

专题: 兰州大学物理学科 80 周年

 Λ 、 Σ 和 Ξ 超子谱学的研究*罗肆强^{1)2)3)4)†}

1) (兰州大学物理科学与技术学院, 兰州 730000)

2) (兰州理论物理中心, 量子理论及应用基础教育部重点实验室, 甘肃省理论物理重点实验室,

甘肃省量子物理基础学科研究中心, 兰州大学, 兰州 730000)

3) (稀有同位素前沿科学中心, 兰州大学, 兰州 730000)

4) (强子与 CSR 研究中心, 兰州大学及中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

(2026 年 5 月 20 日收到; 2026 年 7 月 13 日收到修改稿)

超子是强子物理中一个重要的部分, 其庞大的数量为我们研究其性质提供了很好的研究平台, 对强子谱学研究的开展起着重要的作用. 本工作基于实验上发现的大量超子, 在 Capstick-Isgur 模型下, 通过求解三体 Schrödinger 方程计算了 Λ 、 Σ 、 Ξ 超子的谱学. 我们将计算得到的谱学与已有的实验结果进行对比, 一方面, 可以分析已有超子的性质, 探索其在超子家族中可能的位置; 另一方面, 我们可以预言更多尚未发现的超子, 基于谱学为将来的实验提供理论建议. 该工作拟为 BESIII、LHCb、Belle II 等实验组开展超子谱学实验提供理论支撑. 我们期待在将来的实验上能发现更多的超子, 以完善超子谱学.

关键词: 超子谱学, Capstick-Isgur 模型, 高斯展开法, 强子物理**DOI:** 10.7498/aps.75.20260727**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260727

1 引言

在粒子物理中, 强子是由夸克、反夸克、胶子通过强相互作用结合而成的复合粒子, 其中超子是一类包含奇异夸克的重子, 为研究强相互作用和强子结构提供非常重要的线索. 在上个世纪 60 年代, Gell-Mann 和 Zweig 就根据当时发现的大量轻味强子基于 $SU(3)$ 味道对称性对其进行分类^[1-3], 建立了早期的夸克模型. 早期的夸克模型的一个成功之处在于它成功地预言了 Ω 粒子的存在^[4]. 超子家族具有丰富的谱学^[5], 其激发态的数量众多、能级结构复杂, 这为探索强子谱学、检验夸克

模型的有效性提供了极佳的实验与理论平台. 近年来, 随着 BESIII、LHCb、Belle II 等高亮度实验装置的运行, 大量新的超子候选态被发现, 这使得超子的理论和实验研究进入了新阶段^[6]. 近期, BESIII 实验组^[7]在 $\psi(3686) \rightarrow \bar{p}K^+\Sigma^0 + \text{c.c.}$ 上发现了一个新的 Σ 激发态 $\Sigma(2330)$, 其质量和宽度分别为

$$\begin{aligned} m &= 2334.7 \pm 7.9 \pm 16.0 \text{ MeV}, \\ \Gamma &= 206.3 \pm 9.5 \pm 18.4. \end{aligned} \quad (1)$$

其自旋-宇称为可能为 $3/2^-$. 不久之后, BESIII 实验组^[8]又在 $J/\psi \rightarrow K^-\Sigma^0\Xi^+$ 上发现了一个新的 Ξ 激发态 $\Xi(1720)$, 其质量和宽度分别为

* 国家自然科学基金 (批准号: 12405098, 12335001, 12247101)、兰州大学人才科学基金、中央高校基本科研业务费 (批准号: lzujbky-2024-jdxx06)、甘肃省自然科学基金 (批准号: 22JR5RA389, 25JRRA799)、高等学校学科创新引智计划 (“111 计划”, 批准号: B20063).

† E-mail: luosiqiang@lzu.edu.cn

$$m = 1721.0 \pm 5.2_{\text{stat.}} \pm 3.4_{\text{syst.}} \text{ MeV},$$

$$\Gamma = 31.3 \pm 18.3_{\text{stat.}} \pm 15.4_{\text{syst.}} \text{ MeV}. \quad (2)$$

其自旋-宇称可能为 $3/2^+$. 近期的实验成果表明, 强子物理实验组对超子激发态保持着高度关注. 面对如此众多的超子态, 如何在理论模型中系统地描述这些态、预测尚未观测到的超子成为当前研究的关键课题.

由于超子含的夸克均为轻夸克 (u, d, s), 因此它不具备含有重夸克 (c, b, t) 那样的重夸克对称性. 在超子中, Ω 具备较高的对称性, 可以基于谐振子波函数的对称性进行计算 [9,10], 但在 $SU(2)$ 对称性下, Λ, Σ, Ξ 中, 每个系统均含有两个对称的和一个对称性不同的夸克. 但由于 s 夸克和 u/d 夸克的质量相差不大, 因此, 在计算中不能采用和单重味重子 [11] 或双重味重子相同对称性.

超子谱学的研究由来已久, 在上个世纪 70 年代, R. Horgan 等人 [12,13] 等人根据对称性分析了超子谱学. Isgur、Karl、Chao 在夸克模型下研究了超子谱 [14–18]. Capstick 和 Isgur [19] 采取了与 Godfrey-Isgur 模型 [20] 相似的方案, 计算了从轻味重子到重味重子的谱学. 超子谱也在格点 QCD [21,22], QCD 求和规则 [23], diquark 模型 [24], 手征夸克模型 [25] 等方法中被研究过. 此外, 像 $\Lambda(1405)$ 的双极点问题 [26–31], 超子中的奇特强子态/重子-介子耦合道 [27–43], 超核问题 [44,45] 也被广泛研究.

