高功率下拉盖尔-高斯光束倍频的径向模谱展宽效应*

连天虹† 胡钰茹 邢俊红 焦明星

(西安理工大学光电科学与智能仪器学院, 西安 710048)

(2026 年 6 月 7 日收到; 2026 年 7 月 29 日收到修改稿)

拉盖尔-高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 光束倍频光的空间模式结构是涡旋光频率变换研究的重要内容. 目前小信号理论认为倍频光的径向模谱由偶数阶径向模构成, 最高阶次为基频光径向阶次的 2 倍. 建立了局域新生倍频场与已有倍频场间附加相位失配的计算方法, 通过数值求解近轴近似下的非线性耦合波方程, 研究了高功率下倍频过程中光场的径向模谱. 结果表明, 基频和倍频光在倍频晶体中的相互作用将产生沿径向变化的附加相位失配及倍频光径向模谱相对于小信号谱的展宽. 能量回流临界长度取决于基频光功率、束腰半径及横模阶次. 作用距离在 0.5 倍能量回流临界长度以内时, 倍频光的径向模谱与小信号理论基本一致; 在 0.5 倍—1 倍能量回流临界长度范围, 小信号模谱上的能量占比在 90% 以上. 作用距离超过能量回流临界长度后径向谱发生展宽, 明显偏离小信号理论; 作用距离达到 2 倍能量回流临界长度时, 高阶光束小信号谱上的能量占比小于 50%. 为实现高模式纯度输出, 倍频晶体长度应控制在能量回流临界长度的 0.5 倍以内.

关键词: 涡旋光, 倍频, 径向模谱

DOI: 10.7498/aps.75.20260832 **CSTR:** 32037.14.aps.75.20260832

1 引 言

由于具有螺旋状波前结构、携带轨道角动量等特性, 涡旋光束在量子纠缠、光信息编码、目标探测、微纳结构测量、光学扳手等领域展现出十分重要的科学价值和应用前景 [1–10]. 拉盖尔-高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 光束是最常见的涡旋光束, 其是标量亥姆霍兹 (Helmholtz) 方程在近轴近似下的一组本征模式, 可以在自由空间稳定传输 [11]. LG 光束表达式中含有角向阶次 l 和径向阶次 p, 角向阶次 l 也称为拓扑荷数, 决定了角向相位 $\exp(\pm \mathrm{i}l\varphi)$, 其中 φ 为角向坐标. 拓扑荷数决定了单个光子携带的轨道角动量, 拓扑荷数为 l 的 LG 光束单光子轨道角动量为 $l\hbar$. 径向阶次 p 决定了 LG 光束横截面内光强沿半径方向的节线数量.

LG 涡旋光束包含频率、拓扑荷、螺旋手性、径向阶次等多个自由度. 现已证明, 各个自由度均可以作为参量进行信息处理. 因此拓展涡旋光束的频谱、拓扑荷等成为了涡旋光产生技术研究的热点 [12,13]. 众所周知, 利用非线性光学和频、倍频、差频等频率变换技术可以获得更丰富的激光频率. 不同于基模高斯光束, LG 涡旋光束在频率变换后拓扑荷数和径向阶次也将发生变化. 若基频光束复振幅为 $E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)}$, 不考虑倍频过程中基频光的消耗, 则倍频光复振幅为 $E_{\mathrm{LG}}^{(2\omega)} \propto E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)} \cdot E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)}$. 从该关系可以看出, 若基频光的拓扑荷数为 l, 则倍频光的拓扑荷数为 $2l$. Dholakia 等 [14] 验证了在倍频光拓扑荷数为基频光的 2 倍. Zhou 等 [15] 验证了 PPKTP 倍频中的轨道角动量守恒, Li 等 [16] 研究了和频过程中的拓

* 国家自然科学基金 (批准号: 61805196, 51875455) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tianhongl@126.com

© 2026 中国物理学会 Chinese Physical Society

In Press

扑荷数, 和频光束的拓扑荷数为两基频光拓扑荷数之和. Ni 等[17]研究了分数轨道角动量光束倍频后拓扑荷数的变化. 目前认为倍频过程中涡旋光束拓扑荷数的变化满足轨道角动量守恒定律.

倍频光的径向阶次要比角向阶次复杂, 即使不考虑基频光的消耗, $E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)}\cdot E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)}$ 的结果也不能表示为单一的 LG 模式. 在不考虑基频光消耗的情况下, Courtial 等[18]研究认为倍频光束可以表示为一系列不同径向阶次 LG 模式的线性叠加, 包含的径向阶次为 $0,2,\cdots,2p$. 而且倍频光束不再是自由空间的本征模式, 传播中将发生演化. 从模式叠加的角度来看, 不同径向阶次的模式具有不同的 Gouy 相位, 传播过程中各模式的相对相位发生变化, 叠加形成的光场将发生变化. 吴海俊等[19]以 $E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)}\cdot E_{\mathrm{LG}}^{(\omega)}$ 为初始光场, 研究了径向阶次的转变. Zhao 等[20]采用准相位匹配技术进行径向阶次选择, 产生了单一径向阶次的倍频光束.

以上倍频光的径向模式构成是在不考虑基频光消耗的情况下得到的, 可以应用于基频光功率不高、倍频效率较低的情况, 将其称之为小信号理论的径向模谱, 即径向阶次为 p 的 LG 光束, 倍频光包含 $0,2,\cdots,2p$ 共 $p+1$ 个径向模式. 若基频光功率较高或倍频效率较高, 则需要考虑基频光的消耗. 这时存在两方面的因素使得 LG 光束倍频后的径向模谱更加复杂: 一是基频光束横截面内的光强分布不均匀引起各点倍频效率的不同, 使得基频光束发生非均匀消耗, 偏离单一 LG 模式. 这种复杂分布的基频光形成二阶极化强度, 产生二次谐波辐射相干叠加到现有的倍频光场中, 使得倍频光场更加复杂. 二是上述过程形成的基频光场和倍频光场的波前已经偏离了 LG 模式的波前, 在倍频晶体中将以复杂的衍射过程传播, 不一致的波前分布将产生相位失配. 该相位失配在各位置处的大小不同, 通过普通的双折射相位匹配 (即使得基频光和倍频光的折射率相等) 无法消除. 横截面内不相等的相位失配反过来影响各位置处的能量耦合, 从而进一步影响基频光和倍频光的空间分布. Heinze 等[21]没有考虑基频光的消耗, 但考虑倍频光的衍射传播, 研究了聚焦强弱、基频光强度对倍频光的影响.

研究 LG 光束基频光和倍频光在倍频晶体中互相耦合且衍射传播条件下光场的空间模谱构成对千瓦级以上涡旋激光器倍频过程光场的调控具有重要意义. 随着涡旋光产生技术的进步, 固体涡旋激光器直接产生的涡旋光束功率已经大幅度提升[22,23]. 结合调 Q 脉冲技术, 在脉冲峰值附近可以获得很高的涡旋光功率. 若进行腔内倍频, 脉冲过程中基频光的功率将达到几十千瓦甚至几百千瓦, 这时倍频过程必须考虑基频光的消耗. 本文的研究将为千瓦级以上涡旋激光器倍频晶体的设计提供依据, 对高功率 LG 光束腔内倍频激光器的研究具有重要价值.

2 物理模型

2.1 LG 光束

LG 光束是近轴亥姆霍兹方程在自由空间中的一组本征解, 圆柱坐标系下复振幅的归一化表达式为

$$\begin{aligned}A_{p,l}(r,\varphi,z)=&\frac{1}{w(z)}\sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}}\left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right]^{|l|}\\&\times\exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right]\times L_{\mathrm{p}}^{|l|}\left[\frac{2r^2}{w^2(z)}\right]\\&\times\exp\left[-\mathrm{i}k\left(z+\frac{r^2}{2R(z)}\right)\right]\\&\times\exp\left[\mathrm{i}\left(2\mathrm{p}+|l|+1\right)\Phi(z)\right]\times\exp\left(-\mathrm{i}l\varphi\right),\end{aligned}\tag{1}$$

其中 r 和 φ 是径向和角向坐标, l 为角向阶次, p 为径向阶次, k 为波数, $w(z)$ 是距离束腰 z 位置处的基模光斑半径, $R(z)$ 是基模的等相位面曲率半径, $L_0^{|l|}$ 是拉盖尔多项式, $\Phi(z)=\tan^{-1}(z/z_{\mathrm{R}})$, z_{R} 为共焦参数, $z_{\mathrm{R}}=\pi w^2(0)/\lambda$, λ 为光波长. $(2p+|l|+1)\Phi(z)$ 为 Gouy 相移, 随着传播距离 z 的变化不同阶次的 LG 光束具有不同的 Gouy 相移. LG 模式构成了完备正交函数系, 满足正交归一化条件:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}A_{p,l}(r,\varphi,z)\,A_{p',l'}^{*}(r,\varphi,z)\,r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi=\delta_{p,p'}\delta_{l,l'},\tag{2}$$

式中 $\delta_{p,p'}$, $\delta_{l,l'}$ 为克罗内克符号.

