

携带扭曲相位与交叉相位的部分相干高斯光束在 强非局域非线性介质中的传输特性*

李旺 张少华 屈军[†]

(安徽师范大学物理与电子信息学院, 芜湖 241002)

摘要

强非局域非线性介质(SNNM)可有效抑制光束传输坍塌, 探究其光场演化特性对于实现高维空间光孤子的稳定控制具有重要意义。然而对于扭曲相位与交叉相位共存的部分相干光场, 其在 SNNM 中的联合调控机制尚有待进一步探讨。鉴于此, 本文在构建了携带扭曲相位与交叉相位的高斯-谢尔模光束的基础上, 基于 Snyder-Mitchell 模型和 Collins 公式, 推导了其在 SNNM 中传输后的交叉谱密度函数、光谱密度、光谱相干度等解析表达式, 数值计算并分析了多参数调控的光束演化特性。结果表明: 当衍射效应与非线性自聚焦效应达到平衡时, 光束可实现稳定的孤子态传输; 偏离平衡条件时, 光束表现出周期性的呼吸演化, 交叉相位主要调控光谱密度和相干结构的各向异性及旋转特性, 扭曲相位主要影响呼吸尺度和轨道角动量通量密度的空间展宽; 二者联合调控可进一步精确控制光束的传输演化特性。该结果丰富了部分相干光场在不同介质中的传输调控与光学操控的理论研究。

关键词: 光束传输特性, 强非局域非线性介质, 扭曲相位, 交叉相位

PACS: 42.50.Wk, 42.65.Jx, 42.65.Tg, 42.50.Tx

基金: 国家自然科学基金(批准号: 12474289, 12074005)

[†] 通信作者. E-mail: qujun70@ahnu.edu.cn

第一作者. E-mail: lw040206@qq.com

1 引言

强非局域非线性介质(SNNM)由于其显著的空间非局域响应特性, 能够有效抑制光束塌缩并提高光束传输稳定性, 因此在空间光孤子及全光器件等研究中具有重要意义。Snyder 和 Mitchell 提出的线性孤子理论表明, 在强非局域条件下, 介质的非线性响应可等效为抛物型势阱, 从而使复杂的非线性传输问题获得近似

线性化处理^[1]。近年来，学者们进一步揭示了 SNNM 与自由空间传输之间的对应关系^[2]，并研究了部分相干光束^[3,4]在 SNNM 中的传输规律。

完全相干光束在 SNNM 中的传输特性得到了广泛研究^[5]。与完全相干光相比，部分相干光束由于其相干特性可调^[6,7]，在光操控^[8]、提升信息容量^[9]和复杂环境传输^[10]等方面展现出独特优势，因此部分相干孤子的传输^[11]与调控^[12]逐渐受到关注。高斯-谢尔模（GSM）光束是部分相干光场的经典模型，Simon 和 Mukunda 通过在 GSM 中引入扭曲相位，首次提出了扭曲高斯-谢尔模（TGSM）光束，其在传输过程中伴随绕轴旋转，并指出扭曲因子的大小被交叉谱密度半正定条件约束^[13]。Borghi 进一步讨论了 Schell-model 部分相干场可被嵌入扭曲相位的充要条件，补充了扭曲相位模型的基础理论^[14]。

Cai 研究了扭曲各向异性 GSM 光束在湍流中的传输特性，结果表明低相干度和较大扭曲因子会显著影响光斑演化^[15]，同时提出扭曲相位与涡旋相位对轨道角动量（OAM）的贡献相互关联^[16,17]，Stahl 和 Gbur 构造了扭曲涡旋高斯-谢尔模（TVGSM）光束，指出其 OAM 同时来源于底层涡旋拓扑荷与统计扭曲参数，二者联合调控会产生不同于单一 OAM 来源的传输行为^[18]。针对 TGSM 光束在 SNNM 中的传输，Qu 等推导了 TGSM 光束在 SNNM 中的解析传输公式，指出光子半径由初始功率、相干长度和扭曲因子共同决定^[19]。随后，Ji 研究了扭曲部分相干涡旋（TPCV）光束也能够 SNNM 中形成环状光孤子^[20]。

除扭曲相位外，交叉相位通过引入横向坐标分量之间的耦合，为部分相干光场的结构调控提供了另一类重要自由度^[21,22]。Cai 等研究表明，交叉相位可显著抑制 GSM 光束在湍流中的闪烁并提高传输鲁棒性^[23]；又进一步研究了在大气湍流中交叉相位对同时携带扭曲相位与交叉相位的 TGSM 光束的 OAM 通量密度的作用^[24]；同时在实验上利用随机复杂屏幕生成 TGSM 光束^[25]，再使用空间光调制器（SLM）叠加交叉相位^[24]，从而实现实验上生成了携带交叉相位的扭曲高斯谢尔模光束（TCPM-GSM）。此外，Qu 研究了交叉相位对 OAM 通量密度的空间分布的影响^[5]；Cai 等进一步提出了携带交叉相位的扭曲拉盖尔-高斯光束，发现双相位联合调制能显著改变焦平面的强度与梯度力分布^[26]。

尽管已有工作研究了 TGSM 光束在强非局域非线性介质中的传输与孤子形成问题，也有研究讨论了同时携带扭曲相位与交叉相位的部分相干光束在自由空间中的强度分布等特性，但针对同时携带扭曲相位与交叉相位的 GSM 光束在 SNNM 中的联合调控规律仍待探究。基于此，本文构建了同时携带扭曲相位与交叉相位的高斯-谢尔模（TCPM-GSM）光束在强非局域非线性介质中的传输模型，研究相位联合调控下光谱密度与光谱相干度的演化规律、呼吸传输特性，以

