

谱相位调控超冷原子类 AB 笼效应 *

简欣霞, 郑知键, 郭晋康, 周航, 洪倩倩, 束传存 †

(中南大学物理学院, 湖南省超微结构与超快过程重点实验室, 长沙 410083)

在合成维度中构建可调谐的规范场, 为精确操控多能级量子系统的相干演化及开展量子模拟提供了一条重要途径. 本文基于量子相干控制理论, 系统研究了在宽带宽激光脉冲全局驱动下, 超冷 ^{87}Rb 原子超精细能级构成的四格点闭合环路中, 谱相位对有效合成磁通的调控机制及其对量子态布居转移的影响. 数值求解含时薛定谔方程的结果表明, 谱相位调制可有效控制合成磁通, 实现系统在相消干涉主导的布居抑制与相干布居转移之间的切换. 进一步分析发现, 在无外部调制时, 由闭合环路中电偶极跃迁矩阵元乘积的相对符号所决定的内禀等效 π 磁通天然存在, 使不同双光子拉曼跃迁路径之间发生相消干涉, 从而使该四能级闭合环路构成描述类 Aharonov-Bohm (AB) 笼相消干涉机制的最小模型, 并将量子布居限制于特定的能级子空间内. 此外, 该相消干涉导致的布居限制现象对脉冲带宽和单光子失谐表现出一定的鲁棒性. 本研究通过谱相位整形宽带宽脉冲场, 为合成维度中规范场的调控及多能级量子系统的相干操控提供了一种理论途径.

关键词: 超冷原子, Aharonov-Bohm 笼, 合成维度, 谱相位调控

PACS: 67.85.-d, 32.80.Qk, 03.67.Ac

1 引言

利用高度可调控的量子系统开展量子模拟, 为探究复杂多体物理及相关的非平衡动力学演化提供了重要途径 [1-5]. 在这一领域, 利用合成规范场调控粒子的量子输运与相干性, 是探索拓扑物理、非平衡动力学及多体相互作用等前沿问题的有效工具 [6-10]. 自 1959 年 Aharonov 与 Bohm 揭示电磁矢势对量子波函数相位的影响以来 [11], 规范场主导的量子干涉效应被广泛研究. 1998 年 Vidal 等人指出, 在诸如菱形链或

* 国家自然科学基金面上项目 (批准号: 12274470) 资助课题.

† 通信作者. E-mail: cc.shu@csu.edu.cn

τ_3 等特定的晶格构型中, 当穿过晶格基本单元的有效磁通量为半个磁通量子时, 粒子沿不同路径跃迁的概率幅将发生相消干涉^[12]. 这种由几何阻挫和规范场共同诱导的物理机制被称为 Aharonov-Bohm (AB) 笼效应. 在周期性扩展晶格中, 该效应会导致能带结构的平坦化, 使得粒子的波包演化被限制在有限的少数几个格点范围内, 形成紧致局域态^[13-15]. 这种由能带平坦性与相位相消主导的局域化机制, 在物理本源上与无序诱导的安德森局域化^[16,17] 或线性场驱动的瓦尼尔-斯塔克局域化^[18] 存在本质差异, 为探索相互作用体系中的输运阻断、局域化稳定性及多体动力学提供了重要模型^[19,20]. 因此, 探究该机制主导的局域化与相干动力学, 以及其在有限合成环路中的干涉类比, 对于理解凝聚态物理中的奇异局域化现象以及发展量子模拟技术均具有重要的基础科学意义.

然而, 基于实空间的量子模拟通常受限于实际的空间维度和晶格构型的几何复杂性. 近年来, 合成维度概念的引入, 为模拟高维物理及复杂规范场动力学提供了新的范式^[21-24]. 其核心思想在于利用系统内部的离散自由度作为虚拟的晶格格点, 从而在较低的物理维度上构建高维的有效哈密顿量, 这种合成空间为人工规范场的引入提供了独特的物理实现方式. 基于 Peierls 代换原理, 磁场对带电粒子的物理效应可等效为格点间跃迁振幅附加的路径相关复数相位因子^[23,25]. 因此, 通过可校准地调控诱导态间跃迁的驱动场相位, 可以按需构建合成规范场, 从而使得在中性粒子系统中模拟带电粒子在有效磁通下的动力学行为成为可能. 这为在可控量子体系中研究 AB 笼干涉机制提供了新的方向. 目前, 这一方案已被研究并拓展至包括光子系统、超导量子线路等多个实验平台^[26-30]. 其中, 超冷原子系统凭借其较高的参数可调谐性与丰富的能级结构, 成为构建合成维度的重要物理平台之一^[13,14,31-34]. 在该体系中, 通过外部的射频、微波或拉曼光场, 可以将原子离散的自由度相干耦合起来构建合成空间, 例如原子的长寿命内部能级^[13,31,33,35,36]、离散的动量态^[33,37-40] 以及里德堡激发态等^[14,41-43].

尽管超冷原子合成维度平台具备较高的调控自由度, 现有人工规范场的实现通常仍依赖频率、相位和强度可控的外部驱动场, 例如射频、微波以及光学 Raman 或 Bragg 耦合, 以设定特定跃迁通道的有效耦合强度和相对相位^[6,7,13,22,41]. 相关控制方案包括 Floquet 周期驱动等有效哈密顿量工程, 以及连续耦合、绝热态转移等相干操控方法^[44-46]. 这些方法通常具有较强的通道选择性, 但在涉及多频驱动、闭合环路或多路径干涉的操控中, 系统动力学往往依赖不同耦合项之间的相对相位, 因此需要在不同频率分量、调制波形或脉冲序列之间维持稳定且可校准的相位关系. 随着系统规模扩展和连通复杂度增加, 实验系统复杂度及相位稳定性的技术要求也会相应提高. 作为一种互补策略, 基于多能级相干操控的宽带宽激光脉冲控制技术受到广泛关注^[47-52]. 当脉冲的频谱带宽覆盖目标原子能级流形的相关能量劈裂, 并满足跃迁选

择定则和有效偶极耦合条件时，该脉冲场可同步且相干地驱动多条跃迁通道。与射频、微波或拉曼多场驱动方案相比，以谱相位整形宽带脉冲作为基本驱动单元的方案，其潜在优势在于作用时间较短，且不同跃迁通道的相位信息可由同一光场的谱相位统一编码，从而在一定程度上降低多束独立驱动场之间相对相位锁定和相对相位漂移补偿的复杂性。通过引入脉冲整形调控技术^[53-55]，谱相位调控结合原子固有的跃迁选择定则与偶极矩信息^[56-58]，在单一宽带光场中编码多通道相位信息；相应的有效耦合幅度则由谱强度、跃迁偶极矩和失谐共同决定。将谱相位调控与碱金属原子的超精细能级相结合，为利用相对简洁的宽带宽整形光场架构实现规范场模拟及复杂合成空间的构筑提供了一种可检验的理论途径。

基于此，本文提出一种利用宽带宽脉冲在超冷原子合成维度中构建可调谐有效合成规范场并研究类 AB 笼干涉导致布居限制的理论方案。以 ^{87}Rb 原子的 D_1 线为物理载体，选取四个超精细能级构建探究 Aharonov-Bohm (AB) 笼干涉机制的最小物理模型——四格点菱形环路。通过建立基于谱相位整形的通用调控框架，展示如何通过施加特定的谱相位调制来调控闭合环路的合成磁通；并且探讨在无外部相位调制时，由原子内禀电偶极跃迁矩阵元的符号分布诱导产生等效 π 磁通的物理机制。通过理论分析与数值模拟，考察在此特定条件下，该合成菱形环路中如何显现出由多路径相消干涉主导的类 AB 笼干涉行为，并表现为目标态布居受抑制以及有限能级子空间内的有效布居限制。此外，本文进一步研究脉冲带宽和单光子失谐对该布居限制现象的影响，以初步评估该机制在实际物理参数范围内的稳定性。区别于已有冷原子合成维度中依赖多频多场耦合构造扩展合成晶格的 AB 笼研究，本工作主要关注四个方面：第一，本文研究的是原子内部态构成的最小四能级闭合环路，旨在考察 AB 笼干涉机制的最小模型；第二，利用同一束谱相位整形宽带宽脉冲场实现多跃迁通道的全局同步耦合，并可根据研究目的采用单次脉冲或重复脉冲序列形式，从而有助于在一定程度上降低对多束独立相干场相位锁定的需求；第三，利用闭合环路上偶极矩阵元乘积的符号给出无需外加谱相位时的等效 π 环路相位；第四，通过谱相位整形提供可调合成磁通的控制自由度。本研究结合宽带宽脉冲场与谱相位调控技术，为在原子内部自由度中合成规范场构建了理论架构，并为多能级量子系统的相干操控提供有益参考。