倍频耦合波方程的计算中需要代入光电场的绝对大小. 功率为 G 的 LG 光束的光电场为

$$E_{p,l}(r,\varphi,z)=\sqrt{2G/(\eta c\varepsilon_0)}A_{p,l}(r,\varphi,z),$$

其中 c 为真空中的光速, η 为倍频晶体折射率, ε_0 为真空介电常数.

In Press

2.2 LG 光束基频光与倍频光的非线性耦合与传播模型

考虑基频光和倍频光在非线性晶体中的非线性耦合及二者的衍射传播过程, 可以得到近轴近似下的非线性耦合波方程[24]:

$$\nabla_{\mathrm{t}}^2 E^{(\omega)} - 2\mathrm{i}k^{(\omega)}\frac{\partial E^{(\omega)}}{\partial z} = \frac{4\omega^2 d_{\mathrm{eff}}}{c^2} E^{(2\omega)} E^{*(\omega)} \exp\left(-\mathrm{i}\Delta k z\right), \tag{3a}$$

$$\nabla_{\mathrm{t}}^2 E^{(2\omega)} - 2\mathrm{i}k^{(2\omega)}\frac{\partial E^{(2\omega)}}{\partial z} = \frac{8\omega^2 d_{\mathrm{eff}}}{c^2} E^{(\omega)} E^{(\omega)} \exp\left(\mathrm{i}\Delta k z\right), \tag{3b}$$

其中 * 表示复共轭, ∇_{t}^2 为横向拉普拉斯算子, k 为波数, c 为真空中的光速, ω 为基频光束的角频率, 上标 (ω), (2ω) 分别表示基频光束和倍频光束, $\Delta k = k^{(2\omega)} - 2k^{(\omega)} = 2\omega\left[\eta^{(2\omega)} - \eta^{(\omega)}\right]/c$ 为相位失配. 需要强调的是, 这里的相位失配本质上是非线性晶体中基频光和倍频光的折射率不同引起的. 本文不考虑这种相位失配, 假定通过 Ⅰ 类或 Ⅱ 类双折射相位匹配方法达到了相位匹配, 即 $\Delta k = 0$.

为了数值求解耦合波方程 (3), 将基频光和倍频光在倍频晶体中的作用看作图 1 所示的分层耦合传播过程. 将倍频晶体沿光波传播方向分为若干薄层, 薄层的厚度为 Δz, 光波在薄层间衍射传播, 在薄层内产生非线性耦合.

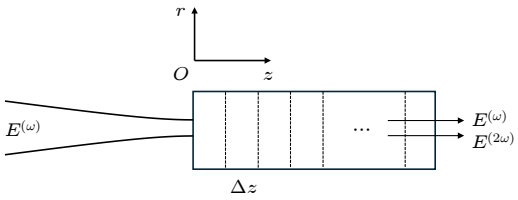


图 1 基频光和倍频光在倍频晶体中的传播

Fig. 1. Propagation of the fundamental wave and second harmonic wave in a frequency-doubling crystal.

由于层间传播距离很小, 直接用衍射积分计算光场在薄层间的传播需要在横截面内划分很密集的网格, 运算量太大. 本文采用空间频谱传播方法来计算光场在薄层间的传播, 这样可以利用快速傅里叶变换算法提高运算速度. 假设从第 s 个薄层输出的光场为 $E(x, y, s\Delta z)$, 对应的空间频谱为

$$E(f_x, f_y, s\Delta z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, s\Delta z) \times \exp\left[(-\mathrm{i}2\pi)(f_x x + f_y y)\right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y, \tag{4}$$

式中 f_x, f_y 为空间频率, 则传输 Δz 后到达第 $s+1$ 个薄层的光场的空间频谱为

$$E[f_x, f_y, (s+1)\Delta z] = E(f_x, f_y, s\Delta z) \times \exp\left[\mathrm{i}\Delta z\sqrt{k^2 - 4\pi^2\left(f_x^2 + f_y^2\right)}\right]. \tag{5}$$

对应的光场为

$$E[x, y, (s+1)\Delta z] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} E[f_x, f_x, (s+1)\Delta z] \times \exp\left[\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)\right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{6}$$

在薄层内由非线性耦合引起的基频光和倍频光的变化量为

$$\Delta E^{(\omega)} = \mathrm{i}\frac{2\omega^2 d_{\mathrm{eff}}}{k^{(\omega)}c^2} E^{(2\omega)}(z)\, E(z)^{*(\omega)}(z)\, \Delta z, \tag{7a}$$

$$\Delta E^{(2\omega)} = \mathrm{i}\frac{4\omega^2 d_{\mathrm{eff}}}{k^{(2\omega)}c^2} E^{(\omega)}(z)\, E^{(\omega)}(z)\, \Delta z. \tag{7b}$$

当薄层厚度足够小时, 通过分层计算可以得到倍频晶体中任意位置处的基频和倍频光场.

2.3 作用过程引起的附加相位失配

衍射传播和非线性耦合会对基频光和倍频光波前产生影响, 从而在局域新生倍频场和已有倍频场之间产生相位差, 称为附加相位失配. 该附加相位失配包含了衍射相位、Gouy 相位、非线性耦合引起的波前变化以及不同径向位置处的局域相位演化. 下面给出附加相位失配的计算方法, 当角频率为 ω 的基频光在倍频晶体中传输时, 由于二次非线性效应, 将产生角频率为 2ω 的二阶极化强度, 该二阶极化强度将产生角频率为 2ω 的二次谐波射, 各位置处产生的二次谐波辐射相干叠加形成倍频光. 对倍频晶体中 z 处的一个薄层, 由基频光通过二阶极化强度新产生的二次谐波辐射将相干叠加到传输至该薄层的倍频光上, 如果新产生的二次谐波辐射与传输至该处的倍频光同相位, 则倍频光被增强, 基频光能量向倍频光耦合; 如果新产生的二次谐波辐射与传输至该处的倍频光反相, 则倍频光减弱, 倍频光能量向基频光耦合. 厚度为 Δz 的一个薄层所产生的二次谐波辐射 $\Delta E^{(2\omega)}$ 可由 (7b) 式计算. $\Delta E^{(2\omega)}$ 的相位与传输至该薄层的倍频光的相位差为

$$\Delta\phi(r, \varphi, z) = \hat{\phi}\left[E^{(2\omega)}(r, \varphi, z)\right] - \hat{\phi}\left[\Delta E^{(2\omega)}(r, \varphi, z)\right], \tag{8}$$

其中, $\hat{\phi}[\cdot]$ 表示求相位运算. 将 (7b) 式代入 (8) 式,

In Press

实常数不影响相位, 因此:

$$\Delta\phi\left(r,\varphi,z\right)=\hat{\phi}\left[E^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)\right]-\hat{\phi}\left[E^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)E^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)\right]-\pi/2, \tag{9}$$

其中, $\pi/2$ 来源于 (7b) 式中的虚数单位 i.

用 (9) 式可以计算中倍频晶体中由二阶极化强度产生的二次谐波辐射和传输至此处的倍频光场之间的相位差空间分布, 该相位差反映了倍频光和基频光的相位失配. $\Delta\phi\left(r,\varphi,z\right)$ 在横截面内具有一定的分布, 用其平均值表示附加相位失配的大小:

$$\Delta\overline{\phi}\left(z\right)=\frac{\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\Delta\phi\left(r,\varphi,z\right)\cdot I^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi}{\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}I^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi}. \tag{10}$$

其中, $I^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)$ 为倍频光的光强. 因为附加相位失配存在于整个二维平面, 光强较大区域的附加相位失配对作用过程影响更明显.