及 OAM 通量密度分布机制。相关结果有望为扭曲类部分相干光场在 SNNM 中的传输调控及光学操控提供理论依据。

2 SNNM 中 TCPM-GSM 光束的解析传输公式及特性

标准傍轴近似下, 光束在 SNNM 中的传输动力学可由 Snyder-Mitchell 模型描述^[1]。

$$2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \psi - k^2 \gamma^2 P_0 (x^2 + y^2) \psi = 0. \quad (1)$$

其中, ψ 为复振幅, P_0 为光束功率; $k = 2\pi n_0 / \lambda$ 为波矢, n_0 和 λ 分别对应线性折射率与入射波长; $\gamma = 1 / (2\pi w_m^4)$ 为与 SNNM 响应函数相关的材料常数, w_m 为介质响应函数宽度, w_0 为入射光束束宽。比值 w_m / w_0 表征介质的非局域程度, 对于 SNNM, 有 $w_m / w_0 \gg 1$ 。

Snyder-Mitchell 模型可被等效为线性方程, 即 SNNM 可视为线性光学系统, 光束在 SNNM 中的传输特性由 Collins 公式^[27,28]。

$$\begin{aligned} W(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = & \left(\frac{k}{2\pi B} \right)^2 \iiint W(x_3, y_3, x_4, y_4, 0) \\ & \times \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} \left[A(x_3^2 + y_3^2) - 2(x_1 x_3 + y_1 y_3) + D(x_1^2 + y_1^2) \right] \right\} \\ & \times \exp \left\{ \frac{ik}{2B} \left[A(x_4^2 + y_4^2) - 2(x_2 x_4 + y_2 y_4) + D(x_2^2 + y_2^2) \right] \right\} dx_3 dy_3 dx_4 dy_4. \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $W(x_1, y_1, x_2, y_2, 0)$ 与 $W(x_3, y_3, x_4, y_4, z)$ 分别表示 TCPM-GSM 光束在源平面与 z 平面处的交叉谱密度函数 (CSD)。

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(z/z_p) & -z_p \sin(z/z_p) \\ (1/z_p) \sin(z/z_p) & \cos(z/z_p) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

其中 $z_p = 2\pi w_m^4 / \sqrt{P_0}$ 为与介质和功率相关的特征长度参数。

携带交叉相位的 TCPM-GSM 光束在源平面处的交叉谱密度函数为:

$$\begin{aligned} W(x_3, y_3, x_4, y_4, 0) = & I_0 \exp \left[-\frac{x_3^2 + x_4^2 + y_3^2 + y_4^2}{w_0^2} - \frac{(x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2}{2\delta_0^2} \right] \\ & \times \exp \left[-\frac{ik(x_3^2 + y_3^2 - x_4^2 - y_4^2)}{2R_0} - iku_0(x_3 y_4 - x_4 y_3) - ik\alpha_0(x_3 y_3 - x_4 y_4) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

$I_0 = 2P_0 / \pi w_0^2$ 为入射光束的峰值强度, w_0 、 δ_0 、 R_0 、 u_0 、 α_0 分别为 TCPM-GSM 光束的初始光束宽度、初始空间相干长度、初始曲率半径、初始扭曲因子及初始交叉相位因子。此外, 由于交叉谱密度函数的非负性要求^[10], 必须满足 $|u_0| \leq (k\delta_0^2)^{-1}$ 。

将源平面的交叉谱密度函数代入式(2)，并结合积分运算，可得 TCPM-GSM 光束在 z 平面处的交叉谱密度函数表达式。

$$\begin{aligned}
 W(x_1, y_1, x_2, y_2, z) = & \frac{k^2 I_0}{4B^2 \sqrt{M_1 M_2 M_3 M_4}} \exp\left(\frac{b^2}{4M_3} - \frac{k^2}{4M_1 B^2} x_1^2\right) \\
 & \times \exp\left[\frac{ikD}{2B}(x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 - y_1^2)\right] \\
 & \times \exp\left\{\frac{1}{4M_2} \left[\left(\frac{ik}{B} x_2\right)^2 + \left(\frac{ik}{2M_1 \delta_0^2 B} x_1\right)^2 + \left(\frac{k^2}{M_1 \delta_0^2 B^2} x_1 x_2\right) \right]\right\} \\
 & \times \exp\left\{\frac{1}{4M_4} \left[\frac{1}{4M_2} \left[\left(\frac{k^2 u_0}{2BM_1^2 \delta_0^4} - \frac{k^2 \alpha_0}{M_1 \delta_0^2 B}\right) x_1 + \left(\frac{2k^2 \alpha_0}{B} - \frac{k^2 u_0}{BM_1 \delta_0^2}\right) x_2 \right]^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{ab}{2M_3} + \frac{k^2 u_0}{2BM_1} x_1 - \frac{ik}{B} y_2 \right] \right\}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中，

$$M_1 = \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{2\delta_0^2} + \frac{ik}{2R_0} + \frac{ikA}{2B}, \quad (6)$$

$$M_2 = \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{2\delta_0^2} - \frac{ik}{2R_0} - \frac{ikA}{2B} - \frac{1}{4M_1 \delta_0^4}, \quad (7)$$

$$M_3 = -\frac{1}{4M_2} \left[-\frac{k^2 \alpha_0^2}{4M_1^2 \delta_0^4} - k^2 u_0^2 + \frac{k^2 u_0 \alpha_0}{M_1 \delta_0^2} \right] + \frac{1}{4M_1} k^2 \alpha_0^2 + M_1, \quad (8)$$

$$M_4 = -\frac{a_0^2}{4M_3} - \frac{1}{4M_2} \left[\left(\frac{iku_0}{2M_1 \delta_0^2}\right)^2 - k^2 \alpha_0^2 + \frac{k^2 u_0 \alpha_0}{M_1 \delta_0^2} \right] + \frac{k^2 u_0^2}{4M_1} - \left(-\frac{1}{w_0^2} - \frac{1}{2\delta_0^2} + \frac{ik}{2R_0} + \frac{ikA}{2B} \right), \quad (9)$$

