

准一维光学晶格超冷原子的自旋霍尔效应

张泽钰¹⁾²⁾ 周晓凡^{1)2†)}

1) (山西大学激光光谱研究所, 光量子技术与器件全国重点实验室, 太原 030006)

2) (极端光学协同创新中心, 山西大学, 太原 030006)

摘要

自旋霍尔效应由自旋轨道耦合诱导并展现出自旋流, 是凝聚态物理和自旋电子学的重要基石。本文基于准一维光学晶格超冷原子体系, 提出了自旋霍尔效应的量子模拟理论方案。在准一维晶格中引入 Rashba 自旋轨道耦合和线性梯度势, 利用含时密度矩阵重整化群方法, 计算体系的非平衡动力学演化特别是自旋输运行为。计算结果表明, 线性势驱动原子沿晶格方向发生定向输运, 而自旋轨道耦合进一步诱导通道间自旋重新分布, 出现横向自旋流和横向极化, 展现出自旋霍尔效应的典型特征。文章还研究了自旋轨道耦合强度、线性势强度、晶格尺寸以及相互作用强度对自旋霍尔效应的影响。该工作为推动霍尔效应的量子模拟提供了一条可行的超冷原子实现路径, 为利用冷原子系统模拟原子输运行为提供了新的理论范式, 进一步深化了对人工量子体系中非平衡自旋动力学的理解。

关键词: 自旋霍尔效应, 量子模拟, 光学晶格, 超冷原子, 非平衡动力学

PACS: 67.85.-d, 37.10.Jk, 05.60.Gg, 71.70.Ej

基金: 国家重点研发计划项目(批准号: 2022YFA1404003)和山西省基础研究计划项目(批准号: 202403021221024)资助。

† 通信作者.E-mail: zhouxiaofan@sxu.edu.cn

第一作者.E-mail: sxuzhangzy@163.com

1 引言

横向输运是凝聚态物理和量子输运研究中的重要问题，而霍尔效应为理解外场作用下粒子运动与横向响应之间的关系提供了基本范例。经典霍尔效应通过载流子在电场和磁场共同作用下产生的横向电压，使人们能够判断材料中载流子的类型、数量和运动能力。随着研究深入，霍尔效应进一步发展出量子霍尔效应、自旋霍尔效应等重要分支^[1-4]，使其从传统输运测量扩展为研究拓扑物态、自旋轨道耦合和量子动力学的重要平台。其中，自旋霍尔效应将横向输运从电荷自由度拓展到自旋自由度，揭示了无外加磁场条件下自旋轨道耦合诱导纯自旋流的可能性^[3,4]。

经典霍尔效应中的横向偏转来源于电荷在外加电场和垂直磁场共同作用下受到的洛伦兹力，其结果是载流子向样品横向一侧积累^[1]。自旋霍尔效应中的横向偏转不依赖外加磁场，而是来源于自旋轨道耦合^[3,4]。在具有自旋轨道耦合的体系中，粒子的轨道运动与自旋自由度相互耦合，使不同自旋态在输运过程中表现出不同的运动趋势。因此，在纵向电流驱动下，自旋向上和自旋向下粒子会分别向相反的横向方向偏转，并在不同横向区域形成自旋积累，从而产生横向自旋分离。

尽管霍尔效应、自旋霍尔效应以及相关拓扑输运已经在固体材料中得以研究，但其中许多关键参数（例如，电子密度、自旋轨道耦合强度、相互作用强度、无序程度和晶格结构）难以在连续、独立和大范围的调控^[1-4]。然而，超冷原子体系因其高度的可控性和纯洁性，为研究量子模拟提供了良好平台。该体系中的原子类型、晶格构型、人工规范场（自旋轨道耦合）、自旋和相互作用强度均可通过调控光场和磁场实现^[5-11]。这种可调性使中性原子能够在人工规范场中模拟带电粒子的霍尔型输运；相关实验已经在合成维度体系中观测到量子霍尔动力学和局域拓扑标记^[11]，并在动量空间合成晶格中实现了拓扑手性输运^[12,13]。Cai 等人在动量空间合成晶格中实验观测到手征边缘流^[14]，与冷原子体系中的拓扑手性输运和人工规范场研究密切相关。然而一个自然的问题便是，如何在光学晶格超冷原子体系中，基于现有实验技术提出可行的自旋霍尔效应量子模拟方案。

本文基于光学晶格超冷原子体系，给出合理的理论方案模拟自旋霍尔效应，并给出能反映横向自旋流的观测量。基于理论方案我们构建了一个包含 Rashba 自旋轨道耦合和线性势差的准一维多组份模型，并研究了非平衡动力学^[5-7,9-11]。重点考察纵向驱动如何在自旋轨道耦合作用下诱导横向输运和通道间自旋不平