在重子系统中, 超子的谱学可由求解相应的三体 Schrödinger 方程获得. 本文采用 Capstick-Isgur 模型 [19] 来处理夸克-夸克间的相互作用, 该方法已经在重子谱计算中取得了较好的成功, 基于最新的实验数据, 我们拟合得到相互作用参数. 我们将实验上已发现的超子态纳入该模型的框架, 并使用高斯展开法 [46] 系统计算 Λ, Σ, Ξ 超子基态及激发态的质量谱, 可以将理论结果与实验数据进行直接对比, 从而分析已知超子的内部结构, 进一步确定其在超子家族中的可能的位置, 并在此基础上预言潜在的新态. 这不仅有助于完善当前的超子谱, 还能对未来 BESIII、LHCb、Belle II 的实验提供理论建议.

本文的结构如下: 在引言之后, 我们在第 2 节引入计算方法, 主要是介绍 Capstick-Isgur 模型和高斯展开法; 然后我们在第 3 节给出数值结果; 最后我们给出一个简单的总结.

2 计算谱学及求解三体 Schrödinger 方程的方法

2.1 Capstick-Isgur 模型

如引言所述, 我们采用 Capstick-Isgur 势模型进行计算, 其哈密顿量可以写为 [19,20]:

$$H = \sum_i \sqrt{p_i^2 + m_i^2} + \sum_{i < j} V_{ij}, \quad (3)$$

其中 $\sqrt{p_i^2 + m_i^2}$ 为相对论性动能项; V_{ij} 为相互作用, 主要包含

$$V_{ij} = V_{ij}^{\text{Coul}} + V_{ij}^{\text{cont}} + V_{ij}^{\text{so}(v)} + V_{ij}^{\text{tens}} + V_{ij}^{\text{conf}} + V_{ij}^{\text{so}(s)}, \quad (4)$$

其中, V_{ij}^{Coul} 、 V_{ij}^{cont} 、 $V_{ij}^{\text{so}(v)}$ 、 V_{ij}^{tens} 、 V_{ij}^{conf} 、 $V_{ij}^{\text{so}(s)}$ 分别为库仑势、接触项、矢量交换型的自旋-轨道耦合项、张量项、禁闭势、标量交换型的自旋-轨道耦合项. 对于库仑项, 其表达式为

$$V_{ij}^{\text{Coul}} = \beta_{ij}^{\frac{1}{2} + \epsilon_{\text{Coul}}} \tilde{G}_{ij} \beta_{ij}^{\frac{1}{2} + \epsilon_{\text{Coul}}}, \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \beta_{ij} &= 1 + \frac{p_{ij}^2}{(p_{ij}^2 + m_i^2)^{1/2} (p_{ij}^2 + m_j^2)^{1/2}}, \\ \tilde{G}_{ij} &= -\frac{2}{3} \sum_k \frac{\alpha_k}{r_{ij}} \text{erf}(\sigma_{kij} r_{ij}), \\ \sigma_{kij}^{-2} &= \gamma_k^{-2} + \sigma_{ij}^{-2}, \\ \sigma_{ij}^2 &= \sigma_0^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{4m_i m_j}{(m_i + m_j)^2} \right)^4 \right) \\ &\quad + s^2 \left(\frac{2m_i m_j}{m_i + m_j} \right)^2, \end{aligned} \quad (6)$$

这里, p_{ij} 为在 ij 质心系中任一夸克的动量大小, ϵ_{Coul} 是用于控制库仑相互作用中相对论效应强度的参数, σ_0 和 s 为相互作用的参数, γ_k 和 α_k 为参数化跑动耦合常数的参数, 即

$$\alpha_s(Q^2) \sim \sum_k \alpha_k e^{-\gamma_k Q^2}. \quad (7)$$

对应的, 禁闭势的表达式为

$$\begin{aligned} V_{ij}^{\text{conf}} &= \frac{1}{2} b r_{ij} \left(\frac{e^{-\sigma_{ij}^2 r_{ij}^2}}{\sqrt{\pi} \sigma_{ij} r_{ij}} + \left(1 + \frac{1}{2\sigma_{ij}^2 r_{ij}^2} \right) \right. \\ &\quad \left. \text{erf}(\sigma_{ij} r_{ij}) \right) + \frac{1}{2} c. \end{aligned} \quad (8)$$

与文献 [19] 不同的是, 文献 [19] 是三体势, 这里是

两两相互作用. 相应的自旋相关项的表达式为

$$\begin{aligned}
 V_{ij}^{\text{cont}} &= \delta_{ij}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{cont}}} \frac{2\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j}{3m_i m_j} \nabla^2 \tilde{G}_{ij} \delta_{ij}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{cont}}}, \\
 V_{ij}^{\text{so}(v)} &= \frac{1}{r_{ij}} \frac{d\tilde{G}_{ij}}{dr_{ij}} \left(\delta_{ii}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(v)}} \frac{\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{s}_i}{2m_i^2} \delta_{ii}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(v)}} \right. \\
 &\quad - \delta_{jj}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(v)}} \frac{\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_j \cdot \mathbf{s}_j}{2m_j^2} \delta_{jj}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(v)}} \\
 &\quad \left. - \delta_{ij}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(v)}} \frac{\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_j \cdot \mathbf{s}_i - \mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{s}_j}{2m_i^2} \delta_{ij}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(v)}} \right), \\
 V_{ij}^{\text{tens}} &= \delta_{ij}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{tens}}} \frac{1}{3m_i m_j} \left(\frac{3(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\mathbf{s}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^2} - \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j \right) \\
 &\quad \times \left(\frac{1}{r_{ij}} \frac{d\tilde{G}_{ij}}{dr_{ij}} - \frac{d^2 \tilde{G}_{ij}}{dr_{ij}^2} \right) \delta_{ij}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{tens}}}, \\
 V_{ij}^{\text{so}(s)} &= \frac{1}{r_{ij}} \frac{dV_{ij}^{\text{string}}}{dr_{ij}} \left(-\delta_{ii}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(s)}} \frac{\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{s}_i}{2m_i^2} \delta_{ii}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(s)}} \right. \\
 &\quad \left. + \delta_{jj}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(s)}} \frac{\mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_j \cdot \mathbf{s}_j}{2m_j^2} \delta_{jj}^{\frac{1}{2}+\epsilon_{\text{so}(s)}} \right). \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中 $\delta_{ij} = \frac{m_i m_j}{(p_{ij}^2 + m_i^2)^{1/2} (p_{ij}^2 + m_j^2)^{1/2}}$, 而 ϵ_i ($i = \text{cont}, \text{so}(v), \text{tens}, \text{so}(s)$) 为控制相对论效应的强度的参数.

