

外磁场下 Kitaev 磁体中新奇物态的研究进展 *

罗强^{1)†} 赵继泽²⁾ 王孝群³⁾

1) (南京航空航天大学, 物理学院, 南京 211106)

2) (兰州大学, 物理科学与技术学院, 兰州 730000)

3) (浙江大学, 物理学院, 杭州 410058)

(2026-06-08 收到; 2026-xx-xx 收到修改稿)

Kitaev 蜂窝模型是严格可解的自旋液体模型, 由其催生的外磁场下新奇物态研究是凝聚态物理的重要前沿热点之一。本文系统梳理 Kitaev 模型及其扩展在磁场中涌现的量子与拓扑相。首先回顾 Kitaev 模型在 [111] 方向弱磁场下由三阶微扰诱导的手征自旋液体, 其陈数为 ± 1 , 能产生半整数量子化霍尔热导率和手征边缘态。在此基础上, 综述一维手性孤子相、准一维涡旋玻璃相及经典 Kitaev 模型中受约束保护的自旋液体。针对自旋 $1/2$ 反铁磁模型, 比较了众多量子多体方法在揭示中间相本质上的可能性, 包括无能隙 $U(1)$ 自旋液体、Majorana 金属与有能隙手征态等。进一步介绍自旋 1 反铁磁 Kitaev 模型的基态能隙及磁场诱导相变, 以及扩展模型中由不同方向磁场调控的自旋液体、向列顺磁相和自旋转向相等。最后探讨强磁场极化相中拓扑磁子激发及霍尔热导率的方向依赖性, 以及星形晶格中的高陈数与拓扑平带。本综述旨在为理解 Kitaev 磁体中外磁场诱导的新奇物态提供参考, 并为相关量子磁性的实验解释提供借鉴。

关键词: Kitaev 模型, 量子自旋液体, 外磁场, 量子多体计算, 拓扑磁子

75.10.Kt, 75.40.Mg, 71.27.+a, 73.43.Nq

1 引言

量子自旋液体是一种奇特的量子物态, 其自旋即使在零温下也不形成长程磁有序, 而是保持高度纠缠并呈现分数化激发^[1-4]。其中, Kitaev 于 2006 年在蜂窝晶格上提出的自旋模型, 因其严格可解性和丰富的拓扑性质, 已成为研究自旋液体的典范^[5]。该模型在零磁场下展现出有能隙与无能隙的 $\mathbb{Z}_2$ 自旋液体相, 其低能激发由 Majorana 费米子与 $\mathbb{Z}_2$ 规范场描述, 具有非阿贝尔任意子激发的潜力。

Kitaev 模型的材料实现早期依赖于 Jackeli 与 Khaliullin 提出的机理^[6]: 在具有强自旋-轨道耦合的过渡金属化合物 (如 Ir^{4+} 、 Ru^{3+} 、 Co^{2+} 等) 中, 通过特定的八面体配位和边缘共享连接, 可将各向同性的

† 通信作者. E-mail: qiangluo@nuaa.edu.cn (通信作者)

* 国家自然科学基金 (批准号: 12304176, 12574163, 12274187) 和北京凝聚态物理国家研究中心开放课题 (批准号: 2025BNLCMPKF022) 资助的课题.

超交换作用转化为键依赖的 Ising 型相互作用。这一机理催生了大量候选材料，包括 $A_2\text{IrO}_3$ ($A=\text{Na}, \text{Li}$)^[7-9]、 $\alpha\text{-RuCl}_3$ ^[10-12]、以及 $\text{Na}_2\text{Co}_2\text{TeO}_6$ ^[13-18] 等。这一基于有效自旋-1/2 的图像后来被拓展至更高自旋体系，Stavropoulos 等人^[19] 揭示了 d^8 电子构型中通过阴离子强自旋-轨道耦合与洪德耦合产生自旋-1 Kitaev 相互作用的微观机理，并提出了 $A_3\text{Ni}_2\text{XO}_6$ ($A=\text{Li}, \text{Na}$; $X=\text{Sb}, \text{Bi}$)^[20-24] 和 NiI_2 单层^[25,26] 等候选材料。遗憾的是，这些材料在低温下通常呈现之字形磁有序，而非期待的自旋液体，原因是实际体系中存在海森堡交换、 Γ 项及晶格畸变等扰动^[27]。不过，通过施加外磁场、压力或掺杂等，研究人员可抑制材料的磁有序并诱导出与自旋液体相关的新奇物态^[28-36]。

实验上，热霍尔效应被认为是探测手征自旋液体的关键手段^[37,38]。Kasahara 等人在 $\alpha\text{-RuCl}_3$ 中观测到低温下显著的热霍尔信号，其幅值接近半量子化平台^[39]，被初步解读为手征 Majorana 费米子的证据。然而，后续研究发现该信号对磁场方向敏感、与磁有序共存、且在更高纯度样品中消失。相关实验引发了激烈争议^[40]，部分研究转而将热霍尔效应归因于声子或磁子贡献^[41]。钴基材料中亦观察到磁场诱导的自旋液体行为，但尚未见明确的热霍尔量子化报道^[42-46]。这些不一致性表明，Kitaev 候选材料的磁场响应极为复杂，亟需系统的理论梳理。

外磁场作为打破时间反演对称性的常规调控手段，可在 Kitaev 体系中诱导出丰富的新奇物态。经典 Kitaev 模型在弱磁场中可形成受局域约束保护的自旋液体，其具有线性磁化曲线和恒定磁化率，为理解量子体系中的约束动力学提供了经典类比^[47]。在 $[111]$ 方向弱磁场下，三阶微扰可产生有效三自旋相互作用，进而打开狄拉克点能隙，使系统进入陈数为 ± 1 的手征自旋液体相^[5]。这一理论预言激发了大量数值研究，但结果却不尽如人意。即使对于纯反铁磁 Kitaev 模型，不同方法给出的中间相本质也存在分歧^[48-69]，如无能隙 $U(1)$ 自旋液体、Majorana 金属、有能隙阿贝尔手征自旋液体等不同的可能性，反映了该问题的高度非微扰性。自旋 1 反铁磁 Kitaev 模型在零磁场下被认为是量子自旋液体，但其激发是否存在能隙存在争议^[70-74]。此外，其磁场诱导的相变过程与自旋 1/2 情形有一定的相似性^[75-77]。

扩展 Kitaev 模型在磁场下展现出更加丰富的涌现相^[78-84]。在 Kitaev- Γ 模型中，面内磁场可诱导无能隙狄拉克自旋液体，面外磁场则诱导有能隙手征自旋液体^[78]。 Γ - Γ' 模型中存在磁场诱导的自旋翻转相和自旋手征相^[79,80]。多节点量子自旋液体拥有多个受对称性保护的 Majorana 锥，磁场可打开能隙并产生不同陈数的手征自旋液体，覆盖 Kitaev 十六重分类中的多个成员^[83,84]。

在强磁场极化相中，磁子激发可携带非零陈数，产生热霍尔效应^[85,86]；面内磁场下霍尔热导率对方向敏感^[87,88]。星形晶格上甚至可出现高陈数拓扑磁子与拓扑平带^[89]。在拓扑磁结构中，非共线自旋排列可诱导有效规范场。例如，面外磁场下的磁涡旋液体产生平坦拓扑能带与巨大霍尔热导率^[90]，三重麦勒晶体则呈现非互易磁子及无磁相变的拓扑相变^[91]，面内磁场下的自旋转向相展现丰富拓扑相变与热导率符号变化^[92]。

因此，在本课题组前期针对零磁场下 Kitaev 磁体中新奇物态综述的基础上^[93]，本文聚焦于外磁场下涌现的新奇量子态与拓扑相。通过总结一维孤子相和准一维涡旋态、二维经典自旋液体、自旋 1/2 和自旋 1 的中间相、扩展模型中的手性态与向列相、以及强场拓扑磁子等理论进展，旨在为理解 Kitaev 候选材料中复杂的磁场响应提供理论参照。

2 Kitaev 蜂窝模型

2006 年, Kitaev 提出了具有里程碑意义的严格可解模型——Kitaev 蜂窝模型^[5]。如图1(a)所示, 该模型是由依赖于键方向的各向异性伊辛相互作用组成, 且对于自旋 $S = 1/2$ 严格可解。记 $\mathbf{S}_j = (S_j^x, S_j^y, S_j^z)$ 为无量纲的自旋角动量算符, 则该模型的哈密顿量可写为:

$$H_0 = K_x \sum_{\langle j,k \rangle_x} S_j^x S_k^x + K_y \sum_{\langle j,k \rangle_y} S_j^y S_k^y + K_z \sum_{\langle j,k \rangle_z} S_j^z S_k^z \quad (1)$$

其中 K_α ($\alpha = x, y, z$) 为各向异性耦合常数, 三个键方向对应于蜂窝晶格上三个不同的最近邻键取向。Kitaev 模型的可解性依赖于足够多的守恒量。定义蜂窝晶格上的六边形算符 $W_p = 2^6 S_1^x S_2^y S_3^z S_4^x S_5^y S_6^z$ (自旋编号见图1(b)所示), 可以验证 $[W_p, H_0] = 0$, 且 $W_p^2 = 1$, 故其本征值 $w_p = \pm 1$ 标记了 $\mathbb{Z}_2$ 磁通的配置。通过引入四个 Majorana 费米子 c_j 和 b_j^α , 自旋算符可分数化为 $S_j^\alpha = \frac{i}{2} b_j^\alpha c_j$ 。该表示满足自旋对易关系, 并满足物理子空间约束 $D_j = b_j^x b_j^y b_j^z c_j = 1$ 。在此基础上, 哈密顿量(1)等价于

$$H_0 = \frac{i}{4} \sum_{\langle j,k \rangle_\alpha} K_\alpha \hat{u}_{jk} c_j c_k, \quad (2)$$

其中 $\hat{u}_{jk} = i b_j^\alpha b_k^\alpha$ 与 H_0 对易, 取值 ± 1 , 构成静态 $\mathbb{Z}_2$ 规范场。基态对应于所有六边形磁通为零的构型 ($w_p = +1$), 取规范 $\hat{u}_{jk} = 1$ 后, 得到自由 Majorana 费米子的紧束缚模型, 并可以通过傅里叶变换求得能谱

$$\epsilon_{\mathbf{q}} = \pm |f(\mathbf{q})| = \pm \frac{1}{2} |K_x e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_1} + K_y e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_2} + K_z|, \quad (3)$$

其中 $f(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} (K_x e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_1} + K_y e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_2} + K_z)$, $\mathbf{n}_1 = (\sqrt{3}/2, 1/2)a$, $\mathbf{n}_2 = (\sqrt{3}/2, -1/2)a$ 为晶格基矢。在各向同性极限 $K_x = K_y = K_z \equiv K$ 下, 能带在第一布里渊区的顶点 ($\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{K}'$ 点) 形成无能隙的狄拉克锥, 满足线性色散关系: $\epsilon_{\mathbf{q}} \approx \pm \frac{\sqrt{3}}{4} K |\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\mathbf{K}/\mathbf{K}'}|$ 。

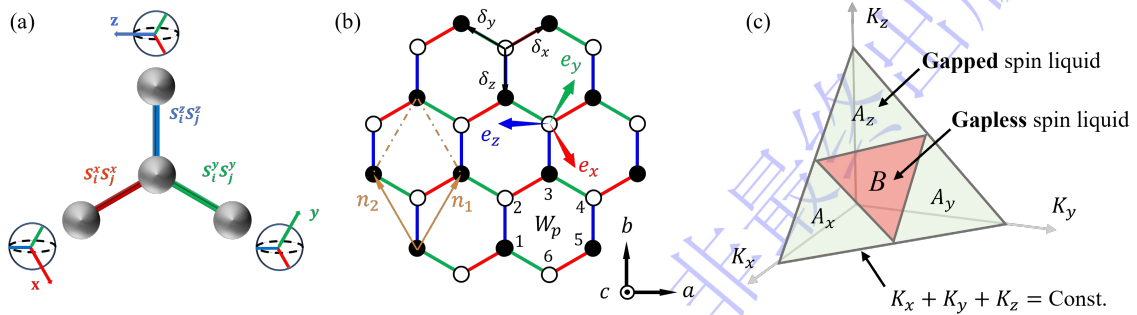


图 1 (a) 交换耦合阻挫示意图, (b) 蜂窝晶格示意图, (c) Kitaev 模型的相图

Fig. 1. (a) Schematic of exchange coupling frustration, (b) Schematic of honeycomb lattice, (c) Phase diagram of the Kitaev model.

