

温度对交错磁体约瑟夫森结电流-相位关系的影响*

赵琅嬛^{1)†} 吕博¹⁾

1) (天津大学理学院, 天津 300350)

摘 要

作为一种新型磁性材料, 交错磁体具有零杂散场和自旋极化的性质. 在由交错磁体构成的约瑟夫森结中, 通过改变结区长度、交错磁体磁化强度等参量可诱导电流-相位关系发生 $0-\pi$ 转变, 使其在器件方面具有广泛的应用前景. 本文基于 BdG 方程和 Furusaki-Tsukada 方法研究了温度对超导体/交错磁体/超导体结中约瑟夫森效应的影响, 发现随着温度的变化, 约瑟夫森结的电流-相位关系可以在 0 结, φ 结和 π 结之间发生转变, 而且可以实现三者间的连续转变. 在电流-相位关系发生转变的温度附近, 临界电流与温度的依赖关系可出现特殊结构, 如转折点等. 本文提供了温度调控交错磁体约瑟夫森结性质的方法, 为后续 d 波交错磁体约瑟夫森结的实验展开与超导自旋电子学器件的研发提供了理论支持.

关键词: 交错磁体, 约瑟夫森效应, 电流-相位关系

PACS: 03.75.Lm, 74.50.+r

基金: 国家自然科学基金(批准号: 12474049)和北京凝聚态物理国家研究中心开放课题(批准号: 2025BNLCMPKF011)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: langhuan_zhao6699@tju.edu.cn

1 引 言

磁性材料一直是凝聚态物理中广受关注的领域, 其中研究较广的是铁磁体和反铁磁体. 铁磁体在实空间电子自旋极化, 具有宏观磁性, 在动量空间具有自旋劈裂的能带结构, 而反铁磁体相邻电子自旋方向相反, 整体表现为零磁矩, 不同自旋能带简并. 2022 年, Šmejkal 等^[1-3]首先提出了交错磁体 (altomagnet, AM) 的

概念. AM 中相邻电子自旋相反, 通过旋转、时间反演联合操作相联系, 没有宏观磁性, 具有动量依赖的自旋劈裂能带结构. 在材料方面, 研究者们理论上预测了 200 多种交错磁体材料^[1,2,4-6], 涵盖金属、半金属、半导体和绝缘体. 实验上通过角分辨光电子能谱、中子散射等表征手段与第一性原理计算相结合, CrSb^[7,8]、MnTe^[9-12]、KV₂Se₂O^[13]等材料被相继证明具有交错磁性. 磁性材料和超导体 (superconductor, SC) 间的相互作用一直是学界关注的热点问题之一^[14], 研究该问题最直接方法是建立由磁性材料和 SC 构成的异质结模型. AM 的独特性质, 使其与 SC 组成的约瑟夫森结既避免了杂散场对超导态的破坏, 又能产生高度极化的自旋流, 有望代替铁磁体用于高密度集成电子器件的设计与研发, 在超导自旋电子学、量子计算等方面应用前景广大.

AM/SC 异质结的输运性质研究是目前的热点. 研究表明与铁磁材料不同, AM/SC 异质结界面处的 Andreev 反射强烈依赖于 AM 的晶轴取向和自旋分裂场强度^[15,16]. 由 AM 组成的约瑟夫森结中, 电流-相位关系 (current-phase relation, CPR) 发生 $0-\pi$ 转变的影响因素已得到较为充分的讨论^[17,18]. 在没有净磁场的情况下, 约瑟夫森电流仍可出现 $0-\pi$ 转变^[19,20], 这与 AM 晶轴取向引起的 Andreev 能级的自旋劈裂有关^[17]. Zhang 等^[19]发现由于 AM 具有动量依赖的自旋劈裂, 当库珀对从 SC 进入 AM 后, 产生不为零的中心动量, 该动量与入射角度有关, 入射角度不同时, 序参量的振荡周期不同, 电流-相位关系表现为 0 结或 π 结. 通过调节 AM 的化学势和晶轴取向、结区长度均可诱导 CPR 发生 $0-\pi$ 转变. Linder 等^[20]运用格点法研究了约瑟夫森结的临界电流与结区长度的关系, 发现曲线呈衰减后绕 0 值振荡的趋势, 表现为 CPR 的 $0-\pi$ 转变, 衰减周期和振荡周期与 AM 的晶轴取向和磁化强度有关. 除了 $0-\pi$ 转变外, ϕ 结也是研究者们关注的重点之一. Lu^[21]、Sun^[22]等发现当 AM 的掺杂浓度、磁化强度、晶轴取向和结区长度处