2.4 光场空间径向模谱的计算方法

LG 光束进入倍频晶体后, 随着倍频耦合和衍射传播, 倍频光和基频光均将不是单一模式的 LG 光束. 作用过程中满足角动量守恒, 角向阶次 l 的基频光倍频后角向阶次为 $2l$. 将基频光和倍频光分别表示为 LG 模式的组合:

$$E^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)=\sum_{p=1}^{\infty}a_p\left(z\right)A_{p,l}^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right), \tag{11a}$$

$$E^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)=\sum_{p=1}^{\infty}b_p\left(z\right)A_{p,2l}^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right), \tag{11b}$$

其中 $A_{p,l}^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)$, $A_{p,2l}^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)$ 为 (1) 式所示的归一化 LG 模式函数. 如下展开系数表示光场的径向模谱:

$$a_p\left(z\right)=\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}E^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)A_{p,l}^{*(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi, \tag{12a}$$

$$b_p\left(z\right)=\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}E^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)A_{p,2l}^{*(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi, \tag{12b}$$

依据小信号条件下 LG 光束倍频时光斑半径的变化关系, $A_{p,2l}^{(2\omega)}\left(r,\varphi,z\right)$ 中的光斑半径应取为 $A_{p,l}^{(\omega)}\left(r,\varphi,z\right)$ 中相应作用距离处光斑半径的 $1/\sqrt{2}$, 这样取值能够满足高功率条件下小信号谱上的能量占比最大. 用系数 $\{a_p\}$, $\{b_p\}$ 可以计算光场在特定模谱中的能量占比, 如径向阶次为 p 的基频光, 小信号下倍频光包含的径向阶次为 $0,2,\cdots,2p$, 则小信号谱上的能量占比为

$$\gamma=\frac{\displaystyle\sum_{m=0,2,\cdots,}^{2p}\left|b_m\right|^2}{\displaystyle\sum_{m}\left|b_m\right|^2}, \tag{13}$$

$\{a_p\}$, $\{b_p\}$ 中大于 0 的个数表示径向模谱的宽度, 小信号理论下倍频光的径向谱宽为 $p+1$. 高功率下径向谱结构复杂, 本文将包含 95% 以上能量的径向模式个数作为径向谱宽.

3 结果分析与讨论

以常用的磷酸钛氧钾 ($KTiOPO_4$, KTP) 晶体为例进行研究. 基频光波长选为 1064 nm, 倍频光波长为 532 nm, 在 1064 nm 处 KTP 晶体可以通过第 2 类相位匹配使得基频光和倍频光有相同的折射率, 折射率为 1.74, 相位匹配角为 24.5°. 相位匹配条件下的有效非线性系数 d_{eff} 为 3.18×10^{-12} m/V [25]. 计算中, 薄层的厚度取为 0.1 mm, 横向计算范围为 4 mm×4 mm, 离散网格尺寸为 5 μm×5 μm.

3.1 倍频晶体中基频光和倍频光的径向模谱展宽过程

以目前涡旋激光器易产生的 $LG_{0,1}$ 模光束为例, 计算基频光和倍频光在倍频晶体中的光场. 小信号理论下 $LG_{0,1}$ 倍频后成为 $LG_{0,2}$ 模, 倍频光只含有 $p=0$ 的径向模式. 以常见激光谐振腔内光斑半径进行取值, 基频光束腰半径取为 0.1 mm, 束腰位于倍频晶体表面 ($z=0$). 倍频过程角向阶次满足拓扑荷数守恒规律, 将基频光的角向阶次设为 $l=1$、倍频光的角向阶次设为 $l=2$, 进行模谱展开获得径向模谱结构. 图 2 为 1 kW 和 10 kW 基频光功率下, 在 1 mm, 5 mm, 10 mm 和 20 mm 作用距离处光场的径向模谱.

基频光功率为 1 kW 时, 作用距离小于 15 mm 时倍频光径向模谱未展宽, 与小信号谱一致; 基频光径向模谱在 15 mm 后出现了展宽, 在 20 mm 处倍频光径向谱发生了展宽, 出现了 $LG_{1,2}$ 模. 基频光功率为 10 kW 时, 作用过程中径向模谱发生明

In Press

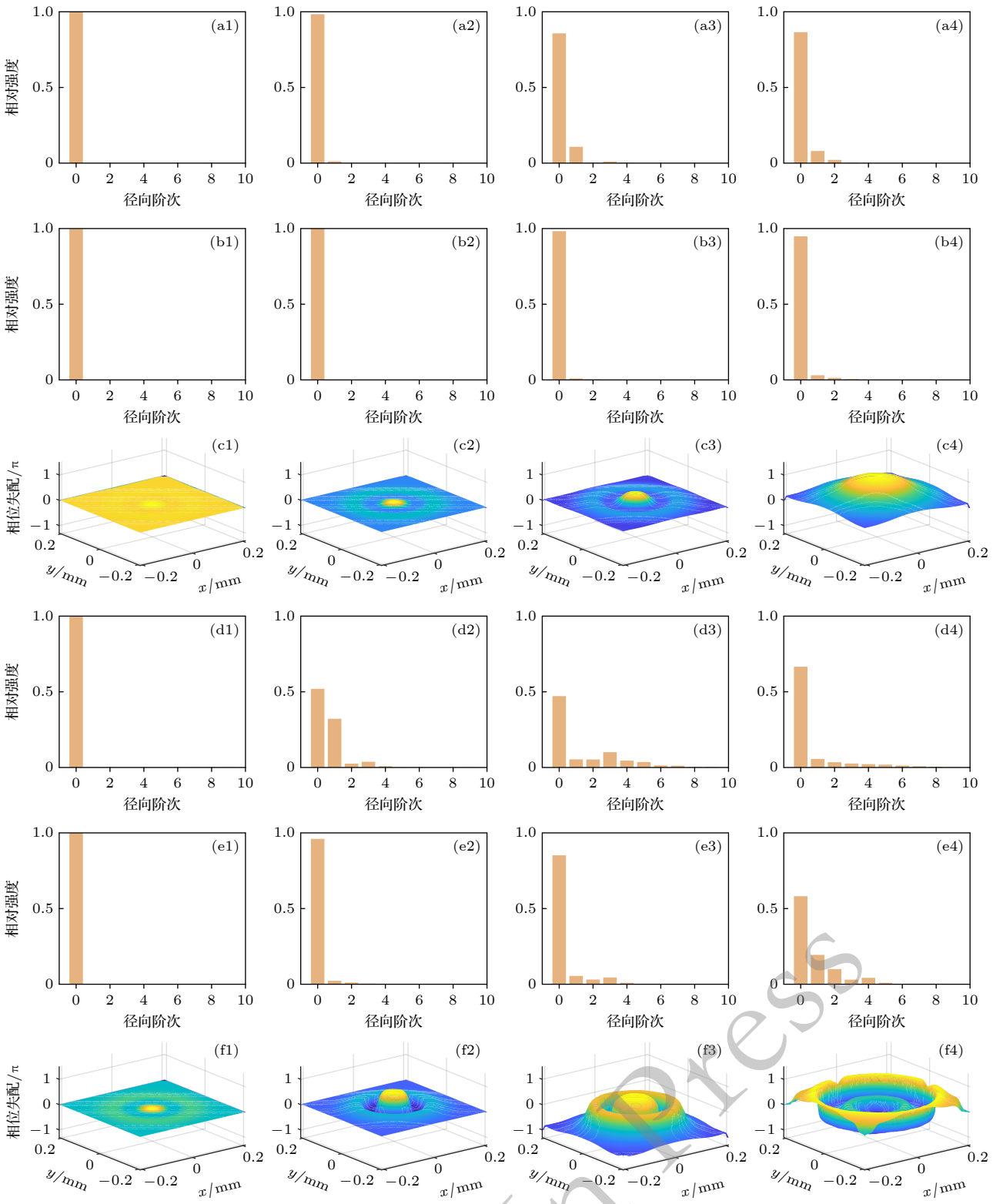


图 2 $LG_{0,1}$ 模倍频过程中基频光和倍频光的径向模谱 (a)—(c) 分别为 1 kW 基频光功率下基频光的径向模谱、倍频光的径向模谱及相位失配; (d)—(f) 分别为 10 kW 基频光功率下基频光的径向模谱、倍频光的径向模谱及相位失配; 1—4 列对应的作用距离分别为 1 mm, 5 mm, 10 mm, 20 mm

Fig. 2. Radial mode spectral evolution of the fundamental and second-harmonic beams in frequency doubling of mode $LG_{0,1}$: Radial mode spectra of the fundamental (a) and second-harmonic (b) beam, and the phase mismatch (c), at a fundamental power of 1 kW; radial mode spectra of the fundamental (d) and second-harmonic (e) beam, and the phase mismatch (f), at a fundamental power of 10 kW; columns 1–4 correspond to interaction distances of 1, 5, 10, and 20 mm, respectively.