$$H = \left(\frac{k^2 \alpha_0}{8M_1^2 M_2 \delta_0^4 B} x_1 \right) + \left(-\frac{k^2 \alpha_0}{4BM_1 M_2 \delta_0^2} x_2 \right) + \frac{k^2}{2M_1 B} \alpha_0 x_1, \quad (10)$$

$$a = -\frac{1}{2M_1} k^2 u_0 \alpha_0 + \frac{1}{\delta_0^2} - \frac{k^2 u_0 \alpha_0}{8M_1^2 M_2 \delta_0^4} + \frac{k^2 u_0^2}{4M_1 M_2 \delta_0^2} + \frac{k^2 \alpha_0^2}{4M_2 M_1 \delta_0^2} - \frac{k^2 u_0 \alpha_0}{2M_2}, \quad (11)$$

$$b = H - \frac{k^2 u_0}{4M_1 M_2 \delta_0^2 B} x_1 + \frac{ik}{B} y_1 + \frac{k^2 u_0}{2M_2 B} x_2. \quad (12)$$

由输出平面的交叉谱密度函数可进一步得到传输后的光强及光谱相干度 (SDOC) 分别为

$$S(\rho, z) = W(\rho_1, \rho_2), \quad (13)$$

$$\gamma(\rho_1, \rho_2) = \frac{W(\rho_1, \rho_2)}{\sqrt{W(\rho_1, \rho_1) W(\rho_2, \rho_2)}}. \quad (14)$$

部分相干光束的 OAM 通量密度可表示为

$$L_d(\rho) = -\frac{\epsilon_0}{k} \text{Im} \left[\left(y_1 \partial_{x_2} - x_1 \partial_{y_2} \right) W(\rho_1, \rho_2) \right]_{\rho_1=\rho_2=\rho} \quad (15)$$

3 SNNM 中 TCPM-GSM 光束的数值计算

为探究 TCPM-GSM 光束在 SNNM 中的传输演化特性及其参数调控规律，对式(5)进行数值仿真。如无特殊说明，初始光束束宽选为 $w_0 = 1 \text{ mm}$ ，波长 $\lambda=628\text{nm}$ ，初始光束曲率半径 $R_0 \rightarrow \infty$ ，相干长度 $\delta_0 = 0.2\text{mm}$ ，扭曲参数 $|u_0| = 1.9\text{mm}^{-1}$ ，交叉相位 $\alpha_0 = 5\text{mm}^{-1}$ ，介质的非局域程度 $w_m/w_0 = 300$ ，线性折射率 $n_0 = 3$ ，初始光功率 $P_0=0.3\text{mW}$ 。

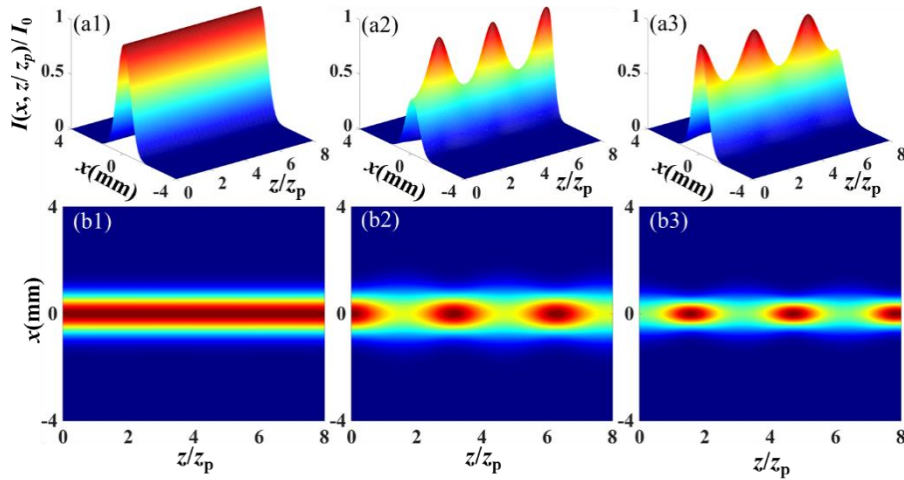


图 1 相对光强 $I(x, z/z_p)/I_0$ 随相对传输距离 z/z_p 变化的三维图及等高线图，其中图(a1, b1) $P_0=0.3\text{mW}$ 、图(a2, b2) $P_0=0.6\text{mW}$ 、图(a3, b3) $P_0=0.18\text{mW}$ 。

Fig. 1. Three-dimensional plots and contour maps of the relative intensity

$I(x, z/z_p)/I_0$ as a function of the normalized propagation distance z/z_p , where $P_0=0.3 \text{ mW}$ for (a1, b1), $P_0=0.6 \text{ mW}$ for (a2, b2), and $P_0=0.18 \text{ mW}$ for (a3, b3).

在 SNNM 中，部分相干光束的传输行为由衍射效应与非线性自聚焦效应的竞争共同决定。由图 1 给出的相对光强的三维分布及其等高线结果可知：当入射条件满足临界平衡时（a1-b1），光束在传输过程中横向光强分布保持稳定，不随传输距离变化，对应的等高线图表现为宽度与强度均基本恒定的条带结构，表明此时衍射与非线性自聚焦达到动态平衡，光束以部分相干光孤子的形式稳定传输；反之，当入射参数偏离临界平衡条件时（a2-b3），光束在传输过程中出现明显的周期性聚焦与展宽，三维光强分布沿传输方向产生周期性起伏，等高线图中亮区呈现周期性的收缩与展宽，表现出典型的呼吸子传输特征。