2 理论方法

本文以可由磁光阱冷却制备的超冷 ^{87}Rb 原子作为研究体系^[34,49,59-61]。原子的内部量子态可由标准基矢 $|n, L, S, J, I, F, m_F\rangle$ 描述，其中 n, L, S 分别为主量子数、轨道角动量与电子自旋量子数；电子总角动量为 $J = L + S$ ；核自旋量子数为 I ；原子总角动量为 $F = J + I$ ； m_F 为 F 在特定量子化轴上的空

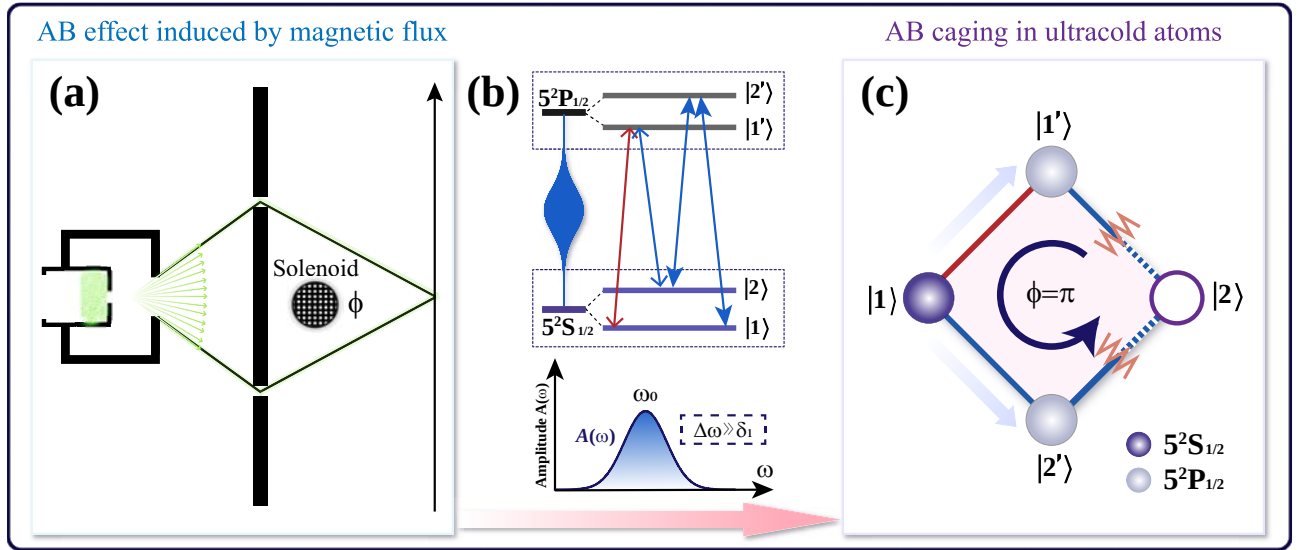


图 1 超冷 ^{87}Rb 原子四能级菱形环路及 AB 笼干涉机制的最小模型. (a) 双缝干涉实验中的 AB 效应示意图: 零磁场区的磁矢势诱导电子干涉产生相位偏移. (b) ^{87}Rb 原子 D_1 线的超精细能级结构. (c) 用于研究类 AB 笼干涉的四能级菱形闭合环路示意图.

Fig. 1. Minimal four-level rhombic-loop model for AB-cage analogue interference in ^{87}Rb atoms. (a) AB effect in double-slit interference: phase shift induced by magnetic vector potential in field-free regions. (b) Hyperfine structure of the ^{87}Rb D_1 line. (c) Schematic of the four-level rhombic loop used to study AB-cage analogue interference.

间投影磁量子数. 受核自旋与电子总角动量的耦合作用影响, 原子的 $5^2S_{1/2}$ 基态与 $5^2P_{1/2}$ 激发态产生分裂, 基态分裂为能级间隔 $\delta_1 = 6.8347 \text{ GHz}$ 的 $F = 1$ 和 2 两个超精细能级, 激发态则分裂为能级间隔 $\delta_2 = 0.81656 \text{ GHz}$ 的 $F' = 1$ 和 2 两个超精细能级.

在该体系的相干控制阶段, 初始时刻利用光泵浦技术将原子制备于特定的塞曼子能级 $|5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 1\rangle$. 此时, 考虑施加一束线偏振的宽带宽脉冲激光场 $\mathcal{E}(t)$ 驱动原子的 D_1 线跃迁, 并设定其偏振方向平行于量子化轴. 在此偏振配置下, 原子与光场的相互作用遵循电偶极跃迁选择定则 $\Delta m_F = 0$. 基于该选择定则, 系统的相干动力学演化可近似限制在一个有效菱形四能级子空间内. 相关的冷 ^{87}Rb 四能级菱形构型相干控制、冷原子合成维度与合成规范场实验, 为此类有限维有效子空间的选择性操控提供了相关实验基础^[13,33,52]. 为简化后续理论推导, 将这四个能级分别标记为 $|1\rangle = |5^2S_{1/2}, F = 1, m_F = 1\rangle$, $|2\rangle = |5^2S_{1/2}, F = 2, m_F = 1\rangle$, 与激发态 $|1'\rangle = |5^2P_{1/2}, F' = 1, m_F = 1\rangle$, $|2'\rangle = |5^2P_{1/2}, F' = 2, m_F = 1\rangle$, 其对应的本征能量分别为 $E_1, E_2, E_{1'}$ 和 $E_{2'}$.

在合成维度理论框架下, 该封闭的四能级系统可等效映射为包含四个格点且连通的菱形环路构型. 在

电偶极近似下，系统在控制场 $\mathcal{E}(t)$ 驱动下的含时哈密顿量可表示为 $\hat{H}(t) = \hat{H}_0 - \hat{\mu}\mathcal{E}(t)$. 其中，自由哈密顿量定义为 $\hat{H}_0 = \sum_{F=1,2} E_F |F\rangle\langle F| + \sum_{F'=1',2'} E_{F'} |F'\rangle\langle F'|$ ，原子与外场的相互作用由电偶极算符 $\hat{\mu}$ 的矩阵元 $\mu_{FF'} = \langle F|\hat{\mu}|F'\rangle$ 描述. 系统从初始时刻 t_0 到时刻 t 的动力学演化由时间演化算符 $\hat{U}(t, t_0)$ 决定，该算符满足如下含时薛定谔方程：

$$i \frac{d}{dt} \hat{U}(t, t_0) = \hat{H}(t) \hat{U}(t, t_0), \quad (1)$$

且初始条件为 $\hat{U}(t_0, t_0) = \mathbb{I}$ ，其中 $\mathbb{I}$ 为单位算符. 除特别说明外，本文采用原子单位制，即令 $\hbar = e = m_e = 4\pi\epsilon_0 = 1$.

由于基态 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 间的电偶极跃迁禁戒，初态 $|1\rangle$ 向目标态 $|2\rangle$ 的相干布居演化需经由以激发态 $|1'\rangle$ 和 $|2'\rangle$ 为中间能级的两条双光子拉曼路径实现. 根据角动量耦合理论，该闭合环路中各能级间的电偶极跃迁矩阵元之间满足关系 $\mu_{12'} = -\sqrt{3}\mu_{11'} = \sqrt{1/4}\mu_J$ 以及 $\mu_{21'} = \sqrt{3}\mu_{22'} = \sqrt{1/4}\mu_J$ ，其中 $\mu_J = 2.9931$ a.u. 表示基电子态 $5^2S_{1/2}$ 至激发电子态 $5^2P_{1/2}$ 跃迁的约化电偶极矩阵元^[62]. 这一跃迁偶极矩阵元内禀的相对符号差异，使得沿两条不同路径发生的双光子拉曼跃迁概率幅具备特定的相位差. 在合成维度理论框架下，这种内部能级结构的相位属性可等效映射为合成规范场中的 π 磁通. 这一机制为在该最小环路单元中研究类 AB 笼多路径相消干涉及有限能级子空间内的布居限制提供了物理机制基础.

2.1 谱相位合成磁通调控方案

接下来，将具体探讨如何利用宽带宽脉冲的谱相位整形技术作用于四能级闭合回路，从而实现对系统中有效磁通的相干调控. 如图 1 (c) 所示，在该控制架构下，原子的四个离散能级被映射为合成维度中的格点，构成一个闭合的菱形环路. 单束宽带宽脉冲光场在频域上同时覆盖并相干耦合了该结构中涉及的所有电偶极跃迁路径. 通过调制驱动脉冲的谱相位分布，外加光场的相位信息得以相干地作用到对应的跃迁通道，从而实现对整个闭合回路中有效规范通量的按需调控.