于特定的参数组合时, CPR 表现为 φ 结. 进一步地, 研究者们开展了 AM 系统的约瑟夫森二极管效应的研究^[23], 发现在没有外加磁场和铁磁交换场的情况下, 高效率约瑟夫森二极管效应在广泛的参数范围内保持稳定^[24]. 但是我们发现, 在现有的理论研究中, 温度对 AM 约瑟夫森结中 CPR 影响的讨论还有所欠缺. Linder 等^[20]研究了约瑟夫森结临界电流随温度的变化, 发现当曲线呈非单调性时 CPR 发生了 $0-\pi$ 转变. 但对其他类型的转变, 如 $0-\varphi$ 转变等是否存在还未有报道. 进一步地, 在目前的 AM 系统中, φ 结的理论研究局限于低温条件下, 高温时是否存在 φ 结还未有证实. 为此, 我们通过构建约瑟夫森结, 系统地研究了温度对 AM 系统 CPR 的影响, 发现温度的改变不仅能诱导 $0-\pi$ 转变, 也能在 0 结、 π 结和 φ 结间两两发生转变. 我们还研究了临界电流随温度的变化, 发现在发生 $0-\pi$ 转变的温度附近曲线呈非单调变化. 随着温度的升高, φ 结向更稳定的 0 结、 π 结转变. 该工作提供了一种仅通过改变温度实现 CPR 在 0 结、 φ 结和 π 结间相互转化的方法, 这是 AM 约瑟夫森结的特异性实验信号, 我们的研究为后续的实验指引了方向.

2 模型与方法

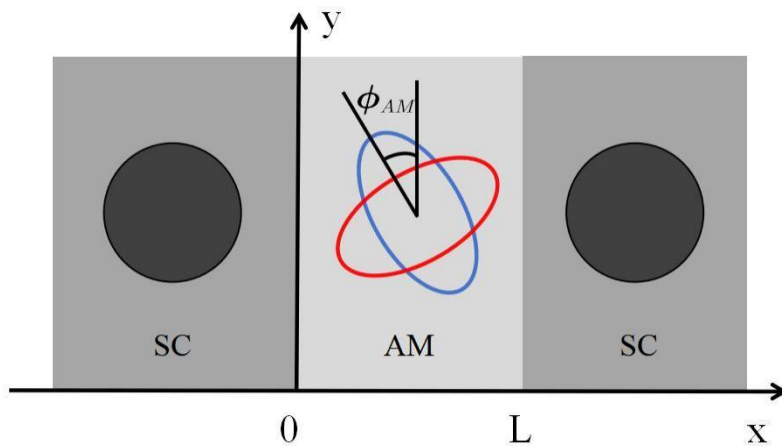


图1 SC/AM/SC约瑟夫森结示意图

Fig.1. Schematic of the SC/AM/SC Josephson junction.

构建如图1所示的二维SC/AM/SC约瑟夫森结, $x < 0$ 和 $x > L$ 是相位为 ϕ_L 和 ϕ_R

的半无限长 s 波自旋单态 SC，相位差表示为 $\varphi = \phi_R - \phi_L$ ， $0 < x < L$ 为 d 波 AM，该体系的哈密顿量为

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}^\dagger H_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}, \quad (1)$$

其中 $\Psi_{\mathbf{k}} = (c_{\mathbf{k},\uparrow}, c_{\mathbf{k},\downarrow}, c_{-\mathbf{k},\uparrow}^\dagger, c_{-\mathbf{k},\downarrow}^\dagger)^T$ ，二维波矢 $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ 。BdG 哈密顿量为

$$H_{\mathbf{k}} = \begin{pmatrix} H_0 & \Delta \\ -\Delta^* & -H_0^* \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$H_0 = \left(\frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} - \mu + U \right) \sigma_0 + M_{\mathbf{k}} \sigma_z, \quad (3)$$

σ_0 和 σ_z 为单位矩阵和自旋空间的泡利矩阵， μ 为化学势， m 为电子质量， $M_{\mathbf{k}}$ 与 d 波 AM 有关，写为

$$M_{\mathbf{k}} = \left[\alpha_1 k_x k_y + \frac{1}{2} \alpha_2 (k_x^2 - k_y^2) \right] \Theta(x) \Theta(L-x), \quad (4)$$

式(4)中 $\alpha_1 = \alpha \sin(2\phi_{AM})$ ， $\alpha_2 = \alpha \cos(2\phi_{AM})$ 。 α 为 AM 的磁化强度， ϕ_{AM} 为 AM 晶轴取向， $\phi_{AM} = \pi/4$ 时为 d_{xy} 波， $\phi_{AM} = 0$ 时为 $d_{x^2-y^2}$ 波。 U 为 $x=0$ 和 $x=L$ 处的界面势，可用 δ 函数势表示

$$U = U_0 \delta(x) + U_0 \delta(x-L), \quad (5)$$

U_0 为 SC 与 AM 界面处的固定势垒强度参数，将界面势无量纲化得到

$Z = mU_0 / (\hbar^2 k_F)$ ，波矢 $k_F = \sqrt{2m\mu} / \hbar$ 。同理，将结区长度无量纲化得到 $k_F L$ 。式

(2) 中对势 Δ 写为

$$\Delta(x) = \Delta(T) [e^{i\phi_L} \Theta(-x) + e^{i\phi_R} \Theta(x-L)], \quad (6)$$