衡，并分析 Rashba 耦合强度、线性势差、晶格尺寸及相互作用对动力学过程的影响。本研究为冷原子体系中模拟自旋霍尔效应提供了理论参考^[15-19]。

2 理论方案和模型

2.1 理论方案

两束沿 x 方向相向对射的激光 R_L （黑色箭头）构造一维光学晶格，如图 1(a)所示。该光学势可写为 $V(x) = V_0 \sin^2(k_L x)$ ，其中 V_0 为光晶格深度、 k_L 为激光波矢^[5,7,8]，周期性势将冷原子限制在离散格点上，形成沿 x 方向排列的真实一维晶格；外加偏置磁场 B 用于定义自旋量子化轴。为了在一维光晶格中引入横向自由度，本文选取碱土金属 ^{87}Sr 或类碱土金属 ^{137}Yb 原子的两个长寿命轨道态 1S_0 和 3P_0 （分别记为 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ ）作为人工维度，并将其等效为 y 方向。由此构成“真实维度 + 人工维度”的准一维梯子体系。在该体系中，通过超窄光钟激光耦合 $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 两个轨道态^[20]，形成沿人工维度 y 方向的跃迁；线偏振光实现 y 方向相同自旋的跃迁，形成一个准一维的梯子晶格；圆偏振钟光实现 y 方向不同自旋的耦合；Raman 光则通过双光子过程驱动真实晶格 x 方向上的自旋翻转跃迁，如图 1(b)所示。通过调节 x 和 y 两个方向上自旋翻转跃迁的强度与相位，可以将原子的轨道运动与自旋自由度耦合起来，从而实现 Rashba 型自旋轨道耦合^[5,6,10]，如图 1(c)所示。所得有效模型中，粒子可在 x 和 y 两个方向发生最近邻隧穿，跃迁强度由 t 表示，同时两个方向上的自旋翻转跃迁强度和相位均可独立调控。

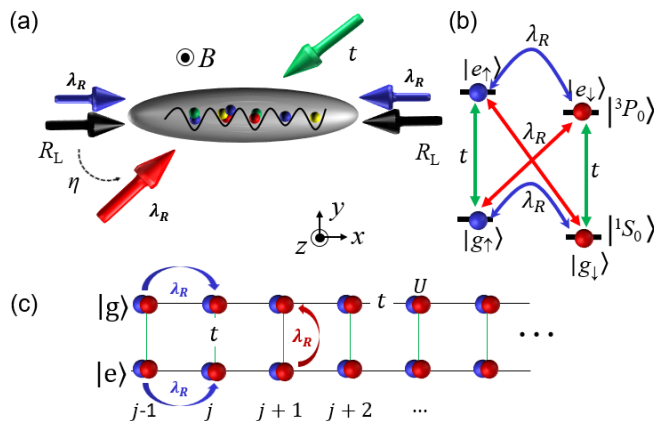


图 1 理论方案及有效模型示意图。(a) 黑色箭头 R_L 表示两束沿 x 方向反向传播的光，用于形成一维光学晶格； B 表示外加磁场，用于定义自旋量子化轴；红色、绿色和蓝色箭头表示耦合原子内态的激光；(b) $|g\rangle$ 和 $|e\rangle$ 表示两个长寿命轨道态， $\uparrow$ 和 $\downarrow$ 表示自旋态；

绿色箭头 t 诱导轨道态间的自旋不变跃迁，红色箭头 λ_R 表示单光子拉比震荡诱导的轨道态间的自旋翻转跃迁，蓝色箭头 λ_R 表示双光子拉曼过程诱导的同轨道态的自旋翻转跃迁；(c) 准一维格点模型，其中黑色和绿色连线分别表示 x 和 y 两个方向的近邻跃迁 t ，蓝色和红色箭头分别表示 Rashba 自旋轨道耦合的两个方向的自旋翻转跃迁 λ_R ， U 表示同格点的接触型相互作用。

Fig. 1. Schematic of the theoretical scheme and the effective lattice model. (a) The black arrows labelled R_L denote two counter-propagating lattice beams along the x direction, which form a one-dimensional optical lattice. The magnetic field B defines the spin quantization axis, while the red, green, and blue laser fields are used to couple the internal atomic states; (b) The states $|g\rangle$ and $|e\rangle$ denote two orbital states, and $\uparrow$ and $\downarrow$ denote two spin states. The green arrow t represents spin-conserving tunneling between the two orbital states. The red arrow λ_R denotes inter-orbital spin-flip coupling induced by one-photon Rabi coupling, whereas the blue arrow λ_R denotes intra-orbital spin-flip coupling generated by a two-photon Raman process; (c) Effective quasi-one-dimensional lattice model. The black and green bonds represent nearest-neighbor tunneling along the x and y directions, respectively. The blue and red arrows indicate the two spin-flip tunneling processes associated with Rashba spin-orbit coupling λ_R , and U denotes the onsite contact interaction.