In Press

显展宽, 在 1 mm 处倍频光和基频光的径向模谱均只有 $p=0$ 的模式, 基频光为 $LG_{0,1}$ 模、倍频光为 $LG_{0,2}$ 模, 与小信号理论的径向模谱一致. 在 5 mm 处基频光的径向模谱发生了明显的展宽; 在 10 mm 处倍频光中 $LG_{0,2}$ 模约占 90%, 出现了 $LG_{1,2}$ 模, 偏离了小信号理论的径向模谱. 在 20 mm 处, 出现了更高阶的径向阶次 ($p=2,3,4$), 与小信号理论有了很大的偏离. 从相位失配图可以看出, 1 kW 基频光功率下在 15 mm 以内相位失配不明显; 而 10 kW 基频光功率下作用距离超过 5 mm 后存在明显的相位失配, 且相位失配值随半径改变. 沿径向变化的相位失配导致不同径向位置基频光向倍频光的局域转换效率不同是径向模谱展宽的一个重要因素.

径向模谱展宽由倍频过程中沿半径方向基频光的非均匀消耗、倍频光的非均匀增大形成. 径向的非均匀耦合来源于基频耗尽、衍射传播、倍频场积累以及模式间相对 Gouy 相位演化. 从本文的计算结果来看, 径向非均匀的附加相位失配是导致高功率下倍频光径向谱展宽的一个重要原因. 高功率下, 随着作用距离的增大径向非均匀相位失配逐渐增大, 光场的径向谱出现明显展宽, 偏离小信号理论的径向谱. 小功率下径向非均匀相位失配不明显, 径向谱符合小信号理论.

图 3 给出了不同功率下, $LG_{0,1}$ 模倍频光的径向谱宽随作用距离的变化. 随着基频光功率的增大, 径向谱发生展宽对应的作用距离减小; 相同作用距离下, 功率越大径向谱展宽越强.

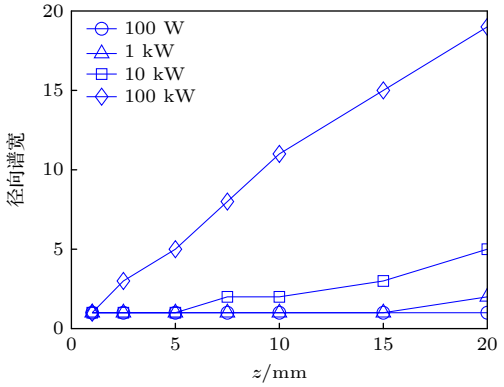


图 3 不同功率下, $LG_{0,1}$ 模的径向谱宽随作用距离的变化

Fig. 3. Variation of radial spectral width of $LG_{0,1}$ with operating distance at different power levels.

3.2 相位失配引起的能量回流临界长度

高功率下随着作用距离的增大相位失配逐渐增大. 当相位失配达到一定值后将引起能量的反向耦合, 倍频光能量向基频光转换. 图 4(a) 为不同基频光功率下倍频效率随作用距离的变化. 在 100 W 功率下, 在 20 mm 内倍频效率基本线性上升. 而在 1 kW, 10 kW 和 100 kW 下, 倍频效率到达最大值后开始下降. 功率越大, 最大倍频效率对应的作用距离越小. 图 4(b) 为平均相位失配随作用距离的变化. 可以看出, 在 100 W 功率下, 平均相位失配在 20 mm 作用距离内一直接近于 0; 而在 1 kW, 10 kW 和 100 kW 下, 随作用距离的增大平均相位失配先增大然后振荡变化. 对比图 4(a), (b) 可以发现, 倍频效率达到最大值时, 对应的平均相位失配接近于 π. 相位失配为 π 意味着平均来看在横截面内新产生的二次谐波辐射反相叠加到已有的倍频光上, 这必然引起倍频光能量的下降.

将倍频过程中能量开始反向耦合的长度称为能量回流临界长度 d_c, 该长度取决于基频光功率、束腰半径及横模阶次. 图 4(c) 为 $LG_{0,1}$ 模的能量回流临界长度随基频光功率的变化. 随着基频光功率的增大, 能量回流临界长度呈下降趋势. 1 kW, 10 kW 和 100 kW 对应的能量回流临界长度分别为 15.9 mm, 6.4 mm 和 2.5 mm, 结合图 3 可以看出, 作用距离超过能量回流临界长度以后发生明显的径向谱展宽, 在能量回流临界长度以内径向谱基本符合小信号理论. 图 4(d) 为 $LG_{0,1}$ 模的能量回流临界长度随基频光束腰半径的变化, 能量回流临界长度随束腰半径线性变化, 束腰半径增大能量回流临界长度随之增大.

3.3 高阶径向模式倍频光的径向谱

$LG_{p,l}$ 光束的光强沿径向有 p 条节线, 在均匀线性介质中传播时, 相同角向阶次 l 下径向阶次 p 越大的 LG 光束发散角越大. 以 $LG_{0,1}$, $LG_{1,1}$, $LG_{2,1}$, $LG_{3,1}$ 模为例研究不同径向阶次模式在倍频过程中的径向谱展宽特性. 计算得到以上 4 个模式的能量回流临界长度依次分别为 6.4 mm, 5.8 mm, 5.6 mm, 5.4 mm. 随着径向阶次的上升, 能量回流临界长度略有减小. 为方便起见, 以各模式的能量回流临界长度为参考, 引入相对作用距离 $\xi=z/d_c$, 计算了 ξ 为 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 处倍频光束的光强分布和径向谱, 结果如图 5 所示. 当 ξ 为 0.5 时, 各模式的径向谱与小信号理论给出的径向谱一致; 当 ξ 为 1 时,