2.2 高斯展开法

利用上述势能, 我们可以求解 Schrödinger 方程以获得超子的能谱, 其基矢 $|\psi_{JM}^{\alpha n_\rho n_\lambda}\rangle$ 可以写成

$$|\psi_{JM}^{\alpha n_\rho n_\lambda}\rangle = |\psi^{\text{color}} \psi^{\text{flavor}} [\chi_S^{s_{12}} [\phi_{n_\rho l_\rho}(\boldsymbol{\rho}) \phi_{n_\lambda l_\lambda}(\boldsymbol{\lambda})]_L]_{JM}\rangle, \quad (10)$$

其中 $\alpha = \{s_{12}, S, l_\rho, l_\lambda, L\}$ 是一组量子数列表. 我们一般将对称性相同的夸克设为 12, 对称性不同的夸克设为 3. s_{12} 和 S 分别为前两个夸克耦合出的自旋以及总自旋. $\boldsymbol{\rho}$ 为前两个夸克的相对坐标, $\boldsymbol{\lambda}$ 为第三个夸克与前两个夸克质心的相对坐标. l_ρ 和 l_λ 分别为 $\boldsymbol{\rho}$ 和 $\boldsymbol{\lambda}$ 自由度的轨道角动量, L 为总的角动量. 对于同一个 J^P , 可能有一系列的 α 列表. 如果抽取仅和 α 有关的部分, 则一个基矢可以简写成

$$\phi_J^\alpha = [\chi_S^{s_{12}} \phi_L^{l_\rho l_\lambda}]_J. \quad (11)$$

n_ρ 和 n_λ 为所选择的基矢的参数. 总的波函数可以写成

$$\psi_{JM} = \sum_{\alpha n_\rho n_\lambda} C_{\alpha n_\rho n_\lambda} |\psi_{JM}^{\alpha n_\rho n_\lambda}\rangle \quad (12)$$

$C_{\alpha n_\rho n_\lambda}$ 可以通过 Rayleigh-Ritz 变分法求解. 在这种框架下, Schrödinger 方程可以写成如下特征值方程的形式:

$$\sum_{\alpha n_\rho n_\lambda} H_{\alpha' n'_\rho n'_\lambda}^{\alpha n_\rho n_\lambda} C_{\alpha n_\rho n_\lambda} = M \sum_{\alpha n_\rho n_\lambda} N_{\alpha' n'_\rho n'_\lambda}^{\alpha n_\rho n_\lambda} C_{\alpha n_\rho n_\lambda}, \quad (13)$$

这里 M 是所求解的质量, 即特征值; $C_{\alpha n_\rho n_\lambda}$ 为特征矢量, 通过该值可以得到波函数. $H_{\alpha' n'_\rho n'_\lambda}^{\alpha n_\rho n_\lambda}$ 和 $N_{\alpha' n'_\rho n'_\lambda}^{\alpha n_\rho n_\lambda}$ 分别为 Hamiltonian 和基矢重叠项的矩阵元, 可以通过如下方式求解:

$$\begin{aligned}
 H_{\alpha' n'_\rho n'_\lambda}^{\alpha n_\rho n_\lambda} &= \langle \psi_{JM}^{\alpha' n'_\rho n'_\lambda} | H | \psi_{JM}^{\alpha n_\rho n_\lambda} \rangle, \\
 N_{\alpha' n'_\rho n'_\lambda}^{\alpha n_\rho n_\lambda} &= \langle \psi_{JM}^{\alpha' n'_\rho n'_\lambda} | \psi_{JM}^{\alpha n_\rho n_\lambda} \rangle.
 \end{aligned} \quad (14)$$

在式 (10) 中, ψ^{color} 为颜色波函数, 即

$$\psi^{\text{color}} = \frac{1}{\sqrt{6}} (rgb - grb + brg - rbg + gbr - bgr), \quad (15)$$

ψ^{flavor} 是味道波函数, 即

$$\psi^{\text{flavor}} = \begin{cases} \Lambda : \frac{1}{2}(ud - du)s, \\ \Sigma : \frac{1}{2}(ud + du)s, \\ \Xi : ssn \ (n = u, d). \end{cases} \quad (16)$$

自旋波函数 $\chi_S^{s_{12}}$ 为

$$|\chi_S^{s_{12}}\rangle = |[[\chi_{s_1} \chi_{s_2}]_{s_{12}} \chi_{s_3}]_S\rangle. \quad (17)$$

对于空间波函数, 我们采用的是高斯展开法^[46], 该方法广泛地应用于重子谱的计算中^[47-49], 具备精度高的特点, 其基矢为:

$$\phi_{nl} = \left(\frac{2^{l+2} (2\nu_n)^{l+\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi} (2l+1)!!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\nu_n r^2} \mathcal{Y}_l(\mathbf{r}), \quad (18)$$

其中, ν_n 可以通过 $\nu_n = r_{\min}^{-2} (r_{\max}/r_{\min})^{(2-2n)/n_{\max}}$ 计算, $r_{\min}$ 、 $r_{\max}$ 、 $n_{\max}$ 为高斯展开法的参数.