图 2 给出了 TCPM-GSM 光束在 SNNM 中不同传输位置处的归一化横截面光强分布。当不存在扭曲相位和交叉相位时 (a1)-(a4)，光束退化为高斯谢尔模光束。引入交叉相位后 (b1)-(b4)，光束横截面形状随传输距离发生显著变化：在

$z=0.25\pi$ 与 $z=0.75\pi$ 处光强分布呈现出明显的倾斜椭圆形,而在 $z=0.5\pi$ 附近强度分布趋于圆形分布,该结果表明,交叉相位因子的引入将显著增强光束强度分布的各向异性,并诱导其在传输过程中发生周期性变化。相比之下,当仅引入扭曲因子 ($u=0.5$, $\alpha=0$, c1-c4) 时,光束退化成为 TGSM 光束,光强分布整体仍保持圆对称,但光斑大小随传输距离呈现周期性展宽与压缩。由此可见,扭曲因子对光束横向形状的各向异性影响相对较弱,但会显著调制光束宽度的呼吸振荡行为。

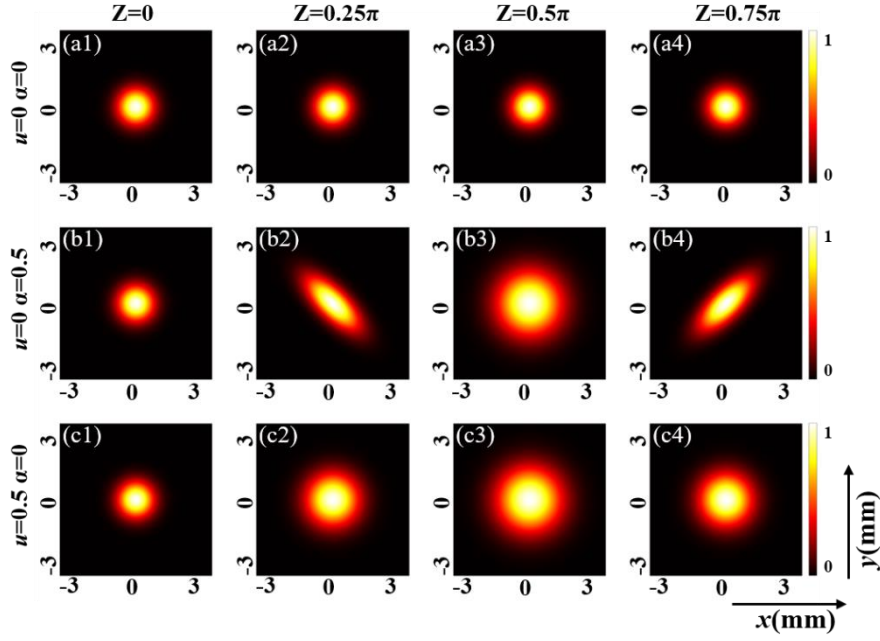


图 2 不同扭曲因子及交叉相位因子的 TCPM-GSM 光束在 SNNM 中的归一化光强分布图, 其中 u 和 α 单位为 m^{-1} 。

Fig. 2. Normalized intensity distributions of the TCPM-GSM beam in SNNM for different twist factors and cross-phase factors. Here, u and α are in m^{-1} .

可见,交叉相位 α 主要控制光束强度分布的椭圆化特征,而扭曲因子 u 则主要影响光斑的周期性呼吸行为。二者分别从形状和大小两个方面改变 TCPM-GSM 光束在 SNNM 中的传输特性。

如图 3 所示, TCPM-GSM 光束的 SDOC 在传输过程中呈现出由相位调制主导的形态演化规律。由(a1)–(a4)可知,当 $u=0$ 且 $\alpha=0$ 时, SDOC 在整个传输过程中始终保持圆对称的分布,其形态不随传输距离改变。这表明在无扭曲相位和无交叉相位调制的情况下,光束的相干结构具有较好的传输稳定性。引入交叉相位后 ($u=0$, $\alpha=0.5$, b1–b4), SDOC 的分布由高斯型逐渐过渡为明显的椭圆形结构,并在传输中出现周期性的形态变化。引入扭曲相位 (如 $u=0.5$, $\alpha=0$, c1–c4), SDOC 的特征表现为总体仍保持近圆对称分布,主要变化体现为尺寸的周期性展

宽与收缩。由此可见，在该参数条件下，扭曲相位对 SDOC 各向异性的影响较弱，其主要作用表现为对相干结构分布范围的调制。

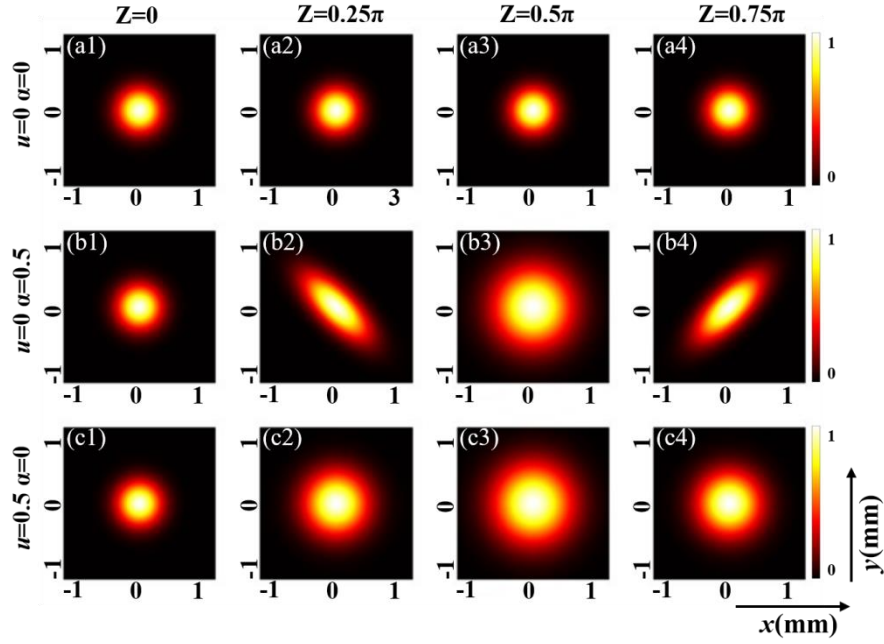


图 3 不同扭曲因子及交叉相位因子条件下，TCPM-GSM 光束在不同传输位置处的归一化 SDOC 分布，其中 u 和 α 单位为 m^{-1} 。

Fig. 3. Normalized SDOC distributions of the TCPM-GSM beam at different propagation positions for different twist factors and cross-phase factors. Here, u and α are in m^{-1} .