In Press

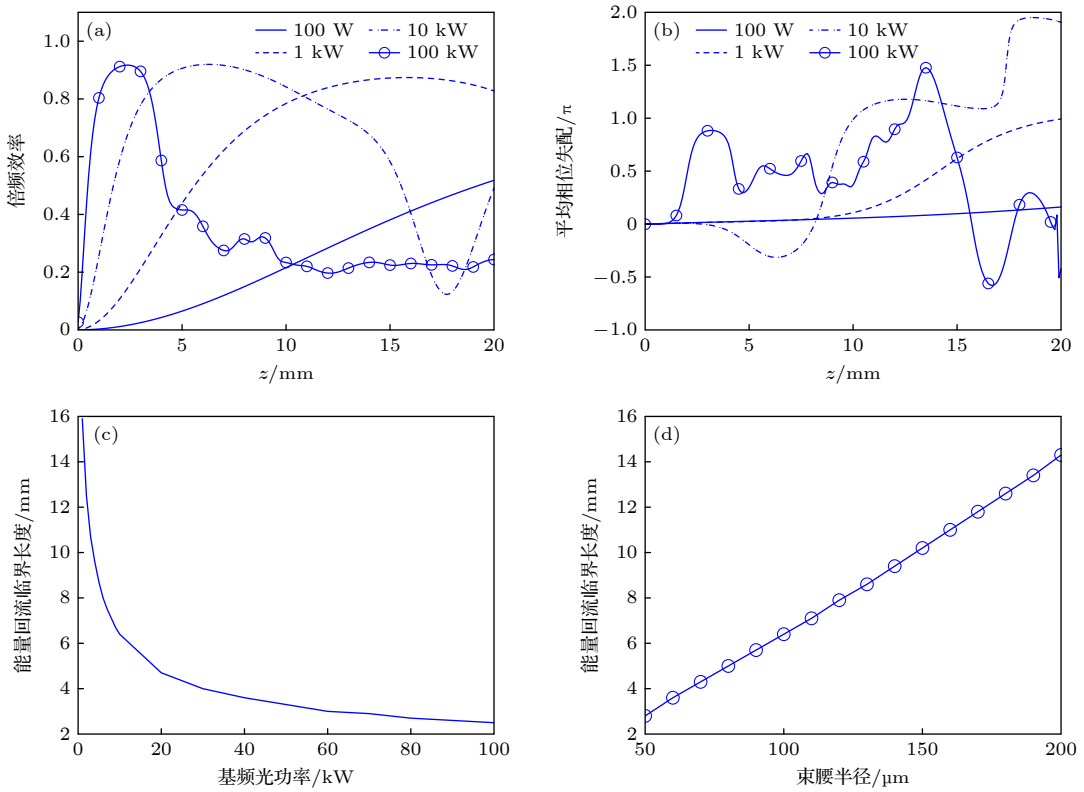
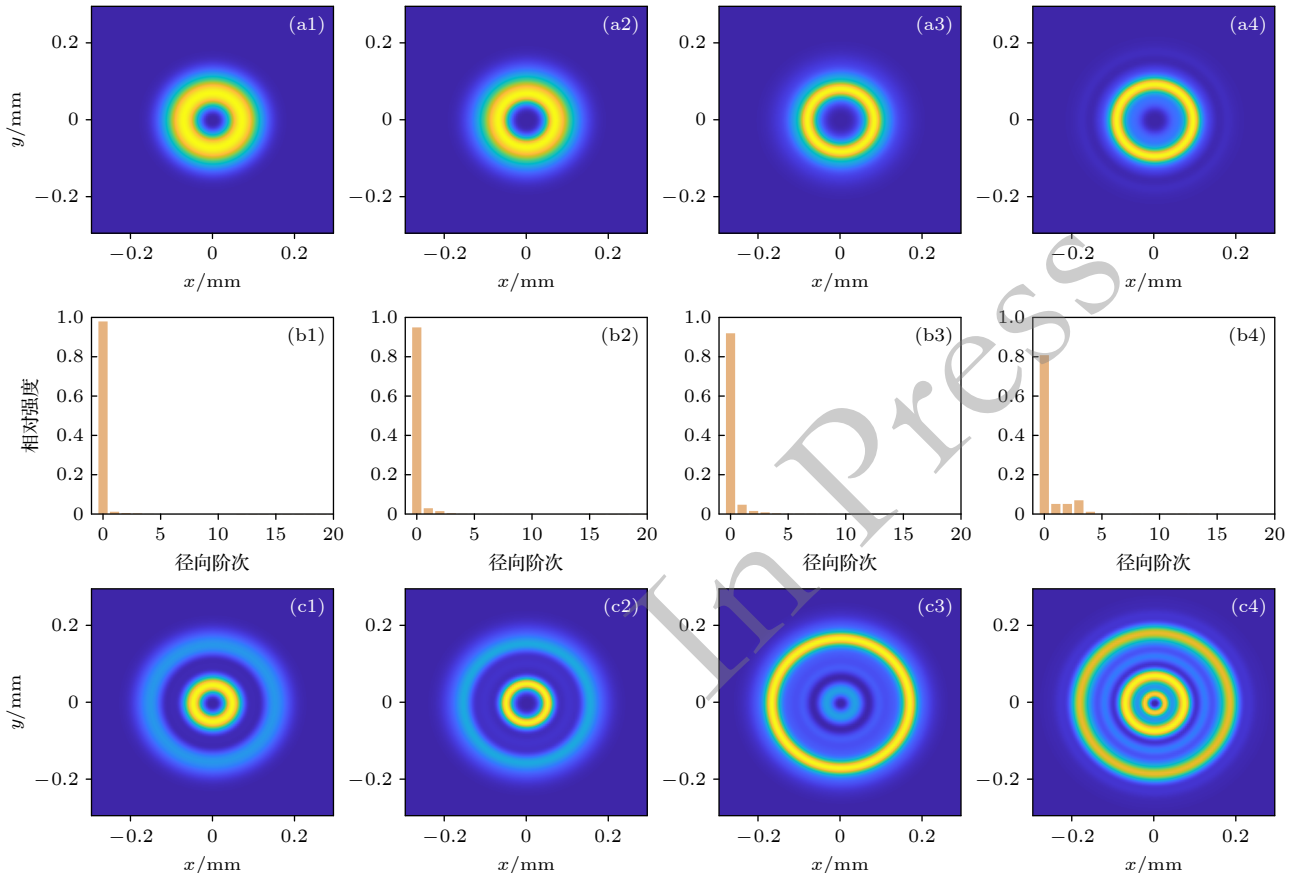


图 4 $LG_{0,1}$ 模的 (a) 倍频效率, (b) 平均相位失配, (c) 能量回流临界长度随基频光功率的变化; (d) 能量回流临界长度随基频光束腰半径的变化

Fig. 4. Variation of (a) second harmonic generation efficiency, (b) average phase mismatch. (c) critical backflow length of energy of mode $LG_{0,1}$ with fundamental wave power; (d) variation of critical backflow length of energy with fundamental wave beam waist radius.



In Press

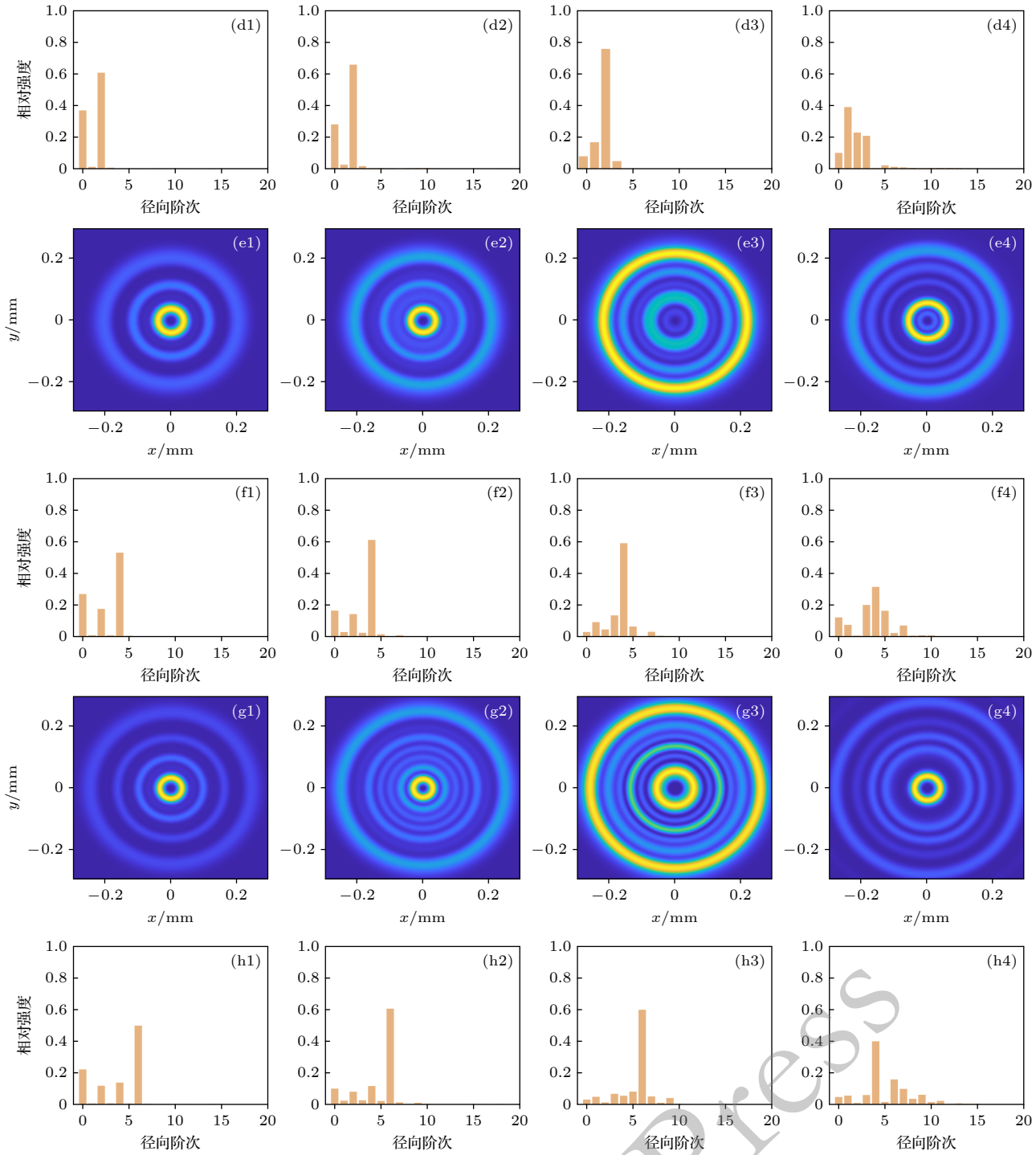


图 5 $LG_{0,1}$ (a), $LG_{1,1}$ (c), $LG_{2,1}$ (e), $LG_{3,1}$ (g) 模倍频光的光强; (b), (d), (f), (h) 为对应的径向模谱, 1—4 列对应的相对作用距离分别为 0.5, 1.0, 1.5, 2.0

Fig. 5. The light intensity of the frequency-doubled beam of modes $LG_{0,1}$ (a), $LG_{1,1}$ (c), $LG_{2,1}$ (e), $LG_{3,1}$ (g); (b), (d), (f), (h) are the corresponding radial mode spectra; the relative interaction distances corresponding to columns 1–4 are 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, respectively.