在零磁场下, 能隙闭合条件为 $|K_\alpha| \leq |K_\beta| + |K_\gamma|$ (α, β, γ 循环)。该不等式将参数空间划分为两个区域, 如图1(c)所示。当三个 K_α 均满足三角不等式时, 能谱存在狄拉克点, 对应无能隙自旋液体 (B 相)。当某个 $|K_\alpha| > |K_\beta| + |K_\gamma|$ 时, 能隙打开, 系统进入有能隙自旋液体 (A 相), 其低能有效理论等价于环面码。

与之相对应，施加 [111] 方向磁场 $\mathbf{h} = (h, h, h)$ 会破坏时间反演对称性。在微扰论下，一阶和二阶微扰不改变通量构型或仅重正化耦合常数。最低阶非零贡献来自三阶过程，产生有效三自旋相互作用：

$$H_{\text{eff}} = -\frac{\hbar^3}{\Delta_F^2} \sum_{\langle j,k,l \rangle} S_j^x S_k^y S_l^z \quad (4)$$

其中 $\Delta_F \approx 0.065|K|$ 为双通量能隙^[94]。在 Majorana 表示下，利用 $S_j^x S_k^y S_l^z = \frac{i}{8} \hat{u}_{jl} \hat{u}_{kl} c_j c_k$ （在物理子空间内），该项对应次近邻跳跃，在 B 相的狄拉克点处打开能隙。此时准粒子能谱为：

$$\epsilon_{\mathbf{q}} = \pm \sqrt{|f(\mathbf{q})|^2 + \Delta_{\mathbf{q}}^2}, \quad (5)$$

其中 $f(\mathbf{q}) = \frac{1}{2}K(e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{n}_1} + e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{n}_2} + 1)$ ， $\Delta_{\mathbf{q}} = \kappa(\sin \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_1 - \sin \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}_2 + \sin \mathbf{q} \cdot (\mathbf{n}_2 - \mathbf{n}_1))$ ， $\kappa = \frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{\hbar^3}{\Delta_F^2}$ 。可见， $\Delta_{\mathbf{q}}$ 的引入在原本的狄拉克点处打开了一个能隙，且破坏了时间反演对称性。

对于有能隙的无相互作用系统，其拓扑性质由陈数 C 刻画，陈数的符号由 $\text{sgn}(h_x h_y h_z)$ 决定。在弱 [111] 磁场下，系统进入陈数为 ± 1 的手征自旋液体相。根据体边对应原理，非零陈数意味着系统在边界上存在受拓扑保护的单向传播手征边缘态。对于 $|C| = 1$ 的体系，每条边界上存在一支手征 Majorana 费米子模式。这些手征边缘态在温度梯度下会产生热霍尔效应，贡献霍尔热导率 κ_{xy} 。在低温极限下，精确的计算结果表明

$$\kappa_{xy} = \frac{C}{2} \cdot \frac{\pi^2 k_B^2 T}{6\hbar}, \quad (6)$$

即半整数量子化霍尔热导率。

因此，Kitaev 蜂窝模型及其弱磁场响应为研究分数化和拓扑序提供了理想平台。零磁场下，基态相图由各向异性参数控制，分为有能隙（ A 相）和无能隙（ B 相） $\mathbb{Z}_2$ 自旋液体。施加 [111] 方向弱磁场后，三阶微扰产生有效三自旋相互作用，在狄拉克点打开能隙，系统进入陈数为 ± 1 的手征自旋液体相。该相支持非阿贝尔任意子激发，并产生半整数量子化的霍尔热导率 κ_{xy} ，成为实验上探测 Kitaev 自旋液体的关键信号。这些发现不仅深化了对量子自旋液体的理解，也为拓量子计算提供了可能的物理载体。

3 一维和准一维 Kitaev 体系

3.1 面内磁场下的手性孤子态

在自旋 $S = 1/2$ 的反铁磁 Kitaev 自旋链中，当施加沿对角线方向（ $h_x = h_y$ ）的面内磁场时会出现一个非常规中间相——手性孤子相^[95]。如图2所示，该相位于临界场 $h_{xy}^{c1} = 0.511K$ 与 $h_{xy}^{c2} = 0.726K$ 之间。手性孤子相的特征在于非零的交错矢量手性 χ^z ，其定义为 $\chi^\alpha = (-1)^j \langle (\mathbf{S}_j \times \mathbf{S}_{j+1})^\alpha \rangle$ ，而 $\chi^{x,y} = 0$ 。

场诱导孤子相具有独特的物理特性。在开放边界条件下，体系基态支持一个拓扑孤子，它连接了两种简并的交错自旋序，即从左侧的 $|Y'X'\rangle = |y'x'y'x'\cdots\rangle$ 构型平滑过渡到右侧的 $|X'Y'\rangle = |x'y'x'y'\cdots\rangle$ 构型，从而在链中心形成一个空间扭结。这里， $|x'\rangle$ 与 $|y'\rangle$ 是在 S^z 表象下定义的 xy 面内自旋相干态，其显式形式为：

$$|x'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{ic} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |y'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i(\pi/2+c)} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中参数 $c = \cos^{-1}(h_{xy}/K) - \pi/4$ 由外场 h_{xy} 的强度决定。在这一定义下，两个态的期望自旋在 xy 平面内的实际指向夹角为 $\pi/2 + 2c$ （略大于 90° ），这确保了孤子两侧序参量之间的几何失配。该孤子降低

系统能量，其质量 Δ_b 为负值（如 $\Delta_b = -0.2044K$ 在 $h_{xy} = 0.7$ ），表明孤子使能量降低。相反，反孤子具有正质量 Δ_B ，能量较高。在周期性边界条件下，孤子和反孤子必须成对出现，导致一个小的有限能隙 $\Delta_{\text{PBC}} \approx \Delta_b + \Delta_B$ 。变分计算表明，系统基态可由单缺陷态 $|\Psi_b\rangle = \sum_k a_k |\psi_b(k)\rangle$ 描述，其中 $|\psi_b(k)\rangle$ 为在特定键上发生模式转换的直积态。当 $h_{xy} = h_{xy}^{c1}$ 时， $\Delta_b = -\Delta_B$ ，孤子-反孤子对激发能量为零，标志着相变发生。该孤子相不携带确定的自旋量子数，且其质量不对称性源于 Kitaev 链的非对称空间群对称性。此外，该相在二维 Kitaev 梯子中亦有对应，表明其可能关联更高维度的场诱导自旋液体行为。

作为对比，整数自旋 Kitaev 链的孤子相与自旋 1/2 情形存在本质差异。Sørensen 等人发现^[96]，整数自旋 ($S = 1 \sim 5$) 孤子相仅出现在 $h_x = h_y$ 对称线上，且以“孤岛”形式被极化相包围（如图2所示），而自旋 1/2 链的孤子相则连续存在。周期边界下整数自旋基态二重简并且有限能隙，开放边界下基态必含一个孤子，其质量 $\Delta_b < 0$ ，反孤子质量 $\Delta_B > 0$ ，二者不对称性导致能隙。孤子尺寸随 S 增大而锐化 ($S = 1$ 时 120 晶格， $S = 2$ 时 60)，质量 $\propto S^2$ ，并伴随非零矢量手性。

在整数自旋 Kitaev 链中，通过计算能量磁化率 χ_h^e 标定了孤子相的上下临界场，证实其孤岛结构；积分局域能量密度偏离直接提取了孤子质量 Δ_b 与尺寸 ξ_S ，揭示了质量随 S^2 标度及尺寸随 S 锐化的规律。对比开放与周期边界的能谱发现，开放边界下大量带内低能态源于单孤子激发，而周期边界下孤子-反孤子对的能隙反映了二者不对称性。矢量手性 χ^e 的计算表明孤子相具有明确手性序，比热计算则进一步区分了单孤子与孤子-反孤子对的热力学信号。这些物理量的分析系统刻画了整数自旋 Kitaev 链中孤子的能隙、空间结构及手性特征。

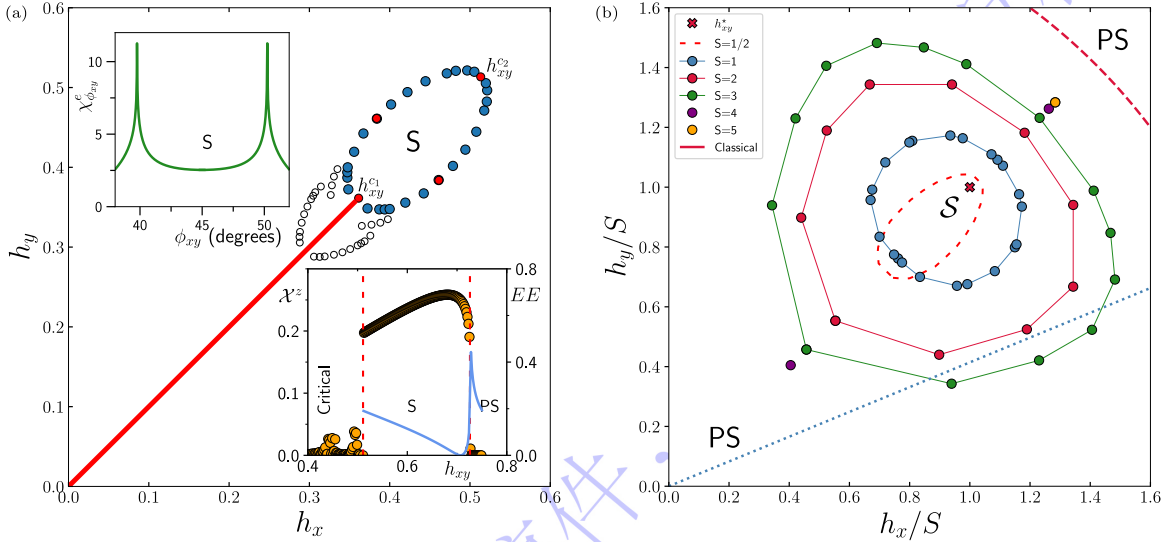


图 2 (a) 自旋 1/2 Kitaev 自旋链外磁场下的手征孤子相^[95]，(b) 自旋 S Kitaev 自旋链外磁场下的手征孤子相^[96]。

Fig. 2. (a) Chiral soliton phase of a spin-1/2 Kitaev spin chain under an external magnetic field^[95], (b) Chiral soliton phase of spin- S Kitaev spin chains under an external magnetic field^[96].