Δ 与温度 T 有关，满足 $\Delta(T) = \Delta_0 \tanh(1.74 \sqrt{T_C/T - 1})$ ，零温时超导能隙

$\Delta_0 = 1.76 k_B T_C$ ， T_C 为临界温度， $T = 1/(k_B \beta)$ 。

当一个准粒子由左侧 SC 以角度 θ 入射， $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ ，波函数满足 BdG 方程 $H_{\mathbf{k}} \psi = E \psi$ ，写为 $\psi = (\psi_{e,\uparrow}, \psi_{e,\downarrow}, \psi_{h,\uparrow}, \psi_{h,\downarrow})^T$ ，其中 $\psi_{e,\uparrow}(\psi_{e,\downarrow})$ 和 $\psi_{h,\uparrow}(\psi_{h,\downarrow})$ 分别表示电子自旋向上(向下)和空穴自旋向上(向下)的概率幅，上述四分量 BdG 方程

可拆分为两个独立的二分方程，用以描述不同自旋的电子型与空穴型准粒子，相应的波函数表示为 $(\psi_{e,\uparrow}, \psi_{h,\downarrow})$ 和 $(\psi_{e,\downarrow}, \psi_{h,\uparrow})$ 。因此，当入射粒子为自旋向上的电子型准粒子时，各区域的波函数为

$$\psi_{SCe,\uparrow}(x) = \begin{cases} e^{ik_S^+ x} \begin{pmatrix} e^{i\phi_L/2} \\ \gamma e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + a_1 e^{ik_S^- x} \begin{pmatrix} \gamma e^{i\phi_L/2} \\ e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + b_1 e^{-ik_S^+ x} \begin{pmatrix} e^{i\phi_L/2} \\ \gamma e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} & x < 0 \\ c_1 e^{ik_S^+(x-L)} \begin{pmatrix} e^{i\phi_R/2} \\ \gamma e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + d_1 e^{-ik_S^-(x-L)} \begin{pmatrix} \gamma e^{i\phi_R/2} \\ e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} & x > L \end{cases}, \quad (7)$$

$$\psi_{AMe,\uparrow}(x) = m_{11} e^{ik_{e,\uparrow}^+ x} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + m_{12} e^{ik_{e,\uparrow}^- x} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + m_{13} e^{ik_{h,\downarrow}^+ x} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + m_{14} e^{ik_{h,\downarrow}^- x} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad 0 < x < L. \quad (8)$$

式(7)中 a_1 、 b_1 、 c_1 和 d_1 分别代表 Andreev 反射、正常反射、透射为电子型准粒子和透射为空穴型准粒子四个过程的概率幅， m_{1i} ($i=1,2,3,4$)为 AM 区域内电子(空穴)传播的概率幅。SC 区域的波矢为

$$k_S^\pm = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (\mu \pm i\Omega_n) - k_y^2}, \quad (9)$$

AM 区域的波矢为

$$k_{e,\uparrow}^\pm = -\frac{m\alpha_1 k_y}{\hbar^2 + m\alpha_2} \pm \frac{1}{\hbar + m\alpha_2/\hbar} \sqrt{2m(\mu + E)(1 + m\alpha_2/\hbar^2) - \hbar^2 k_y^2 + m^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)k_y^2/\hbar^2}, \quad (10)$$

$$k_{h,\downarrow}^\pm = \frac{m\alpha_1 k_y}{\hbar^2 - m\alpha_2} \pm \frac{1}{\hbar - m\alpha_2/\hbar} \sqrt{2m(\mu - E)(1 - m\alpha_2/\hbar^2) - \hbar^2 k_y^2 + m^2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)k_y^2/\hbar^2}. \quad (11)$$

当结的宽度远大于结区长度 L 时，其在 y 方向具有平移对称性， k_y 为好量子数， $k_y = k_F \sin \theta$ 。式(7)中系数 $\gamma = \Delta / (E + \sqrt{E^2 - \Delta^2})$ ，对能量 E 做解析延拓得 $E \rightarrow i\omega_n$ ，松原频率 $\omega_n = \pi k_B T (2n+1)$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)，式(9)中 $\Omega_n = \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}$ 。由边界条件

$$\psi_{SCe,\uparrow}\big|_{x=0^-} = \psi_{AMe,\uparrow}\big|_{x=0^+}, \quad (12)$$

$$\psi_{AMe,\uparrow}\big|_{x=L^-} = \psi_{SCe,\uparrow}\big|_{x=L^+}, \quad (13)$$

$$\left(1 + \sigma \frac{m\alpha_2}{\hbar^2}\right) \partial_x \psi_{AMe,\uparrow}\big|_{x=0^+} - \partial_x \psi_{SCe,\uparrow}\big|_{x=0^-} = \left(-\sigma \frac{im\alpha_1 k_y}{\hbar^2} + \frac{2mU_0}{\hbar^2}\right) \psi_{AMe,\uparrow}\big|_{x=0}, \quad (14)$$

$$\partial_x \psi_{SCe,\uparrow}\big|_{x=L^+} - \left(1 + \sigma \frac{m\alpha_2}{\hbar^2}\right) \partial_x \psi_{AMe,\uparrow}\big|_{x=L^-} = \left(\sigma \frac{im\alpha_1 k_y}{\hbar^2} + \frac{2mU_0}{\hbar^2}\right) \psi_{AMe,\uparrow}\big|_{x=L}, \quad (15)$$