2.2 模型

基于上述方案，通过单带近似和紧束缚近似，可得到准一维梯子模型^[5,7-9]，如图 1(c)所示：

$$H_t = -t \sum_{(j,j'),\sigma} (c_{j\sigma}^\dagger c_{j'\sigma} + \text{h.c.}) + U \sum_j n_{\uparrow,j} n_{\downarrow,j} + \frac{K}{2L^2} \sum_j j^2 n_j, \quad (1)$$

其中， $c_{j\sigma}^\dagger$ 和 $c_{j\sigma}$ 分别表示位于第 j 个格点、自旋为 σ 的产生和湮灭算符， $n_{j\sigma} = c_{j\sigma}^\dagger c_{j\sigma}$ 为相应粒子数算符， t 为最近邻跃迁强度， U 为同一格点上自旋间的接触相互作用强度^[7,8,22]， K 为外加谐振束缚势强度。

上述方案中， x 方向和 y 方向的自旋翻转跃可独立调节强度和相位。调节适当的相位和相同强度，可得到二维 Rashba 自旋轨道耦合：

$$H_R = i\lambda_R \sum_r [c_{r+\hat{x}}^\dagger \hat{\sigma}_y c_r - c_{r+\hat{y}}^\dagger \hat{\sigma}_x c_r + \text{h.c.}], \quad (2)$$

其中， λ_R 为 Rashba 自旋轨道耦合强度， $\hat{\sigma}_x$ 和 $\hat{\sigma}_y$ 为泡利矩阵。沿 x 方向的跃迁与 $\hat{\sigma}_y$ 分量相关，沿 y 方向的跃迁与 $\hat{\sigma}_x$ 分量相关。将原子的轨道运动和自旋自由度耦合

起来,使外场驱动下的输运过程具有自旋依赖性,为后续横向原子流及横向极化响应的产生提供物理基础^[6,10,11]。

2.3 非平衡动力学

为模拟自旋霍尔效应,使体系产生纵向(x 方向)流,本文引入 x 方向的线性势项:

$$H_\mu = \Delta_\mu j n_j, \quad (3)$$

其中, Δ_μ 为线性势强度,用于刻画沿晶格方向的位置相关势能偏移。该项打破了体系在 x 方向的平移不变,使不同格点之间存在能量差。在冷原子实验中,这类线性势通常可通过倾斜光晶格或外加势梯度实现。

体系进行淬火动力学演化的哈密顿量为:

$$H_{quench} = H_t + H_R + H_\mu. \quad (4)$$

制备初态 $|\psi(\tau=0)\rangle$ 为体系无自旋轨道耦合和无外场驱动(H_t)的基态。随后,打开 Rashba 自旋轨道耦合 H_R 和线性势项 H_μ ,使初态在 H_{quench} 下进行动力学演化^[16,18]。体系在 τ 时刻的波函数写为: $|\psi(\tau)\rangle = e^{-iH\tau} |\psi(\tau=0)\rangle$ 。在淬火过程中, H_μ 提供纵向驱动诱导纵向原子流,而 H_R 将原子的空间输运与内部自旋自由度联系起来。二者共同作用下,体系可能产生纵向原子流、横向原子流以及自旋相关的横向极化响应^[10,15,19],如图 2 所示。

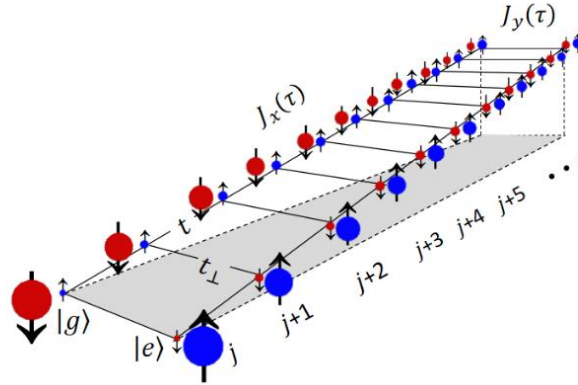


图 2 自旋霍尔效应的横向自旋流和横向自旋极化示意图

Fig. 2. Schematic of spin-Hall-effect induced transverse spin flow and polarization.