为了构建满足调控条件的控制场，考虑驱动脉冲在频域内具有高斯型振幅分布 $\mathcal{A}(\omega) = \frac{\mathcal{A}_0}{\mu_{11'}} \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\Delta\omega^2}\right]$. 其中， ω_0 为脉冲的中心频率， $\Delta\omega$ 为脉冲的频谱带宽，参量 $\mathcal{A}_0$ 表征无外部谱相位调制时 $|1\rangle \leftrightarrow |1'\rangle$ 通道的参考有效脉冲面积^[34,63-65]. 同时，在脉冲频谱中引入高斯型谱相位调制函数 $\varphi(\omega) = a \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_c)^2}{2b^2}\right]$ ，其中 a 为相位调制的幅度， b 为相位调制的频域宽度， ω_c 为相位调制的中心频率^[49,52]. 基于傅里叶变换，并引入相对于载波频率的失谐量 $\alpha = \omega - \omega_0$ ，时域实电场 $\mathcal{E}(t)$ 可分解为慢变复包络 $\tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}(t)$ 与高频载波振

荡的乘积,

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(t) &= \text{Re} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}(\omega) e^{i\varphi(\omega)} e^{-i\omega t} d\omega \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}(t) e^{-i\omega_0 t} + \tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}^*(t) e^{i\omega_0 t} \right].\end{aligned}\quad (2)$$

式中, 含时慢变复包络解析定义为 $\tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}(\omega_0 + \alpha) e^{i\varphi(\omega_0 + \alpha)} e^{-i\alpha t} d\alpha$. 在无外部相位调制的条件下, 即 $\varphi(\omega) = 0$, 可解析求得脉冲时域包络为 $\tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}(t) = \mathcal{E}_0 f(t)$. 其中, $\mathcal{E}_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{A_0 \Delta \omega}{\mu_{11'}}$ 为脉冲的峰值电场强度, $f(t) = \exp[-t^2 \Delta \omega^2 / 2]$ 为时域高斯包络函数, $\tau_0 = 1/\Delta \omega$ 为脉冲宽度.

基于脉冲上述定义, 系统旋转波近似下的哈密顿量定义为

$$\hat{H}_{\text{RWA}} = \sum_{F \in \{1, 2, 1', 2'\}} \epsilon_F \hat{c}_F^\dagger \hat{c}_F - \frac{1}{2} \sum_{F \in \{1, 2\}, F' \in \{1', 2'\}} \left[\Omega_{FF'}(t) \hat{c}_{F'}^\dagger \hat{c}_F + \text{h.c.} \right], \quad (3)$$

其中, $\hat{c}_F^\dagger$ 与 $\hat{c}_F$ 分别表示格点 $|F\rangle$ 的产生与湮灭算符. 格点间的相干跃迁由拉比频率驱动, 其定义为 $\Omega_{FF'}(t) = \mu_{FF'} \tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}(t)$. 在转换至以载波频率 ω_0 旋转的参考系后, 原子的超精细能级结构与驱动场的频率失谐被等效映射为合成空间中各格点的在位能 ϵ_F . 具体而言, 定义激光载波与 $|1\rangle \leftrightarrow |1'\rangle$ 跃迁之间的单光子失谐为 $\Delta = \omega_0 - \omega_{1'1}$. 格点 $|1\rangle$ 为能量零点, 其余格点的有效势能分别定义为 $\epsilon_2 = \delta_1$ 、 $\epsilon_{1'} = -\Delta$ 以及 $\epsilon_{2'} = \delta_2 - \Delta$. 为简化后续对干涉机制的讨论, 考虑载波与 $|1\rangle \leftrightarrow |1'\rangle$ 路径共振的情况, 即设定单光子失谐 $\Delta = 0$.

为阐明系统的演化机制, 本文重点探讨其在宽带宽极限 $\Delta \omega \gg \delta_1 > \delta_2$ 下的行为. 在此极限下, 超快脉冲的频谱包络 $\mathcal{A}(\omega)$ 在原子超精细跃迁频率范围内近似平坦, 使得各激发通道受到的谱振幅差异可忽略不计, 即 $\mathcal{A}(\omega_{ij'}) \approx \mathcal{A}(\omega_0)$. 同时, 由于超精细劈裂远小于脉冲带宽, 系统在演化过程中可近似视为能级简并, 其各格点的在位能相应满足 $\epsilon_2 = \delta_1 \approx 0$ 且 $\epsilon_{2'} = \delta_2 \approx 0$.

在此极限下, 各跃迁路径上有效瞬态拉比频率 $\Omega_{ij}(t) = \mu_{ij} \tilde{\mathcal{E}}_{\text{env}}(t)$ 的相对幅值由原子内禀的电偶极跃迁矩阵元 μ_{ij} 确定. 基于前文所述的 Clebsch-Gordan 系数几何关系, 在无外加谱相位调制条件下 $a = 0$, 系统的两条拉曼跃迁路径满足关联式 $\mu_{11'} \mu_{21'} = -\mu_{12'} \mu_{22'}$. 这一内禀的符号反转特性, 等效于粒子沿合成空间中四格点闭合环路绕行一周所积累的内禀规范相位为 π . 具体而言, 系统贯穿该环路的合成磁通量 $\phi_{\text{intrinsic}}$ 可由沿闭合路径跃迁偶极矩的复角累加近似得到

$$\phi_{\text{intrinsic}} = \arg(\mu_{11'} \mu_{1'2} \mu_{22'} \mu_{2'1}) = \pi. \quad (4)$$

这种由 π 磁通诱导的动力学同步相消干涉, 阻断了布居在基态格点 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 间的长程转移, 从而将系统波函数有效限制在由有限能级构成的局域子空间内, 表现出最小闭合环路中的类 AB 笼相消干涉特征.

在上述物理框架下, 若对驱动脉冲引入特定的窄带高斯型谱相位调制 $\varphi(\omega) = a \exp\left[-\frac{(\omega-\omega_c)^2}{2b^2}\right]$, 则可实现对系统合成磁通的相干控制. 具体而言, 设定该谱相位函数的中心频率对应于 $|1\rangle \leftrightarrow |1'\rangle$ 跃迁通道的共振频率, 即 $\omega_c = \omega_{11'}$, 并考虑其频域宽度 b 远小于相邻跃迁的能级差 $b \ll \delta_2$. 此时该局部相位调制将具有通道选择性, 该局部谱相位整形选择性地为耦合项 $\Omega_{11'}(t)$ 引入附加相位, 而其余三条跃迁路径的耦合相位保持恒定. 这种局部、单通道的相位作用打破了系统内禀相位关系, 使得菱形闭合回路内所积累的总有效合成磁通量被近似重构为 $\phi_{\text{eff}} \approx \phi_{\text{intrinsic}} + a$. 综上所述, 通过调节驱动脉冲的谱相位幅值 a , 可实现对合成空间中有效磁通的可控调节. 这种相干控制手段实现了对菱形环路中类 AB 笼布居限制条件的有效解除和按需重构.

2.2 类 AB 笼干涉的控制方案

此外, 为了深入探究类 AB 笼干涉导致的布居限制动力学, 随后本研究将针对系统的时间演化算符展开分析. 在共振宽带宽脉冲的驱动下, 考虑前文所述的近简并近似条件 $\delta_1, \delta_2 \approx 0$, 当未施加谱相位调制 $a = 0$ 时, 闭合环路内仅存在 $\phi_{\text{intrinsic}} = \pi$ 的内禀合成磁通. 在此条件下, 可利用一阶 Magnus 展开解析求解系统的时间演化算符 $\hat{U}^{(1)}(t, t_0)$ [49,66]. 在驱动脉冲的作用下, 系统的含时演化波函数可由演化算符 $\hat{U}^{(1)}(t, t_0)$ 作用于初始态求得, 即 $|\Psi^{(1)}(t)\rangle = \hat{U}^{(1)}(t, t_0)|1\rangle$. 因此, 设定系统初始制备于合成格点 $|1\rangle$, 体系的波函数为

$$|\Psi^{(1)}(t)\rangle = \cos[\theta_{11'}(t)]|1\rangle + \frac{i}{2} \sin[\theta_{11'}(t)]|1'\rangle - \frac{i\sqrt{3}}{2} \sin[\theta_{11'}(t)]|2'\rangle, \quad (5)$$

其中 $\theta_{11'}(t) = \int_{t_0}^t \Omega_{11'}(t')dt'$ 表示 $|1\rangle \leftrightarrow |1'\rangle$ 通道的含时脉冲面积. 在无外部谱相位调制且积分区间覆盖完整高斯脉冲时, 有 $\theta_{11'}(t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \Omega_{11'}(t')dt' = \mathcal{A}_0$. 上述解析结果表明, 在整个相干演化过程中, 目标格点 $|2\rangle$ 的概率幅始终为零. 这一结果表明, 在带宽远大于超精细劈裂的宽带宽脉冲场驱动下, 原本支持多路径干涉的四格点菱形环路, 在其相干动力学演化中被有效地限制在由其余三个格点组成的局域子空间内. 这种布居在特定子空间内的动力学受限现象, 可视为最小四能级环路中类 AB 笼干涉的体现. 具体而言, 从初始格点 $|1\rangle$ 出发, 分别经由中间格点 $|1'\rangle$ 与 $|2'\rangle$ 到达目标格点 $|2\rangle$ 的两条量子路径, 由于电偶极跃迁矩阵元的相对符号引入了等效的 π 磁通, 因此, 这两条路径在整个脉冲驱动期间发生相消干涉, 阻断了向目标格点的布居转移.