得出式(7)中系数 a_1 ，同理得出入射粒子为自旋向下的空穴型准粒子时 Andreev 反射系数 a_2 。式(14)和式(15)中 $\sigma = +1(-1)$ 对应波函数中电子自旋向上(空穴自旋向下)的分量。由 Furusaki-Tsukada 公式^[25]

$$I(\theta) = \frac{e\Delta}{2\hbar} \frac{1}{\beta} \cos\theta \sum_{\omega_n} \frac{1}{\Omega_n} (k_s^+ + k_s^-) \left(\frac{a_1}{k_s^+} - \frac{a_2}{k_s^-} \right), \quad (16)$$

得到入射角度 θ 下沿 x 方向的直流约瑟夫森电流。在 y 方向上, SC/AM/SC 可视为由无数个沿 x 方向的电流通道组成, 通过对 θ 积分可得 SC/AM/SC 中的约瑟夫森结电流, 由此得到的 CPR 中的最大电流 I_C , 即临界电流。为了方便讨论, 下文中的临界电流 I_C 为 $\varphi \in (0, \pi)$ 内最大电流的绝对值, 经过归一化处理后为 $2eR_N I_C / (\pi\Delta_0)$, 其中 R_N 为与 SC/AM/SC 参数相同时金属/交错磁体/金属(N/AM/N)的电阻。

当约瑟夫森结的 CPR 满足时间反演对称性 $I(-\varphi) = -I(\varphi)$ 时, 可傅里叶展开为 $I(\varphi) = \sum_{n \geq 1} I_n \sin(n\varphi)$, n 值越大, I_n 越小, 系数比 $|I_n|/|I|$ 越小。选取电流傅里叶展开前十项, $|I|$ 为电流展开前十项系数绝对值之和, 下方讨论部分主要观察前 3 阶电流展开式的系数比 $|I_n|/|I|$ ($n=1, 2, 3$) 随 T 的变化曲线。同时, 根据自由能最低点所对应的相位 φ_F 可得出 CPR 类型: $\varphi_F = 0$ 时, CPR 为 0 结; $\varphi_F = \pi$ 时, CPR 为 π 结; φ_F 取其他值时, CPR 为 φ 结。

3 结果与讨论

以下讨论均基于 AM 晶轴取向 $\phi_{AM} = \pi/4$, 零温时超导能隙 $\Delta_0 = 0.01$ 的情

况. 低温和高温, 即 $T = 0.025T_C$ 和 $T = 0.8T_C$ 时的 CPR 如图 2 所示. 在图 2(a)、图 2(b)和图 2(c)中低温下 CPR 均为 0 结, 在不同的参数组合下随着温度的增加, CPR 可以保持不变, 转变为 φ 结或 π 结. 图 2(d)、图 2(e)和图 2(f)中低温下 CPR 均为 φ 结, 随着温度的增加, CPR 可以变为 0 结, 保持不变或转变为 π 结. 图 2(g)、图 2(h)和图 2(i)中低温下 CPR 均为 π 结, 随着温度的增加, CPR 可以转变为 0 结或 φ 结, 也可保持不变. 所以在温度变化时, 在特定参数组合下 CPR 可以在 0 结、 φ 结和 π 结二者间发生转换.

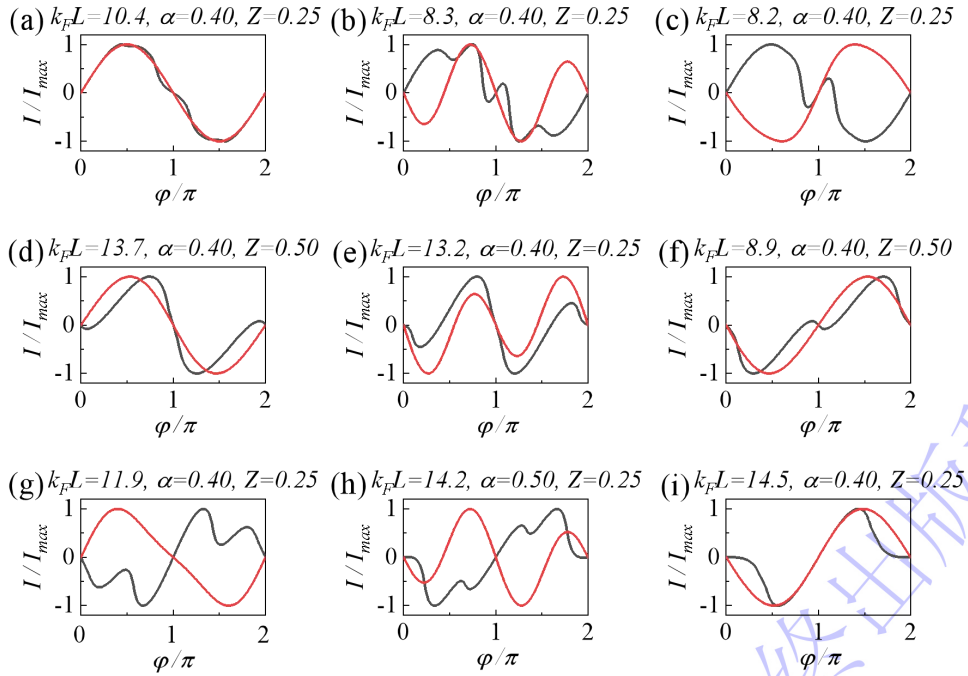


图 2 不同温度下 SC/AM/SC 结的电流-相位关系. 图中黑线 $T = 0.025T_C$, 红线 $T = 0.8T_C$.