3.2 面外磁场下的涡旋气体和涡旋玻璃

Sørensen 等人^[97]与 Yogendra 等人^[98]分别采用密度矩阵重正化群方法研究了自旋-1/2 Kitaev 梯子模型在 [111] 磁场下的基态相图。两篇独立研究呈现高度一致的相演化路径。Yogendra 等人识别出五个相：均匀通量相 ($h/K < 0.416$)、涡旋气体相 ($0.416 < h/K < 0.485$)、涡旋晶体相 ($0.485 < h/K < 0.52$)、涡旋玻璃相 ($0.52 < h/K < 0.745$) 及极化相 ($h/K > 0.745$)。这些相与 Sørensen 等人在反铁磁 Kitaev 区域发现的反铁磁 K 相、交错手征相、 γ 相、 η 相及极化相一一对应。

涡旋气体相（对应 Sørensen 等人的交错手征相）中， $\mathbb{Z}_2$ 通量稀薄且成对出现，标量手性呈交错模式（净通量为零），无长程磁序，能隙有限 ($\Delta_1 < 0.019K$)，链端存在激发。涡旋晶体相（对应 Sørensen 等人的 γ 相）中，通量达到半填充并形成有序超晶格，对应短周期（五格点）磁序。涡旋玻璃相（对应 Sørensen 等人的 η 相）是最为新颖的物态：通量分布完全随机，局域磁化呈现非公度调制，量子保真度 $F = 0$ ，不同初始计算运行得到相互正交的基态，且能量差在磁场涨落尺度内。Yogendra 等人将这些特征归因于内禀玻璃相，其源于 $\mathbb{Z}_2$ 通量受局域约束而动力学受阻，导致慢弛豫与遍历性破缺。综上，Sørensen 等人与 Yogendra 等人的研究表明，Kitaev 梯子在 [111] 磁场下展现出从稀薄通量气体到有序晶体、再到无序玻璃的非平庸演化路径。

4 经典 Kitaev 模型

Liu 等人采用可解释的张量核支持向量机方法，研究了经典 Kitaev- Γ 模型在 [111] 外磁场下的相图^[99]。针对纯 Kitaev 模型 ($\Gamma = 0$)，铁磁 Kitaev 自旋液体在任意微小磁场下立即完全极化；反铁磁 Kitaev 自旋液相则可稳定存在至 $h \sim 0.14$ ，随后进入一个具有全局 $U(1)$ 对称性的中间区域 ($U(1)_g$)，最终极化至高场顺磁态。该 $U(1)_g$ 区域的具体本质尚有待澄清。近期 McClarty 等人对经典 Kitaev 模型在外磁场下的研究揭示，这一中间区域实质上对应于一种稳定的经典自旋液体相^[47]。

经典 Kitaev 蜂窝模型在外磁场中展现出自旋液体相的核心原因在于其基态能量可被重新整理为多个平方项之和，并由此衍生出严格的局域约束条件。该模型的反铁磁耦合 ($K > 0$) 能量表达式为

$$E = \frac{K}{2} \sum_{i \in A} \sum_{\mu} \left(S_i^{\mu} + S_{i+\mu}^{\mu} - \frac{B_{\mu}}{K} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(K + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2K} \right) N, \quad (8)$$

其中 i 遍历 A 子格， $\mu = x, y, z$ 对应三种 Kitaev 键， $\mathbf{B}$ 为外磁场。由于平方项非负，基态必须同时满足线性约束 $S_i^{\mu} + S_{i+\mu}^{\mu} = B_{\mu}/K$ 和自旋长度归一化条件。当场强 $|\mathbf{B}| < 2K$ 时，这一线性约束与单位长度条件共同构成一个可解的多约束系统，使得基态具有宏观简并性。与通常的序磁体不同，该系统并不通过“受阻挫”来产生简并，而是通过每个键上的线性关系将自旋分量锁定到磁场指定的值上，从而形成一整个低能流形。系统共有 $3N$ 个自旋变量， N 个长度约束和 $N/2$ 个线性约束，因此残留 $N/2$ 个零模，正是这些软模式支撑了经典自旋液相的存在。

该自旋液体相在热力学与关联特性上展现出几个有趣的特征。首先，基态能量对磁场的导数直接给出线性磁化曲线 $M = B/(2K)$ ，直至饱和场 $B_s = 2K$ ；相应地，磁化率在自旋液体区内保持恒定值 $\chi = 1/(2K)$ ，并在饱和场处发生跃变。零温下每个自旋的热容趋于 $3/4$ ，而非极化相中的 1，这恰与 $N/2$ 个零模不贡献比热的等分结果一致。零场时四极矩结构因子在动量空间原点呈现尖锐的尖点，对应无质量

的库伦相；而外加磁场会诱导出涨落的等效电荷，使高斯定律变为 $\nabla \cdot E = \rho$ ，从而为规范场引入质量，导致尖点展宽，该展宽宽度（即倒空间关联长度的倒数）随磁场强度线性增加 $1/\xi \propto |\mathbf{B}|/K$ ，与粗粒化理论的预言高度吻合。此外，系统对非磁性掺杂表现出完美的补偿效应，总磁化强度仅在阈值场略有下降。这些结果表明，经典 Kitaev 模型在外磁场中并非被简单破坏，而是转变为一个受约束保护、无长程序且具有四极矩关联的有能隙自旋液体。

5 自旋-1/2 的 Kitaev 模型

Kitaev 模型在 [111] 外磁场下的哈密顿量由式(9)给出：

$$\mathcal{H} = K \sum_{\langle ij \rangle \parallel \gamma} S_i^\gamma S_j^\gamma - h \sum_i \frac{1}{\sqrt{3}} (S_i^x + S_i^y + S_i^z) \quad (9)$$

铁磁型 ($K < 0$) 和反铁磁型 ($K > 0$) Kitaev 模型在外磁场下展现出截然不同的相变情况。对于前者，强度为 $0.035|K|$ 的外磁场即可破坏 Kitaev 自旋液体进而将体系带进极化相中 [100]。相较之下，反铁磁 Kitaev 自旋液体的临界磁场高出约一个数量级，表现出更强的稳定性。此外，体系在极化前会经历一个有趣的中间相区域。不过，中间区域中究竟包含多少个中间相，以及这些相的微观本质尚无定论，相关研究仍然是重要的前沿课题。

5.1 精确对角化

精确对角化方法因其无偏差且不依赖于特定参考态的特点，成为研究量子自旋液体等强关联体系中量子相变的首选工具。Zhu 等人利用该方法 [48]，系统计算了反铁磁 Kitaev 模型在尺寸为 $2 \times 4 \times 3$ 环面几何下的低能谱、磁化强度、磁化率以及 Wilson 环算符等关键物理量。通过分析低能激发态在动量空间的分布以及基态能量对磁场的二阶导数，他们确定了中间相的磁场范围约为 $0.35 < h/|K| < 0.62$ 。与铁磁情形不同，该中间相表现出稠密的低能谱和显著的纠缠熵增大，且 Wilson 环算符的量子化特征在此区域内已明显消失。结合这些数值特征，他们认为该中间相属于无能隙相，并推测其可能蕴含长程量子关联或非平庸的临界行为，为进一步理解磁场诱导的自旋液体相变提供了重要线索。

Hickey 和 Trebst 针对具有 C_3 对称性的蜂窝团簇的计算确认在 $0.36 < h/|K| < 0.63$ 磁场范围内确实存在一个无能隙的 $U(1)$ 自旋液体 [49]。在从低磁场 Kitaev 自旋液体到无能隙中间相的转变过程中，静态自旋结构因子未出现新的布拉格峰，整体保持平坦且无明显特征，仅在 Γ 点（对应总磁化强度）处观测到强度的显著变化。这表明中间相仍保持自旋液体的基本属性，未形成长程磁有序。同时，通量期望值 $\langle W_p \rangle$ 在中间相中连续变化，且取值介于 0 与 1 之间，进一步支持该相中规范场存在强烈涨落，系统处于无序但具有分数化激发的状态。进入无能隙自旋液体中间相后，低能态密度急剧上升，超过零场情形约一个数量级， $\mathbb{Z}_2$ 规范通量涨落显著增强。动态自旋结构因子显示，自旋谱权重在全体动量空间向零能区转移，表明 $\mathbb{Z}_2$ 通量能隙已闭合。比热计算进一步揭示，低温比热峰随磁场增强向更低温度漂移，反映规范场的能标降低；而高温峰几乎不变，暗示巡游马约拉纳费米子未直接参与该相变过程。

然而，我们课题组最近细致的精确对角化计算揭示中间区域中标量手性相与矢量手性相的存在 [50]。这些手性序可以由标量手性序参量 χ_s 与矢量手性序参量 κ_ν 来识别。其中，标量手性基于三自旋标量

三重积构建，并引入累积量以扣除低阶关联贡献，从而提取纯粹的三体量子关联；矢量手性则通过相邻格点自旋的非对易关联定义，并考虑基态简并度进行平均。计算结果表明，在纯 Kitaev 极限下，随磁场增加，系统依次经历 Kitaev 自旋液体相、标量手性相 ($0.385 < h/|K| < 0.540$)、二重简并矢量手性相 ($0.540 < h/|K| < 0.595$)、三重简并矢量手性相 ($0.595 < h/|K| < 0.640$) 以及高场极化相。标量手性相中 χ_s 峰值约为 0.04，而矢量手性相中 κ_ν 呈现两个平台，分别约为 0.055 和 0.095。

不过，矢量手性相相对脆弱，对几何结构和磁场方向等因素较为敏感（见图3所示）。一方面，通过 $2 \times 4 \times 3$ 环面几何下 Wilson 环算子的计算发现，在 $h/|K| \in (0.595, 0.620)$ 范围内仍存在一个窄的矢量手性相，但该相区宽度极窄，此前因计算分辨率不足而被忽略。另一方面，在 24 格点 C_6 团簇的基础上，当磁场偏离 [111] 方向超过约 5° 时多重中间相合并为单一相；当磁场方向主要沿 [111] 方向且角度偏差控制 4° 以内可以解析出更精细的相结构。这一研究表明，高精度的磁场方向控制、高分辨率的参数扫描以及合适的团簇几何，是成功解析这些窄手性相的关键因素。

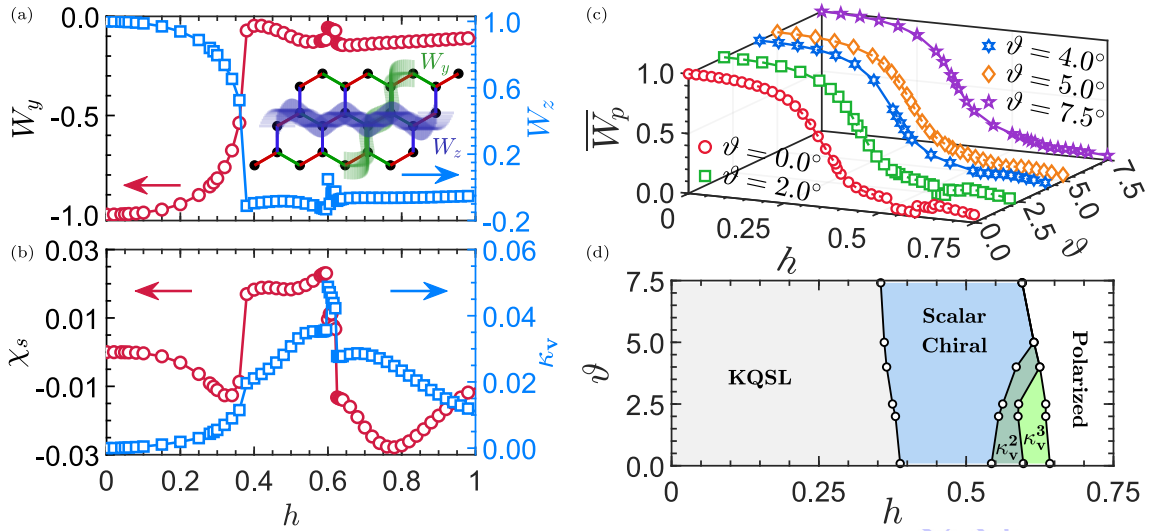


图 3 自旋 1/2 反铁磁 Kitaev 模型外磁场下的严格对角化计算^[50] (a)-(b) $2 \times 4 \times 3$ 环面几何下的 Wilson 环算符，以及标量和矢量手征序，(c)-(d) 具有 C_6 对称性 24 格点团簇下的六边形算符和量子相图

Fig. 3. Exact diagonalization calculations of the spin-1/2 antiferromagnetic Kitaev model under an external magnetic field^[50] (a)-(b) Wilson loop operators and scalar and vector chiral orders on a $2 \times 4 \times 3$ torus geometry, (c)-(d) hexagon operators and quantum phase diagram on a 24-site cluster with C_6 symmetry.