交叉相位因子 α 主要控制 SDOC 的各向异性、取向变化及周期性变化，而扭曲因子 u 主要影响相干结构的呼吸行为。二者分别从形状和周期演化两个方面共同影响 TCPM-GSM 光束在 SNNM 中的相干结构演化。

图 4 分别比较了不同扭曲参数 u 与交叉相位 α 的影响：当 u 或 α 取较小值时，相对光强与相对束宽未发生改变，光束接近稳定传输状态；随着 u 增大，相对光强的周期性变化更加明显，同时束宽的展宽与收缩行为也更加显著，表明光束逐渐偏离临界平衡条件，并呈现出更强的呼吸传输特征，说明 α 的变化也会显著调制光束的传输稳定性。在束宽展宽的条件下，通过调节 α 可实现轴上光强在一定范围内实现自聚焦。

图 5 给出了不同入射功率 P_0 与空间相干长度 δ 条件下 $I_{\max}/I_0$ 及 w/w_0 随 z/z_p 的变化规律。当 P_0 接近临界功率时，相对光强与束宽围绕其初始值仅作小幅振荡；而当 P_0 偏离该范围时， $I_{\max}/I_0$ 的周期性起伏增强，同时束宽的周期性收缩与展宽更为明显，表明功率偏离临界程度将直接调制呼吸幅度。另一方面，随 δ 的变化，峰值光强与束宽的振荡形态及幅度亦发生显著改变，说明空间相干性通过

改变等效的传输相互作用强度与平衡条件, 进而影响呼吸子在传输过程中的周期演化特征。结合图 4 与图 5 可知, 扭曲参数、空间相干性参数以及入射功率共同决定了系统偏离平衡的程度, 从而控制了呼吸子的振荡幅度与传输动力学行为。

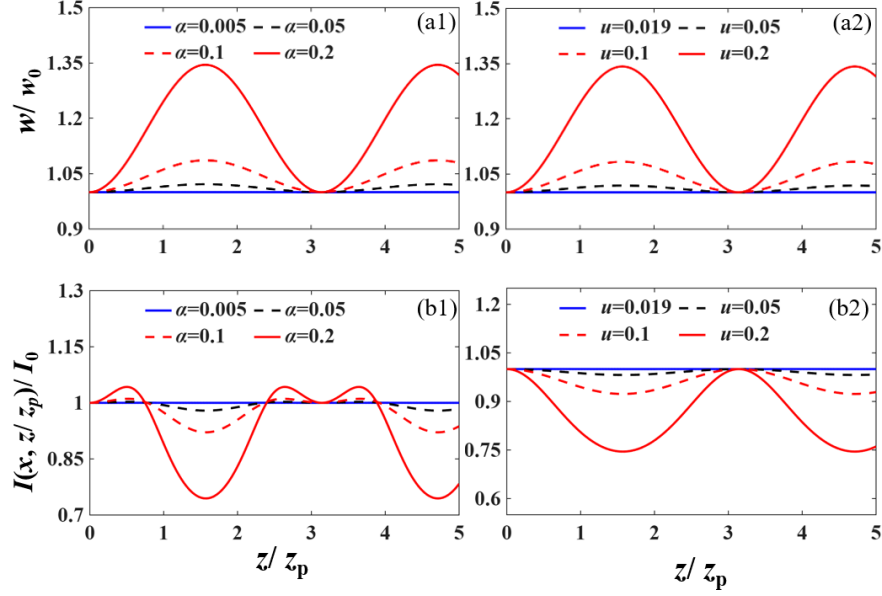


图 4 相对光强 $I_{\max}/I_0$ 及相对束宽 w/w_0 在不同参数 u 和 α 下随相对传输距离 z/z_p 的演化规律, 其中 u 和 α 单位为 m^{-1} 。

Fig. 4. Evolution of the relative peak intensity $I_{\max}/I_0$ and relative beam width w/w_0 with the normalized propagation distance z/z_p for different values of u and α . Here, u and α are in m^{-1} .

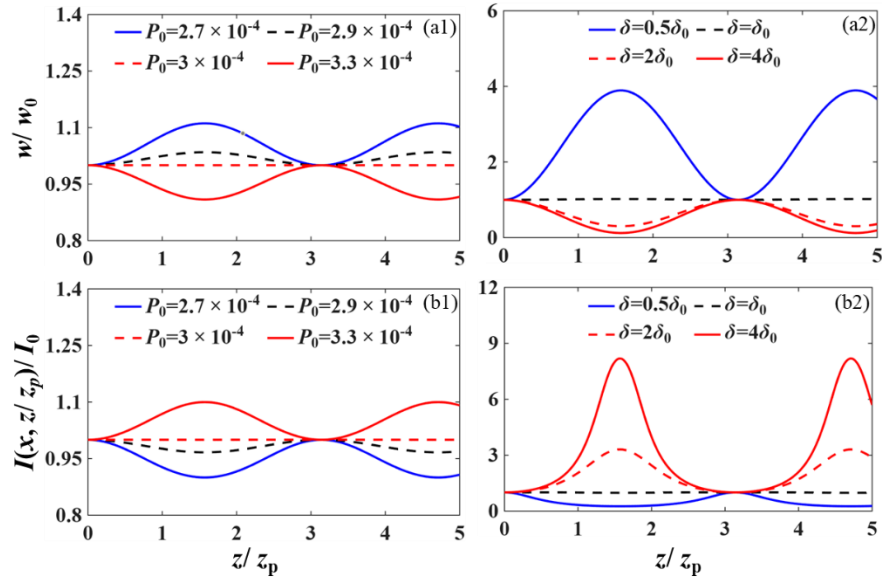


图 5 相对光强 $I_{\max}/I_0$ 及相对束宽 w/w_0 在不同参数 P_0 和 δ 随相对传输距离 z/z_p 的演化, 其中 δ 单位为 m , P_0 单位为 W 。