Fig.2. The current-phase relation in SC/AM/SC junction at different temperatures. Black curves represent $T = 0.025T_C$ and red curves represent $T = 0.8T_C$.

图 3、图 4 和图 5 分别展示了图 2(a)–(c)、图 2(d)–(f)和图 2(g)–(h)的参数组合下, 温度 T 对临界电流 I_C 的影响. 该影响主要可以分为三种情况: (1) I_C 随 T 的变化曲线没有出现转折点且 CPR 中没有出现 φ 结; (2) I_C 随 T 的变化曲线出现转折点且 CPR 中没有出现 φ 结; (3) I_C 随 T 变化时 CPR 出现 φ 结. 情况(1)对应图 3(a)

和图 5(c), 随着 T 的增加 I_C 平缓下降, 约瑟夫森结的 CPR 不变, 此时 1 阶电流系数比 $|I_1|/|I|$, 即黑色曲线没有出现转折点, 如图 3(d)和图 5(f)所示. 情况(2)对应图 3(c)和图 5(a), I_C 随 T 的变化曲线的转折点与图 3(f)和图 5(d)中黑线的谷最低点所对应的 T 接近, 在该 T 附近 CPR 发生 $0-\pi$ 转变. 情况(3)对应图 3(b)、图 4 与图 5(b), 此时 I_C 随 T 的曲线是否出现转折点与 CPR 的转变或 $|I_1|/|I|$ 随 T 的变化曲线是否为谷没有明确关系, 即在有 φ 结存在时, 通过临界电流 I_C 是否出现转

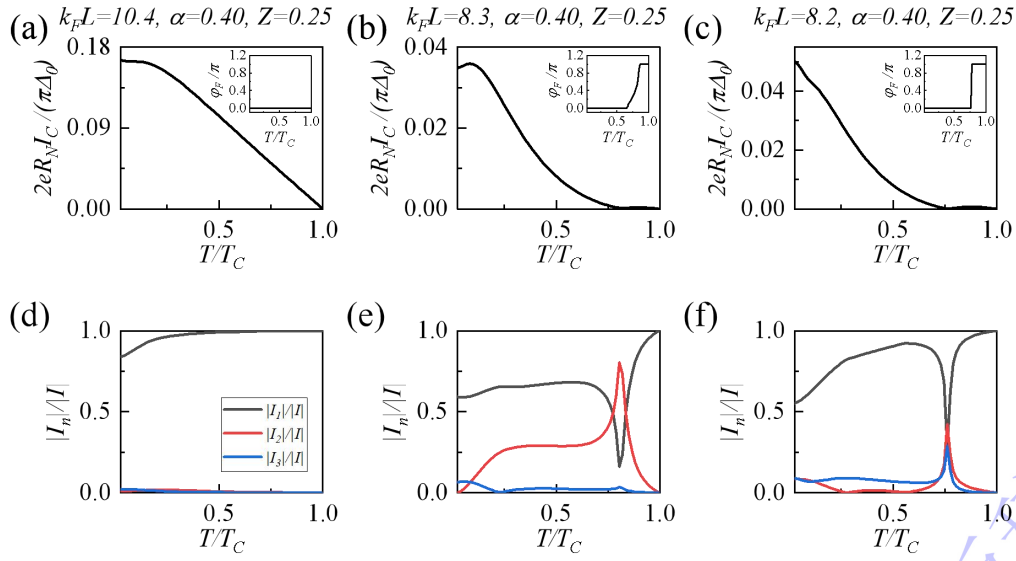


图3 $T = 0.025T_C$, CPR为0结时温度 T 对临界电流 I_C 的影响. (a)–(c) I_C 随 T 的变化曲线,

插图为自由能最低点的相位 φ_F 随 T 的变化曲线; (d)–(f)前三阶电流展开式的系数比

$|I_n|/|I|$ ($n=1, 2, 3$) 随 T 的变化曲线, 黑线: $|I_1|/|I|$, 红线: $|I_2|/|I|$, 蓝线: $|I_3|/|I|$

Fig.3. The effect of temperature T on the critical current I_C for a 0-junction at $T = 0.025T_C$.

(a)-(c) The curves of I_C as a function of T , with insets showing the phase of the free energy minimum φ_F as a function of T ; (d)-(f) The ratio of coefficients for the first three orders of the current expansion $|I_n|/|I|$ ($n=1, 2, 3$) as a function of T . Black curves represent $|I_1|/|I|$, red curves represent $|I_2|/|I|$ and blue curves represent $|I_3|/|I|$.