3 数值结果及讨论

对于 Λ 、 Σ 、 Ξ 粒子, 由于 s 与 u/d 夸克的质量相差不大, 因此不能用单一模式来计算激发态. 这里, 我们考虑 ρ 模激发, λ 模激发, ρ - λ 模混合激发. 这里我们主要计算 $1S$ 、 $2S$ 、 $1P$ 、 $1D$ 态的质量谱. 基于对称性, 我们将所得基矢依据式 (11) 列在表 1 中. 由于 Λ 的味道波函数中 u 、 d 为反对称,

表 1 本工作所使用的基矢
 Table 1. The bases used in this work.

J^P	Λ	Σ/Ξ
$\left \frac{1}{2}^+, S\text{-wave}\right\rangle$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_0^{00}]_{\frac{1}{2}}$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_0^{00}]_{\frac{1}{2}}$
$\left \frac{1}{2}^+, D\text{-wave}\right\rangle$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_0^{11}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_1^{11}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^3 \phi_1^{11}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^3 \phi_2^{11}]_{\frac{1}{2}}$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^3 \phi_2^{02}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_0^{11}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_1^{11}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_2^{20}]_{\frac{1}{2}}$
$\left \frac{3}{2}^+, S\text{-wave}\right\rangle$		$[\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_0^{00}]_{\frac{3}{2}}$
$\left \frac{3}{2}^+, D\text{-wave}\right\rangle$	$\frac{3}{2} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_0^{11}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_1^{11}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{11}]_{\frac{3}{2}}$ $[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_2^{11}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{11}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_2^{20}]_{\frac{3}{2}}$ $[\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_2^{02}]_{\frac{5}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{11}]_{\frac{5}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_2^{11}]_{\frac{5}{2}}$ $[\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{11}]_{\frac{5}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_2^{20}]_{\frac{5}{2}}$	$\frac{3}{2} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{02}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_1^{11}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_2^{11}]_{\frac{3}{2}}$ $[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_2^{20}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{20}]_{\frac{3}{2}}$ $[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_2^{02}]_{\frac{5}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{02}]_{\frac{5}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_2^{11}]_{\frac{5}{2}}$ $[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_2^{20}]_{\frac{5}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{20}]_{\frac{5}{2}}$
$\left \frac{7}{2}^+, D\text{-wave}\right\rangle$	$[\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{11}]_{\frac{7}{2}}$	$[\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{02}]_{\frac{7}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_2^{20}]_{\frac{7}{2}}$
$\left \frac{1}{2}^-, P\text{-wave}\right\rangle$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_1^{01}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_1^{10}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{10}]_{\frac{1}{2}}$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_1^{01}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{01}]_{\frac{1}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_1^{10}]_{\frac{1}{2}}$
$\left \frac{3}{2}^-, P\text{-wave}\right\rangle$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_1^{01}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_1^{10}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{10}]_{\frac{3}{2}}$	$[\chi_{\frac{1}{2}}^1 \phi_1^{01}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{01}]_{\frac{3}{2}} [\chi_{\frac{1}{2}}^0 \phi_1^{10}]_{\frac{3}{2}}$
$\left \frac{5}{2}^-, P\text{-wave}\right\rangle$	$[\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{10}]_{\frac{5}{2}}$	$[\chi_{\frac{3}{2}}^1 \phi_1^{01}]_{\frac{5}{2}}$

而颜色波函数恒定为反对称, 为保证夸克 1、2 波函数为反对称, 要求 $1 = (-1)^{s_{12}+l_{\rho}}$. 而在 Σ 中, 味道波函数中 u 、 d 为对称, 这与 Ξ 中两前两个夸克的味波函数的对称性一致, 因此要求 $-1 = (-1)^{s_{12}+l_{\rho}}$. 在势模型上, 我们基于已经发现的重子, 得到势模型参数并将其列在表 2 中. 我们将数值结果列在表 3 中, 为了直观地与实验进行对比, 我们同时将质量谱展示在图 1—3 中. 对于 S 波, 我们列出了 $1S$ 和 $2S$. 对于 P 波和 D 波, 我们列出最低的几个态, 数量同表 1 中的基矢一致, 但由于我们求解的是物理态, 因此这些态是表 1 中基矢的混合. 对于 P 波, 由于基矢简单, 不同的径向激发态之间的能级差较大, 因此表 3 中, $1P$ 占据主导成分. 而对于 D 波, 基矢较多, 特别是部分径向激发态的质量可能与轨道激发的质量相差较小, 可能会产生部分重叠, 因此我们在表 3 中标注为 D -wave 而非 $1D$. 我们同时列出了实验值, 以方便和理论值进行对比.

如图 1—3 所示, 所有的基态的质量的理论值与实验值符合得非常好, 如 $\Lambda(1S)$ 、 $\Sigma^{(*)}(1S)$ 、 $\Xi^{(*)}(1S)$.