2.4 观测量

为了观察自旋霍尔效应的纵向原子流和自旋流,本文在动力学演化过程中计算纵向原子流、横向自旋流以及自旋极化三个观测量。其中,纵向原子流用于描述原子沿线性势驱动方向的定向输运行为^[23]。其定义为:

$$J_x(\tau) = \int_{-\pi}^{\pi} \sin(k) n(k, \tau) dk \quad (5)$$

其中，原子的动量分布 $n(k, \tau) = 1/L \sum_{i,j,\sigma} \langle \psi(\tau) | c_{i,\alpha,\sigma}^\dagger c_{j,\alpha,\sigma} | \psi(\tau) \rangle e^{i(i-j)k}$, $\alpha = g, e$, $\sigma = \uparrow, \downarrow$, $\sin(k)$ 对应一维紧束缚能带中的群速度因子。实验上，可以通过轨道态分辨和自旋态分辨的 time-of-flight 成像获得四个内部态 $|g \uparrow\rangle$ 、 $|g \downarrow\rangle$ 、 $|e \uparrow\rangle$ 和 $|e \downarrow\rangle$ 的动量分布 $n_{\alpha\sigma,k}(\tau)$ ，再代入式 (5) 对 $n(k, \tau)$ 进行积分得到 J_x ^[20, 24, 25]。

横向自旋流 J_y 用于描述原子沿横向的自旋输运行为。同一自旋组份在人工维度方向的横向流定义为：

$$J_y^\sigma = it \sum_j (c_{j,e,\sigma}^\dagger c_{j,g,\sigma} - c_{j,g,\sigma}^\dagger c_{j,e,\sigma}), \quad (6)$$

总的横向自旋流：

$$J_y = \sum_\sigma J_y^\sigma. \quad (7)$$

实验上，基于量子气体显微镜和低损耗重复成像技术，利用格点分辨荧光成像可以读取不同演化时间下的 $n_{g,\sigma,j}(\tau)$ 和 $n_{e,\sigma,j}(\tau)$ ，结合连续性方程^{[26][27]}，即可得到 J_y^σ 。

横向自旋极化的定义为：

$$P_y(\tau) = N_\uparrow(\tau) - N_\downarrow(\tau), \quad (8)$$

其中， $N_\uparrow(\tau) = \sum_k \langle n_{g\uparrow,k}(\tau) + n_{e\uparrow,k}(\tau) \rangle$ 和 $N_\downarrow(\tau) = \sum_k \langle n_{g\downarrow,k}(\tau) + n_{e\downarrow,k}(\tau) \rangle$ 。这里 $N_\uparrow(\tau)$ 和 $N_\downarrow(\tau)$ 分别表示体系中上、下自旋分量的总布居数。 P_y 描述体系中上、下自旋组份在动力学演化过程中的布居不平衡。实验上， P_y 与 J_x 均通过测量动量分布 $n_{\alpha\sigma,k}(\tau)$ 获得。

本文采用含时密度矩阵重整化群 (t-DMRG) ^[28-31] 方法计算体系的非平衡动力学。在计算中，取最近邻跃迁强度 $t = 1$ 作为能量单位。除特别说明外，基准参数取 $L = 20$, $N = 4$ ，时间演化范围为 $\tau \in [0, 6]$ 。

3 结果

3.1 自旋霍尔效应

在线性梯度势 Δ_μ 的驱动下，体系产生沿 x 方向的纵向原子流 J_x 。短时间内 $|J_x|$ 线性增大，随后受有限尺寸效应、晶格束缚的影响，纵向流强度先增强后减弱，如图 3(a) 所示。由于自旋-轨道耦合的作用，体系产生一个横向自旋流，且两种自旋流的大小相等、方向相反，总体不产生净横向原子流，如图 3(b) 所示。随着演化时间的增加，两个自旋分量的横向流呈现幅值相近、方向相反的振荡变化，进一步体现出该横向响应的纯自旋流特征。横向原子流进一步引起 $\uparrow$ 和 $\downarrow$ 自旋分

量的偏转，从而形成横向自旋极化 P_y ，如图 3(c)所示。自旋极化 P_y 均呈现振荡特征，在 $\tau \approx 2$ 附近达到第一峰，之后进入振荡过程。这表明横向自旋极化并非在淬火后瞬时形成稳定分布，而是经历了动态建立和演化过程。其原因在于，线性势差 Δ_μ 首先驱动原子沿晶格方向发生纵向运动，进一步诱导自旋相关的横向自旋流。当横向自旋流积累时， P_y 增大；当横向流发生反向或回流时，已形成的极化被削弱， P_y 随之回落，如图 3(b)和 3(c)所示。因此， P_y 的振荡反映了横向自旋极化在非平衡演化中的积累、回流和再积累过程。横向自旋极化 P_y 能够很好地反映自旋霍尔效应的发生和变化，后续为了简便仅分析横向自旋极化 P_y 来判断自旋霍尔效应的变化。

