

专题: 超冷原子分子物理

里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合玻色气体基态研究*

詹柄坤¹⁾ 郭晓凡¹⁾ 冯婧¹⁾ 骆霏¹⁾ 张晓斐^{1)†} 杨雪滢^{2)‡}

1) (陕西科技大学物理与信息科学学院, 西安 710021)

2) (中国科学院国家授时中心时间基准及应用重点实验室, 西安 710600)

(2026 年 6 月 12 日收到; 2026 年 7 月 13 日收到修改稿)

$SU(3)$ 自旋轨道耦合显著扩大了超冷玻色气体的自旋自由度, 为研究更高维度的自旋动量耦合提供了全新的量子模拟平台. 利用虚时演化方法求解基态, 并通过卷积定理和 Meijer's G -函数处理非局域里德伯相互作用, 探索了里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合玻色气体的基态结构. 进一步采用组分重叠积分和径向分离量定量刻画三分量之间的混合与分离程度. 研究发现, 非对称里德伯相互作用, 作为一个新的调控自由度, 可用于调节径向分离结构、晶格化分布以及组分混合程度的演化. 通过合适选择种内和种间里德伯相互作用, 系统呈现出规则的自旋分布, 并能诱导出规则的自旋涡旋晶格.

关键词: 玻色气体, $SU(3)$ 自旋轨道耦合, 里德伯缀饰**DOI:** 10.7498/aps.75.20260853**CSTR:** 32037.14.aps.75.20260853

1 引言

近年来, 蓬勃发展的超冷原子物理研究开启了探索新物质态的大门, 相关研究已经成为当前原子分子光物理、量子光学、凝聚态物理、非线性物理等领域的一个国际前沿课题, 对其研究不仅能加深我们对相关基本概念的理解, 也能促进多学科交叉和融合^[1-4]. 此外, 超冷原子在冷原子钟、量子计算与量子信息、精密测量物理等应用领域都有着较为广泛的应用前景.

早期超冷原子取得日新月异的发展得益于原子间简单的相互作用, 但这也限制了该系统所能呈现的新奇物性. 随着低温物理实验技术的快速发展, 实验室已经能够成功制备人造自旋轨道耦合^[5-10]和强偶极相互作用^[11-23]的超冷原子气体, 成为了

继 Feshbach 共振及光晶格后, 超冷原子在量子模拟领域取得的又一项重大进展. 一方面, 自旋轨道耦合在超冷原子系统中的实验实现突破了中性原子无法模拟带电粒子对外部电磁场响应的瓶颈, 可用于模拟传统凝聚态物理中难以直接观测的现象, 例如自旋霍尔效应、拓扑绝缘体等^[24,25]. 另一方面, 通过里德伯缀饰实现的软核相互作用是一种长程各向同性的相互作用, 当软核势足够强时, 旋子能隙变成零, 进而导致自发的平移对称性破缺^[26-29]. 上述进展实现了一系列前所未有的物理模型, 为发现新物态和奇异拓扑元激发提供了新的可能, 也为量子模拟和量子操控注入了新的活力.

目前, 关于自旋轨道耦合超冷原子物性研究大都集中于传统的具有 $SU(2)$ 对称性的自旋轨道耦合形式和通常的短程相互作用. 随着实验技术的不断发展, 在超冷原子系统中还可以实现各种新的自

* 国家自然科学基金 (批准号: 12475004, 12547184) 和陕西省自然科学基金基础研究计划 (批准号: 2025JQ-001) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xfzhang@sust.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xy yang@alumni.mudt.edu.cn

旋轨道耦合形式, 如角动量自旋轨道耦合、 $SU(3)$ 自旋轨道耦合等 [30–33]. 与传统 $SU(2)$ 自旋轨道耦合通常连接两个内部态不同, $SU(3)$ 自旋轨道耦合由盖尔曼矩阵描述三内态之间的动量相关耦合, 因而可以用于研究三分量体系中的组分重排、相位组织和自旋纹理调控 [34–41]. 此外, 人们可以利用旋转磁场和激光缀饰等任意地裁剪和操控原子间的偶极相互作用和长程软核相互作用. 在这些新的自旋轨道耦合形式和新的原子间相互作用共同影响下, 超冷原子系统将呈现出更加新奇的量子物态和非平庸量子多体动力学.