Fig. 5. Evolution of the relative peak intensity $I_{\max}/I_0$ and relative beam width w/w_0

w_0 with the normalized propagation distance z/z_p for different values of P_0 and δ . Here, δ is in m and P_0 is in W

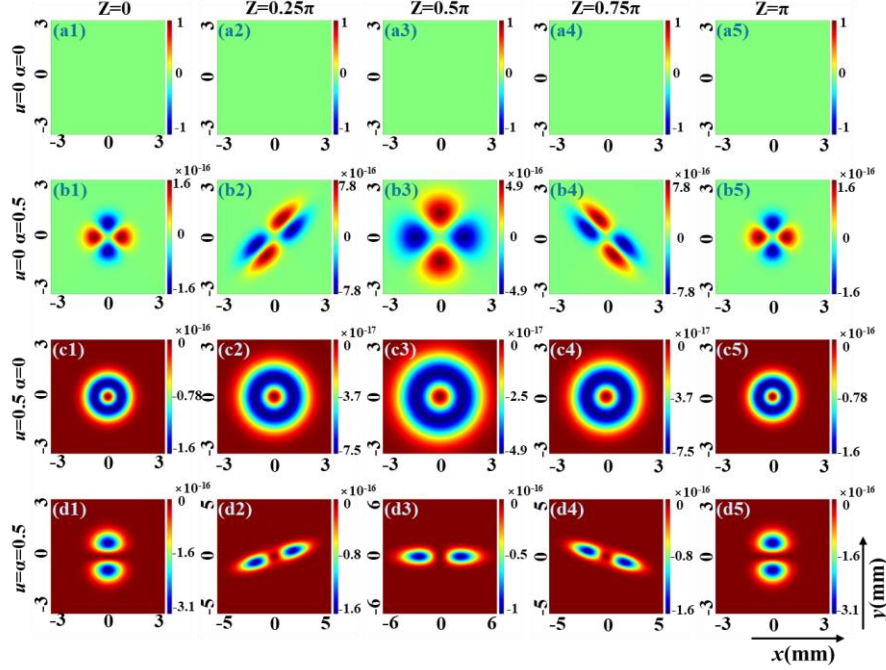


图 6 光束 OAM 通量密度在不同参数 u 和 α 下不同传输位置处的分布图
其中 u 和 α 单位为 m^{-1}

Fig. 6. Distributions of the beam OAM flux density at different propagation positions for different values of u and α . Here, u and α are in m^{-1} .

图 6 为不同扭曲参数与交叉相位条件下, 光束 OAM 通量密度在若干典型传输位置($z=0, 0.25\pi, 0.5\pi, 0.75\pi, \pi$)处的横向分布: 当光束不携带扭曲相位与交叉相位时(a1–a5), 未观察到明显 OAM 通量密度分布; 当仅引入交叉相位时(b1–b5), 初始传输阶段, 其分布呈现近似四瓣结构; 随着传输距离增加, 分布逐渐转变为沿对角方向取向的双瓣结构; 在后续传输过程中, 又进一步演化为与初始结构一致的多瓣分布。以上结果表明, 交叉相位能够携带 OAM 通量密度, 并诱导其在传输过程中发生明显的取向变化。当引入扭曲相位而不含交叉相位时(c1–c5), OAM 通量密度表现为圆对称的环状分布, 其正负性主要由扭曲相位的手性决定; 值得注意的是, 尽管关联结构不携带 OAM, 但在光束携带相位调制后, 关联结构会显著改变 OAM 通量密度的空间分布特征; 当扭曲相位与交叉相位同时存在时(d1–d5), OAM 通量密度分布进一步演化为以双瓣结构为主的非圆对称形态, 其主轴方向和双瓣间距均随传输发生明显变化, 并在不同传输位置表现出周期性变化。与单独引入扭曲相位或交叉相位的情形相比, 二者的联合作用显著增强了 OAM 通量密度空间分布的复杂性, 表现出更强的 OAM 通量密度。综上, 交叉相位主要控制 OAM 通量密度分布的横向形状及周期性取向变化, 而扭曲相位主

要决定 OAM 通量密度的产生及其径向分布特征。当二者共同作用时，OAM 通量密度的空间形态进一步丰富，从而为部分相干光束 OAM 局域分布的调控提供了更多自由度。