对于 Λ 的激发态, $\Lambda(1600)$ 是一个很好的 $\Lambda(2S)$ 候选态. 对于 P 波粒子, 实验上也发现了大量的候选态. 例如 $\Lambda(1405)$, 但其质量略低于夸克模型的计算 [50]. 而 $\Lambda(1670)$ 、 $\Lambda(1800)$ 、 $\Lambda(1520)$ 、 $\Lambda(1690)$ 、 $\Lambda(1830)$ 可能是 $\Lambda(1P)$ 候选态. $\Lambda(1810)$ 、 $\Lambda(1890)$ 、 $\Lambda(2070)$ 、 $\Lambda(1820)$ 、 $\Lambda(2110)$ 、 $\Lambda(2085)$ 可能是 D 波 Λ 的候选态. 在 Σ 中, $\Sigma(1660)$ 和 $\Sigma(1780)$ 是很好的 $\Sigma(2S)$ 候选态, $\Sigma(1620)$ 、 $\Sigma(1750)$ 、 $\Sigma(1580)$ 、 $\Sigma(1670)$ 、 $\Sigma(1775)$ 可能为 $\Sigma(1P)$ 的候选态, $\Sigma(1880)$ 、 $\Sigma(1940)$ 、 $\Sigma(2080)$ 、 $\Sigma(1915)$ 、 $\Sigma(2070)$ 、 $\Sigma(2030)$ 为 D 波 Σ 候选态. 对于 Ξ , 有确定的自旋-轨道量子数的态较少, 其中, $\Xi(1820)$ 可能是一个 $\Xi(1P)$ 态. 对于 $\Xi(1620)$ 和 $\Xi(1690)$, 其质量比理论值偏低, 但由于其质量分别靠近 $\bar{K}\Lambda$ 和 $\bar{K}\Sigma$ 的阈值, 同时也被强子分子态的工作所研究 [39–43].

表 2 本工作所使用的势模型参数, “*” 表示该参数与文献 [19,20] 一致

Table 2. The parameters of the potential model used in this work. “*” imply that the values are consistent with Refs.[19,20].

$m_n = 0.220 \text{ GeV}^*$	$m_s = 0.419 \text{ GeV}^*$	$m_c = 1.628 \text{ GeV}^*$	$m_b = 4.977 \text{ GeV}^*$
$\alpha_k = \{0.25, 0.15, 0.20\}^*$		$\gamma_k = \left\{\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{5}{2}}, 5\sqrt{10}\right\}^*$	
$b = 0.140 \text{ GeV}^2$	$c = -0.204 \text{ GeV}$	$\sigma_0 = 2.252 \text{ GeV}$	$s = 0.809$
$\epsilon_{\text{cont}} = -0.143$	$\epsilon_{\text{tens}} = 0.381$	$\epsilon_{\text{so}(v)} = 0.062$	$\epsilon_{\text{so}(s)} = 0.447$
			$\epsilon_{\text{Coul}} = 0^*$

表 3 Λ 、 Σ 、 Ξ 的质量谱的理论值与实验值的比较. 单位: MeV

Table 3. The comparisons of theoretical and experimental values for the mass spectra of Λ , Σ , and Ξ in units of MeV.

	Λ		Σ		Ξ	
	理论值	PDG ^[5]	理论值	PDG ^[5]	理论值	PDG ^[5]
$\left \frac{1}{2}^{+}, 1S\right\rangle$	1117	1115.683 ± 0.006	1170	1189	1300	1315
$\left \frac{1}{2}^{+}, 2S\right\rangle$	1662	1570–1630	1714	1640–1680	1841	
$\left \frac{1}{2}^{+}, D\text{-wave}\right\rangle$	1871	1713 ± 13	1952	1820–1940	2083	
	1979	1740–1840	1984		2113	
	2040		1997		2129	
	2053		2056		2178	
$\left \frac{3}{2}^{+}, 1S\right\rangle$			1387	1383	1514	1532
$\left \frac{3}{2}^{+}, 2S\right\rangle$			1857	1730–1830	1984	
$\left \frac{3}{2}^{+}, D\text{-wave}\right\rangle$	1839	1870–1910	1931	1920–1960	2043	
	1942	2070 ± 24	1996	2060–2120	2127	
	1999		2001		2134	
	2007		2029		2158	
	2028		2046		2173	
	2065		2084		2213	
	2089					
$\left \frac{5}{2}^{+}, D\text{-wave}\right\rangle$	1851	1815–1825	1944	1900–1935	2039	
	2007	2050–2130	2012	2020–2100	2139	
	2050		2051		2172	
	2073		2055		2181	
	2123		2068		2196	
$\left \frac{7}{2}^{+}, D\text{-wave}\right\rangle$	2094	2020	2040	2025–2040	2166	
			2103		2214	
$\left \frac{1}{2}^{-}, 1P\right\rangle$	1487	$1405.1^{+1.3}_{-1.0}$	1616	1600–1650	1758	1620?
	1600	1670–1678	1657	1700–1800	1796	$1690 \pm 10?$
	1671	1750–1850	1692		1825	
$\left \frac{3}{2}^{-}, 1P\right\rangle$	1541	1518–1520	1669	1580	1800	1823 ± 5
	1643	1685–1695	1712	1665–1685	1844	
	1724		1736		1866	
$\left \frac{5}{2}^{-}, 1P\right\rangle$	1785	1820–1830	1767	1770–1780	1902	

而最近发现的 $\Sigma(2330)$ [7], 它的质量远超我们计算的能区, 在将来的理论工作中, 我们可以尝试研究 $2P$ 、 $1F$ 态, 或者其它高激发的超子, 用于研究包括 $\Sigma(2330)$ 在内的大质量超子. 而对于 $\Xi(1720)$ [8], 我们发现它难以与本工作所得到的理论值进行比较, 它位于 $1S$ 和 $2S$ 之间, 远低于 D 波态, 在将来, 我们需要更多的理论工作来进行研究.