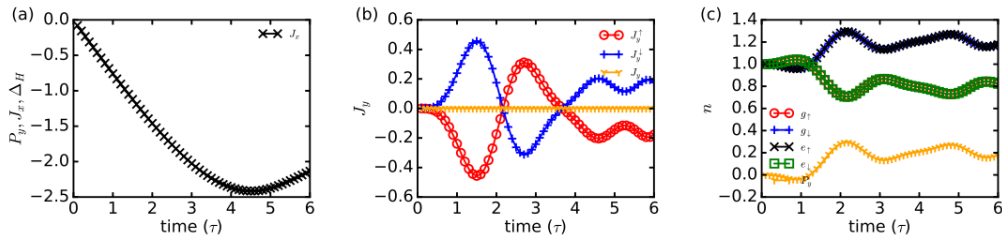


图 3 (a) 纵向原子流 J_x 随时间的变化；(b) 横向自旋流 J_y 随时间的变化；(c)不同自旋组份的粒子数 n 及横向自旋极化 P_y 随时间的变化。参数为 $\lambda_R = 0.6$ 、 $\Delta_\mu = 0.2$ 、 $K = 0.0002$ 、 $L = 20$ 和 $N = 4$ 。

Fig. 3. (a) Time evolution of the longitudinal atomic flow J_x ; (b) Time evolution of the transverse spin flow J_y ; (c) Time evolution of the component-resolved particle number n and the transverse spin polarization P_y . The parameters are $\lambda_R = 0.6$, $\Delta_\mu = 0.2$, $K = 0.0002$, $L = 20$ and $N = 4$.

3.2 自旋轨道耦合强度对自旋霍尔效应的影响

无自旋轨道耦合 ($\lambda_R = 0$) 时，体系只有纵向原子流，没有横向自旋流和自旋极化 P_y ，如图 4(a)所示。当打开自旋轨道耦合时 ($\lambda_R = 0.2$)，体系出现了横向自旋流和自旋极化 P_y ，如图 4(b)所示。随着 λ_R 进一步增大，自旋极化 P_y 增大，体现了自旋轨道耦合在自旋霍尔效应中的决定性作用。自旋轨道耦合越强，原子的空间运动与自旋自由度之间的关联越明显，因此横向自旋流和横向自旋极化也更加显著，如图 4(c)所示。

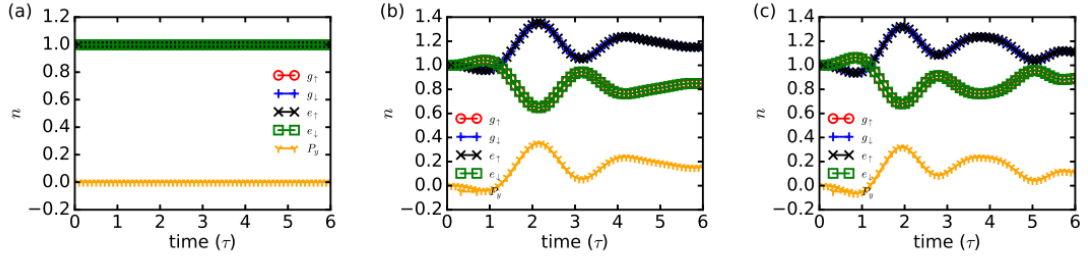


图 4 不同 λ_R 强度下，各组份的原子数 n 和横向极化 P_y 随时间的变化。(a) $\lambda_R = 0$; (b) $\lambda_R = 0.2$; (c) $\lambda_R = 0.6$ 。其它参数为 $\Delta_\mu = 0.2$, $L = 20$ 和 $N = 4$ 。

Fig. 4. Time evolution of the component-resolved particle number n and the transverse spin polarization P_y for several Rashba spin-orbit coupling strengths λ_R . (a) $\lambda_R = 0$; (b) $\lambda_R = 0.2$; (c) $\lambda_R = 0.6$. Other parameters are $\Delta_\mu = 0.2$, $L = 20$ and $N = 4$.

3.3 线性势强度对自旋霍尔效应的影响

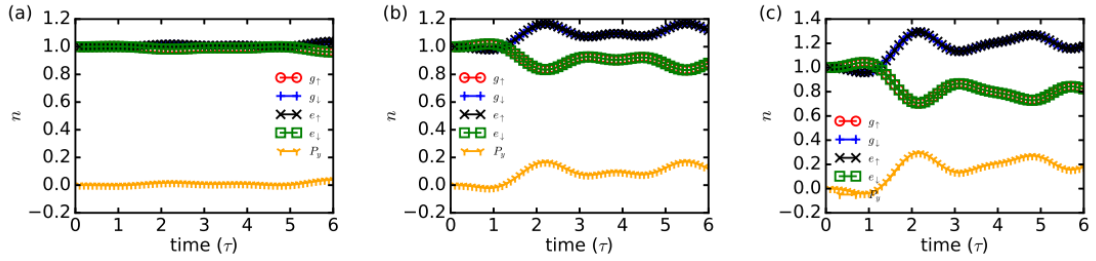


图 5 不同线性势强度 Δ_μ 下，各组份的原子数 n 和横向极化 P_y 随时间的变化。(a) $\Delta_\mu = 0.01$; (b) $\Delta_\mu = 0.1$; (c) $\Delta_\mu = 0.2$ 。其它参数为 $\lambda_R = 0.6$, $L = 20$ 和 $N = 4$ 。

Fig. 5. Time evolution of the component-resolved particle number n and the transverse spin polarization P_y for different linear potential gradient Δ_μ . (a) $\Delta_\mu = 0.01$; (b) $\Delta_\mu = 0.1$; (c) $\Delta_\mu = 0.2$. Other parameters are $\lambda_R = 0.6$, $L = 20$ and $N = 4$.