5.2 密度矩阵重正化群

基于密度矩阵重正化群方法，Gohlke 等人采用最大宽度为 5 的圆柱几何，通过能量二阶导数、纠缠熵、关联长度及规范通量期望值等物理量标定相边界^[51]。他们发现，在 $0.38 < h/|K| < 0.62$ 范围内存在一个中间相。该相在有限纠缠标度下呈现无能隙特征，其中心电荷拟合值约为 4，且对圆柱周长和边界条件高度敏感。通量期望值 $\langle W_p \rangle$ 与 $\langle W_l \rangle$ 在此区间连续趋近于零，两个拓扑扇区 ($W_l = \pm 1$) 的简并性持续至相变点附近，暗示相变为连续。动力学自旋结构因子的计算进一步揭示：在中间相附近，从高场极化相逼近时，单磁子分支频率降低并显著展平，与多磁子连续谱合并，在 Γ 和 Γ' 点附近几乎闭合。然而，由

于中间相基态纠缠过大，直接模拟其动力学仍具挑战。综上，该工作确认了反铁磁 Kitaev 模型在磁场下存在一个宽泛的中间无能隙区，但其精确性质尚需更高精度计算予以澄清。

Patel 和 Trivedi 采用密度矩阵重正化群方法，对 [111] 磁场下 Kitaev 模型的中间相进行了系统研究 [52]。通过计算磁化率、自旋-自旋关联函数、比热容及热熵等物理量，他们确认中间相存在于 $0.35 < h/|K| < 0.61$ 的磁场区间。在该相内，自旋-自旋关联函数呈现幂律衰减 $C(R) \propto R^{-1.5}$ ，比热容在低温下呈线性行为，两者共同表明该相具有无能隙激发特征。为进一步揭示中间相的费米子激发结构，作者计算了总自旋结构因子 $S_{\text{tot}}(\mathbf{k})$ 与子晶格内结构因子 $S_{\text{tr}}(\mathbf{k})$ 。结果显示， $S_{\text{tr}}(\mathbf{k})$ 在第一布里渊区的 $\mathbf{M}$ 点出现显著峰值， $S_{\text{tot}}(\mathbf{k})$ 则在扩展布里渊区的 $\mathbf{M}_e$ 点呈现高强度信号。基于此，作者提出中间相存在自旋子费米面，其费米口袋位于 Γ 点和 $\mathbf{M}$ 点附近，且具有相反的粒子-空穴特性。通过构建散射函数，该费米面模型成功复现了 $\mathbf{M}$ 点主峰和 $\mathbf{K}/\mathbf{K}'$ 点三瓣结构，与数值结果定性一致。

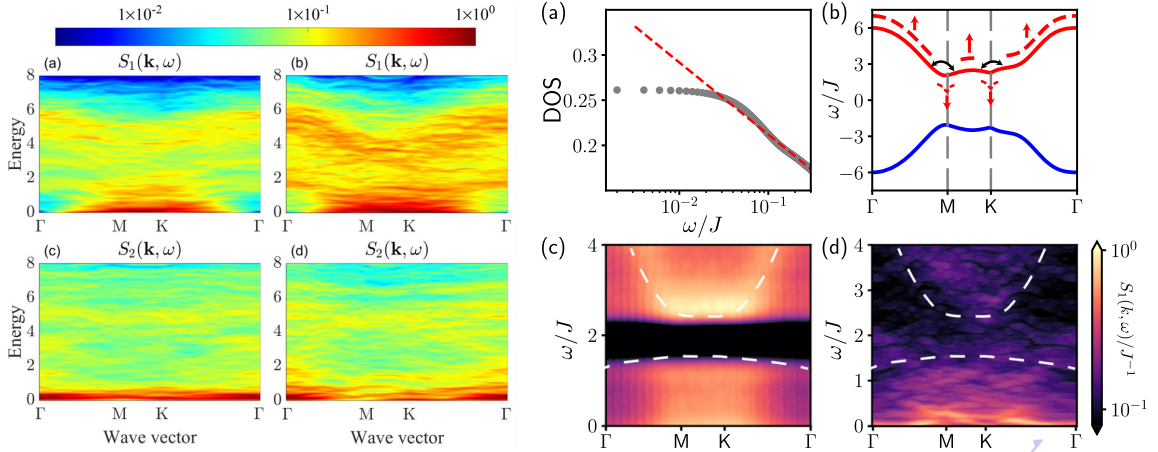


图 4 自旋 1/2 反铁磁 Kitaev 模型外磁场下的张量网络态计算。左图：自旋-自旋结构因子 $S_1(\mathbf{k}, \omega)$ 和二聚化-二聚化结构因子 $S_2(\mathbf{k}, \omega)$ [53]，右图：态密度、能带和结构因子 [54]

Fig. 4. Tensor network state calculations of the spin-1/2 antiferromagnetic Kitaev model under an external magnetic field. Left panel: spin-spin structure factor $S_1(\mathbf{k}, \omega)$ and dimer-dimer structure factor $S_2(\mathbf{k}, \omega)$ [53], right panel: density of states, band structure, and structure factor [54].

5.3 张量网络态

基于无限投影纠缠对态方法，Zhu 等人与 Wang 等人分别从不同角度揭示了反铁磁 Kitaev 模型在外加 [111] 磁场下的中间相本质上是一种由通量涨落诱导的零温 Majorana 金属 [53,54]，该相具有无能隙激发、对数发散的态密度以及随磁场可调的费米面结构，如图4所示。

Zhu 等人提出，在中等磁场下，系统基态中开始出现 π 通量，每个 π 通量束缚一个 Majorana 零模 [54]。随着磁场增强，通量密度增大，零模之间的波函数发生重叠，形成跨越整个体系的零能带，从而进入无隙的 Majorana 金属相。通过将通量构型作为静态无序进行系综平均，他们建立了有效紧束缚模型，并发现该金属相的态密度在低能处呈现 $\ln|E|$ 发散行为，这是 Majorana 金属的典型特征。此外，他们计算了 Majorana 谱函数，并与无限投影纠缠对态方法获得的自旋-自旋及二聚化-二聚化动力学谱进行对比，二者在低能区定性一致，验证了该理论图像的可靠性。

Wang 等人则直接采用无限投影纠缠对态方法计算了不同磁场下的自旋-自旋与二聚化-二聚化动力学结构因子^[53]。结果表明，在中间相内，单自旋谱在低能区呈现无隙连续谱，且无隙模式随磁场从 $\mathbf{M}$ 点逐渐向 $\mathbf{K}$ 点移动；而二聚化-二聚化谱则在 $\mathbf{\Gamma}$ 和 $\mathbf{K}$ 点附近表现出清晰的无隙信号。为了进一步确认通量涨落的关键作用，他们在哈密顿量中引入通量惩罚项 $-\mu \sum_p W_p$ ，精确对角化显示，随着 μ 增大（即通量激发被抑制），中间相区间逐渐缩小直至消失，从而直接证明了通量涨落是中间相形成的核心机制。同时，无限投影纠缠对态计算的低能态密度同样显示出 $\log E$ 发散行为，与 Majorana 金属的理论预期一致。

5.4 平均场 + 变分蒙特卡洛

与前述大多数研究不同，Jiang 等人的工作最早指出中间区域中存在两种不同的中间相^[55]。他们发展了一种适用于有限磁场的 $\mathbb{Z}_2$ 平均场理论，该方法以马约拉纳费米子表示为基础，通过强制局域电荷中性条件构建可数值求解的有效哈密顿量，在零场极限下渐近精确。

结合变分蒙特卡洛方法，他们发现随磁场增大，系统依次经历四个拓扑相区。低场区 ($0 < h < h_{c1}$) 为非阿贝尔手征自旋液体（陈数 $C = 1$ ）；中间窄区 ($h_{c1} < h < h_{c2}$) 为新颖的阿贝尔手征自旋液体（陈数 $C = 4$ ）；随后 ($h_{c2} < h < h_{c3}$) 为平庸相；高场进入极化相。临界场分别为 $h_{c1}/|K| \sim 0.83$ 、 $h_{c2}/|K| \sim 0.92$ 、 $h_{c3}/|K| \sim 1.83$ ，能隙在临界场处闭合-再开启。与先前认为中间相为无能隙 $U(1)$ 自旋液体的结论不同，该工作通过变分蒙特卡洛优化后的能带计算，明确揭示了中间相的有能隙特征，为理解 Kitaev 模型中磁场诱导的拓扑相变提供了新的实例。

5.5 低能有效场分析

无独有偶，Zhang 等人利用场论的方法也揭示中间相是有能隙的^[56]。基于零场 Kitaev 模型的精确解，他们发展了一种变分方法研究 [111] 磁场下的反铁磁 Kitaev 模型。该方法将磁场效应处理为通量对与马约拉纳费米子的杂化及通量对跃迁，通过投影到低能子空间构建可对角化的有效模型，并进一步导出了描述临界行为的低能有效场论。

他们发现，在临界场 $h_c \approx 0.50$ 处，系统发生连续相变，从低场非阿贝尔手征自旋液体（陈数 $C = \pm 1$ ）转变为高场阿贝尔手征自旋液体（陈数 $C = \pm 4$ ）。需要强调的是，该高场中间相是有能隙的，其低能激发谱在 $\mathbf{\Gamma}$ 点附近呈现能量极小环，能隙 $\Delta \propto (h - h_c)^{3/2}$ 。尽管能隙极小，但严格非零，导致低能态密度显著增大，这一特征极易在有限尺寸模拟中被误判为无能隙 $U(1)$ 自旋液体。低能有效场论分析表明，相变由 $\mathbf{\Gamma}$ 点模软化驱动，陈数变化 $\Delta C = 3$ ，由矢量场的斯格明子数表征。基态能量二阶导数和通量期望值的磁场依赖关系与无限密度矩阵重正化群结果定量吻合。然而，该有效模型在 h 显著大于 h_c 时不再适用，因此对中间相的估计范围可能偏高。

关于这几个不同组的研究结果汇总在表1中。

表 1 不同方法获取的自旋 1/2 反铁磁 Kitaev 模型磁场诱导中间相的磁场区间与特征

Table 1. Summary of the field range and characteristics of the magnetic-field-induced intermediate phase in the spin-1/2 antiferromagnetic Kitaev model obtained by different methods.