出现了偏离小信号谱的阶次; 当 ξ 为 2 时, $LG_{1,1}$, $LG_{2,1}$, $LG_{3,1}$ 模的径向谱完全偏离小信号理论的径向谱, 高阶模式偏离更大.

图 6 为径向谱宽和小信号谱上的能量占比随相对作用距离的变化. 在相对作用距离小于 0.5 范围内径向谱不展宽, 小信号谱上占据了 95% 以上的能量. 相对作用距离处于 0.5—1.0 之间时, $LG_{2,1}$, $LG_{3,1}$ 开始出现展宽, 但小信号谱上占据了 90% 以

In Press

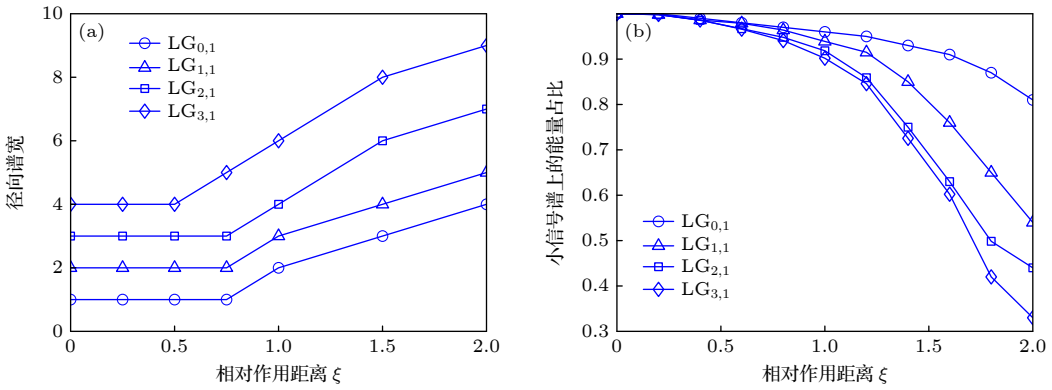


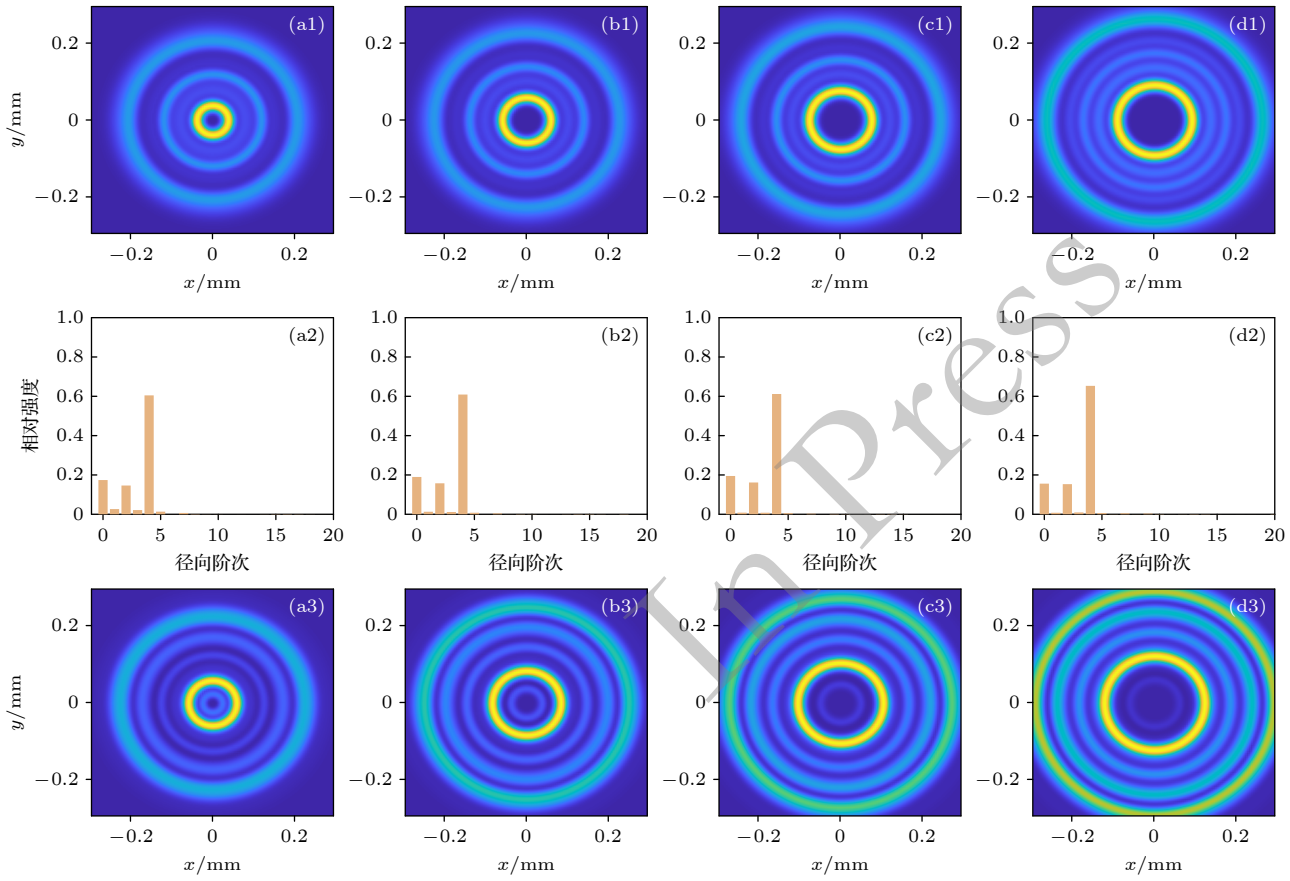
图 6 径向谱宽 (a) 和小信号谱上的能量占比 (b) 随相对作用距离的变化

Fig. 6. Variation of (a) radial spectral width and (b) small-signal spectral energy fraction with relative interaction distance.

上的能量; 当相对作用距离为 2 时, 径向谱宽达到了小信号谱宽的 2 倍以上. 径向阶次越高, 小信号谱上的能量占比越小, 径向谱与小信号理论的偏离越大.

3.4 高阶角向模式倍频光的径向谱

径向阶次相同的 $LG_{p,l}$ 光束在均匀线性介质中传播时, 角向阶次 l 越大光束发散角越大. 小信号理论下, 倍频光的径向谱与角向阶次无关. 这里以 $LG_{2,1}$, $LG_{2,2}$, $LG_{2,3}$, $LG_{2,4}$ 模为例讨论高功率下角向阶次对倍频光径向谱的影响. 计算得到 $LG_{2,1}$, $LG_{2,2}$, $LG_{2,3}$, $LG_{2,4}$ 模的能量回流临界长度依次分别为 5.4 mm, 6 mm, 6.4 mm 和 6.7 mm. 随着角向阶次的升高, 能量回流临界长度呈增大趋势. 按小信号理论, 以上 4 个模式倍频光的径向谱 $p=0,2,4$, 包含 3 个径向模式. 图 7 给出了相对作用距离 ξ 为 1 和 2 处的光强分布和径向谱. 相对作用距离为 1 时, 径向谱符合小信号理论的结果; 相对作用距离为 2 时, 径向谱中出现非小信号的模谱成分.



In Press

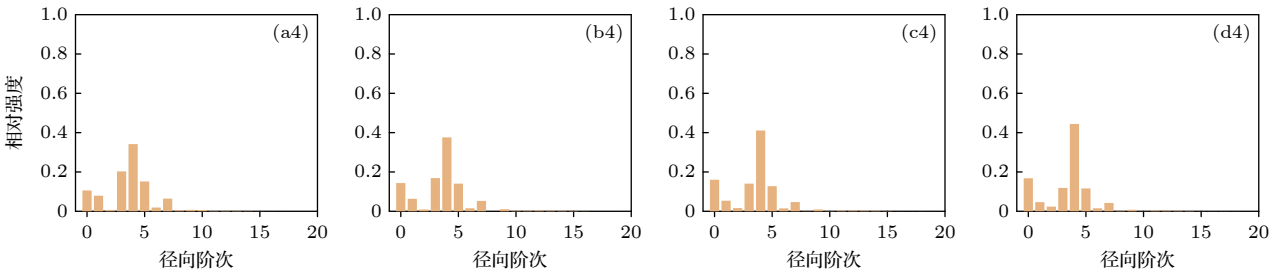


图 7 $LG_{2,1}$ (a), $LG_{2,2}$ (b), $LG_{2,3}$ (c), $LG_{2,4}$ (d) 模在相对作用距离为 1 下的光强分布 (a1)—(d1) 和径向谱 (a2)—(d2); (a3)—(d3), (a4)—(d4) 为相对作用距离为 2 下的光强分布和径向谱

Fig. 7. The light intensity distribution (a1)–(d1) and radial spectrum (a2)–(d2) of the modes $LG_{2,1}$ (a), $LG_{2,2}$ (b), $LG_{2,3}$ (c), $LG_{2,4}$ (d) at a relative action distance of 1; (a3)–(d3) and (a4)–(d4) are the light intensity distribution and radial spectrum at a relative interaction distance of 2.