除了上述我们讨论这些态, 还是很多被收录进 PDG 的态, 其中部分自旋-轨道量子数待定或质量超过我们所讨论的能区, 这里没有被列进来. 除此之外, 我们可以看到, 大量理论计算的态在实验上仍然尚未被发现, 我们期待在将来的实验能够进行寻找. 我们建议 BESIII、LHCb、Belle II 等实验组开展相关的工作.

表 4 参数变化为+5% 减去-5 时的质量差. 单位: MeV. 这里“-”表示该参数对这一个态不起作用, $\sim +0$ 和 ~ -0 表示绝对值小于 0.1 MeV. $|J^P, L\rangle_1$ 表示该量子数对应的轨道角动量下, 取质量的最低值

Table 4. Mass differences when varying the parameters by +5% and -5% in units of MeV. Here, “-” indicates that this parameter does not affect the state; “ $\sim +0$ ” and “ ~ -0 ” indicate absolute values less than 0.1 MeV. $|J^P, L\rangle_1$ denotes the lowest mass value among the states with the corresponding orbital angular momentum quantum numbers.

	b	σ_0	s	ϵ_{cont}	ϵ_{tens}	$\epsilon_{\text{so}(v)}$	$\epsilon_{\text{so}(s)}$
$\Lambda \left \frac{1}{2}^+, 1S \right\rangle$	+52.8	-12.5	-0.1	-13.8	-	-	-
$\Lambda \left \frac{1}{2}^+, 2S \right\rangle$	+79.4	-10.9	-0.1	-11.4	-	-	-
$\Lambda \left \frac{1}{2}^+, D \right\rangle_1$	+85.4	-5.3	-0.1	-4.1	$\sim +0$	+0.1	-0.2
$\Lambda \left \frac{3}{2}^+, D \right\rangle_1$	+85.9	-7.4	-0.1	-11.4	$\sim +0$	+0.6	-1.5
$\Lambda \left \frac{5}{2}^+, D \right\rangle_1$	+85.8	-6.8	~ -0	-10.7	~ -0	-0.3	+1.5
$\Lambda \left \frac{7}{2}^+, D \right\rangle_1$	+96.7	-1.5	~ -0	+0.7	+0.1	-1.2	+2.6
$\Lambda \left \frac{1}{2}^-, P \right\rangle_1$	+69.2	-9.7	-0.1	-12.4	$\sim +0$	+1.2	-2.4
$\Lambda \left \frac{3}{2}^-, P \right\rangle_1$	+70.1	-7.9	-0.1	-11.6	~ -0	-0.5	+1.1
$\Lambda \left \frac{5}{2}^-, P \right\rangle_1$	+80.7	-2.2	~ -0	+1.5	+0.1	-1.1	+1.7
$\Sigma \left \frac{1}{2}^+, 1S \right\rangle$	+53.4	-10.0	-0.1	-5.4	-	-	-
$\Sigma \left \frac{1}{2}^+, 2S \right\rangle$	+80.8	-8.9	-0.1	-4.3	-	-	-
$\Sigma \left \frac{1}{2}^+, D \right\rangle_1$	+89.7	-2.7	~ -0	-0.5	+0.1	+0.1	-0.2
$\Sigma \left \frac{3}{2}^+, 1S \right\rangle$	+63.4	-3.8	~ -0	+4.3	-	-	-
$\Sigma \left \frac{3}{2}^+, 2S \right\rangle$	+87.4	-3.7	~ -0	+4.1	-	-	-
$\Sigma \left \frac{3}{2}^+, D \right\rangle_1$	+87.3	-3.7	~ -0	-3.3	$\sim +0$	+0.8	-2.3
$\Sigma \left \frac{5}{2}^+, D \right\rangle_1$	+87.8	-3.3	~ -0	-2.9	~ -0	-0.4	+2.1
$\Sigma \left \frac{7}{2}^+, D \right\rangle_1$	+94.9	-1.9	~ -0	+1.7	+0.1	-0.7	+2.0
$\Sigma \left \frac{1}{2}^-, P \right\rangle_1$	+73.4	-4.6	-0.1	-2.0	+0.4	+1.1	-1.9
$\Sigma \left \frac{3}{2}^-, P \right\rangle_1$	+74.7	-3.3	~ -0	-1.9	$\sim +0$	-0.4	+1.0
$\Sigma \left \frac{5}{2}^-, P \right\rangle_1$	+80.8	-2.1	~ -0	+2.2	+0.1	-0.8	+1.3
$\Xi \left \frac{1}{2}^+, 1S \right\rangle$	+51.6	-10.3	-0.1	-7.3	-	-	-
$\Xi \left \frac{1}{2}^+, 2S \right\rangle$	+78.2	-9.0	-0.1	-5.5	-	-	-
$\Xi \left \frac{1}{2}^+, D \right\rangle_1$	+87.3	-2.9	~ -0	-0.2	+0.1	+0.2	-0.4
$\Xi \left \frac{3}{2}^+, 1S \right\rangle$	+60.8	-4.1	-0.1	+3.2	-	-	-
$\Xi \left \frac{3}{2}^+, 2S \right\rangle$	+84.8	-4.0	-0.1	+3.0	-	-	-
$\Xi \left \frac{3}{2}^+, D \right\rangle_1$	+85.3	-3.8	-0.1	-3.7	$\sim +0$	+0.5	-1.7
$\Xi \left \frac{5}{2}^+, D \right\rangle_1$	+84.1	-3.5	~ -0	-3.3	~ -0	-0.1	+1.5