冷原子的线性势类似于霍尔效应中的纵向有效电场或势梯度^[9,16,18,19]。当势能梯度较小时 ($\Delta_\mu = 0.01$)，原子在 x 方向上的流动 J_x 较小，自旋极化 P_y 也很小，如图 5(a)所示。当 Δ_μ 增大到 0.1 时，线性势提供的驱动力明显增强，原子沿 x 方向的定向运动变的剧烈，自旋极化 P_y 增大，如图 5(b)所示。当 Δ_μ 继续增大到 0.2 时，自旋极化 P_y 进一步增大，线性势提供纵向驱动力，纵向原子流越明显，越有利于在自旋轨道耦合作用下产生横向自旋响应，如图 5(c)所示。需要指出的是，自旋极化 P_y 并非随着线性势强度 Δ_μ 单调增加。过强的 Δ_μ 可能带来密度重排、瞬态振荡和非线性动力学特征。

3.4 系统尺寸对自旋霍尔效应的影响

众所周知，在晶格体系中有限尺寸效应在物理现象中至关重要。为此我们分析了不同有限尺寸下的自旋霍尔效应。如图 6 所示，不同系统尺寸下的 P_y 均呈现相似的非平衡振荡特征，说明该振荡主要来源于线性势差与自旋轨道耦合的共同作用，而非系统尺寸本身。系统尺寸主要影响边界反馈出现的时间和横向自旋极化振荡的持续性，因此不同尺寸的比较可用于判断所观察到的横向自旋极化是否主要来自有限尺寸效应。当 $L = 20$ ， P_y 的第一个峰值相对较低，峰后回落明显，后期振荡逐渐减弱，说明小尺寸体系中纵向传播空间有限，边界反馈较早影响自旋极化过程，如图 6(a) 所示。随着系统尺寸增大到 $L = 40$ 和 $L = 60$ 时， P_y 的峰值逐渐升高，峰后衰减减弱，后期仍保持较明显的振荡，尤其 $L = 60$ 中后期更加明显。这表明增大系统尺寸可以推迟边界反馈，使体系在更长时间内保持非平衡自旋响应，如图 6(b) 和 6(c) 所示。在线性势淬火研究中，有限尺寸通常会限制可观测的动力学时间窗口，而较大的系统尺寸有助于延长中间时间区域，使其更接近体系本征输运响应^[18,29]。

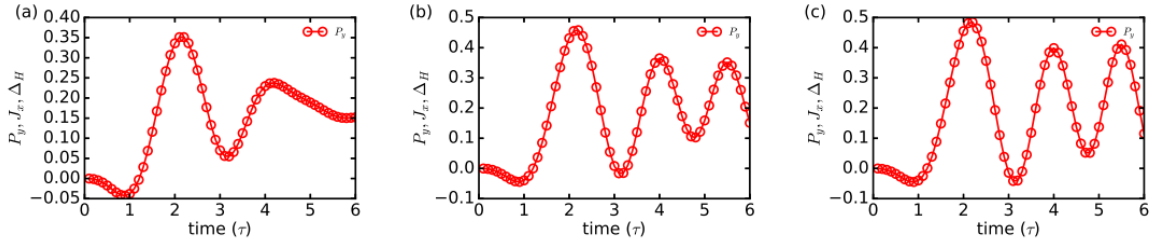


图 6 不同系统尺寸下，横向自旋极化 $P_y(\tau)$ 随时间的变化。(a) $L = 20$; (b) $L = 40$; (c) $L = 60$ 。其它参数 $\lambda_R = 0.6$ ， $\Delta_\mu = 0.2$ 和 $N = 4$ 。

Fig. 6. Time evolution of the transverse spin polarization $P_y(\tau)$ for different system sizes. (a) $L = 20$, (b) $L = 40$, (c) $L = 60$. Other parameters are $\lambda_R = 0.6$, $\Delta_\mu = 0.2$ and $N = 4$.