本文聚焦简谐外势中里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合玻色气体, 探索非局域里德伯相互作用和 $SU(3)$ 自旋轨道耦合共同作用下系统所呈现的新奇基态结构. 研究发现, 非对称里德伯相互作用, 可以作为一个新的调控自由度, 用于改变涡旋、涡旋团簇等密度和相位结构. 本文将种内相互作用 C_6 和种间相互作用 C_6^{ij} 分别作为独立参数处理, 重点考察二者相对强弱变化对密度分布、相位结构和自旋纹理的影响. 由此引入的相对相互作用强度 C_6^{ij}/C_6 可以作为新的调控量, 用于改变不同自旋分量之间的空间重叠, 进而调节体系从径向分离结构到晶格化分布的演化, 以及从组分高度重叠到组分分离特征增强的演化.

2 理论模型

考虑囚禁在准二维简谐势中的里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合玻色气体. 这里准二维简谐势可以通过在 z -方向施加强谐振子约束来实现, 可写为 $V(\mathbf{r}) = m(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2)/2$. 平均场近似下, 系统的哈密顿量可以写为 $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{int}}$ [20], 其中

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \int d\mathbf{r} \Psi^\dagger \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2M} + \mathcal{V}_{so} + V(\mathbf{r}) \right] \Psi, \\ \mathcal{H}_{\text{int}} &= \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \sum_{i,j=0,\pm 1} \psi_i^*(\mathbf{r}) \psi_j^*(\mathbf{r}') U_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \\ &\quad \times \psi_j(\mathbf{r}') \psi_i(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} (c_0 n^2 + c_2 |\mathbf{F}_s|^2), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathcal{H}_0$ 和 $\mathcal{H}_{\text{int}}$ 分别为单粒子和相互作用哈密顿量, $\Psi = [\psi_1(\mathbf{r}), \psi_0(\mathbf{r}), \psi_{-1}(\mathbf{r})]^T$ 为描述系统的旋量序参量, 满足归一化条件 $N = \int d\mathbf{r} \Psi^\dagger \Psi$. N 为系统总粒子数, $n = \sum_{i=1,0,-1} \psi_i^*(\mathbf{r}) \psi_i(\mathbf{r})$ 为系统总粒子

数密度. 相互作用哈密顿量里, 短程接触相互作用参数 $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/3M$, $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/3M$, 其中, M 为原子质量, a_0 和 a_2 分别对应两个碰撞玻色子总自旋为 0 和 2 时的 s -波散射长度. 自旋密度矢量 $\mathbf{F}_s = (F_{s,x}, F_{s,y}, F_{s,z})$ 可写为 $F_{s,\nu}(\mathbf{r}) = \Psi^\dagger f_\nu \Psi$, 其中, $\mathbf{f} = (f_x, f_y, f_z)$ 为不可约表示下自旋 -1 矩阵的三个分量. 长程相互作用方面, 本文聚焦里德伯缀饰的玻色气体, 其软核相互作用势可表达为

$$U_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{C_6^{ij}}{R_c^6 + |\mathbf{r}|^6}, \quad (2)$$

其中, $i, j = 1, 0, -1$, C_6^{ij} 和 R_c 分别为相互作用强度参数和里德伯阻塞半径.

传统 $SU(2)$ 自旋轨道耦合通常由泡利矩阵刻画两个内部态与动量之间的耦合 [39]. 本文考虑的 $SU(3)$ 自旋轨道耦合则由盖尔曼矩阵构造, 可用于描述三个内部态之间的动量相关耦合 [34,38,40,41]. 其形式可以表达为 $\mathcal{V}_{so} = \kappa \lambda \cdot \mathbf{p}$, 其中, κ 和 $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ 分别为 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度和二维动量. 利用盖尔曼矩阵 $\lambda^{(i)} (i = 1, \dots, 8)$, $SU(3)$ 自旋轨道耦合可以表示为

$$\mathcal{V}_{so} = \kappa_x \lambda_x p_x + \kappa_y \lambda_y p_y, \quad (3)$$

其中, $\lambda_x = \lambda^{(1)} + \lambda^{(4)} + \lambda^{(6)}$ 和 $\lambda_y = \lambda^{(2)} - \lambda^{(5)} + \lambda^{(7)}$ 为 $SU(3)$ 群的生成元, 在本文的三分量模型中, 该耦合项同时连接三个内部态. 因此, 非对称里德伯相互作用引起的组分重排会通过 $SU(3)$ 耦合进一步影响三分量相位组织和自旋纹理. 本文关于 $SU(3)$ 自旋轨道耦合作用的讨论, 主要限定在这种三分量协同演化的框架内.