表 1 给出了 4 个模式在不同相对作用距离下的径向谱宽度. 可以看出, 当相对作用距离小于 1 时, 角向阶次对谱宽没有影响, 谱宽均为 3; 当相对作用距离大于 1 时, 径向谱出现展宽, 且不同角向阶次的谱宽存在差异. 这与小信号理论的结果完全不同. 角向阶次从波前的振幅分布和相位分布两方面影响倍频光的径向模谱. 振幅分布上不同角向阶次的模式环带宽度不同; 相位分布上, 不同角向阶次的模式相位的螺旋结构不同. 高功率下, 振幅空间分布和相位螺旋结构的不同引起非线性作用过程基频光耗尽、附加相位失配及衍射传播过程的差异, 从而导致倍频光场空间分布的差异, 表现为径向谱的不同.

表 1 不同相对作用距离下, 不同角向阶次模式的径向谱宽

Table 1. Radial spectral width of different azimuthal order modes at different operating distances.

模式	相对作用距离									
	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
$LG_{2,1}$	3	3	3	3	4	5	6	6	6	7
$LG_{2,1}$	3	3	3	3	4	5	6	7	7	7
$LG_{2,1}$	3	3	3	3	3	4	6	7	7	7
$LG_{2,1}$	3	3	3	3	3	4	5	6	7	7

图 8 为 4 个模式在小信号谱上的能量占比随相对作用距离的变化, 相对作用距离大于 1 后, 小信号谱上的能量占比快速减小, 径向谱与小信号理论出现很大的偏离. 角向阶次大的模式小信号谱上的能量占比更高.

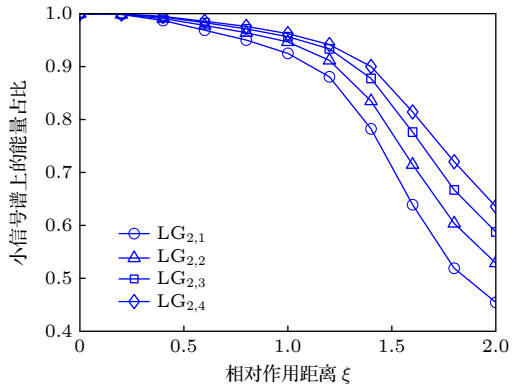


图 8 不同角向阶次模式小信号谱上的能量占比随相对作用距离的变化

Fig. 8. Variation of the energy fraction on the small-signal spectrum of different azimuthal order modes with relative interaction distance.

4 结 论

LG 光束的空间模式存在径向阶次和角向阶次, 倍频光的模式阶次相对于基频光将发生变化. 小信号理论的结果是倍频光的径向模谱由偶数阶径向模构成, 最高阶次为基频光径向阶次的 2 倍. 随着基频光功率的升高, 小信号理论将与实际产生较大的差异. 本文考虑基频光和倍频光的能量耦合及二者的衍射传播, 通过数值求解近轴近似下的非线性耦合波方程, 研究高功率下 LG 光束倍频过程中光场空间分布及径向模谱的变化. 研究结果表明, 当功率达到千瓦量级以上时, 由于衍射传播和非线性耦合过程对波前的调制, 倍频过程在横截面内将产生沿径向变化的附加相位失配及径向模谱展宽. 高功率下 LG 光束的倍频过程存在能量回流临界长度, 作用距离超过能量回流临界长度后, 能量将反向耦合. 该长度取决于基频光功率、束腰半径及横模阶次. 功率越大、径向阶次越高, 能量回流临界长度越小; 角向阶次升高, 能量回流临界长度增大. 基频光和倍频光作用距离在 0.5 倍能量回

In Press

流临界长度以内时, 倍频光的径向模谱基本与小信号理论一致; 在 0.5 倍–1 倍能量回流临界长度范围, 小信号模谱上的能量占比在 90% 以上. 作用距离超过能量回流临界长度后径向谱发生展宽, 明显偏离小信号理论; 作用距离达到 2 倍能量回流临界长度时, 高阶光束小信号谱上的能量占比小于 50%. 为实现高模式纯度输出, 晶体长度应控制在能量回流临界长度的 0.5 倍以内.

对于千瓦级以上的 LG 光束腔内倍频, 建议晶体物理长度不超过能量回流临界长度的 0.5 倍, 以保证倍频光径向模谱与小信号理论吻合 (能量占比>95%); 若允许 10% 的高阶模混入, 长度可放宽至 1 倍能量回流临界长度.

参考文献

[1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185

[2] Cheng M J, Jiang W J, Guo L X, Li J T, Forbes A 2025 *Light: Sci. Appl.* **14** 4

[3] Yang Y J, Ren Y X, Chen M Z, Arita Y, Rosales-Guzman C 2021 *Adv. Photonics* **3** 034001

[4] Chen L X, Zhang Y Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 164210 (in Chinese) [陈理想, 张远颖 2015 物理学报 **64** 164210]

[5] Yang W D, Qiu X D, Chen L X 2020 *Chin. J. Lasers* **47** 0500013 (in Chinese) [杨伟东, 邱晓东, 陈理想 2020 中国激光 **47** 0500013]

[6] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, Min C J, Fu X, Liu Q, Gong M L, Yuan X C 2019 *Light: Sci. Appl.* **8** 90

[7] Belmonte A, Rosales-Guzman C, Torres J P 2015 *Optica* **2** 1002

[8] Li R N, Xue J J, Song D, Li X, Wang D, Yang B D, Zhou H T 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 044203 (in Chinese) [李若楠, 薛晶晶, 宋丹, 李鑫, 王丹, 杨保东, 周海涛 2025 物理学报 **74** 044203]

[9] Liu W, Jia Q, Zheng J 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 055203 (in Chinese) [刘伟, 贾青, 郑坚 2024 物理学报 **73** 055203]

[10] Fu S Y, Gao C Q 2019 *Acta Opt. Sin.* **39** 236 (in Chinese) [付时尧, 高春清 2019 光学学报 **39** 236]

[11] Gao C Q, Fu S Y 2019 *Vortex Beams* (Beijing: Tsinghua University Press) p11 (in Chinese) [高春清, 付时尧 2019 涡旋光束 (北京: 清华大学出版社) 第 11 页]

[12] Yan S J, Zhang D K, Chen L X 2022 *Acta Opt. Sin.* **42** 0327002 (in Chinese) [阎思瑾, 张冬凯, 陈理想 2022 光学学报 **42** 0327002]

[13] Zhao Y L, Li F S, Qiu X D, Zhang W H, Lu Q H, Chen L X 2017 *Laser Optoelectron. Prog.* **54** 051901 (in Chinese) [赵媛丽, 李方舒, 邱晓东, 张武虹, 炉庆洪, 陈理想 2017 激光与光电子学进展 **54** 051901]

[14] Dholakia K, Simpson N B, Padgett M J 1996 *Phys. Rev. A* **54** R3742

[15] Zhou Z Y, Ding D S, Jiang Y K, Li Y, Shi S, Wang X S, Shi B S 2014 *Opt. Express* **22** 20298

[16] Li Y, Zhou Z Y, Ding D S, Shi B S 2015 *J. Opt. Soc. Am. B* **32** 407

[17] Ni R, Niu Y F, Du L, Hu X P, Zhang Y, Zhu S N 2016 *Appl. Phys. Lett.* **109** 151103

[18] Courtial J, Dholakia K, Allen L, Padgett M J 1997 *Phys. Rev. A* **56** 4139

[19] Wu H J, Mao L W, Yang Y J, Rosales-Guzmán C, Gao W, Shi B S, Zhu Z H 2020 *Phys. Rev. A* **101** 063805

[20] Zhao R Z, Xu Y G, Lu R E, Chen Y C, Zou J C, Hong X H, Yuan X D, Ma Y B, Feng X, Zhang C, Qin Y Q, Zhu Y Y 2020 *Opt. Express* **28** 39241