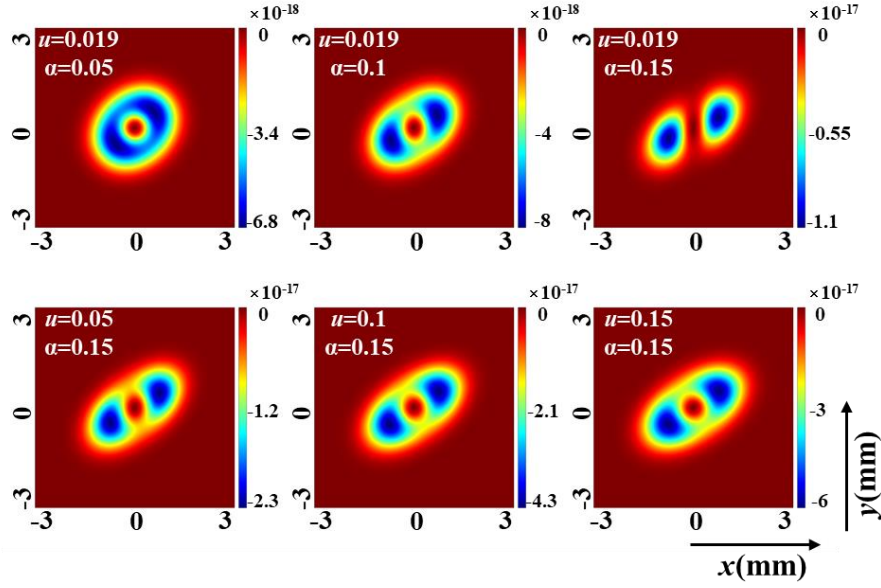


图 7 不同扭曲相位 u 与交叉相位 α 条件下光束在 $Z=0.25\pi$ 处 OAM 通量密度的横向分布，其中 u 和 α 单位为 m^{-1} 。

Fig. 7. Transverse distributions of the beam OAM flux density at $Z=0.25\pi$ for different twist phases u and cross phases α . Here, u and α are in m^{-1} .

在图 7 中，给出了扭曲相位与交叉相位对光束 OAM 通量密度分布形态的联合调控作用。在保持 $u=0.019$ 不变时逐步增大 α (a1–a3)，可以观察到 OAM 通量密度的空间结构发生显著重构：当 $\alpha=0.05$ 时，OAM 通量密度分布仍保持较强的环状特征；当 α 增大到 0.1 后，环状结构逐渐被拉伸并向双瓣结构过渡；继续增大到 $\alpha=0.15$ 时，OAM 通量密度演化为更加典型的双瓣分裂形态。这说明交叉相位的增强会加强 OAM 通量密度的各向异性分布与分离程度，使得 OAM 分布由环形耦合向空间分裂转变，从而显著改变 OAM 在横向平面的局域分布。

在保持 $\alpha=0.15$ 不变时增大 u (b1–b3)，可以看出 OAM 通量密度的总体形态仍以倾斜的双瓣结构为主，但其强度与空间尺度随 u 增强而发生系统性变化：随着 u 从 0.05 增大到 0.15，双瓣结构的外延轮廓展宽、包络更明显，同时通量密度整体增大从而提升局域 OAM 通量密度并改变其分布特征。

本文进一步采用随机相位屏对 TCPM-GSM 光束的光强演化特性进行数值模拟。首先根据源平面的交叉谱密度函数生成满足目标统计关联结构的复随机场；然后将每一个复随机场在 SNNM 中进行传播；最后对传播结果进行统计平均，从而获得传播后的光谱密度分布，仿真结果如图 8 所示。可见利用随机相位屏方法得到的光强分布在光斑形态、主轴取向和强度分布趋势方面与图 2 的理论结果

具有一致性。

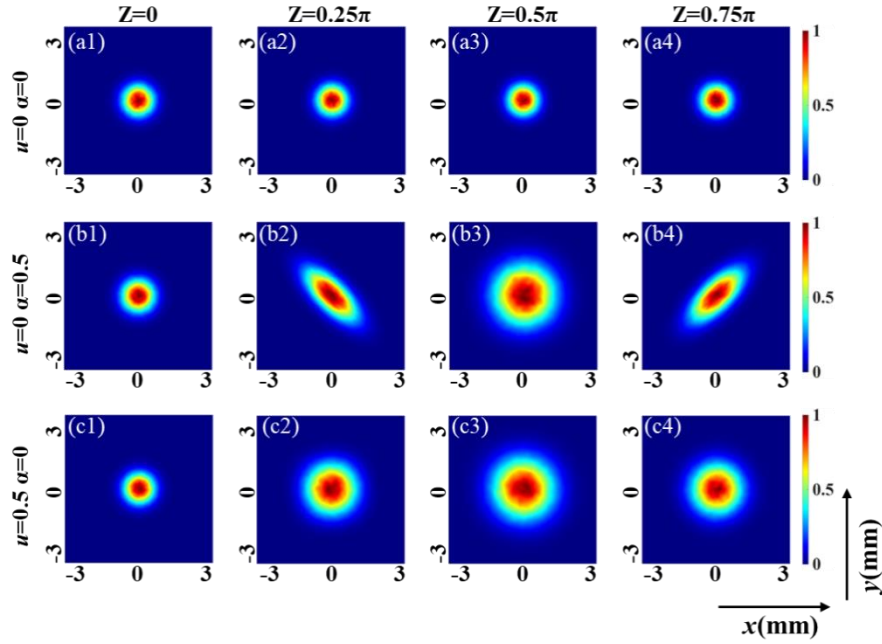


图 8 不同扭曲相位 u 与交叉相位 α 条件下光束在随机相位屏仿真所得光强演化分布，其中 u 和 α 单位为 m^{-1} 。

Fig. 8. Intensity evolution distributions of the beam obtained by random phase screen simulation under different twist phase u and cross phase α conditions. Here, u and α are in m^{-1} .