参考文献	方法	$h_{t,l}$	$h_{t,h}$	中间相特征
Zhu <i>et al.</i> [48]	严格对角化	0.35	0.62	无能隙
Hickey and Trebst [49]	严格对角化	0.36	0.63	无能隙 $U(1)$ 自旋液体
Liu <i>et al.</i> [50]	严格对角化	0.38	0.64	标量和矢量手征关联
Gohlke <i>et al.</i> [51]	密度矩阵重正化群	0.38	0.62	无能隙
Patel and Trivedi [52]	密度矩阵重正化群	0.35	0.61	无能隙 $U(1)$ 自旋液体
Wang <i>et al.</i> [53], Zhu <i>et al.</i> [54]	张量网络态	0.39	0.61	无能隙 Majorana 金属
Jiang <i>et al.</i> [55]	变分蒙特卡洛	0.83	1.83	手征自旋液体
Zhang <i>et al.</i> [56]	场论分析	0.43	1.32	有能隙

6 自旋-1 的 Kitaev 模型

6.1 零磁场基态

Ma 采用 Majorana 部分子构造方法，将自旋 S 算符表示为 $8S$ 个 Majorana 费米子，系统研究了高自旋 Kitaev 蜂窝模型 [70]。研究发现，局域守恒量对应于 $\mathbb{Z}_2$ 规范通量，且存在奇偶效应：半整数自旋模型的 $\mathbb{Z}_2$ 规范荷为费米子并始终退禁闭，导致非平庸自旋液体基态；整数自旋模型的规范荷为玻色子，可凝聚形成平庸顺磁态。然而，多体计算结果倾向于认为自旋 1 Kitaev 模型的基态依然是一种自旋液体，但其是否存在能隙存在争议。

早期的小尺寸精确对角化研究提供了无能隙的证据。Koga 等人对最多包含 24 个格点的团簇进行了计算，发现基态属于零通量子数空间，且最低激发态与基态处于同一子空间 [71]。他们观察到激发能隙随体系尺寸增加而单调减小，因此推断在热力学极限下基态可能是无能隙的。该工作还利用热纯量子态方法计算了比热，发现类似于自旋-1/2 Kitaev 模型的双峰结构，但低能峰强烈依赖于团簇尺寸，暗示可能存在无能隙的低能激发。此外，Oitmaa 等人通过高温级数展开和热纯量子态计算了各向同性自旋- S Kitaev 模型的熵，发现熵在 $S_{\max}/2$ 附近出现“萌芽平台”，这被认为与无能隙的连续经典简并有关，且该平台在自旋-1 情形下依然存在，表明低能态密度可能随体系增大而发散 [72]。

张量网络方法的最新进展则支持有能隙基态。Lee 等人构造了自旋-1 Kitaev 模型的投影纠缠对态，通过环气 (loop gas) 投影算子确保涡旋自由，并采用虚时演化优化波函数。他们计算了最大关联长度，发现其收敛于有限值，从而证明基态是有能隙的 $\mathbb{Z}_2$ 自旋液体，与自旋-1/2 情形下无能隙的 Majorana 费米子激发形成鲜明对比 [73]。进一步，Chen 等人利用对称张量网络和转移矩阵谱分析，系统研究了激发谱。他们发现电荷任意子激发具有色散关系，其最小值位于布里渊区的 $\mathbf{K}$ 和 $\mathbf{K}'$ 点，对应的关联长度约为 6.7 个晶胞，与有能隙体系的性质一致 [74]。

6.2 磁场诱导的中间相

针对 $S = 1$ 反铁磁 Kitaev 蜂巢模型在磁场下的量子相变，Zhu 等人采用密度矩阵重正化群方法进行了系统研究 [75]。计算中使用了两种几何：周期边界条件的 4×3 个晶胞环面（共 24 个格点）以及开放边

界条件的 8×4 圆柱（共 64 个格点）。通过磁化强度、磁化率、Wilson 环算符、纠缠熵及自旋关联等物理量的分析，作者发现弱磁场区 ($h < 0.42$) 存在一个有能隙的 Kitaev 自旋液体相，其特征包括近量子化的 Wilson 环算符、纠缠谱的四重简并以及明显的边界模，表明体系具有 $\mathbb{Z}_2$ 规范结构。随着磁场增强，磁化率出现双峰结构，揭示了一个中间相 ($0.42 < h < 0.57$)，该相中 Wilson 环算符值趋于零，纠缠谱简并消失，但自旋关联仍呈指数衰减，暗示其为无能隙量子自旋液体。更高磁场下系统进入极化顺磁相。相关相变过程如图5所示。

与上述结果相呼应，Hickey 等人采用精确对角化方法，在采用保持蜂窝晶格全部对称性的 18 格点团簇上，研究了倾斜磁场（偏离 [111] 方向 $\pi/24$ ）下的基态与热力学性质 [76]。通过计算基态能量二阶导数、低能谱、动力学自旋结构因子、比热及六边形算符 $\hat{W}_p$ ，作者同样识别出三个相区：低场 Kitaev 自旋液体 ($h < 0.64$)、中间无能隙相 ($0.64 < h < 1.16$) 和高场极化相 ($h > 1.16$)。在中间相中，低能谱呈现密集连续态，动力学结构因子的能隙完全闭合，比热低温峰向更低温移动，表明 $\hat{W}_p$ 对应的自由度逐渐软化。这些特征与 $S = 1/2$ 反铁磁 Kitaev 模型高度相似，作者据此提出该中间相为 $U(1)$ 量子自旋液体，具有中性费米面。该工作从热力学和动力学角度为无能隙中间相提供了独立证据。

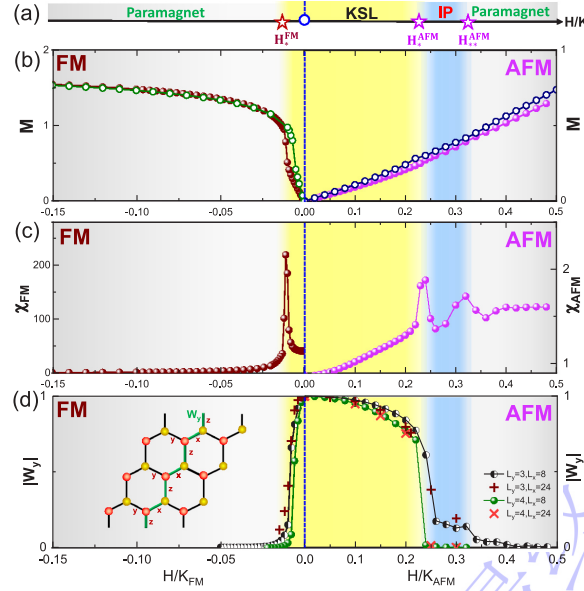


图 5 自旋 1 铁磁和反铁磁 Kitaev 模型外磁场下的磁化强度、磁化率和 Wilson 环算符 [75]

Fig. 5. Magnetization, magnetic susceptibility, and Wilson loop operator of the spin-1 ferromagnetic and antiferromagnetic Kitaev model under an external magnetic field [75].

进一步地，Khait 等人利用密度矩阵重正化群方法在多种圆柱几何上进行了更细致的有限尺寸分析 [77]，计算尺寸包括 $L_y = 2$ 和 3 的长梯子，以及 $L_y = 4$ 和 6 的短梯子。零场下，两腿梯子表现出对称性保护拓扑相特征，纠缠谱呈现 2-4-2 简并模式，基态二重简并；而多腿梯子 ($L_y \geq 3$) 中 Wilson 环本征值出现奇偶效应（奇数腿为 +1，偶数腿为 -1），暗示热力学极限下不同拓扑子空间可能简并，恢复 $\mathbb{Z}_2$ 自旋液体的二重简并基态。磁场响应方面，反铁磁模型在 $h_{c1} \approx 0.34$ 和 $h_{c2} \approx 0.48$ 处出现两次相变，中间相为无能隙自旋液体。关于这三个不同组的研究结果汇总在表2中。

表 2 不同方法获取的自旋 1 反铁磁 Kitaev 模型磁场诱导中间相的磁场区间与特征

Table 2. Summary of the field range and characteristics of the magnetic-field-induced intermediate phase in the spin-1 antiferromagnetic Kitaev model obtained by different methods.

参考文献	方法	$h_{t,l}$	$h_{t,h}$	中间相特征
Zhu <i>et al.</i> [75]	严格对角化 ($N = 24$)	0.42	0.57	无能隙自旋液体
Hickey <i>et al.</i> [76]	严格对角化 ($N = 18$)	0.64	1.16	无能隙 $U(1)$ 自旋液体
Khait <i>et al.</i> [77]	密度矩阵重正化群 (两条腿梯子)	0.34	0.48	无能隙自旋液体

7 扩展 Kitaev 模型

7.1 Dirac 和手征自旋液体

利用变分蒙特卡罗方法, Liu 和 Normand 研究了 Kitaev- Γ 模型在外磁场下的量子相变 [78], 其中模型参数 $K = -6.8$ meV、 $\Gamma = 9.5$ meV [101,102]。通过变分蒙特卡罗计算, 在 128 个格点的体系上采用 Gutzwiller 投影波函数, 优化参数包括跃迁振幅、化学势及之字型磁序参量。研究发现, 磁场方向对诱导的无序相性质起决定性作用。当面内磁场沿特定方向 (如 $\mathbf{B} \parallel (\hat{x} - \hat{y})$) 时, 系统进入无能隙狄拉克量子自旋液体相, 其自旋子激发谱呈现八个受对称性保护的狄拉克锥; 当磁场沿面外方向 (如 $\mathbf{B} \parallel \hat{c}$) 时, 系统进入有能隙手征量子自旋液体相, 总陈数 $C = \pm 2$, 并具有整数量子化热霍尔效应。其他磁场方向则导致平庸的有能隙顺磁相。

7.2 手征自旋相和自旋转向相

反铁磁蜂窝 Γ 模型的经典基态是自旋液体 [103], 量子基态也被认为是一种量子自旋液体 [104]。在 Γ - Γ' 模型中, 当反铁磁 Γ 相互作用占主导且 Γ' 为小的正值时, 零磁场下可自发形成手性自旋有序态 [79]。该态具有自发时间反演对称性破缺, 基态二重简并, 并在两个子晶格上呈现交错的标量自旋手性分布。以格点为中心的三角形手性 χ_p 与以六边形中心为顶点的三角形手性 χ_n 在各自子晶格内符号相同, 但子晶格间符号相反。静态结构因子在第二布里渊区角点 Γ' 处呈现软峰, 且随体系增大磁有序参量外推至零, 表明该态无长程磁有序。能隙随尺寸增大而趋于闭合, 三腿圆柱上的纠缠熵定出中心荷 $c \approx 1$, 动态结构因子在低频区呈连续谱特征, 暗示其为无能隙激发。施加沿 [111] 方向的外磁场后, 手性自旋态的区域被扩大, 但最终在临界场处进入自旋翻转相或顺磁相, 如图6(a) 所示。该手性态究竟是无能隙量子自旋液体还是具有短程纠缠的对称性保护相, 尚需进一步研究。

磁场诱导的自旋转向相出现于 Γ - Γ' 模型沿 [111] 方向施加外磁场时, 位于反铁磁相与高场顺磁相之间 [80]。经典分析表明, 磁场平行于反铁磁 c 相的磁矩方向, 弱场下能量不变, 当磁场超过临界值 $h_{t1} = \sqrt{3}S(\Gamma + 2\Gamma')$ 后, 自旋偏离 c 轴倾角 θ , 获得均匀的面内磁化分量, 且面内磁化在 $\hat{a}$ 与 $\hat{b}$ 方向大小相等, 涌现出连续的 $U(1)$ 对称性。进一步的计算表明, 低能激发谱在区间 $h_{t1} < h < h_{t2}$ 内非常密集且能隙极小, 呈现无能隙特征; 面内磁化均匀分布, 显示出涌现的 $U(1)$ 对称性。然而, 量子涨落通过“序由无序”机制将该连续对称性破缺至分立的 C_3 旋转对称性, 使面内方位角 $\phi = 0, 2\pi/3, 4\pi/3$ 成为能量极小值。当 $\Gamma'/\Gamma = 1$ 时, 模型等价于纵场下的易轴 XXZ 反铁磁体, 进而映射为硬核扩展 Bose-Hubbard 模型, 此时自旋转向相对应超流相。

7.3 近邻自旋液体相和自旋转向相

在 Kitaev- Γ 模型的 $[111]$ 磁场下, 当 Kitaev 相互作用为反铁磁且 Γ 为负值时, 低场区间出现近邻量子自旋液体相^[50], 如图6(b) 所示。该相的特征在于静态结构因子呈现弥散分布, 无长程磁有序峰; 动态结构因子在低频区具有连续谱权重, 暗示分数化激发; 拓扑纠缠熵 γ_E 显著高于平庸相, 且比热出现罕见的三峰结构, 对应热熵的三步释放。这些特征表明该相是 Kitaev 自旋液体的邻近相, 但其本质尚待进一步研究。