表 4 (续) 参数变化为+5% 减去-5% 时的质量差. 单位: MeV. 这里“-”表示该参数对这一个态不起作用, $\sim +0$ 和 ~ -0 表示绝对值小于 0.1 MeV. $|J^P, L\rangle_1$ 表示该量子数对应的轨道角动量下, 取质量的最低值
 Table 4 (continued). Mass differences when varying the parameters by +5% and -5% in units of MeV. Here, “-” indicates that this parameter does not affect the state; “ $\sim +0$ ” and “ ~ -0 ” indicate absolute values less than 0.1 MeV. $|J^P, L\rangle_1$ denotes the lowest mass value among the states with the corresponding orbital angular momentum quantum numbers.

	b	σ_0	s	ϵ_{cont}	ϵ_{tens}	$\epsilon_{\text{so}(v)}$	$\epsilon_{\text{so}(s)}$
$\Xi \left \frac{7}{2}^+, D \right\rangle_1$	+92.0	-2.0	~ -0	+1.0	+0.1	-0.6	+1.6
$\Xi \left \frac{1}{2}^-, P \right\rangle_1$	+72.1	-4.5	-0.1	-2.2	+0.3	+0.9	-1.2
$\Xi \left \frac{3}{2}^-, P \right\rangle_1$	+72.4	-3.5	-0.1	-2.3	~ -0	-0.3	+0.3
$\Xi \left \frac{5}{2}^-, P \right\rangle_1$	+77.8	-2.3	~ -0	+1.2	+0.1	-0.9	+1.4

用, 因此 ϵ_{tens} 、 $\epsilon_{\text{so}(v)}$ 、 $\epsilon_{\text{so}(s)}$ 对 S 波的质量没有影响. 由 b 误差带来的理论误差可能比较大, 而其他的误差产生的质量偏差相对较小. 以上分析可以直观地看到参数变动时对质量的影响, 利用式 (19) 和表 4 可以直接计算当参数进行微小变动时质量的变化.

4 总 结

本研究基于 Capstick-Isgur 模型, 通过求解三体 Schrödinger 方程, 系统计算了 Λ 、 Σ 、 Ξ 超子家族的能谱, 并将理论结果与现有实验数据进行了详细对比. 研究表明, 该模型能够较好地复现多数已知超子态的质量与量子数特征, 验证了其在描述含奇异夸克重子结构方面的有效性. 在此基础上, 我们不仅对部分已有超子的分类与性质提出了新的解释, 还预言了一批尚未被实验观测到的新激发态, 为超子谱学的完善提供了理论依据. 通过与 BESIII、LHCb、Belle II 等实验组的研究方向结合, 本工作的结果可为未来的超子寻找与测量提供候选态及能区建议, 有助于进一步验证夸克模型对强子谱的预测能力.

我们注意到, 部分理论结果与实验结果偏差较大, 像耦合道效应、奇特强子态等可以被纳入到解释中 [27–43], 进一步丰富超子谱的理论研究. 我们的研究覆盖了当前实验发现的大部分超子的能区, 但仍有部分态的质量, 如最近发现的 $\Sigma(2330)$ [7], 远高于本工作所研究的能区, 我们希望在将来的工作中, 可以引入高激发态的研究, 以解释这些超子态, 并验证模型在高激发态下的可靠性.

随着实验精度的提高与新数据的积累, 理论计算与实验测量的紧密结合将推动超子物理的发展, 并深化我们对强子结构及强相互作用的理

参考文献

- [1] Gell-Mann M 1964 *Phys. Lett.* **8** 214
- [2] Zweig G 1964 Version 1, 10.17181/CERN-TH-401
- [3] Zweig G 1964 Version 2, 10.17181/CERN-TH-412
- [4] Barnes V E, et al 1964 *Phys. Rev. Lett.* **12** 204
- [5] Navas S, et al 2024 *Phys. Rev. D* **110** 030001
- [6] Wang S, Liu H, Fang S, Wang X 2026 *Chin. Phys. Lett.* **43** 050201
- [7] Ablikim M, et al. 2026 arXiv: 2602.11501
- [8] Ablikim M, et al. 2026 arXiv: 2604.27028
- [9] Luo S Q, Liu X 2025 *Phys. Rev. D* **112** 014047
- [10] Liu M S, Wang K L, Lü Q F, Zhong X H 2020 *Phys. Rev. D* **101** 016002
- [11] Chen B, Luo S Q, Liu X 2021 *Eur. Phys. J. C* **81** 474
- [12] Horgan R, Dalitz R H 1973 *Nucl. Phys. B* **66** 135 [Erratum: *Nucl.Phys.B* 71, 546–547 (1974)]
- [13] Horgan R 1974 *Nucl. Phys. B* **71** 514
- [14] Isgur N, Karl G 1978 *Phys. Rev. D* **18** 4187
- [15] Isgur N, Karl G 1978 *Phys. Lett. B* **74** 353
- [16] Isgur N, Karl G 1979 *Phys. Rev. D* **19** 2653 [Erratum: *Phys.Rev.D* 23, 817 (1981)]
- [17] Isgur N, Karl G 1979 *Phys. Rev. D* **20** 1191
- [18] Chao K T, Isgur N, Karl G 1981 *Phys. Rev. D* **23** 155
- [19] Capstick S, Isgur N 1986 *Phys. Rev. D* **34** 2809
- [20] Godfrey S, Isgur N 1985 *Phys. Rev. D* **32** 189
- [21] Lin H W 2011 *Chin. J. Phys.* **49** 827
- [22] Lin H W 2009 *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* **187** 200
- [23] Kondo Y, Morimatsu O, Nishikawa T, Kanada-En'yo Y 2007 *Phys. Rev. D* **75** 034010
- [24] Faustov R N, Galkin V O 2015 *Phys. Rev. D* **92** 054005
- [25] Xiao L Y, Zhong X H 2013 *Phys. Rev. D* **87** 094002
- [26] He Y B, Liu X H, Geng L S, Guo F K, Xie J J 2026 *PoS HADRON2025* 009
- [27] Kaiser N, Siegel P B, Weise W 1995 *Nucl. Phys. A* **594** 325
- [28] Jido D, Hosaka A, Nacher J C, Oset E, Ramos A 2002 *Phys. Rev. C* **66** 025203
- [29] Garcia-Recio C, Nieves J, Ruiz Arriola E, Vicente Vacas M J 2003 *Phys. Rev. D* **67** 076009
- [30] Hyodo T, Jido D 2012 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **67** 55
- [31] Oller J A, Meissner U G 2001 *Phys. Lett. B* **500** 263
- [32] Tornqvist N A, Zenczykowski P 1984 *Phys. Rev. D* **29** 2139
- [33] Tornqvist N A, Zenczykowski P 1986 *Z. Phys. C* **30** 83
- [34] Zenczykowski P 1986 *Annals Phys.* **169** 453
- [35] Oset E, Ramos A 1998 *Nucl. Phys. A* **635** 99
- [36] Oset E, Ramos A, Bennhold C 2002 *Phys. Lett. B* **527** 99