$$\lambda_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_y = \begin{pmatrix} 0 & -i & i \\ i & 0 & -i \\ -i & i & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

实验实现方面, 本文采用的 λ_x 和 λ_y 组合应理解为一个具体的三内态 $SU(3)$ 耦合模型. Han 等 [34] 给出的三束拉曼激光方案可以实现三个超精细基态之间的三通道耦合. 经旋转波近似和远失谐消去激发态后, 有效哈密顿量可写成由盖尔曼矩阵表述的 $SU(3)$ 自旋轨道耦合形式. 因而, 本文选取的 λ_x 和 λ_y 可理解为这一三态拉曼框架中的对称化有效形式. 近期关于 $SU(3)$ 色轨道耦合的研究也表明, 三态全连接的动量相关耦合是可以在实验上构造的 [41]. 里德伯缀饰相互作用则对应远失谐激光弱耦合基态和里德伯态所形成的有效软核势 [26–29],

其特征是里德伯成分很小,因而有效相互作用可以在有限寿命、退相干和加热占主导之前建立起来.这类限制通常通过取 $\Delta \gg \Omega$, 选择较长寿命的里德伯态,并将缀饰时间控制在缀饰态寿命以内来缓解,近期工作还表明频闪缀饰可以进一步降低损失^[42].因此,本文结果应理解为平衡基态的理论预测,其实验可行性取决于在相互作用强度和里德伯缀饰之间的协同作用.

为了给出无量纲参数与实验量级的对应关系,我们参照 Hsueh 等人关于二分量里德伯缀饰相互作用和量纲化方法的讨论^[43],补充一组代表性估算.取 ^{87}Rb 和简谐俘获频率 $\omega = 2\pi \times 160 \text{ Hz}$, 则谐振长度 $l_h = \sqrt{\hbar/(M\omega)} \approx 0.85 \mu\text{m}$, 因而 $R_c = 2$ 对应的物理阻塞半径约为 $1.7 \mu\text{m}$. 作为一组可讨论的参数量级,若选取 $70S_{1/2}/\Omega/2\pi = 10 \text{ MHz}$ 、 $\Delta/2\pi = 100 \text{ MHz}$, 则缀饰比例约为 2.5×10^{-3} , 有效软核强度约为 $62.5 \text{ kHz } \mu\text{m}^6$. 在上述势阱标度下,这一量级对应无量纲相互作用强度 $C_6 \sim 10^3$, 与本文图 1 至图 5 中采用的 $C_6 = 1000$ 处在同一数量级. 种内和种间相互作用之比 C_6^{ij}/C_6 可通过改变不同内部态的缀饰强度、失谐或所选里德伯通道来调节,而 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度 κ 则由拉曼光束几何和两光子动量转移独立控制. 因此,本文所用参数不仅是理论上的控制参数,也可以对应到可讨论的实验量级.

先前研究表明,在 $SU(3)$ 自旋轨道耦合和里德伯相互作用共同作用下,系统的手性对称性和平移对称性将自发破缺.在反铁磁相互作用下,系统表现出具有 3 重和 6 重对称性的多种晶格相,通过平衡里德伯相互作用和 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度,反铁磁玻色气体基态可呈现稳定的高阶自旋涡旋晶格^[36]. 此外,通过引入各向异性 $SU(3)$ 自旋轨道耦合,我们发现,各向异性 $SU(3)$ 自旋轨道耦合可以作为一种新的自由度,可得到平面波相、条纹相、修正条纹相和晶格相等不同基态结构^[35]. 本文将聚焦非对称里德伯相互作用对系统基态结构的影响,我们假设密度相互作用参数 $c_0 = 10$, 自旋交换相互作用强度 $c_2 = -1$, 里德伯阻塞半径 $R_c = 2$, $\kappa_x = \kappa_y = \kappa$, $C_6^{ii} = C_6^{jj} \equiv C_6 \neq C_6^{ij}$. 该设定放宽了前期对称相互作用条件,使 C_6^{ij}/C_6 成为独立可调参数,当该比值变化时,种内与种间非局域排斥的相对强弱随之改变,从而影响三分量之间的空间