磁场进一步增大时, 体系进入自旋转向相。该相表现出自旋的重取向行为。面外均匀磁化强度 $M(\Gamma)$ 随磁场阶梯式上升, 面内反铁磁序参量 $M(\Gamma')$ 在中等场区间显著且沿 $\hat{a}$ 、 $\hat{b}$ 方向强度相等, 体现了涌现的 $U(1)$ 对称性。动态比热容呈现两个分离良好的峰, 低温峰服从激活型行为 $C_v \sim e^{-\Delta/T}/T^{1/2}$, 而中温区间比热容呈对数温度标度 $C_v \sim \ln T$, 后者是超流相的典型标志。值得指出的是, 双峰比热并非量子自旋液体的独有特征, 自旋转向相亦可产生此类热力学信号。

7.4 向列顺磁相

在 $K\Gamma\Gamma'$ 模型沿 $[111]$ 方向磁场的相图中, 发现了一种新颖的向列顺磁相, 该相自发破缺晶格 C_3 旋转对称性, 但保持平移对称性, 且无长程磁有序^[81,82], 如图6(c) 所示。向列顺磁相出现在中等磁场区间, 介于低场之字型磁序与高场极化顺磁相之间, 并在很大参数范围内稳定存在, 而 Kitaev 自旋液体仅占据相图极小角落。该相的起源可追溯到对应经典模型中的受抑铁磁体相, 后者具有连续的 $U(1)$ 简并基态流形; 量子涨落通过“序由无序”机制改变该简并, 选择出离散的 C_3 对称构型, 从而产生向列顺磁相^[82]。在激发谱上, 向列顺磁相表现出赝 Goldstone 模, 其动态自旋结构因子在 Γ 点呈现增强的低能谱权重, 而较高能量处则呈现连续谱特征。该相的发现为理解 α - RuCl_3 等 Kitaev 候选材料在磁场中的中间相行为提供了新的理论视角, 并为实验上通过测量面内磁化率各向异性或非弹性中子散射来探测该相提供了明确预言。

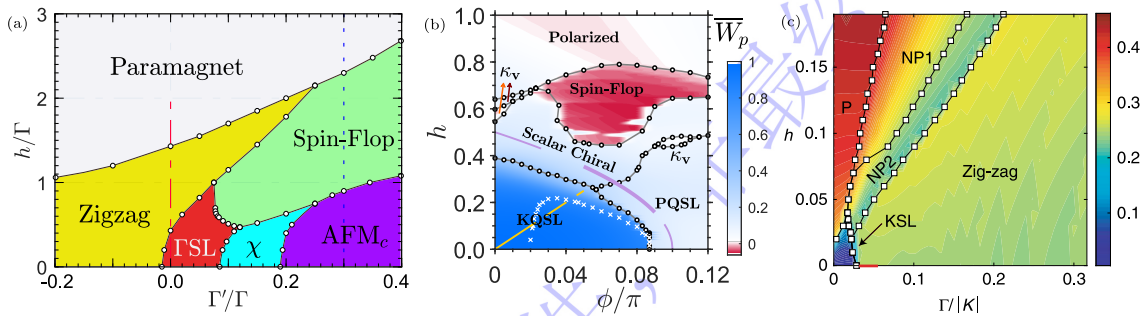


图 6 扩展 Kitaev 模型在外磁场下的新奇物态 (a) 自旋手征相和自旋转向相^[79], (b) 近邻自旋液体和自旋转向相^[50], (c) 向列顺磁相^[81]

Fig. 6. Novel phases of the extended Kitaev model under an external magnetic field (a) chiral-spin phase and spin-flop phase^[79], (b) proximate spin liquid and spin-flop phase^[50], (c) nematic paramagnetic phase^[81].

7.5 多节点量子自旋液体相

在扩展 Kitaev 蜂窝模型的变分蒙特卡罗研究中, Wang 等人发现了一系列多节点量子自旋液体相^[83,84]。这些相具有涌现的 $\mathbb{Z}_2$ 规范结构, 其低能激发谱中包含受对称性保护的多个 Majorana 锥。根据投影对称群分类, 这些多节点量子自旋液体属于不同的家族: 与 Kitaev 自旋液体相同投影自旋群的家族包含 $6n + 2$ 个锥 ($n = 0, 1, 2$ 分别对应 2、8、14 个锥), 而另一类 π -通量量子自旋液体则包含 $4(6n + 2)$ 个锥 (例如 32 个锥)^[83]。这些节点的位置和数量由时间反演与空间反演联合对称性保护, 除非通过节点合并与消失, 否则无法被微扰打开能隙^[84]。

多节点量子自旋液体的自旋子能谱中丰富的节点结构导致其动态自旋结构因子在低频区呈现连续的谱权重, 且比热容等热力学量表现出多峰结构, 可作为实验区分的特征^[84]。在磁场作用下, 所有锥均被打开能隙, 体系转化为具有不同陈数 ($C = \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 8$ 等) 的手征自旋液体, 覆盖了 Kitaev 十六重分类中的多个成员, 包括阿贝尔与非阿贝尔任意子激发^[83,84]。多节点量子自旋液体的存在极大地丰富了 Kitaev 模型的物态, 为在近 Kitaev 材料中寻找新型量子自旋液体和拓扑量子计算平台提供了理论依据。

8 强磁场下的拓扑相图

8.1 蜂窝晶格面外磁场

当强磁场垂直作用于蜂窝晶格平面 (即 [111] 方向) 时, 扩展 Kitaev 模型会进入完全极化的顺磁相。此时, 基于 Holstein-Primakoff 变换的线性自旋波理论表明, 哈密顿量可以改写成如下形式^[105,106]:

$$\mathcal{H} = NS(S+1)e_{\text{cl}} + \frac{S}{2} \sum_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}^{\dagger} \mathcal{H}_{\mathbf{k}} \Psi_{\mathbf{k}}, \quad (10)$$

其中 e_{cl} 表示单位格点的经典能量, $\Psi_{\mathbf{k}} = (a_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}, a_{-\mathbf{k}}^{\dagger}, b_{-\mathbf{k}}^{\dagger})^T$, $\mathcal{H}_{\mathbf{k}}$ 是一个 2×2 的块对角矩阵。磁子激发谱由两支能带构成, 其能隙由哈密顿量中的“非粒子数守恒”反常项打开。这些反常项源自 Kitaev 及各向异性交换相互作用, 并破坏了有效的时间反演对称性, 使得两支磁子能带分别携带非零的陈数, 通常为 ± 1 ^[85,86]。因此, 在具有锯齿形边界的有限尺寸体系中, 两支能带之间的体带隙内会出现手性边缘态, 其传播方向与边缘位置锁定。

进一步, 磁子能带的非零贝里曲率直接导致有限的热霍尔效应。霍尔热导率 κ_{xy} 与贝里曲率和玻色子分布函数相关, 即

$$\kappa_{xy} = -\frac{k_B^2 T}{4\pi^2 \hbar} \sum_{n=1}^2 \sum_{\mathbf{k} \in \text{FBZ}} c_2[g(\omega_{n\mathbf{k}})] \Omega_{n\mathbf{k}}, \quad (11)$$

其中 $g(x)$ 是玻色爱因斯坦分布, $c_2(x) = (1+x)\ln^2[(1+x)/x] - \ln^2 x - 2\text{Li}_2(-x)$, 其中 $\text{Li}_2(x)$ 代表多对数函数^[107]。在低温下, κ_{xy} 的符号通常与下能带陈数 C_1 相反, 故陈数可作为热霍尔信号符号的指示器。此外, 借助 Schrieffer-Wolff 变换将反常项高阶投影至粒子数守恒子空间, 可得到等效的次近邻 Dzyaloshinskii-Moriya 型跃迁, 从而直观理解拓扑磁子的起源^[85]。值得注意的是, 即使考虑磁子-磁子相互作用, 在强场下多磁子态被推至高能区, 单磁子能带的拓扑保护性依然得以保持。

8.2 蜂窝晶格面内磁场

与面外磁场的情形不同，面内磁场诱导的极化顺磁相在霍尔热导率与陈数分布上表现出显著差异。霍尔热导率沿 a 方向和 b 方向呈现不同的符号与大小。具体而言，记磁场沿 a 方向与沿 $-a$ 方向极化态的霍尔热导率分别为 $\kappa_{xy}^{(a)}$ 和 $\kappa_{xy}^{(-a)}$ ，则两者满足

$$\kappa_{xy}^{(-a)} = -\kappa_{xy}^{(a)}. \quad (12)$$

在极化态下，通过全局自旋旋转可将 $\mathbf{h} \parallel a$ 与 $\mathbf{h} \parallel -a$ 两个体系的线性自旋波哈密顿量联系起来，由此导出贝里曲率关系 $\Omega_{n,-\mathbf{k}}^a = -\Omega_{n,\mathbf{k}}^a$ 。由于能谱在 $\mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k}$ 下不变，且 κ_{xy} 表达式中对 $\mathbf{k}$ 的求和可等价变换为对 $-\mathbf{k}$ 的求和，故有 $\kappa_{xy}^{(-a)} = -\kappa_{xy}^{(a)}$ [87]。另一方面，当磁场沿 b 方向时，霍尔热导率严格为零：

$$\kappa_{xy}^{(b)} = 0. \quad (13)$$

此时体系具有绕 b 轴的 C_2 旋转对称性，该对称性在自旋全部沿 b 轴排列时退化为纯空间操作。进而，贝里曲率成为 k_x 的奇函数： $\Omega_{n(-k_x, k_y)}^b = -\Omega_{n(k_x, k_y)}^b$ 。由于布里渊区关于 $k_x = 0$ 对称，积分后总贝里曲率为零，故 $\kappa_{xy} = 0$ ，且两支磁子能带的陈数均为零 [87]。

在稳定极化相内，磁子能带的陈数以及能隙闭合条件均与磁场强度无关，仅取决于交换耦合参数和面内磁场方向角 β 。因此，拓扑相图可在高场极限下通过解析求解能隙闭合条件得到 [88]。分析表明，能隙闭合由若干类代数条件刻画，其中关键的一类为 $K - \Gamma + \Gamma' = 0$ 。在此条件下，高场有效模型退化为平面内赝磁场，陈数恒为零，从而在参数空间中产生大范围的拓扑平庸区域。当磁场沿 a 轴 ($\beta = 0$) 时，拓扑非平庸（陈数 $C = \pm 1$ ）区域覆盖参数球面最大面积；随 β 增大，该面积先减小后回升；当磁场沿 b 轴 ($\beta = \pi/2$) 时，体系具有 C_2 旋转对称性，强制所有参数下陈数为零，整个相图拓扑平庸。这些拓扑相图特征揭示了面内磁场极化相中拓扑磁子的普适条件，为实验选择磁场方向及材料参数提供了明确指导。

8.3 星形晶格面外磁场

针对拓扑磁子性质的研究也从蜂窝晶格扩展至其它体系中。例如，星形晶格上扩展 Kitaev 模型在强面外磁场 ([111] 方向) 极化相中拓扑磁子的性质呈现出与蜂窝晶格显著不同的特征 [89]。星形晶格可视为将蜂窝晶格的每个顶点替换为一个三原子三角形团簇而得到，文献中亦称为修饰蜂窝晶格。由于星形晶格原胞包含六个磁性子格，磁子能带共有六支，陈数分布构成六元组。在极高磁场下，拓扑相图主要由两种拓扑相构成，其陈数元组分别为 $(-1, 1, -1, 0, 2, -1)$ 与 $(1, -2, 0, 1, -1, 1)$ ，呈数值逆序、符号相反的特征。两者均含有高陈数 ± 2 ，而蜂窝晶格仅出现 ± 1 。随着磁场降低，两种主相之间涌现出数十个狭窄的中间拓扑相，其最高陈数绝对值可达 5，且各相区域随磁场增强而逐渐收缩直至消失，如图7所示。这表明星形晶格上可发生多次磁场诱导的拓扑相变，与蜂窝晶格中拓扑相图与场强无关的特性形成鲜明对比。此外，在特定交换参数下，部分能带带宽变得极窄，形成拓扑平带，其陈数分别为 ± 1 。这些平带具有极高的态密度，且与热霍尔电导率在平带参数点趋近于零的现象相关联。综上，星形晶格的几何阻挫与 Kitaev 相互作用的协同效应，为在极化相中实现高陈数拓扑磁子与拓扑平带提供了理想的研究载体。