3 结果与讨论

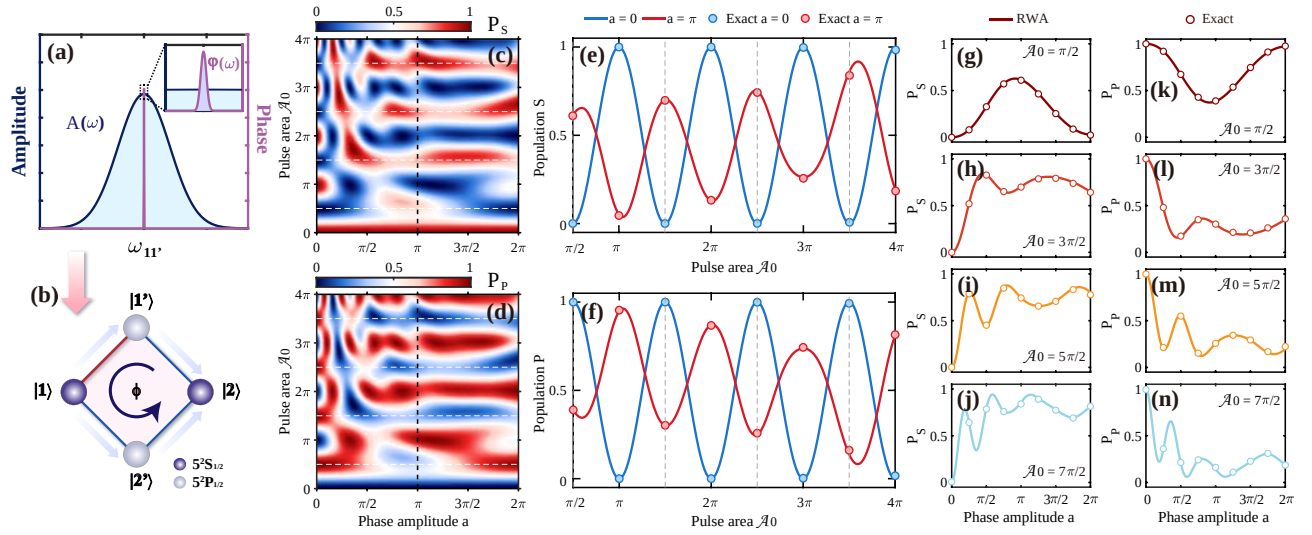


图 2 局部谱相位调制对菱形环路中合成磁通及布居演化的调控. (a)–(b) 窄带局域高斯型谱相位调制及其调控合成磁通的示意图; (c)–(d) 基态总布居 $P_S(t_f)$ 与激发态总布居 $P_P(t_f)$ 随脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 和谱相位调制幅值 a 的变化; (e)–(f) 在谱相位调制幅值分别为 $a = 0$ (蓝色) 和 $a = \pi$ (红色) 时, 基态总布居 $P_S(t_f)$ 与激发态总布居 $P_P(t_f)$ 随脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 变化的振荡行为; (g)–(j) 在特定脉冲面积 $\mathcal{A}_0 = (2n + 1)\pi/2$ 下, 基态总布居 $P_S(t_f)$ 对谱相位调制幅值 a 的依赖关系; (k)–(n) 对应的激发态总布居 $P_P(t_f)$ 对 a 的依赖关系. 其中, (g,k)、(h,l)、(i,m)、(j,n) 分别对应 $n = 0, 1, 2, 3$. 实线表示旋波近似结果, 散点表示完整含时四能级模型数值解.

Fig. 2. Control of synthetic flux and population dynamics via local spectral phase modulation in a diamond loop. (a)–(b) Schematics of narrowband local Gaussian spectral phase modulation and synthetic-flux control. (c)–(d) Total ground-state population $P_S(t_f)$ and excited-state population $P_P(t_f)$ as functions of the pulse area $\mathcal{A}_0$ and phase amplitude a . (e)–(f) Oscillations of $P_S(t_f)$ and $P_P(t_f)$ versus $\mathcal{A}_0$ for $a = 0$ (blue) and $a = \pi$ (red). (g)–(j) Dependence of $P_S(t_f)$ on a at $\mathcal{A}_0 = (2n + 1)\pi/2$. (k)–(n) Corresponding dependence of $P_P(t_f)$ on a .

本节探讨在同一宽带薪整形脉冲场框架下, 利用谱相位调制实现对超精细能级系统中合成磁通及相干动力学的控制. 通过对驱动场实施特定的局部谱相位整形, 可有效调控菱形环路内的有效规范相位. 为验证基于旋波近似解析模型的有效性, 将该框架下的演化结果与在相同四能级空间内、基于完整含时哈密顿量并保留载波快速振荡项及反旋项的非旋波近似数值解进行了对比分析. 具体而言, 首先利用公

式 (3) 中定义的旋转波近似哈密顿量 $\hat{H}_{\text{RWA}}(t)$, 并通过数值求解含时薛定谔方程, 得到相应的系统波函数 $|\Psi^{\text{RWA}}(t)\rangle$. 随后, 基于总控制场 $\mathcal{E}(t)$, 通过求解公式 (1) 获得系统非旋波近似完整含时四能级模型所对应的含时波函数 $|\Psi(t)\rangle$. 因此, 旋转波近似下各态的布居定义为 $P_F^{\text{RWA}}(t_T) = |\langle F | \Psi^{\text{RWA}}(t_T) \rangle|^2$, 完整含时四能级模型下各态的布居定义为 $P_j(t_T) = |\langle F | \Psi(t_T) \rangle|^2$, 其中 $F \in \{1, 2, 1', 2'\}$, t_T 为脉冲作用结束时刻. 完整含时四能级系统数值解的传播时间窗口由最小谱相位宽度 $b_{\min}$ 确定, 取 $T_\phi = 2\pi N_{\text{freq}}/b_{\min}$, 其中本文取 $N_{\text{freq}} = 10$. 含载波传播的时间步长取 $\delta t_{\text{full}} \leq 2\pi/(N_{\text{osc}}\omega_0)$, 其中本文采用保守的时间步长参数 $N_{\text{osc}} = 60$. 在旋波近似计算中, 光学载波快速振荡项和反旋项已被去除, 传播窗口同样取 T_ϕ , 时间步长由脉冲包络和有效旋波近似哈密顿量的变化尺度决定. 本文取 $\delta t_{\text{RWA}} = T_\phi/N_t \leq 1/(N_{\text{time}}\Delta\omega)$, 其中 $N_{\text{time}} = 8$.

为探究谱相位调制对动力学演化的影响, 设定系统初始制备于基态 $|1\rangle$, 并采用带宽为 $\Delta\omega = 40\delta_1$ 的激光场以满足宽带宽极限条件, 局域谱相位调制的宽度参数设为 $b = 0.1\delta_2$. 相关宽带脉冲谱相位相干控制实验以及高分辨逐谱线脉冲整形技术的发展, 为本文所考虑的谱相位调控方案提供了实验基础 [51,52,67]. 如图 2 (a)–(b) 所示, 当激光中心频率处于单光子共振 $\Delta = 0$ 时, 局部谱相位整形能够在上述谱相位控制条件下近似选择性地为 $|1\rangle \leftrightarrow |1'\rangle$ 跃迁通道引入附加相位. 通过调节谱相位幅值 a , 该附加相位与系统的内禀环路相位线性叠加, 从而实现对菱形环路内总合成磁通的连续调谐.

由于宽带宽脉冲同时耦合基态流形与激发态流形之间的多条跃迁通道, 逐态布居不仅反映特定能级的响应, 也包含多路径相干耦合引起的布居再分布信息. 因此, 本文首先采用较粗粒化的观测量, 将下能级流形和上能级流形分别作为整体来考察, 以提取谱相位调制对两个能级流形之间净布居转移的影响, 并为后续分析逐态布居和路径干涉提供参考. 具体而言, 定义基态总布居为 $P_S = P_1 + P_2$, 激发态总布居为 $P_P = P_{1'} + P_{2'}$, 进而系统地探究这两个空间之间的总布居转移动力学.

