Go D, Lux F R, dos Santos F J, Lounis S, Su Y, Blügel S, Mokrousov Y 2021 *Phys. Rev. B* **103** 134414
- [20] Joshi D G 2018 *Phys. Rev. B* **98** 060405
- [21] Du L, Schnase P D, Barr A D 2018 *Phys. Rev. B* **98** 054203
- [22] Owerre S A 2017 *J. Phys. Commun* **1** 021002
- [23] Owerre S A, Mellado P, Baskaran G 2019 *Europhys. Lett.* **126** 27002
- [24] Tang Z, Zhu H, Shi H 2024 *Phys. Lett. A* **494** 129275

- [25] Lu Y S, Li J L, Wu C T 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 217202
- [26] Zhu H, Shi H, Tang Z et al. 2024 *Chin. Phys. B* **33** 037503
- [27] Mook A, Plekhanov K, Klinovaja J, Loss D 2021 *Phys. Rev. X* **11** 021061
- [28] Mkhitarian V V, Ke L 2021 *Phys. Rev. B* **104** 064435
- [29] Li Y M, Luo X W, Chang K 2023 *Phys. Rev. B* **107** 214417
- [30] Li Z, Cao T, Louie S G 2018 *J. Magn. Magn. Mater.* **463** 28
- [31] Wei L G, Li Y M 2025 *Phys. Rev. B* **112** 174417
- [32] Li J L, Wu C T 2026 *Phys. Rev. B* **113** 075129
- [33] Wei B, Zhu J J, Song Y, Chang K 2021 *Phys. Rev. B* **104** 174436
- [34] Birgeneau R J, Yelon W B, Cohen E, Makowsky J 1972 *Phys. Rev. B* **5** 2607
- [35] Dietrich O W, Als-Nielsen J, Passell L 1976 *Phys. Rev. B* **14** 4923
- [36] Bloch M 1962 *Phys. Rev. Lett.* **9** 286
- [37] Loly P D 1971 *J. Phys. C* **4** 1365
- [38] Holstein T, Primakoff H 1940 *Phys. Rev.* **58** 1098
- [39] Shindou R, Matsumoto R, Murakami S, Ohe J 2013 *Phys. Rev. B* **87** 174427
- [40] Colpa J H P 1978 *Physica A* **93** 327-353
- [41] Kopietz P 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 3480
- [42] Janssen L, Andrade E C, Vojta M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 277202
- [43] Hicks T J, Keller T, Wildes A R 2019 *J. Magn. Magn. Mater.* **474** 512
- [44] Wang J, Chen P, et al 2026 *Phys. B* **737** 418743
- [45] Chen L 2019 *Chin. Phys. B* **28(7)** 078503
- [46] Ezawa M 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 026603
- [47] Nakata K., Kim, S. K., & Takayoshi S. 2019 *Phys. Rev. B* **100** 014421
- [48] Johnson R D, Williams S C, Haghighirad A A, et al 2015 *Phys. Rev. B* **91** 144420

[49] Lee I, Utermohlen F G, Weber D, et al 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 017201

录用稿件，非最终出版稿

# Interacting Floquet topological magnons in light-irradiated honeycomb Kitaev-Heisenberg ferromagnets with Dzyaloshinskii-Moriya interaction<sup>\*</sup>

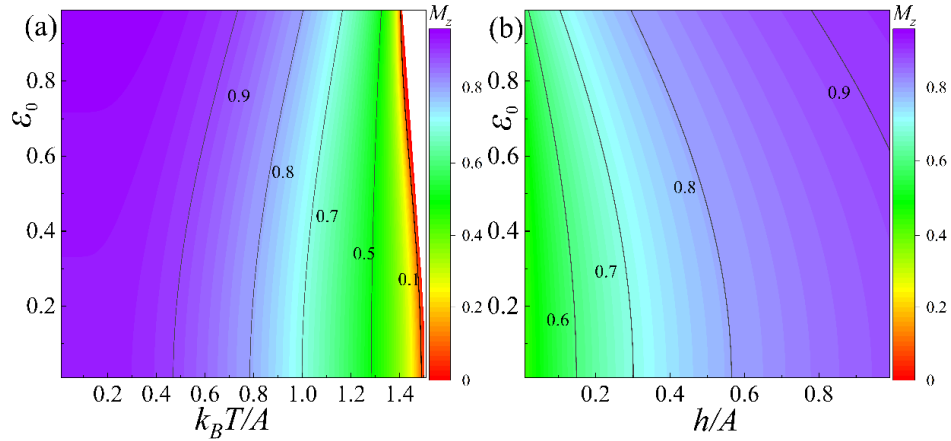
Wang Jie   Tang Bing<sup>†</sup>   Yi Lingguang<sup>‡</sup>

School of Physics and Mechanical & Electrical Engineering, Jishou University, Jishou, 416000, China

## Abstract

In recent years, Kitaev materials have garnered significant attention for their unique physical properties. While light-field manipulation of magnonic topological states in realistic two-dimensional ferromagnetic systems has been extensively explored theoretically, existing studies remain largely confined to zero-temperature or static limits. Consequently, several critical issues remain unresolved: the dynamic mechanisms of magnonic gap closing and reopening in light-driven ferromagnets at finite temperatures below the Curie point; the quantitative validation of thermal Hall conductivity as a criterion for topological phase transitions; and the differential impacts of light irradiation on the critical points of temperature- versus magnetic-field-induced topological phase transitions. To address these challenges, we develop a self-consistent renormalized spin-wave theory within the mean-field approximation for a two-dimensional honeycomb Kitaev-Heisenberg ferromagnet with Dzyaloshinskii-Moriya interaction. We systematically investigate the renormalization effects arising from magnon-magnon interactions under laser irradiation. Our key findings are threefold. First, we reveal a reversible, light-controlled magnonic bandgap tuning mechanism at finite temperatures. We demonstrate that, under specific light intensities and below the Curie temperature, the magnonic bandgap can be closed and reopened solely by adjusting temperature or magnetic field. This finding overcomes the limitations of previous studies restricted to zero-temperature photoinduced topological phase transitions. Second, we establish the sign reversal of thermal Hall conductivity as a reliable

experimental signature of topological phase transitions. Numerical calculations of the Chern numbers across the critical point confirm that the topological phase transition is characterized by magnonic bandgap closure at the Dirac point within the thermodynamically stable region. Crucially, the jump in the Chern number strictly corresponds to the anomalous variation in thermal Hall conductivity. Third, we uncover a novel asymmetric evolution of the topological phase diagram induced by light irradiation. Increasing light intensity synchronously reduces both the critical temperature ( $T_c$ ) for temperature-induced topological phase transitions and the Curie temperature, while significantly increasing the critical magnetic field ( $h_c$ ), for magnetic-field-induced transitions. This previously unreported asymmetry elucidates the distinct influence mechanisms of temperature and magnetic field on band structures under varying light intensities and provides new insights into the selective control of topological phase transition pathways via light fields. Notably, the accompanying sign reversal of thermal Hall conductivity serves as a vital indicator for the experimental detection of these topological phase transitions.



Keywords: Kitaev-Heisenberg model, self-consistent renormalized spin-wave theory, Floquet-Bloch theory, topological phase transition

\*Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12464013, 12064011), the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province (Grant No.23A0404)

† Corresponding author. E-mail: bingtangphy@jsu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: lingguangyi@jsu.edu.cn