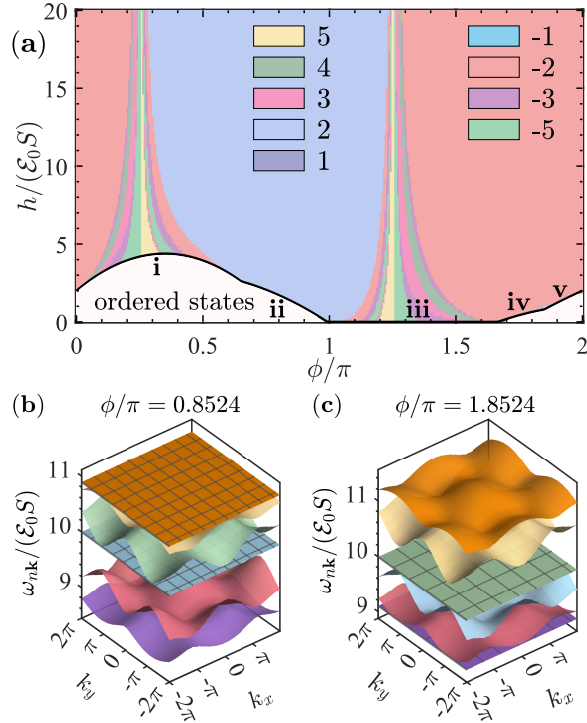


图 7 星形晶格上 Kitaev- Γ 模型在外磁场下的拓扑相图和拓扑平带 [89]

Fig. 7. Topological phase diagram and topological flat bands of the Kitaev- Γ model on a star lattice under an external magnetic field [89].

9 结论与展望

Kitaev 磁体在外磁场下的新奇物态研究已从零磁场严格可解模型拓展至包含多种相互作用的扩展模型，形成以量子自旋液体、分数化激发和拓扑相变为核心的研究主题。外磁场通过破坏时间反演对称性，可诱导手征自旋液体、Majorana 金属、涡旋玻璃、向列顺磁相及拓扑相等丰富物态，为探索分数化准粒子和拓扑量子计算提供了理想平台。

在数值多体计算方面，精确对角化、密度矩阵重正化群、变分蒙特卡洛及张量网络态等方法相互补充，共同揭示了自旋 1/2 反铁磁 Kitaev 模型在 [111] 磁场下中间相的存在。然而，不同方法对中间相本质的刻画存在明显分歧。精确对角化发现标量与矢量手征相，密度矩阵重正化群支持无能隙 $U(1)$ 自旋液体或自旋子费米面，张量网络态提出 Majorana 金属，而平均场 + 变分蒙特卡洛及低能有效场论则预言有能隙阿贝尔手征自旋液体。这些分歧反映了该体系高度非微扰的特性，也表明不同数值方法的有限尺寸效应、边界条件及纠缠截断可能影响对能隙大小的判断。值得注意的是，部分看似对立的结论（如无能隙与极小能隙）在热力学极限下可能趋于一致，因为极小的能隙在有限尺寸模拟中极易被误判为无能隙。未来需发展更精确的有限尺寸标度方法，并推动不同方法在相同几何和参数下的直接对比。

与自旋 1/2 情形不同，自旋 1 Kitaev 模型的基态在零磁场下被张量网络方法一致确认为有能隙的 $\mathbb{Z}_2$ 自旋液体，而早期精确对角化暗示的无能隙行为源于有限尺寸效应。这一对比凸显了大尺度张量网络在判定能隙问题上的优势。扩展 Kitaev 模型中，多节点量子自旋液体相与向列顺磁相等的发现进一步丰富了

磁场调控的物态，后者可通过“序由无序”机制理解，并与经典模型的约束动力学相联系。

在数值与实验对照方面，Kitaev 模型预言的半整数量子化霍尔热导率在 α - RuCl_3 中曾被报道，但后续实验对其起源存在争议（声子或磁子贡献）。这一分歧提示理论计算需进一步纳入真实材料参数及有限温度效应，以建立更直接的实验可比较量。目前数值研究多集中于以 Kitaev 相互作用为核心的扩展，对材料中实际存在的晶格畸变、堆垛缺陷及无序效应的模拟仍十分有限。此外，星形晶格中预测的高陈数拓扑磁子与拓扑平带，以及面内磁场下霍尔热导率的方向选择性，均为未来中子散射和热输运实验提供了明确的理论预言。

展望未来，以 Kitaev 物理为核心的量子磁性领域可从以下方面协同推进。其一，发展更高效的多体数值方法，实现更大尺寸和更真实参数下的精确模拟；其二，建立不同数值方法间的基准比对，统一对中间相本质的认识；其三，将理论计算与具体候选材料（如 α - RuCl_3 、 $\text{Na}_2\text{Co}_2\text{TeO}_6$ ）的实验测量直接对接，计算动力学结构因子和热霍尔系数等可观测量的定量预测；其四，探索磁场与其他调控手段（压力、掺杂、应变）的协同效应以实现更稳定的新奇物态。综上，Kitaev 磁体的研究正从模型驱动的理论探索走向材料与实验驱动的综合前沿，这一进程不仅深化了对量子磁性中分数化激发与拓扑序的理解，也为拓扑量子计算和低耗散自旋电子学开辟了新路径。

参考文献

- [1] Anderson P W 1973 *Mater. Res. Bull.* **8** 153
- [2] Balents L 2010 *Nature* **464** 199
- [3] Zhou Y, Kanoda K, Ng T K 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 025003
- [4] Matsuda Y, Shibauchi T, Kee H Y 2025 *Rev. Mod. Phys.* **97** 045003
- [5] Kitaev A 2006 *Ann. Phys.* **321** 2
- [6] Jackeli G, Khaliullin G 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 017205
- [7] Ye F, Chi S X, Cao H B, Chakoumakos B C, Fernandez-Baca J A, Custelcean R, Qi T F, Korneta O B, Cao G 2012 *Phys. Rev. B* **85** 180403
- [8] Choi S K, Coldea R, Kolmogorov A N, Lancaster T, Mazin I I, Blundell S J, Radaelli P G, Singh Y, Gegenwart P, Choi K R, Cheong S W, Baker P J, Stock C, Taylor J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 127204
- [9] Chun S H, Kim J W, Kim J, Zheng H, Stoumpos C C, Malliakas C D, Mitchell J F, Mehlawat K, Singh Y, Choi Y, Gog T, Al-Zein A, Moretti Sala M, Krisch M, Chaloupka J, Jackeli G, Khaliullin G, Kim B J 2015 *Nat. Phys.* **11** 462
- [10] Sears J A, Songvilay M, Plumb K W, Clancy J P, Qiu Y, Zhao Y, Parshall D, Kim Y J 2015 *Phys. Rev. B* **91** 144420
- [11] Kim H S, V S V, Catuneanu A, Kee H Y 2015 *Phys. Rev. B* **91** 241110
- [12] Johnson R D, Williams S C, Haghighirad A A, Singleton J, Zapf V, Manuel P, Mazin I I, Li Y, Jeschke H O, Valentí R, Coldea R 2015 *Phys. Rev. B* **92** 235119

- [13] Liu H, Khaliullin G 2018 *Phys. Rev. B* **97** 014407
- [14] Yao W, Li Y 2020 *Phys. Rev. B* **101** 085120
- [15] Lin G, Jeong J, Kim C, Wang Y, Huang Q, Masuda T, Asai S, Itoh S, Günther G, Russina M, Lu Z, Sheng J, Wang L, Wang J, Wang G, Ren Q, Xi C, Tong W, Ling L, Liu Z, Wu L, Mei J, Qu Z, Zhou H, Wang X, Park J G, Wan Y, Ma J 2021 *Nat. Commun.* **12** 5559
- [16] Li X, Gu Y, Chen Y, Garlea V O, Iida K, Kamazawa K, Li Y, Deng G, Xiao Q, Zheng X, Ye Z, Peng Y, Zaliznyak I A, Tranquada J M, Li Y 2022 *Phys. Rev. X* **12** 041024
- [17] Jiao J, Li X, Lin G, Shu M, Xu W, Zaharko O, Shiroka T, Hong T, Kolesnikov A I, Deng G, Dunsiger S, Aronson M C, Zhou H, Wang X, Shang T, Ma J 2024 *Commun. Mater.* **5** 159
- [18] Gu Y C, Jin X H, Li Y 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 027303
- [19] Stavropoulos P P, Pereira D, Kee H Y 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 037203
- [20] Shanguan Y, Bao S, Dong Z Y, Xi N, Gao Y P, Ma Z, Wang W, Qi Z, Zhang S, Huang Z, Liao J, Zhao X, Zhang B, Cheng S, Xu H, Yu D, Mole R A, Murai N, Ohira-Kawamura S, He L, Hao J, Yan Q B, Song F, Li W, Wen J 2023 *Nat. Phys.* **19** 1883
- [21] Shi X Y, Cui Y, Shanguan Y Y, Xu X Y, Wu Z L, Hu Z, Li S, Du K F, Chen Y, Ma L, Liu Z X, Wen J S, Zhang J S, Yu W Q 2024 *Chin. Phys. B* **33** 067601
- [22] Zhao S B, Li J W, Hou Y 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 100708
- [23] Chen Z, Zhang B, Zhu W, Li L, Liu B, Feng J, Xu C, Xiang H 2026 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **69** 257513
- [24] Konieczna A A, Stavropoulos P P, Valentí R 2026 arXiv:2602.03936
- [25] Kim C, Vilella O, Lee Y, Park P, An Y, Cho W, Stone M B, Kolesnikov A I, Hao Y, Asai S, Itoh S, Masuda T, Matin S, Kim Y, Kim S J, Mourigal M, Park J G 2026 *npj Quantum Mater.* **11** 20
- [26] Jiang L, Lu J, Huang C, Shi D, Ma C, Zhu Y 2026 *Phys. Rev. B* **113** 214405
- [27] Rau J G, Lee E K H, Kee H Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 077204
- [28] Leahy I A, Pocs C A, Siegfried P E, Graf D, Do S H, Choi K Y, Normand B, Lee M 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 187203
- [29] Sears J A, Zhao Y, Xu Z, Lynn J W, Kim Y J 2017 *Phys. Rev. B* **95** 180411
- [30] Baek S H, Do S H, Choi K Y, Kwon Y S, Wolter A U B, Nishimoto S, van den Brink J, Büchner B 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 037201
- [31] Wolter A U B, Corredor L T, Janssen L, Nenkov K, Schönecker S, Do S H, Choi K Y, Albrecht R, Hunger J, Doert T, Vojta M, Büchner B 2017 *Phys. Rev. B* **96** 041405
- [32] Wang Z, Reschke S, Hübner D, Do S H, Choi K Y, Gensch M, Nagel U, Room T, Loidl A 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 227202
- [33] Zheng J, Ran K, Li T, Wang J, Wang P, Liu B, Liu Z X, Normand B, Wen J, Yu W 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 227208