3.5 相互作用强度 U 对自旋霍尔效应的影响

材料中电子之间存在库伦相互作用，且极大影响了自旋霍尔效应。在超冷原子体系中，原子之间也存在多种相互作用，研究表明霍尔效应对相互作用强度和多体关联十分敏感^[32-35]。本文基于超冷原子间固有的碰撞相互作用，研究 s 波散射相互作用强度对自旋霍尔效应的影响。在 Hubbard 模型中接触相互作用表现为同一格点上不同组份原子间的相互作用。区别于线性势和 Rashba 自旋轨道耦合， U 并不直接驱动纵向流或产生横向自旋极化，而是通过改变粒子的局域占据和多体能量来调制非平衡动力学。如图 7 所示， P_y 随 $U_{\uparrow\downarrow}$ 增大而降低，说明排斥相互作用会削弱体系的横向自旋极化。原因在于， $U_{\uparrow\downarrow}$ 增大会提高不同自旋组份

在同一格点的双占据能量，改变粒子的局域占据和多体能量，影响不同组分之间的动力学转移，并削弱横向自旋极化。

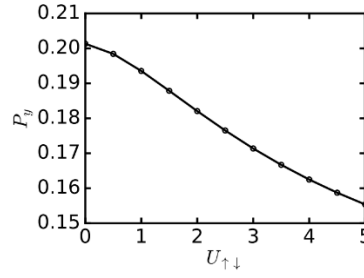


图 7 横向自旋极化 P_y 随着相互作用强度 $U_{\uparrow\downarrow}$ 的变化。参数 $\lambda_R = 0.6$, $\Delta_\mu = 0.2$, $L = 20$ 和 $N = 4$ 。

Fig. 7. The transverse spin polarization P_y as a function of the interaction strength $U_{\uparrow\downarrow}$. Parameters: $\lambda_R = 0.6$, $\Delta_\mu = 0.2$, $L = 20$, and $N = 4$.

4 结论

本文基于准一维光晶格超冷原子体系模拟自旋霍尔效应。在一维光晶格冷原子体系中利用人造维度构造二维 Rashba 自旋轨道耦合，研究线性梯度势作用下的自旋霍尔效应。通过含时密度矩阵重整化群方法计算体系的非平衡动力学，计算了纵向流、横向自旋流以及横向自旋极化的时间演化，并分析了自旋轨道耦合强度、线性势强度、系统尺寸和相互作用强度对动力学响应的影响。结果表明，线性势能够驱动原子沿晶格方向发生定向输运，而 Rashba 自旋轨道耦合将原子的空间运动与自旋运动联系起来，诱导不同自旋组份的布居，从而形成横向自旋流和横向自旋极化。本研究为理解人工量子体系中的自旋输运、横向自旋极化以及霍尔型动力学响应提供了有益参考。

参考文献：

- [1] Hall E H 1879 *Am. J. Math.* **2** 287
- [2] Klitzing K v, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [3] Sinova J, Culcer D, Niu Q, Sinitsyn N A, Jungwirth T, MacDonald A H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 126603
- [4] Xiao D, Chang M C, Niu Q 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959

- [5] Dalibard J, Gerbier F, Juzeliūnas G, Öhberg P 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1523
- [6] Galitski V, Spielman I B 2013 *Nature* **494** 49
- [7] Cooper N R, Dalibard J, Spielman I B 2019 *Rev. Mod. Phys.* **91** 015005
- [8] Argüello-Luengo J, Bhattacharya U, Celi A, Chhajlany R W, Grass T, Płodzień M, Rakshit D, Salamon T, Stornati P, Tarruell L, Lewenstein M 2024 *Commun. Phys.* **7** 143
- [9] Zhou T W, Cappellini G, Tusi D, Franchi L, Parravicini J, Repellin C, Greschner S, Inguscio M, Giamarchi T, Filippone M, Catani J, Fallani L 2023 *Science* **381** 427
- [10] Zhou X F, Jia S T, Luo X W 2023 *Phys. Rev. A* **108** 013304
- [11] Li H, Liang Q, Dong Z L, Wang H R, Yi W, Pan J S, Yan B 2025 *Light Sci. Appl.* **14** 326
- [12] Liang Q, Dong Z L, Wang H R, Li H, Yang Z J, Pan J S, Yi W, Yan B 2024 *Nat. Phys.* **20** 1738
- [13] Zhao H X, Du H Y, Wang Y F, Li Y Q, Ren C J, Wu J Z, Liu W L, Xiao L T, Jia S T, Fan Q C, Ma J 2025 *Phys. Rev. A* **112** 023307
- [14] Cai H, Liu J H, Wu J Z, He Y Y, Zhu S Y, Zhang J X, Wang D W 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 023601
- [15] Schäfer F, Fukuhara T, Sugawa S, Takasu Y, Takahashi Y 2020 *Nat. Rev. Phys.* **2** 411
- [16] Chalopin T, Satoor T, Evrard A, Makhlov V, Dalibard J, Lopes R, Nascimbene S 2020 *Nat. Phys.* **16** 1017
- [17] Impertro A, Karch S, Wienand J F, Huh S J, Schweizer C, Bloch I, Aidelsburger