从实验读出角度看, 在不分辨激发态超精细分量的粗粒化探测中, 流形总布居通常是比逐态布居更直接的观测量. 本文的 $P_P(t_T)$ 表示脉冲结束时刻的瞬时 $5^2P_{1/2}$ 激发态流形布居, 实验上可在脉冲结束后立即进行时间门控荧光探测, 并经探测效率、分支比和背景信号校准后反推; 也可通过激发态选择性探测、或足够快的态映射将其转换为可读出的光学信号. 若需分辨 $|1\rangle$ 、 $|2\rangle$ 、 $|1'\rangle$ 和 $|2'\rangle$ 的逐态布居, 则需采用态选择读出: 基态流形可结合微波、射频或拉曼态转移以及吸收成像或荧光成像; 激发态流形则需时间门控荧光、频率或偏振选择探测, 或在自发辐射前完成快速相干映射 [68,69].

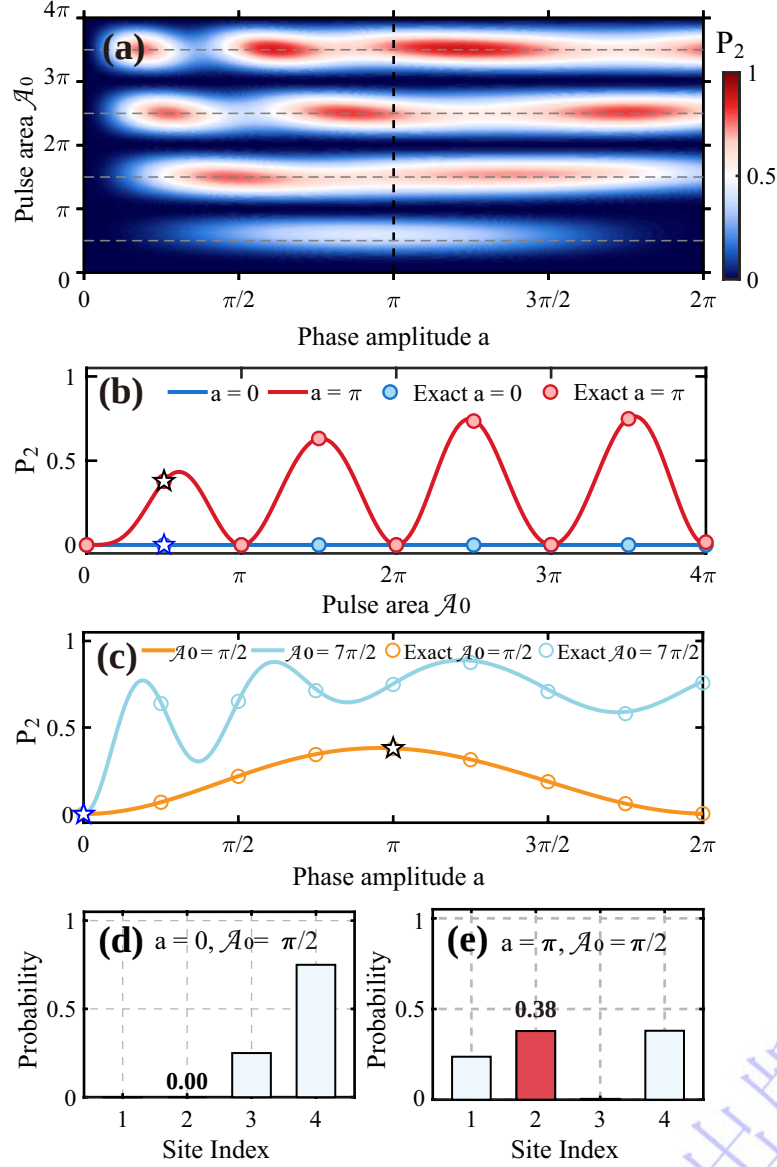


图 3 局部谱相位调制下目标态的相干演化. (a) 目标态 $P_2(t_f)$ 的布居随高斯相位振幅 a 及脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 的演化; (b) 固定相位条件 $a = 0$ (蓝色) 和 $a = \pi$ (红色) 时 $P_2(t_f)$ 随脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 的演化; (c) 在特定脉冲面积 $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ (浅黄色) 和 $7\pi/2$ (浅蓝色) 条件下, $P_2(t_f)$ 对相位振幅 a 的依赖关系, 实线与散点分别代表旋波近似解与精确数值解; (d)–(e) 脉冲面积固定为 $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ 时, 系统分别在 $a = 0$ 和 $a = \pi$ 条件下各格点的布居分布.

Fig. 3. Coherent dynamics of the target state under local spectral phase modulation. (a) Population of the target state $P_2(t_f)$ as a function of the Gaussian phase amplitude a and pulse area $\mathcal{A}_0$. (b) Evolution of $P_2(t_f)$ versus $\mathcal{A}_0$ for $a = 0$ (blue) and $a = \pi$ (red). (c) Dependence of $P_2(t_f)$ on a at $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ and $7\pi/2$. (d)–(e) Site-resolved population distributions at $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ for $a = 0$ and $a = \pi$, respectively.

图 2 (c)–(d) 展示了脉冲作用结束时刻, 基态流形总布居 $P_S^{\text{RWA}}(t_f)$ 与激发态流形总布居 $P_P^{\text{RWA}}(t_f)$ 随脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 和谱相位幅值 a 的演化关系. 结果显示, 在 $(\mathcal{A}_0, a)$ 参数空间内, 布居分布呈现出明显的相干干涉条纹. 为定量探究谱相位调制引起的量子干涉效应, 图 2 (e)–(f) 展示了当固定谱相位幅值 $a = 0$ 与 π 时, 各流形总布居随脉冲面积的演化规律. 在无外部调制的 $a = 0$ 情况下, 系统受到内禀 π 磁通的作用, 通往 $|2\rangle$ 态的两条跃迁路径因相消干涉而受到显著抑制. 此时系统动力学有效退化为一个 V 型三能级子空间, 表现为近似的流形间拉比振荡. 当施加 $a = \pi$ 的调制时, 系统内部路径的干涉条件反转, 相消干涉在相应参数区域转化为相长干涉. 这在拉比曲线上表现为显著的相移效应, 原本 $a = 0$ 时的布居极小值点近似转变为极大值点, 且振荡包络展现出对脉冲面积的调制依赖. 此外, 基于完整含时四能级模型得到的数值解与旋转波近似结果符合较好, 验证了近似模型的有效性.

此外, 为探究谱相位幅值 a 对系统量子布居转移特性的具体调制作用, 图 2 (g)–(n) 展示了在特定脉冲面积 $\mathcal{A}_0 = (2n + 1)\pi/2$ ($n = 0, 1, 2, 3$) 条件下, 两流形总布居随谱相位幅值 a 的变化. 在 $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ 的情况下, 当 $a = 0$ 时系统满足相消干涉条件, 实现了基态向激发态流形的高效布居转移. 随着 a 逐渐偏离原点, 相消干涉平衡被打破, 布居随参数 a 周期性波动, 且在 $a = \pi$ 处达到局部极值点. 值得注意的是, 随着脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 的增大, 布居随 a 变化的振荡频率增加. 这一现象源于多路径干涉累积效应, 更大的 $\mathcal{A}_0$ 意味着系统经历了更多的完整拉比循环, 使得单次跃迁中由 a 引入的相位影响在长时间演化中产生非线性累加, 最终在参数空间中形成了随 $\mathcal{A}_0$ 增加而逐渐密集的干涉图样.

在明晰了流形间整体布居转移的规律后, 接下来将聚焦于单态动力学, 以揭示量子布居在合成空间中的局域化特性. 图 3 (a) 展示了脉冲作用结束后, 目标态布居 $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 在谱相位幅值 a 与脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 构成的参数空间内的分布特征. 结果显示, 当有效脉冲面积满足 $\mathcal{A}_0 = (2n + 1)\pi/2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) 时, $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 布居表现出明显的相干干涉条纹, 且条纹密度随 $\mathcal{A}_0$ 的增大而增加. 为进一步定量分析上述干涉效应, 图 3 (b) 对比了在 $a = 0$ 与 $a = \pi$ 两种典型相位条件下, 目标态布居 $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 随脉冲面积 $\mathcal{A}_0$ 的依赖关系. 在无外部调制的 $a = 0$ 情形下, 受内禀 π 磁通约束, 目标态布居在整个脉冲面积扫描范围内始终受到抑制, 这说明目标态 $|2\rangle$ 的布居抑制主要由两条拉曼路径之间的相消干涉决定, 而非依赖特定脉冲面积的有效调谐; 因此, 该抑制对 $\mathcal{A}_0$ 的变化表现出结构性稳定性. 相比之下, 当通过局域谱相位整形引入 $a = \pi$ 的附加相位时, 相消干涉条件失效, 目标态布居表现出近周期的相干振荡, 即实现了量子波函数在菱形环路内部的解局域化动力学演化.