[21] Heinze J, Vahlbruch H, Willke B 2020 *Opt. Express* **28** 35816

[22] Ding H, Tong Z H, Zheng C S, Meng T X, Wei W L, Zhu L, Wang Y Y, Lu D Z, Zhao Y G, Yu H H, Zhang H J 2025 *Opt. Letters* **50** 1661

[23] Zhou W, Bao Y S, Xu H W, Liu J, Cai Y, Xu S X, Fan D Y 2024 *Opt. express* **32** 24156

[24] Boyd R W 2010 *Nonlinear Optics* (Beijing: World Publishing Corporation) p97

[25] Koechner W 2013 *Solid-State Laser Engineering* (New York: Springer) p599

Broadening effect of radial mode spectrum in second-harmonic generation of high-power Laguerre-Gaussian beam*

LIAN Tianhong† HU Yuru XING Junhong JIAO Mingxing

(*School of Optoelectronic Science and Intelligent Instrumentation, Xi'an University of Technology, Xi'an* 710048, *China*)

(Received 7 June 2026; revised manuscript received 29 July 2026)

In Press

Abstract

The spatial modes of LG beams consist of radial and azimuthal indices. In second-harmonic generation

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61805196, 51875455).

† Corresponding author. E-mail: tianhongl@126.com

(SHG), the mode indices of the second-harmonic field change relative to those of the fundamental field. It is currently understood that the azimuthal index satisfies orbital angular momentum conservation during the SHG process, with the second-harmonic azimuthal index being twice that of the fundamental field. Regarding the radial index, the small-signal theory predicts that the radial mode spectrum of the second-harmonic field consists of even-order radial modes, with the highest order being twice the radial index of the fundamental field. The small-signal theory does not account for the propagation and coupling interactions between the fundamental and second-harmonic fields within the nonlinear crystal, and thus provides only approximate results for a thin layer immediately after the fundamental field enters the crystal. This paper considers the energy coupling between the fundamental and second-harmonic fields as well as their diffractive propagation. By numerically solving the nonlinear coupled-wave equations under the paraxial approximation, the evolution of the spatial intensity distribution and radial mode spectrum during second-harmonic generation of high-power Laguerre-Gaussian (LG) beams is investigated. The research results indicate that when the power reaches the kilowatt level or above, the frequency-doubling process will generate, within the cross-section, an additional phase mismatch that varies along the radial position, as well as a broadening of the spatial radial mode spectrum relative to the small-signal mode spectrum, due to the modulation of the wavefront by diffraction

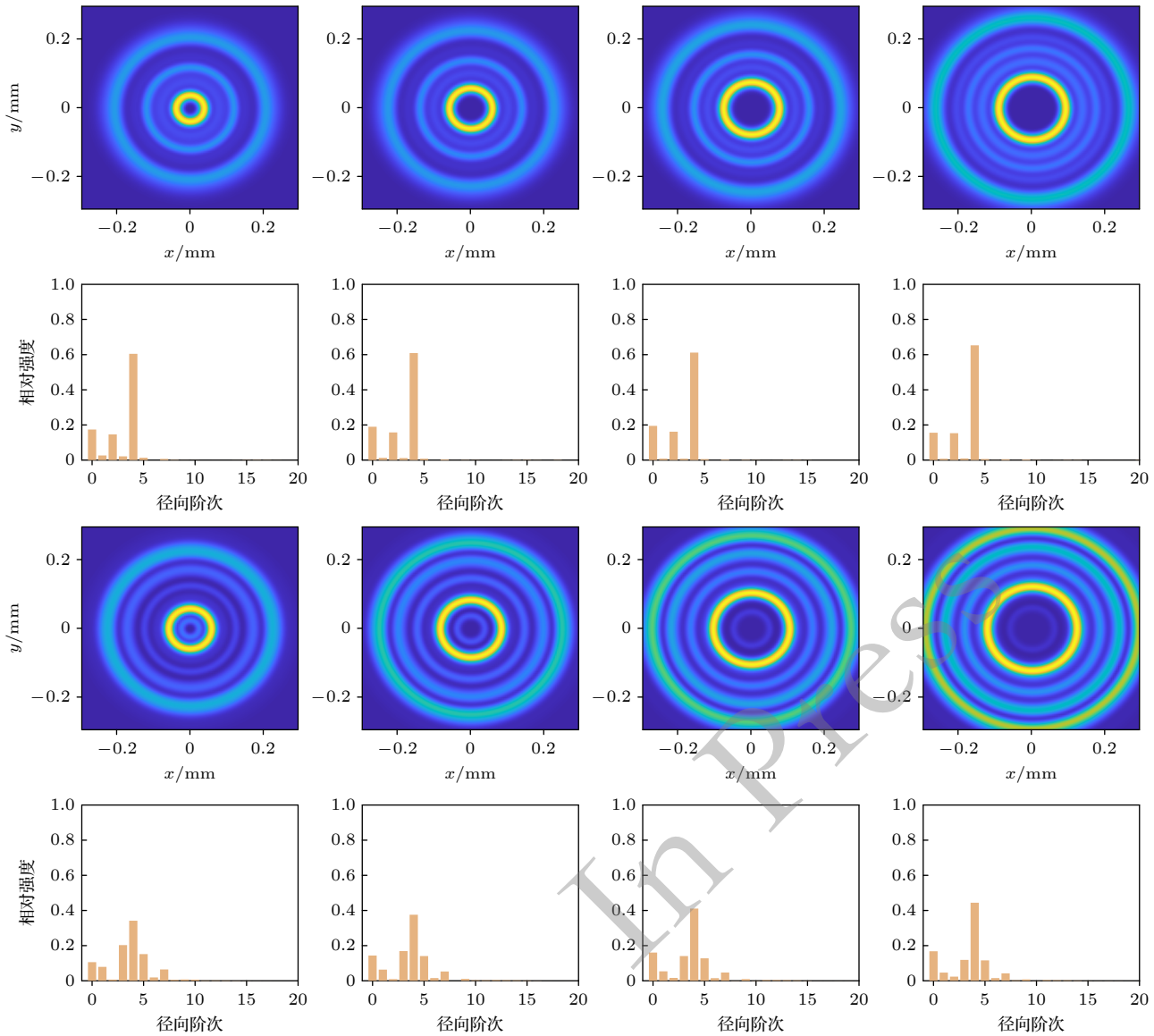


Fig. 9. light intensity distribution (a1)–(d1) and radial spectrum (a2)–(d2) of the modes $LG_{2,1}$ (a), $LG_{2,2}$ (b), $LG_{2,3}$ (c), $LG_{2,4}$ (d) at a relative action distance of 1; (a3)–(d3) and (a4)–(d4) are the light intensity distribution and radial spectrum at a relative interaction distance of 2.

In Press

propagation and nonlinear coupling processes. As the power increases, the additional phase mismatch varying along the radial direction becomes larger, and the mode spectrum broadening becomes more pronounced. This additional phase mismatch introduces a critical length for energy backflow in the second-harmonic generation process of high-power LG beams. When the interaction distance exceeds this critical length, energy begins to couple back from the second-harmonic field to the fundamental field. The critical length decreases with increasing power and radial order of the fundamental beam, but increases with higher azimuthal order. When the interaction distance between the fundamental and second-harmonic fields is within 0.5 times the critical length, the radial mode spectrum of the second-harmonic field remains largely consistent with the predictions of small-signal theory. In the range of 0.5 to 1 times the critical length, the energy fraction residing in the small-signal spectral modes remains above 90%. When the interaction distance exceeds the critical length, the radial spectrum broadens and deviates significantly from small-signal theory. At an interaction distance of twice the critical length, the energy fraction in the small-signal spectrum for high-order beams falls below 50%. Both the radial and azimuthal orders of the fundamental beam have certain influences on the radial mode spectrum of the second-harmonic field. Fig. presents the intensity distributions and radial spectra of the modes $LG_{2,1}$, $LG_{2,2}$, $LG_{2,3}$, and $LG_{2,4}$ at relative interaction distances of 1 and 2. It can be observed that at a relative interaction distance of 1, the radial spectra of the four modes deviate only slightly from the predictions of the small-signal theory. In contrast, at a relative interaction distance of 2, the radial spectra of the four modes exhibit significant deviations from the small-signal theory.

Keywords: vortex beam, second harmonic generation, radial mode spectrum

DOI: 10.7498/aps.75.20260832 **CSTR:** 32037.14.aps.75.20260832

In Press