M 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 063401

- [18] Halati C M, Giamarchi T 2025 *Phys. Rev. Research* **7** 013199
- [19] Zhou X F, Jia S T, Pan J S 2025 *Phys. Rev. A* **111** 063301
- [20] Livi L F, Cappellini G, Diem M, Franchi L, Clivati C, Frittelli M, Levi F, Calonico D, Catani J, Inguscio M, Fallani L 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 220401
- [21] Kolkowitz S, Bromley S L, Bothwell T, Wall M L, Marti G E, Koller A P, Zhang X, Rey A M, Ye J 2017 *Nature* **542** 66
- [22] Halati C M, Giamarchi T 2025 *Phys. Rev. Research* **7** 023112
- [23] Mamaev M, Jamir Z, Tiecke T G, Rey A M 2022 *PRX Quantum* **3** 030328
- [24] Meng Z M, Wang L W, Han W, Liu F D, Wen K, Gao C, Wang P J, Chin C, Zhang J 2023 *Nature* **615** 231
- [25] Stellmer S, Grimm R, Schreck F 2011 *Phys. Rev. A* **84** 043611
- [26] Buob S, Hörschle J, Makhalov V, Rubio-Abadal A, Tarruell L 2024 *PRX Quantum* **5** 020316
- [27] Covey J P, Madjarov I S, Cooper A, Endres M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 173201
- [28] Fishman M, White S R, Stoudenmire E M 2022 *SciPost Phys. Codebases* **4**
- [29] Paeckel S, Köhler T, Swoboda A, Manmana S R, Schollwöck U, Hubig C 2019 *Ann. Phys.* **411** 167998
- [30] White S R 1992 *Phys. Rev. Lett.* **69** 2863
- [31] Schollwöck U 2011 *Ann. Phys.* **326** 96
- [32] Greschner S, Filippone M, Giamarchi T 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 083402
- [33] Citro R, Giamarchi T, Orignac E 2025 *Phys. Rev. Lett.* **134** 056501

- [34] Zhou T W, Beller T, Masini G, Parravicini J, Cappellini G, Repellin C, Giamarchi T, Catani J, Filippone M, Fallani L 2025 *Nat. Commun.* **16** 10247
- [35] Impertro A, Huh S J, Karch S, Wienand J F, Bloch I, Aidelsburger M 2025 *Nat. Phys.* **21** 895

Spin Hall Effect of Ultracold Atoms in a Quasi-One-Dimensional Optical Lattice

ZHANG Zeyu¹⁾²⁾ ZHOU Xiaofan¹⁾²⁾ [†]

1) (Institute of Laser Spectroscopy, State Key Laboratory of Quantum Optics Technologies and Devices, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

2) (Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

Abstract

The spin Hall effect is a paradigmatic manifestation of spin-orbit-coupled transverse transport, in which particles with different spin components acquire opposite transverse responses under a longitudinal drive. Ultracold atoms in optical lattices provide a clean and highly controllable platform for exploring such Hall-type dynamics, because the lattice geometry, artificial gauge field, spin-orbit coupling, and interaction strength can be engineered independently. In this work, we propose and numerically analyze a theoretical scheme for simulating spin-Hall-type dynamics with ultracold atoms in a quasi-one-dimensional optical lattice. The system is described by a ladder geometry, where two long-lived orbital states serve

as a synthetic dimension. Rashba-type spin-orbit coupling is introduced together with a linear potential gradient along the physical lattice direction. Starting from the ground state without spin-orbit coupling and external driving, we quench on both the Rashba coupling and the linear potential, and calculate the subsequent non-equilibrium dynamics using the time-dependent density matrix renormalization group method. The dynamical response is characterized by the longitudinal particle current, the transverse spin current, and the transverse spin polarization. Our results show that the linear potential drives directional atomic transport along the longitudinal direction, while the Rashba coupling converts this motion into a spin-dependent transverse response. Consequently, opposite transverse currents emerge for the two spin components, giving rise to a finite transverse spin polarization. We further examine how the spin-Hall-type response depends on the Rashba coupling strength, the linear potential gradient, the system size, and the on-site interaction. The transverse spin polarization is enhanced by increasing the spin-orbit coupling and the longitudinal driving strength within the investigated parameter regime, whereas repulsive interactions tend to suppress the transverse response by modifying the local occupation and many-body correlations. These results provide a feasible theoretical route for simulating spin Hall physics in ultracold atomic systems and offer insight into non-equilibrium spin transport in engineered quantum matter.

Keywords: spin Hall effect, quantum simulation, optical lattice, ultracold atoms, non-equilibrium dynamics

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2022YFA1404003), and the Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant No. 202403021221024).

† Corresponding author. E-mail: zhouxiaofan@sxu.edu.cn
The first author. E-mail: sxuzhangzy@163.com

录用稿件，非最终出版稿