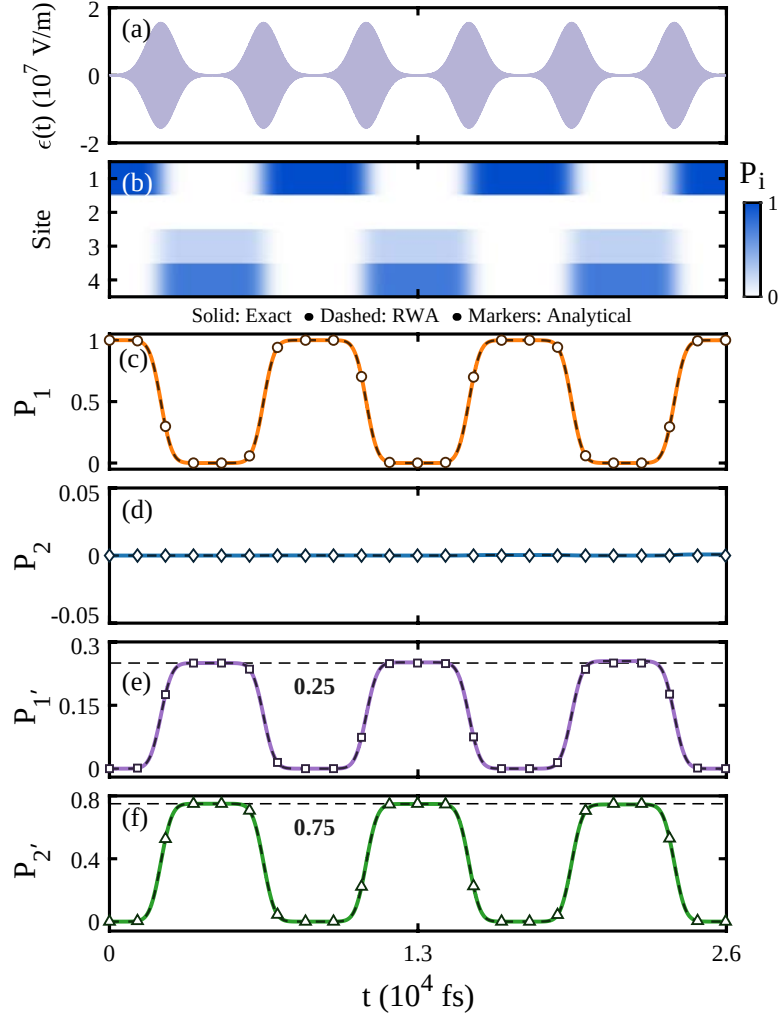


图 4 四能级菱形环路中类 AB 笼干涉的动力学演化. (a) 多周期宽带宽脉冲序列强度的含时演化. (b) 系统各格点布居随时间的动力学演化. (c)–(f) 三种方法所得布居 $P_i(t)$ 的对比: 实线为非旋波近似完整含时四能级模型数值解, 虚线为旋转波近似解, 散点为基于一阶 Magnus 展开的解析结果.

Fig. 4. Dynamical evolution of AB-cage analogue interference in a four-level rhombic loop. (a) Intensity envelope of the multi-period broadband pulse sequence. (b) Time evolution of the site-resolved populations. (c)–(f) Comparison of $P_i(t)$ obtained from three methods.

进一步地, 图 3 (c) 展示了在固定脉冲面积 $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ 与 $7\pi/2$ 条件下, 目标态布居 $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 对谱相位幅值 a 的依赖性. 当 $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ 时, $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 随 a 的变化表现出平滑的周期性调制特征, 其中在 $a = 0$ 及 2π 处系统满足内禀相消干涉条件, 目标格点布居受阻; 而在 $a = \pi$ 处则反转为相长干涉. 相比之下, 在较大脉冲面积 $\mathcal{A}_0 = 7\pi/2$ 时, 虽然 $a = 0$ 处的局域化特性不变, 但随着参数 a 偏离零点, 目标态布居呈现出随 a 剧烈波动的密集干涉条纹. 如前所述, 这一现象归因于相位参数 a 在多次拉比循环中的动力学非

线性累积, 较大的脉冲面积放大了不同演化路径间的相位差异, 从而导致布居在相位参数空间内的高频次调制特征.

基于上述谱相位对合成规范场的调控规律, 图 3 (d) 与 (e) 刻画了系统在典型脉冲面积 $\mathcal{A}_0 = \pi/2$ 条件下, 演化结束时刻各格点的概率分布特征. 图 (d) 展示了满足类 AB 笼相消干涉条件的情况 $a = 0$. 在该条件下, 内禀 π 环路相位使通往目标态 $|2\rangle$ 的两条相干路径发生相消干涉, 因而 $|2\rangle$ 的布居受到抑制, 波函数主要限制在由 $\{|1\rangle, |1'\rangle, |2'\rangle\}$ 构成的有限能级子空间内. 图 3 (e) 对应 $a = \pi$ 的情形, 外加谱相位改变了闭合环路的有效相位, 使相消干涉条件被破坏, 目标态 $|2\rangle$ 获得约 38% 的布居. 这一对比表明, 谱相位调制能够通过改变环路有效磁通, 在目标态布居抑制与相干布居转移之间实现可控切换.

为进一步研究宽带整形脉冲场驱动下菱形能级结构中 AB 笼的动力学特征, 接下来聚焦于图 3 (d) 所对应的局域化情形展开分析, 即谱相位幅值 $a = 0$, 对应内禀 π 磁通. 前述单次脉冲结果用于揭示谱相位调控与内禀 π 磁通诱导的基本干涉机制; 在此基础上, 为验证该类 AB 笼布居限制在重复驱动下的动力学稳定性, 进一步引入由相同高斯脉冲构成的多周期脉冲序列模型. 图 4 (a) 与 (b) 描绘了序列场驱动下系统的含时布居演化. 具体而言, 数值模拟中采用由 $N = 6$ 个连续高斯脉冲构成的序列场 $\mathcal{E}_{\text{total}}(t) = \sum_{k=1}^6 \mathcal{E}_0 \exp[-\frac{1}{2}\Delta\omega^2(t-\tau_k)^2] \cos(\omega_0 t)$. 为保证计算严谨性, 设定高斯包络的截断精度为 $\epsilon_{\text{cut}} = 10^{-3}$, 由此确立单个脉冲的等效周期为 $T_{\text{period}} = 2\sqrt{2\ln(1/\epsilon_{\text{cut}})}/\Delta\omega$, 第 k 个脉冲的中心为 $\tau_k = (k-1/2)T_{\text{period}}$, 总演化时长为 $T = 6T_{\text{period}}$. 含高频振荡项的完整含时模型采用均匀时间网格积分, 步长取 $\delta t \leq 2\pi/(60\omega_0)$. 结果表明, 当系统从初态 $|1\rangle$ 开始演化时, 量子布居被限制在由初态及其直接耦合的激发态构成的三维子空间内, 系统表现出类紧致局域化的相干拉比振荡.

为验证解析模型的有效性, 图 4 (c)-(f) 对比了三种方法得到的四能级布居演化曲线: 非旋波近似完整含时四能级模型数值解、旋转波近似下的数值解, 以及基于一阶 Magnus 展开的解析解. 此时, 有效脉冲面积设为 $\mathcal{A}_0 = \theta_{11'}(t_f) = \pi/2$. 结果显示, 激发态 $|1'\rangle$ 与 $|2'\rangle$ 的布居最大值分别约为 25% 和 75%, 与方程 (5) 的理论预测吻合. 三种方法得到的周期性拉比振荡包络一致, 这表明本文的解析模型能够有效描述脉冲驱动下该四能级系统的相干动力学过程.