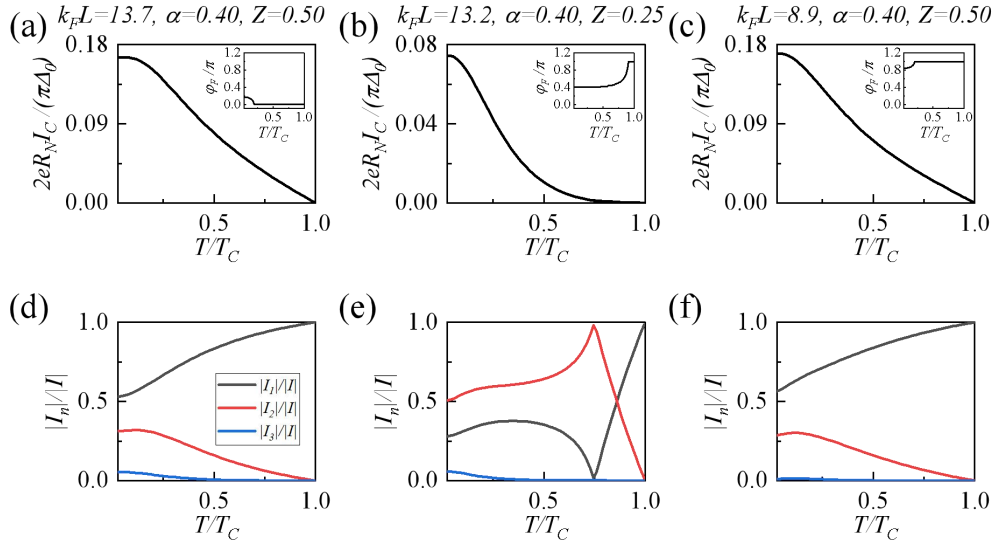


图4 $T = 0.025T_C$, CPR为 φ 结时温度 T 对临界电流 I_C 的影响. (a)–(c) I_C 随 T 的变化曲线, 插图为自由能最低点的相位 φ_F 随 T 的变化曲线. (d)–(f)前三阶电流展开式的系数比 $|I_n|/|I|$ ($n=1,2,3$)随 T 的变化曲线, 黑线: $|I_1|/|I|$, 红线: $|I_2|/|I|$, 蓝线: $|I_3|/|I|$

Fig.4. The effect of temperature T on the critical current I_C for a φ -junction at $T = 0.025T_C$. (a)-(c) The curves of I_C as a function of T , with insets showing the phase of the free energy minimum φ_F as a function of T ; (d)-(f) The ratio of coefficients for the first three orders of the current expansion $|I_n|/|I|$ ($n=1,2,3$) as a function of T . Black curves represent $|I_1|/|I|$, red curves represent $|I_2|/|I|$ and blue curves represent $|I_3|/|I|$.

折点判断 CPR 是否发生转变的方法不再适用, 如图 4(e)所示. 图 3、图 4 与图 5 中 I_C 随 T 的曲线均呈下降趋势. 由图 3(b)、图 4(b)和图 5(b), 在 $T > 0.8T_C$ 时随着 T 的继续升高, φ 结转变为 0 结或 π 结, 因此在选定的参数组合下 φ 结并不稳定. 通过改变 T , CPR 可由 0 结变为 φ 结再变为 π 结. 温度对 CPR 的影响源自于两种机制. 一是温度对配对势的影响, 随温度的上升, 能隙内 Andreev 束缚态斜率的绝对值减小, 在达到临界温度时斜率趋近于零. 这极大地影响了各电流通道内的电流大小及通道间的电流对约瑟夫森电流的贡献比例. 二是温度影响 Andreev 束缚