- [Erratum: Phys.Lett.B 530, 260–260 (2002)]
- [37] Ramos A, Oset E, Bennhold C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 252001
- [38] Lutz M F M, Kolomeitsev E E 2002 *Nucl. Phys. A* **700** 193
- [39] Wang Z Y, Qi J J, Xu J, Guo X H 2019 *Eur. Phys. J. C* **79** 640
- [40] Huang Y, Yang F, Zhu H 2021 *Chin. Phys. C* **45** 073112
- [41] Chen K, Chen R, Sun Z F, Liu X 2019 *Phys. Rev. D* **100** 074006
- [42] Sekihara T 2015 *PTEP* **2015** 091D01
- [43] Feijoo A, Valcarce Cadenas V, Magas V K 2023 *Phys. Lett. B* **841** 137927 [Erratum: Phys.Lett.B 853, 138660 (2024)]
- [44] 温静, 孙帅, 曹李刚, 张丰收 2024 物理学报 **73** 042101
- [45] Chen J H, Geng L S, Hiyama E, Liu Z W, Pochodzalla J 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 100101
- [46] Hiyama E, Kino Y, Kamimura M 2003 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **51** 223
- [47] Yoshida T, Hiyama E, Hosaka A, Oka M, Sadato K 2015 *Phys. Rev. D* **92** 114029
- [48] Luo S Q, Liu X 2023 *Phys. Rev. D* **108** 034002
- [49] Zhang Z L, Luo S Q 2025 *Phys. Rev. D* **112** 074020
- [50] Silvestre-Brac B, Gignoux C 1991 *Phys. Rev. D* **43** 3699

SPECIAL TOPIC—The 80th Anniversary of Physics at Lanzhou University

Investigations of Λ , Σ , and Ξ hyperon spectra^{*}

LUO Siquang^{1)2)3)4)†}

1) (*School of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

2) (*Lanzhou Center for Theoretical Physics, Key Laboratory of Theoretical Physics of Gansu Province, Key Laboratory of Quantum Theory and Applications of MoE, Gansu Provincial Research Center for Basic Disciplines of Quantum Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

3) (*MoE Frontiers Science Center for Rare Isotopes, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

4) (*Research Center for Hadron and CSR Physics, Lanzhou University & Institute of Modern Physics of CAS, Lanzhou 730000, China*)

(Received 20 May 2026; revised manuscript received 13 July 2026)

Abstract

Hyperons constitute an important sector in hadron physics, their large number provides a valuable platform for studying their properties and plays a significant role in hadron spectroscopy. Based on the extensive experimental observations of hyperons, this work employs the Capstick–Isgur model to calculate the spectra of Λ , Σ , and Ξ hyperons by solving the three-body Schrödinger equation. We obtain the parameters of the potential model with spectra of the well established baryons, and calculate the masses of S -, P -, and D -wave Λ , Σ , and Ξ baryons. We present numerical results of $1S$, $2S$, $1P$, and several lower D -wave states. The calculated spectra are compared with existing experimental results. For the Λ and Σ , the theoretical masses match the experimental results pretty well with $1S$. For the $1P$, $2S$, and the lower D -wave states, there exists some good candidates. For the Ξ , the masses of $1S$ states are consistent with the experimental results well. And there are also good $\Xi(1P)$ candidates, which match our calculations. On one hand, this allows us to analyze the properties of known hyperons and explore their possible positions within the hyperon family, on the other hand, it enables us to predict additional, yet-to-be-discovered hyperons, offering theoretical guidance for future experiments. Besides the numerical results presented, there are also many observed states which masses are much higher than our calculations, leaving considerable scope for further investigation. In addition to the mass spectra, we also analyze the impact of parameter variations on the masses, which help us to understand the contributions of each parameter in the spectra. This study aims to provide theoretical support for hyperon spectroscopy experiments planned by Collaborations such as BESIII, LHCb, Belle II, and so on. We look forward to the discovery of more hyperons in upcoming experiments, which will contribute to refining the field of hyperon spectroscopy.

Keywords: hyperon spectroscopy, Capstick-Isgur model, Gaussian expansion method, hadron physics

DOI: [10.7498/aps.75.20260727](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260727)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260727](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20260727)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China under Grants No. 12405098, No. 12335001, No. 12247101, the Talent Scientific Fund of Lanzhou University, the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. lzujbky-2024-jdxx06), the Natural Science Foundation of Gansu Province (No. 22JR5RA389, No. 25JRRA799), and the ‘111Center’ under Grant No. B20063.

[†] E-mail: luosiqiang@lzu.edu.cn