最后, 为探究类 AB 笼干涉动力学维持和解除的参数依赖性, 图 5(a) 给出了目标态布居 $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 随脉冲带宽 $\Delta\omega$ 和单光子失谐 Δ 的变化. 结果表明, 在所考察的较宽参数范围内, $|2\rangle$ 态布居始终被抑制在较低水平, 其数值仅为 10^{-3} 量级. 在较窄带宽区域, $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 于 $\Delta\omega \simeq \delta_1$ 附近出现小峰值; 而在宽带区域 $\Delta\omega \gg \delta_1$ 下, 该布居进一步被抑制至 10^{-4} 以下. 模拟结果说明, 宽带脉冲诱导的路径相消干涉并

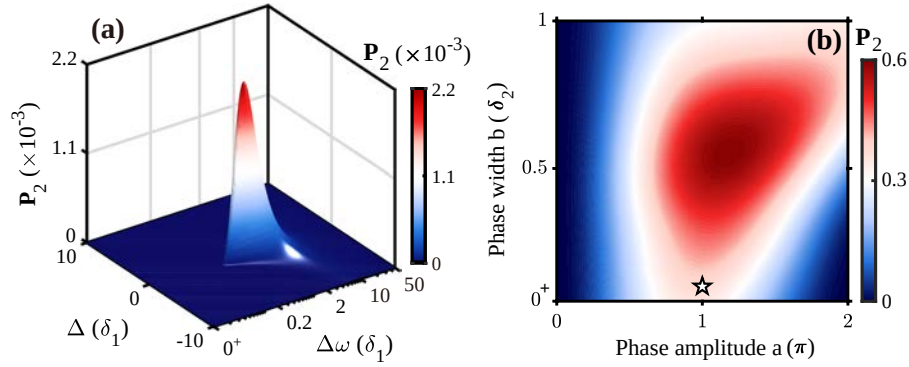


图 5 类 AB 笼干涉动力学对脉冲参数和谱相位调制参数的依赖. (a) 目标态末时刻布居 $P_2(t_f)$ 随脉冲带宽 $\Delta\omega$ 和单光子失谐 Δ 的变化; (b) 目标态末时刻布居 $P_2(t_f)$ 随相位调制幅度 a 和谱相位调制宽度 b 的变化, 其中星形标记对应 $a = \pi$ 和 $b = 0.1\delta_2$.

Fig. 5. Parameter dependence of AB cage analogue dynamics. (a) Final target-state population $P_2(t_f)$ as a function of the pulse bandwidth $\Delta\omega$ and single-photon detuning Δ . (b) Final target-state population $P_2(t_f)$ as a function of the phase-modulation amplitude a and spectral-phase modulation width b .

不局限于严格共振条件, 而是在一定的 $(\Delta\omega, \Delta)$ 参数区域内保持鲁棒. 此外, 为了探究谱相位调控解除类 AB 笼干涉条件的参数范围, 图 5(b) 绘制了目标态布居 $P_2^{\text{RWA}}(t_f)$ 随相位调制幅度 a 和相位调制带宽 b 的变化. 可以观察到, 谱相位参数能够改变闭合环路的有效相位, 从而削弱类 AB 笼干涉并提高目标态布居. 当 a 接近 π 且 b 较小时, 局域谱相位主要作用于选定跃迁通道, 使该通道获得额外相位并显著偏离原有相消干涉条件; 随着 b 增大, 谱相位调制逐渐覆盖多个相邻跃迁通道, 不同通道获得的相位权重随之改变, 因而导致更复杂的多路径干涉响应. 因此, 在宽带控制条件下, 闭合环路的等效 π 相位可诱导目标态布居抑制, 而外加谱相位调制则提供了调节该相消干涉条件的控制自由度. 该结果表明, 谱相位整形可用于在类 AB 笼布居限制和相干布居转移之间进行调控, 为多能级体系中的相干布居动力学控制提供了一种可调的理论机制.

4 总结

本文探讨了利用谱相位调控宽带宽脉冲, 在超冷原子内部态构成的有限合成空间中构造可调谐有效规范相位, 并研究类 Aharonov-Bohm (AB) 笼干涉机制最小模型的物理可行性. 以 ^{87}Rb 原子 D_1 线的四能级菱形环路模型为基础, 系统分析了该体系在宽带宽整形脉冲场驱动下的量子相干动力学. 首先, 本文提出了一套谱相位调控框架, 表明通过整形驱动脉冲的光谱相位, 可以实现对合成空间中有效磁通的可控调

节，进而诱导系统在有限态空间内的布居限制与相干布居转移之间进行切换。其次，研究发现在无外部相位调制的情形下，由闭合环路中偶极矩阵元乘积的相对符号决定的有效环路相位可在四能级模型中产生等效 π 磁通，并呈现类 AB 笼的多路径相消干涉特征，使量子布居被限制在特定的有限能级子空间内。进一步的数值模拟表明，该布居限制动力学对脉冲带宽和单光子失谐具有一定的参数稳定性。本文进一步分析了宽带宽脉冲场驱动下多能级系统中有效磁通的形成机制与调控方式，并指出由闭合环路偶极耦合符号决定的等效 π 磁通和由谱相位调控的可调有效磁通，是该方案区别于常规多场相位控制方案的两个关键要素。本工作为利用脉冲整形技术在原子合成空间中开展有效规范场模拟及复杂量子动力学操控提供了有益的理论参考。

参考文献

- [1] Feynman R P 1982 *Int. J. Theor. Phys.* **21** 467
- [2] Georgescu I M, Ashhab S, Nori F 2014 *Rev. Mod. Phys.* **86** 153
- [3] Daley A J, Bloch I, Kokail C, Flannigan S, Pearson N, Troyer M, Zoller P 2022 *Nature* **607** 667
- [4] Browaeys A, Lahaye T 2020 *Nat. Phys.* **16** 132
- [5] Cornish S L, Tarbutt M R, Hazzard K R A 2024 *Nat. Phys.* **20** 730
- [6] Dalibard J, Gerbier F, Juzeliūnas G, Öhberg P 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1523
- [7] Goldman N, Juzeliūnas G, Öhberg P, Spielman I B 2014 *Rep. Prog. Phys.* **77** 126401
- [8] Wintersperger K, Braun C, Ünal F N, Eckardt A, Liberto M D, Goldman N, Bloch I, Aidelsburger M 2020 *Nat. Phys.* **16** 1058
- [9] Zhou T W, Cappellini G, Tusi D, Franchi L, Parravicini J, Repellin C, Greschner S, Inguscio M, Giamarchi T, Filippone M, Catani J, Fallani L 2023 *Science* **381** 427
- [10] Han J X, Wu J L, Yuan Z H, Chen Y J, Xia Y, Jiang Y Y, Song J 2024 *Phys. Rev. Appl.* **21** 014057
- [11] Aharonov Y, Bohm D 1959 *Phys. Rev.* **115** 485
- [12] Vidal J, Mosseri R, Douçot B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5888

- [13] Li H, Dong Z, Longhi S, Liang Q, Xie D, Yan B 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 220403
- [14] Chen T, Huang C, Velkovsky I, Ozawa T, Price H, Covey J P, Gadway B 2025 *Nat. Phys.* **21** 221
- [15] Zhang J, Huang W, Chu J, Qiu J, Sun X, Tao Z, Zhang J, Zhang L, Zhou Y, Chen Y, Liu Y, Liu S, Zhong Y, Miao J J, Niu J, Yu D 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 070601
- [16] Anderson P W 1958 *Phys. Rev.* **109** 1492
- [17] Evers F, Mirlin A D 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1355
- [18] Wannier G H 1960 *Phys. Rev.* **117** 432
- [19] Abanin D A, Altman E, Bloch I, Serbyn M 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 021001
- [20] Danieli C, Andreanov A, Mithun T, Flach S 2021 *Phys. Rev. B* **104** 085132
- [21] Boada O, Celi A, Latorre J I, Lewenstein M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 133001
- [22] Celi A, Massignan P, Ruseckas J, Goldman N, Spielman I B, Juzeliūnas G, Lewenstein M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 043001
- [23] Yu D, Song W, Wang L, Srikanth R, Sridhar S K, Chen T, Huang C, Li G, Qiao X, Wu X, Dong Z, He Y, Xiao M, Chen X, Dutt A, Gadway B, Yuan L 2025 *Photonics Insights* **4** R06
- [24] Han J X, Wu J L, Wang Y, Xia Y, Jiang Y Y, Song J 2025 *Adv. Quantum Technol.* **8** e00362
- [25] Ozawa T, Price H M 2019 *Nat. Rev. Phys.* **1** 349
- [26] Roushan P, Neill C, Megrant A, Chen Y, Babbush R, Barends R, Campbell B, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Fowler A, Jeffrey E, Kelly J, Lucero E, Mutus J, O'Malley P J J, Neeley M, Quintana C, Sank D, Vainsencher A, Wenner J, White T, Kapit E, Neven H, Martinis J 2017 *Nat. Phys.* **13** 146
- [27] Wang K, Dutt A, Yang K Y, Wojcik C C, Vučković J, Fan S 2021 *Science* **371** 1240
- [28] Deng J, Dong H, Zhang C, Wu Y, Yuan J, Zhu X, Jin F, Li H, Wang Z, Cai H, Song C, Wang H, You J Q, Wang D W 2022 *Science* **378** 966