态上的粒子数占据，甚至产生特定电流通道内的 $0-\pi$ 转变，因此温度会对约瑟夫森电流与超导相位的关系产生影响。

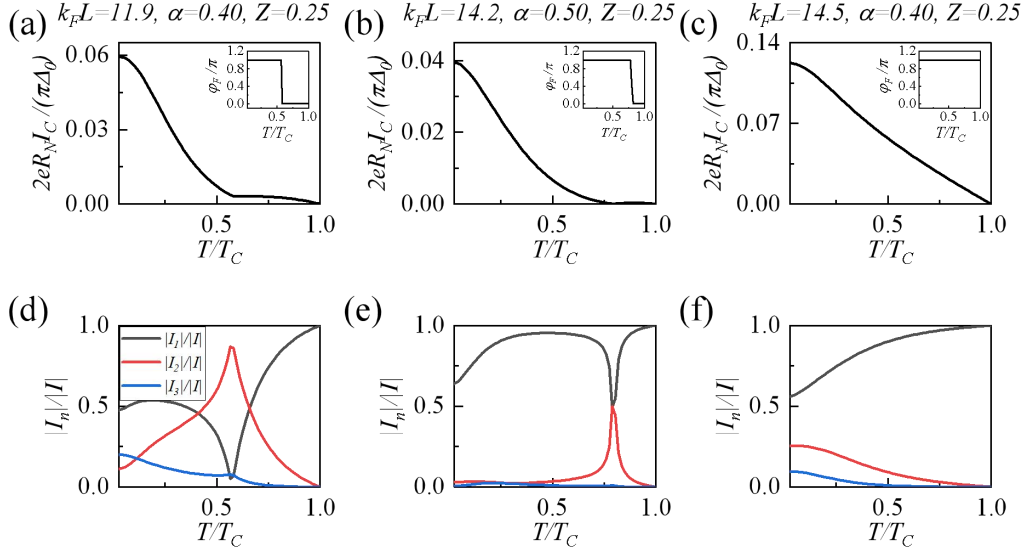


图5 $T = 0.025T_C$ ，CPR为 π 结时温度 T 对临界电流 I_C 的影响. (a)-(c) I_C 随 T 的变化曲线，

插图为自由能最低点的相位 ϕ_F 随 T 的变化曲线. (d)-(f)前三阶电流展开式的系数比

$|I_n|/|I|$ ($n=1,2,3$)随 T 的变化曲线，黑线： $|I_1|/|I|$ ，红线： $|I_2|/|I|$ ，蓝线： $|I_3|/|I|$

Fig.5. The effect of temperature T on the critical current I_C for a π -junction at

$T = 0.025T_C$. (a)-(c) The curves of I_C as a function of T , with insets showing the phase of the

free energy minimum ϕ_F as a function of T . (d)-(f) The ratio of coefficients for the first three

orders of the current expansion $|I_n|/|I|$ ($n=1,2,3$) as a function of T . Black curves represent

$|I_1|/|I|$, red curves represent $|I_2|/|I|$ and blue curves represent $|I_3|/|I|$.

4 结 论

本文在已有研究的基础上，运用Furusaki-Tsukada公式，研究了温度对超导体/交错磁体/超导体中约瑟夫森电流的影响。研究表明在特定的结区长度、交错磁体磁化强度、界面势的参数组合下，电流-相位关系表现为 ϕ 结，且随着温度的增加，电流-相位关系可在0结、 ϕ 结和 π 结任意两者间发生转换。此外，调节温度

可实现电流-相位关系发生由0结到 φ 结再到 π 结的转变. 本研究为后续可能会展开的实验研究提供了理论支持. 目前实验上已有报道的金属性 d 波交错磁体, 如 $\text{KV}_2\text{Se}_2\text{O}^{[13]}$, 及 $\text{RuO}_2^{[26-28]}$ 等可作为候选材料, 超导电极可选择常规超导电极, 如Nb、Al等, 通过镀膜的工艺可将电极的指向沿着交错磁体的特定晶轴取向, 实现超导体/ d_{xy} 交错磁体/超导体异质结的制备, 用其验证本研究中温度诱导的反常电流-相位关系. 本研究为温度调控的量子器件的设计与开发提供了一种可行方案.

参考文献

- [1] Šmejkal L, Sinova J, Jungwirth T 2022 *Phys. Rev. X* **12** 031042
- [2] Šmejkal L, Sinova J, Jungwirth T 2022 *Phys. Rev. X* **12** 040501
- [3] Mazin I, The PRX Editors 2022 *Phys. Rev. X* **12** 040002
- [4] Guo Y Q, Liu H, Jason O, Fulga I C, Brink J V, Facio J I 2023 *Mater. Today Phys.* **32** 100991
- [5] Gao Z F, Qu S, Zeng B, Liu Y, Wen J R, Sun H., Guo P J, Lu Z Y 2025 *Natl. Sci. Rev.* **12** nwaf066
- [6] Bai L, Feng W, Liu S, Šmejkal L, Mokrousov Y, Yao Y 2024 *Adv. Funct. Mater.* **34** 2409327
- [7] Reimers S, Odenbreit L, Šmejkal L, Strocov V N, Constantinou P, Hellenes A B, Jaeschke Ubiergo R, Campos W H, Bharadwaj V K, Chakraborty A, Denneulin T, Shi W, Dunin-Borkowski R E, Das S, Kläui M, Sinova J, Jourdan M 2024 *Nat. Commun.* **15** 2116
- [8] Ding J, Jiang Z, Chen X, Tao Z, Liu Z, Li T, Liu J, Sun J, Cheng J, Liu J, Yang Y, Zhang R, Deng L, Jing W, Huang Y, Shi Y, Ye M, Qiao S, Wang Y, Guo Y, Feng D, Shen D 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 206401
- [9] Krempaský J, Šmejkal L, D'Souza S W, Hajlaoui M, Springholz G, Uhlirova K, Alarab F, Constantinou P C, Strocov V, Usanov D, Pudielko W R,