4 结论

本文推导了 SNNM 中 TCPM-GSM 光束传输的 CSD 解析表达式。结果表明：当光束参数满足临界条件时，光束能够保持稳定的孤子态传输；偏离该条件后，光束则表现出周期性呼吸演化特性；随着交叉相位 α 的增大，光谱密度和 SDOC 主轴方向发生旋转；扭曲相位 u 的改变，对光谱密度的分布影响较弱，对光斑大小影响较强，并诱导 OAM 通量密度的产生及其空间展宽；交叉相位 α 的增大会使 OAM 通量密度从椭圆对称结构向分裂双瓣结构转变； u 的增大则在使双瓣结构向椭圆对称结构转变。扭曲相位与交叉相位的共同作用可更为精确的调控其传输演化特性，丰富了 SNNM 中光束传输理论。

参考文献

- [1] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [2] Lu D Q, Hu W, Guo Q 2009 *EPL* **86** 44004
- [3] Yang Z J, Lu D Q, Hu W, Zheng Y Z, Gao X H, Guo Q 2010 *Phys. Lett. A* **374** 4007
- [4] Deng D M, Guo Q 2007 *Opt. Lett.* **32** 3206

- [5] Zhang M, Zhou Y, Ruan S Q, Zhang S H, Qu J 2025 *J. Opt. Soc. Am. A* **42** 1483
- [6] Cai Y J, Chen Y H, Yu J Y, Liu X L, Liu L 2017 *Prog. Opt.* **62** 157
- [7] Cai Y J, Chen Y H, Wang F 2014 *J. Opt. Soc. Am. A* **31** 2083
- [8] Liang C H, Zhu X L, Mi C K, Peng X F, Wang F, Cai Y J, Ponomarenko S A 2018 *Opt. Lett.* **43** 3188
- [9] Liu Y L, Dong Z, Zhu Y M, Wang H Y, Wang F, Chen Y H, Cai Y J 2024 *Photonix* **5** 8
- [10] Li C Q, Zhang H Y, Wang T F, Liu L S, Guo J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 224203 (in Chinese)
[李成强, 张合勇, 王挺峰, 刘立生, 郭劲 2013 物理学报 **62** 224203]
- [11] Shen M, Wang Q, Shi J L, Hou P, Kong Q 2006 *Phys. Rev. E* **73** 056602
- [12] Shen M, Shi J L, Wang Q 2006 *Phys. Rev. E* **74** 027601
- [13] Simon R, Mukunda N 1993 *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 95
- [14] Borghi R 2018 *Opt. Lett.* **43** 1627
- [15] Cai Y J, He S L 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 041117
- [16] Peng X F, Liu L, Wang F, Popov S, Cai Y J 2018 *Opt. Express* **26** 33956
- [17] Liu L, Huang Y S, Chen Y H, Guo L N, Cai Y J 2015 *Opt. Express* **23** 30283
- [18] Stahl C S D, Gbur G 2018 *J. Opt. Soc. Am. A* **35** 1899
- [19] Zhang S H, Zhou Z L, Zhou Y, Xu H F, Yuan Y S, Han Y S, Zhou Z X, Yao B L, Qu J 2022 *Opt. Express* **30** 32019
- [20] Wang D L, Zhao Y M, Zhao J M, Deng Y, Li X Q, Ji X L 2026 *Acta Phys. Sin.* **75** 040402 (in Chinese)
[王东林, 赵雅梅, 赵嘉盟, 邓宇, 李晓庆, 季小玲 2026 物理学报 **75** 040402]
- [21] Zeng J, Li R Y, Zhang Z, Xu D, Hoenders B J, Wang F, Wang H Y, Cai Y J, Zhang H 2025 *Opt. Express* **33** 41156
- [22] Zhang M, Zhang S H, Zhou Z L, Qu J 2025 *Opt. Express* **33** 19022
- [23] Zhang H, Zhao L L, Gao Y R, Cai Y J, Yuan Y S 2023 *Opt. Express* **31** 30615
- [24] Hou W S, Liu L X, Liu X L, Cai Y J, Peng X F 2024 *Photonics* **11** 124
- [25] Wang H Y, Peng X F, Zhang H, Liu L, Chen Y H, Wang F, Cai Y J 2022 *Nanophotonics* **11** 689
- [26] Peng X F, Zhu Y G, Liu L, Wang H Y, Liu L X, Cai Y J 2025 *Opt. Express* **33** 4803

[27] Friberg A T, Tervonen E, Turunen J 1994 *Opt. Commun.* **106** 127

[28] Lin Q, Cai Y J 2002 *Opt. Lett.* **27** 216

Propagation Properties of Partially Coherent Gaussian Beams Carrying Both Twist and Cross Phase in Strongly Nonlocal Nonlinear Media^{*}

Li Wang, Zhang Shao-hua, Qu Jun[†]

(School of Physics and Electronic Information, Anhui Normal University, Wuhu 241002, China)

Abstract

Strongly nonlocal nonlinear media (SNNM) can effectively suppress beam collapse during propagation, and investigating the evolution of optical fields in such media is of great significance for the stable control of multidimensional spatial solitons. However, for partially coherent optical fields carrying both twist phase and cross phase, the underlying mechanism of their joint modulation in SNNM remains to be further clarified. In this work, a twist- and cross-phase-modulated Gaussian–Schell model beam is constructed. Based on the Snyder–Mitchell model and the Collins formula, analytical expressions for the cross-spectral density function, spectral density, and spectral degree of coherence(SDOC) after propagation in SNNM are derived. Numerical calculations are then performed to analyze the beam evolution under different modulation parameters. The results show that the beam can propagate in a stable soliton state when diffraction is balanced by nonlinear self-focusing, whereas periodic breathing behavior occurs when this balance is broken. The cross phase mainly governs the anisotropy and

rotational characteristics of the spectral density and coherence structure, while the twist phase primarily affects the breathing scale and the spatial broadening of the orbital angular momentum (OAM) flux density. Their combined modulation enables more precise control of the propagation dynamics of the beam. These results enrich the theoretical study of propagation control and optical manipulation of partially coherent optical fields in strongly nonlocal nonlinear media.

Keywords: beam propagation, strongly nonlocal nonlinear media, twist phase, cross phase

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12474289, 12074005)

† Corresponding author.E-mail: qujun70@ahnu.edu.cn

The first author.E-mail: lw040206@qq.com