- [29] Xiang Z C, Huang K, Zhang Y R, Liu T, Shi Y H, Deng C L, Liu T, Li H, Liang G H, Mei Z Y, Yu H, Xue G, Tian Y, Song X, Liu Z B, Xu K, Zheng D, Nori F, Fan H 2023 *Nat. Commun.* **14** 5433
- [30] Xiao K H, Su S L, Ni X, Sun Y K, Guo J K, Hu Z Y, Zhang X L, Li J, Wu J L, Tian Z N, Chen Q D 2025. arXiv: 2512.23466v2
- [31] Chalopin T, Satoor T, Evrard A, Makhalov V, Dalibard J, Lopes R, Nascimbene S 2020 *Nat. Phys.* **16** 1017
- [32] Schäfer F, Fukuhara T, Sugawa S, Takasu Y, Takahashi Y 2020 *Nat. Rev. Phys.* **2** 411
- [33] Liang Q, Dong Z, Pan J S, Wang H, Li H, Yang Z, Yi W, Yan B 2024 *Nat. Phys.* **20** 1738
- [34] Jian X X, Zheng Z J, Jiang J J, Zhou L, Shu C C, He J 2025 *Phys. Rev. A* **112** 013108
- [35] Livi L F, Cappellini G, Diem M, Franchi L, Clivati C, Frittelli M, Levi F, Calonico D, Catani J, Inguscio M, Fallani L 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 220401
- [36] Kolkowitz S, Bromley S L, Bothwell T, Wall M L, Marti G E, Koller A P, Zhang X, Rey A M, Ye J 2017 *Nature* **542** 66
- [37] Meier E J, An F A, Dauphin A, Maffei M, Massignan P, Hughes T L, Gadway B 2018 *Science* **362** 929
- [38] Kang J H, Han J H, Shin Y 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 150403
- [39] Xie D, Deng T S, Xiao T, Gou W, Chen T, Yi W, Yan B 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 050502
- [40] Wang Y, Zhang J H, Li Y, Wu J, Liu W, Mei F, Hu Y, Xiao L, Ma J, Chin C, Jia S 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 103401
- [41] Kanungo S K, Whalen J D, Lu Y, Yuan M, Dasgupta S, Dunning F B, Hazzard K R A, Killian T C 2022 *Nat. Commun.* **13** 972
- [42] Chen T, Huang C, Velkovsky I, Hazzard K R A, Covey J P, Gadway B 2024 *Nat. Commun.* **15** 2675
- [43] Wu J, Wu J L, Guo F Q, Liu B B, Su S L, Song X K, Ye L, Wang D 2025 *npj Quantum Inf.* **11** 118

- [44] Eckardt A 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 011004
- [45] Vitanov N V, Halfmann T, Shore B W, Bergmann K 2001 *Annu. Rev. Phys. Chem.* **52** 763
- [46] Vitanov N V, Rangelov A A, Shore B W, Bergmann K 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 015006
- [47] Weiner A M 2000 *Rev. Sci. Instrum.* **71** 1929
- [48] Zhdanovich S, Shapiro E A, Shapiro M, Hepburn J W, Milner V 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 103004
- [49] Guo Y, Shu C C, Dong D, Nori F 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 223202
- [50] Koch C P, Boscain U, Calarco T, Dirr G, Filipp S, Glaser S J, Kosloff R, Montangero S, Schulte-Herbrüggen T, Sugny D, Wilhelm F K 2022 *EPJ Quantum Technol.* **9** 19
- [51] Dudovich N, Dayan B, Gallagher Faeder S M, Silberberg Y 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 47
- [52] Stowe M C, Pe'er A, Ye J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 203001
- [53] Monmayrant A, Weber S, Chatel B 2010 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **43** 103001
- [54] Qi Y, Shu C C, Dong D, Petersen I R, Jacobs K, Gong S 2019 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **52** 425104
- [55] Geng X X, Tang W W, Xie A D, Xu Z H, Yang G Q, Liang S Q, Huang H, Huang G M, Li G X 2025 *Opt. Express* **33** 41141
- [56] Shu C C, Ho T S, Xing X, Rabitz H 2016 *Phys. Rev. A* **93** 033417
- [57] Guo Y, Dong D, Shu C C 2018 *Phys. Chem. Chem. Phys.* **20** 9498
- [58] Yang A, Jing W Q, Zhang B S, Fan L B, Jia L, Shu C C 2025 *Phys. Rev. A* **112** 053116
- [59] Wang D, Zheng Y 2011 *Phys. Rev. A* **83** 013810
- [60] Namazi M, Kupchak C, Jordaan B, Shahrokhshahi R, Figueroa E 2017 *Phys. Rev. Appl.* **8** 034023
- [61] Sagona-Stopphel S, Shahrokhshahi R, Jordaan B, Namazi M, Figueroa E 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 243601
- [62] Steck D A 2025. Available online. Version 2.3.4, revised 8 August 2025

- [63] Fan L B, Shu C C, Dong D, He J, Henriksen N E, Nori F 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 043604
- [64] Hong Q Q, Zheng Z J, Zhang Z J, Jian X X, Shu C C 2026. arXiv: 2605.03468
- [65] Hong Q Q, Zhang Z J, Shu C C, He J, Dong D, Ding D 2026 *Phys. Rev. A* **113** 013118
- [66] Hong Q Q, Dong D, Henriksen N E, Nori F, He J, Shu C C 2025 *Phys. Rev. Res.* **7** L012049
- [67] Lee D, Nakamura T, Metcalf A J, Flowers-Jacobs N E, Fox A E, Dresselhaus P D, Quinlan F 2023 *APL Photonics* **8** 086115
- [68] Ramanathan A, Muniz S R, Wright K C, Anderson R P, Phillips W D, Helmerson K, Campbell G K 2012 *Rev. Sci. Instrum.* **83** 083119
- [69] Sheludko D V, Bell S C, Anderson R, Hofmann C S, Vredenburg E J D, Scholten R E 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033401

录用稿件，非最终出版稿

Spectral phase control of an Aharonov-Bohm caging analogue in ultracold atoms*

JIAN Xinxia ZHENG Zhijian GUO Jinkang ZHOU Hang HONG
Qianqian SHU Chuancun[†]

(*Hunan Key Laboratory of Nanophotonics and Devices, Hunan Key Laboratory of
Super-Microstructure and Ultrafast Process, School of Physics, Central South University,
Changsha 410083, China*)

Abstract

Engineering gauge fields in synthetic dimensions provides a useful framework for studying quantum interference associated with effective synthetic flux and coherent population dynamics. We study a spectral phase control scheme for tuning the effective synthetic flux in a finite synthetic structure formed by two hyperfine levels in the ground electronic state and two hyperfine levels in the excited electronic state of ultracold ^{87}Rb atoms on the D_1 line. These four levels form a four site closed diamond loop, which serves as a minimal physical model for examining an interference mechanism analogous to Aharonov Bohm caging. The loop is driven by a broadband laser pulse field shaped by spectral phase, whose spectrum covers the relevant hyperfine splittings, so that several transitions allowed by electric dipole selection rules are addressed coherently by the same optical field. By solving the time dependent Schrödinger equation and analyzing the closed loop phase associated with the four optical couplings, we examine how spectral phase modulation changes the effective loop flux and affects the interference between two photon Raman transition pathways. Numerical simulations show that changing the spectral phase can switch the dynamics between population suppression caused by destructive interference and coherent population transfer. In

* Project supported by the General Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12274470).

[†] Corresponding author. E-mail: cc.shu@csu.edu.cn

the absence of externally imposed spectral phase modulation, the four level loop exhibits an intrinsic effective π synthetic flux, which originates from the relative sign structure of the electric dipole transition matrix elements. Under this condition, the competing Raman transition amplitudes interfere destructively, leading to suppression of the target state population and confinement of the dynamics within a restricted energy level subspace. Furthermore, this population confinement induced by destructive interference exhibits robustness with respect to variations in pulse bandwidth and single photon detuning. The results clarify how the dipole sign structure can generate an intrinsic loop phase and how spectral phase shaping can tune the associated synthetic flux. This study provides a theoretical approach for controlling effective gauge fields in synthetic dimensions and coherently manipulating multilevel quantum systems through spectral phase shaping of broadband pulse fields.

Keywords: ultracold atoms, Aharonov-Bohm cages, synthetic dimensions, spectral phase control

PACS: 67.85.-d, 32.80.Qk, 03.67.Ac

录用稿件，非最终出版稿