- Gonzalez-Hernandez R, Birk Hellenes A, Jansa Z, Reichlova H, Soban Z, Gonzalez Betancourt R D, Wadley P, Sinova J, Kriegner D, Minar J, Dil J H, Jungwirth T 2024 *Nature* **626** 517
- [10] Lee S, Lee S, Jung S, Jung J, Kim D, Lee Y, Seok B, Kim J, Park B G, Šmejkal L, Kang C-J, Kim C 2024 *Phys. Rev. Lett.* **132** 036702
- [11] Osumi T, Souma S, Aoyama T, Yamauchi K, Honma A, Nakayama K, Takahashi T, Ohgushi K, Sato T 2024 *Phys. Rev. B* **109** 115102
- [12] Liu Z, Ozeki M, Asai S, Itoh S, Masuda T 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 156702
- [13] Jiang B, Hu M, Bai J, Song Z, Mu C, Qu G, Li W, Zhu W, Pi H, Wei Z, Sun Y-J, Huang Y, Zheng X, Peng Y, He L, Li S, Luo J, Li Z, Chen G, Li H, Weng H, Qian T 2025 *Nat. Phys.* **21** 754
- [14] Fukaya Y, Lu B, Yada K, Tanaka Y, Cayao J 2025 *J. Phys.: Condens. Matter* **37** 313003
- [15] Sun C, Brataas A, Linder J 2023 *Phys. Rev. B* **108** 054511
- [16] Papaj M 2023 *Phys. Rev. B* **108** L060508
- [17] Beenakker C W J, Vakhtel T 2023 *Phys. Rev. B* **108** 075425
- [18] Cheng Q, Sun Q F 2024 *Phys. Rev. B* **109** 024517
- [19] Zhang S, Hu L, Neupert T 2024 *Nat. Commun.* **15** 1801
- [20] Ouassou J A, Brataas A, Linder J 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 076003
- [21] Lu B, Maeda K, Ito H, Yada K, Tanaka Y 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 226002
- [22] Sun H, Zhang S, Li C, Trauzettel B 2025 *Phys. Rev. B* **111** 165406
- [23] Jiang Y, Liu H L, Wang J 2025 *Chin. Phys. B* **34** 107803
- [24] Cheng Q, Mao Y, Sun Q 2024 *Phys. Rev. B* **110** 014518
- [25] Furusaki A, Tsukada M. 1991 *Solid State Commun.* **78** 299
- [26] Jeong S G, Choi I H, Nair S, Buiarelli L, Pourbahari B, Oh J Y, Bassim N D, Hirai D, Seo A, Choi W S, Fernandes R M, Birol T, Zhao L, Lee J S, Jalan B 2026

- [27] Fedchenko O, Minar J, Akashdeep A, D'Souza S W, Vasilyev D, Tkach O, Odenbreit L, Nguyen Q L, Kutnyakhov D, Wind N, Wenthaus L, Scholz M, Rossnagel K, Hoesch M, Aeschlimann M, Stadtmueller B, Klauwi M, Schoenhense G, Jakob G, Jungwirth T, Šmejkal L, Sinova J, Elmers H J 2024 *Sci. Adv* **10** eadj4883
- [28] Feng Z, Zhou X, Šmejkal L, Wu L, Zhu Z, Guo H, Gonzalez-Hernandez R, Wang X, Yan H, Qin P, Zhang X, Wu H, Chen H, Meng Z, Liu L, Xia Z, Sinova J, Jungwirth T, Liu Z 2022 *Nat. Electronics* **5** 735

The influence of temperature on the current-phase relation in Josephson junction with altermagnets*

Zhao Lang-huan^{1)†} Lu Bo¹⁾

1) (Department of Physics, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

Abstract

As a novel class of magnetic materials, altermagnets (AMs) exhibit properties such as zero stray field and strong spin-split bands. These properties give AMs advantages over ferromagnets and antiferromagnets in forming heterostructures with superconductors. In Josephson junctions composed of AMs, the current-phase relations (CPRs) display a 0- π transition by tuning parameters such as the barrier potential and the length of AMs. The altermagnetic Josephson junctions have broad application prospects in fields such as quantum device research and quantum computing. In this study we investigate the temperature dependence of CPRs in a two-dimensional superconductor/altermagnet/superconductor Josephson junction, where we choose the d_{xy} symmetry in the AM. Based on the Bogoliubov-de Gennes (BdG) equation and the Furusaki-Tsukada formula, we calculate the CPRs in a large scope of temperature region. We find that in addition to 0- π transitions, the junction can also develop other types of transitions including π -0, 0- φ , φ -0, φ - π ones by varying the temperature from 0 to superconducting

transition temperature. As the type of CPRs changes, we find that a turning point can appear, leading to either non-monotonic behavior or an abrupt change in the second derivative of the temperature dependence of critical current. We regard that this temperature dependence of the CPRs originates from two key mechanisms: decaying pairing potential and the growing occupation of high-energy Andreev bound states with increasing temperature, where both the current magnitude in individual transport channels and the relative weight of different channels change simultaneously. This study provides a method of tuning the properties of altermagnetic Josephson junctions via temperature, offering potential support for experimental exploration of such junctions and the development of future superconducting spintronic devices.

Keywords: altermagnet, Josephson effect, current-phase relation

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (project 12474049), and

Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics (2025BNLCMPKF011).

† Corresponding author. E-mail: langhuan_zhao6699@tju.edu.cn