- [34] Winter S M, Riedl K, Maksimov P A, Chernyshev A L, Honecker A, Valentí R 2017 *Nat. Commun.* **8** 1152
- [35] Zhao X X, Ran K J, Wang J H, Bao S, Shangguan Y Y, Huang Z T, Liao J B, Zhang B, Cheng S F, Xu H, Wang W, Dong Z Y, Meng S Q, Lu Z L, Yano S I, Yu S L, Li J X, Wen J S 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 057501
- [36] Stahl Q, Ritschel T, Garbarino G, Cova F, Isaeva A, Doert T, Geck J 2024 *Nat. Commun.* **15** 8142
- [37] Xu H, Cheng S F, Bao S, Wen J S 2022 *Prog. Phys.* **42** 159
- [38] Zhang X T, Gao Y H, Chen G 2024 *Phys. Rep.* **1070** 1
- [39] Kasahara Y, Ohnishi T, Mizukami Y, Tanaka O, Ma S, Sugii K, Kurita N, Tanaka H, Nasu J, Motome Y, Shibauchi T, Matsuda Y 2018 *Nature* **559** 227
- [40] Kee H Y 2023 *Nat. Mater.* **22** 6
- [41] Czajka P, Gao T, Hirschberger M, Lampen-Kelley P, Banerjee A, Quirk N, Mandrus D G, Nagler S E, Ong N P 2023 *Nat. Mater.* **22** 36
- [42] Takeda H, Mai J, Akazawa M, Tamura K, Yan J, Moovendaran K, Raju K, Sankar R, Choi K Y, Yamashita M 2022 *Phys. Rev. Research* **4** L042035
- [43] Guang S, Li N, Luo R L, Huang Q, Wang Y, Yue X, Xia K, Li Q, Zhao X, Chen G, Zhou H, Sun X 2023 *Phys. Rev. B* **107** 184423
- [44] Gillig M, Hong X, Wellm C, Kataev V, Yao W, Li Y, Büchner B, Hess C 2023 *Phys. Rev. Research* **5** 043110
- [45] Chen L, Lefrançois É, Vallipuram A, Barthélemy Q, Ataei A, Yao W, Li Y, Taillefer L 2024 *Nat. Commun.* **15** 3513
- [46] Fan H, Chen Y, Gu Y, Li X, Li Y, Lin X 2025 *Phys. Rev. B* **111** 085119
- [47] McClarty P A, Moessner R, Penc K, Rau J G 2026 arXiv:2603.10112
- [48] Zhu Z, Kimchi I, Sheng D N, Fu L 2018 *Phys. Rev. B* **97** 241110
- [49] Hickey C, Trebst S 2019 *Nat. Commun.* **10** 530
- [50] Liu S, Wu H, Li J, Wang X, Luo Q 2026 *Phys. Rev. B* **113** 045124
- [51] Gohlke M, Moessner R, Pollmann F 2018 *Phys. Rev. B* **98** 014418
- [52] Patel N D, Trivedi N 2019 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **116** 12199
- [53] Wang K, Feng S, Zhu P, Chi R, Liao H J, Trivedi N, Xiang T 2025 *Phys. Rev. B* **111** L100402
- [54] Zhu P, Feng S, Wang K, Xiang T, Trivedi N 2025 *Nat. Commun.* **16** 2420
- [55] Jiang M H, Liang S, Chen W, Qi Y, Li J X, Wang Q H 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 177203
- [56] Zhang S S, Halász G B, Batista C D 2022 *Nat. Commun.* **13** 399
- [57] Jiang H C, Wang C Y, Huang B, Lu Y M 2018 arXiv:1809.08247
- [58] Liang S, Jiang M H, Chen W, Li J X, Wang Q H 2018 *Phys. Rev. B* **98** 054433

- [59] Nasu J, Kato Y, Kamiya Y, Motome Y 2018 *Phys. Rev. B* **98** 060416
- [60] Ronquillo D C, Vengal A, Trivedi N 2019 *Phys. Rev. B* **99** 140413
- [61] Kaib D A S, Winter S M, Valentí R 2019 *Phys. Rev. B* **100** 144445
- [62] Zou L, He Y C 2020 *Phys. Rev. Research* **2** 013072
- [63] Pradhan S, Patel N D, Trivedi N 2020 *Phys. Rev. B* **101** 180401
- [64] Ido K, Misawa T 2020 *Phys. Rev. B* **101** 045121
- [65] Berke C, Trebst S, Hickey C 2020 *Phys. Rev. B* **101** 214442
- [66] Yoshitake J, Nasu J, Kato Y, Motome Y 2020 *Phys. Rev. B* **101** 100408
- [67] Jia S Q, Quan Y M, Zou L J, Lin H Q 2022 *Ann. Phys. (Berlin)* **2022** 2200012
- [68] Schellenberger A, Hörmann M, Schmidt K P 2022 *Phys. Rev. B* **106** 104403
- [69] Holdhusen W, Huerga D, Ortiz G 2024 *Phys. Rev. B* **109** 174411
- [70] Ma H 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 156701
- [71] Koga A, Tomishige H, Nasu J 2018 *J. Phys. Soc. Jpn.* **87** 063703
- [72] Oitmaa J, Koga A, Singh R R P 2018 *Phys. Rev. B* **98** 214404
- [73] Lee H Y, Kawashima N, Kim Y B 2020 *Phys. Rev. Research* **2** 033318
- [74] Chen Y H, Genzor J, Kim Y B, Kao Y J 2022 *Phys. Rev. B* **105** L060403
- [75] Zhu Z, Weng Z Y, Sheng D N 2020 *Phys. Rev. Research* **2** 022047
- [76] Hickey C, Berke C, Stavropoulos P P, Kee H Y, Trebst S 2020 *Phys. Rev. Research* **2** 023361
- [77] Khait I, Stavropoulos P P, Kee H Y, Kim Y B 2021 *Phys. Rev. Research* **3** 013160
- [78] Liu Z X, Normand B 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 187201
- [79] Luo Q, Stavropoulos P P, Gordon J S, Kee H Y 2022 *Phys. Rev. Research* **4** 013062
- [80] Luo Q, Kee H Y 2022 *Phys. Rev. B* **105** 174435
- [81] Lee H Y, Kaneko R, Chern L E, Okubo T, Yamaji Y, Kawashima N, Kim Y B 2020 *Nat. Commun.* **11** 1639
- [82] Gohlke M, Chern L E, Kee H Y, Kim Y B 2020 *Phys. Rev. Research* **2** 043023
- [83] Wang J, Zhao Q, Wang X, Liu Z X 2020 *Phys. Rev. B* **102** 144427
- [84] Wang J, Normand B, Liu Z X 2024 *npj Quantum Mater.* **9** 94
- [85] McClarty P A, Dong X Y, Gohlke M, Rau J G, Pollmann F, Moessner R, Penc K 2018 *Phys. Rev. B* **98** 060404
- [86] Joshi D G 2018 *Phys. Rev. B* **98** 060405
- [87] Chern L E, Zhang E Z, Kim Y B 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 147201
- [88] Chern L E, Castelnovo C 2024 *Phys. Rev. B* **109** L180407
- [89] Zou Z, Luo Q 2025 *Phys. Rev. B* **112** 054409

- [90] Chern L E, Buessen F L, Kim Y B 2021 *npj Quantum Mater.* **6** 33
- [91] Chen K, Luo Q, Xi B, Luo H G, Zhao J 2024 *Phys. Rev. B* **109** 174415
- [92] Li X, Zhao J, Li J, Luo Q 2025 *Phys. Rev. B* **111** 064416
- [93] Luo Q, Zhao J, Wang X 2025 *Chin. Phys. Lett.* **42** 027501
- [94] Yoshitake J, Nasu J, Motome Y 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 157203
- [95] Sørensen E S, Gordon J, Riddell J, Wang T, Kee H Y 2023 *Phys. Rev. Research* **5** L012027
- [96] Sørensen E S, Riddell J, Kee H Y 2023 *Phys. Rev. Research* **5** 013210
- [97] Sørensen E S, Catuneanu A, Gordon J S, Kee H Y 2021 *Phys. Rev. X* **11** 011013
- [98] Yogendra K B, Das T, Baskaran G 2023 *Phys. Rev. B* **108** 165118
- [99] Liu K, Sadoune N, Rao N, Greitemann J, Pollet L 2021 *Phys. Rev. Research* **3** 023016
- [100] Jiang H C, Gu Z C, Qi X L, Trebst S 2011 *Phys. Rev. B* **83** 245104
- [101] Ran K, Wang J, Wang W, Dong Z Y, Ren X, Bao S, Li S, Ma Z, Gan Y, Zhang Y, Park J T, Deng G, Danilkin S, Yu S L, Li J X, Wen J 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 107203
- [102] Wang W, Dong Z Y, Yu S L, Li J X 2017 *Phys. Rev. B* **96** 115103
- [103] Rousochatzakis I, Perkins N B 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 147204
- [104] Luo Q, Zhao J, Kee H Y, Wang X 2021 *npj Quantum Mater.* **6** 57
- [105] Janssen L, Vojta M 2019 *J. Phys.: Condens. Matter* **31** 423002
- [106] Maksimov P A, Chernyshev A L 2020 *Phys. Rev. Research* **2** 033011
- [107] Matsumoto R, Murakami S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 197202

非最终出版稿

录用稿件，

Research Progress on Novel States of Matter in Kitaev Magnets under External Magnetic Fields*

LUO Qiang^{1)†} ZHAO Jize²⁾ WANG Xiaoqun³⁾

1) (*College of Physics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China*)

2) (*School of Physical Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

3) (*School of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China*)

Abstract

The exactly solvable Kitaev honeycomb model has inspired extensive research on novel states of matter induced by external magnetic fields, representing a major frontier in condensed matter physics, with candidate materials such as α - RuCl_3 , $\text{Na}_2\text{Co}_2\text{TeO}_6$, and $A_3\text{Ni}_2\text{XO}_6$ ($A = \text{Li, Na}$; $X = \text{Sb, Bi}$). This review provides a systematic overview of the quantum and topological phases emerging in the Kitaev model and its extensions under magnetic fields. We first revisit the chiral spin liquid generated by a weak [111] magnetic field via third-order perturbation theory. The review then surveys exotic phases in low-dimensional Kitaev systems, including chiral solitons in one-dimensional chains characterized by staggered vector chirality, vortex gases and vortex glasses in quasi-one-dimensional ladders exhibiting random flux distributions, and a constrained classical spin liquid phase protected by local constraints. For the spin-1/2 antiferromagnetic Kitaev model, we compare predictions from various quantum many-body methods, which reveal divergent interpretations of the intermediate field-induced phase—ranging from a gapless $U(1)$ spin liquid, a Majorana metal with logarithmically divergent density of states, to a gapped Abelian chiral spin liquid. We further discuss the spin-1 Kitaev model, where the zero-field ground state is consistently identified as a gapped $\mathbb{Z}_2$ spin liquid by tensor-network methods, and its magnetic-field-induced phase transitions. Extended Kitaev models exhibit even richer phenomena, such as Dirac and chiral spin liquids, a nematic paramagnet breaking C_3 lattice rotational symmetry, and field-induced spin-flop transitions with emergent $U(1)$ symmetry. In the high-field polarized phase, topological magnon excitations emerge, giving rise to a finite thermal Hall conductivity that exhibits a strong dependence on the in-plane field direction, with sign changes and vanishing under certain symmetries. Moreover, the

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12304176, 12574163, 12274187) and the Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics (Grant No. 2025BNLCMPKF022).

† Corresponding author. E-mail: qiangluo@nuaa.edu.cn (通信作者)

star lattice hosts high-Chern-number magnon bands and topological flat bands; notably, the thermal Hall conductivity exhibits nodal behavior with sign reversal at phase-transition points and approaches zero without sign change at flat-band points. This review provides a theoretical reference for understanding field-induced phenomena in Kitaev candidate materials and offers guidance for future experimental and numerical investigations.

Keywords: Kitaev model, quantum spin liquid, external magnetic field, quantum many-body calculations, topological magnons

录用稿件，非最终出版稿