重叠和基态结构. 下面,我们将采用虚时演化方法求解简谐外势中里德伯缀饰 $SU(3)$ 玻色气体的基态结构. 计算时,采用自然单位 $\hbar = m = 1$, 分别选取不同类型数据作为初始波函数,并演化足够长时间确保得到系统真实的基态. 针对里德伯相互作用,利用卷积定理在动量空间处理全实空间里德伯相互作用

$$\int \frac{|\psi(\mathbf{r}')|^2}{1 + |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^6} d\mathbf{r}' = \mathcal{F}^{-1} \left[\mathcal{F} \left[\frac{1}{1 + |\mathbf{r}|^6} \right] \mathcal{F} [|\psi(\mathbf{r})|^2] \right], \quad (5)$$

其中,里德伯相互作用势的傅里叶变换可以通过 Meijer's G -函数写为

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \left[\frac{1}{1 + |\mathbf{r}|^6} \right] &= W(k) \\ &= \frac{\pi}{3} G_{06}^{40} \left[\left(\frac{k R_c}{6} \right)^6 \middle|_{0,1/3,2/3,2/3,0,1/3} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

为定量刻画不同组分之间的混合和径向分离程度,我们进一步从收敛后的基态波函数中提取两个诊断量. 组分重叠积分定义为

$$\Lambda_{10} = \frac{\int \rho_1(\mathbf{r}) \rho_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\sqrt{\int \rho_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \int \rho_0^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}}, \quad (7)$$

其中 $\rho_m = |\psi_m|^2$. Λ_{10} 是 ψ_1 与 ψ_0 的归一化重叠积分,数值越接近 1,表示两者空间分布越重合,数值越小则表示混合程度越低、相分离越强. 由于本文参数下 ψ_{+1} 与 ψ_{-1} 具有对称分布, Λ_{10} 与 Λ_{-10} 数值一致. 为避免重复,本文仅以 Λ_{10} 作为代表性重叠指标. 为表征径向分离程度,我们定义

$$\Delta r = \frac{\langle r \rangle_1 + \langle r \rangle_{-1}}{2} - \langle r \rangle_0, \quad (8)$$

其中 $\langle r \rangle_m = \int r \rho_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \int \rho_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$. Δr 越大,表明 $\psi_{\pm 1}$ 和 ψ_0 在径向上的分离越明显.

3 研究结果

不同于标量玻色气体,本文所考虑的里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合玻色气体本质上为旋量玻色气体,长程里德伯相互作用可分为种内和种间相互作用. 首先考虑可变种内里德伯相互作用强度对系统基态的影响,固定种间里德伯相互作用 $C_6^{ij} = 1000$, 当种内里德伯相互作用强度较小时,

如图 1(a) 所示 ($C_6 = 200$), 此时 ψ_1 和 ψ_{-1} 密度分布主要集中在圆环外圈, 其密度峰呈现中心对称分布, ψ_0 分量的密度分布与系统总密度分布呈现高斯状且中心为密度峰. 第五列表示 ψ_1 分量的相位分布, 不难看出, 在势阱中心位置处存在单量子隐藏涡旋 (hidden vortex). 此时, 动量空间有且只有一个点. 如图 1(b) 所示, 随着非局域里德伯相互作用强度增加到 $C_6 = 600$, 系统的态密度分布逐渐变大, 且呈现出两个单量子隐藏涡旋. 从图 1(a) 和 1(b) 不难看出, 当种内里德伯相互作用小于种间里德伯相互作用时, 系统呈现出沿径向分布的组分分离特征, 这与早期两分量玻色气体中由相互作用竞争引起的空间分离现象相似^[13,44]. 这说明在 C_6^{ij}/C_6 较大时, 不同自旋分量在同一区域重叠会带来更高

的种间非局域相互作用能, 体系因而通过降低组分间空间重叠来获得较低能量. 在圆对称谐振子势阱中, 这种重排表现为中心与外环分量分离的径向相分离结构.

进一步增加里德伯相互作用强度 $C_6 = 1000$, 此时, 种内和种间里德伯相互作用强度相等, 如图 1(c) 所示, 总密度分布从旋转对称的高斯分布演变为由外层团簇连接在一起, 内层中心带峰形成的六边形点状结构的晶格相, 且相位分布由原来的量子化涡旋转变为平面波相, 其动量空间分布则展示了明显的单一峰值. 此时, 三个分量的空间重叠明显增强, 密度分布由径向分离结构演化为晶格化分布. 继续增加种内里德伯相互作用强度 $C_6 = 1400, 1800$, 如图 1(d) 和图 1(e) 所示, 系统的密度和相位分布基

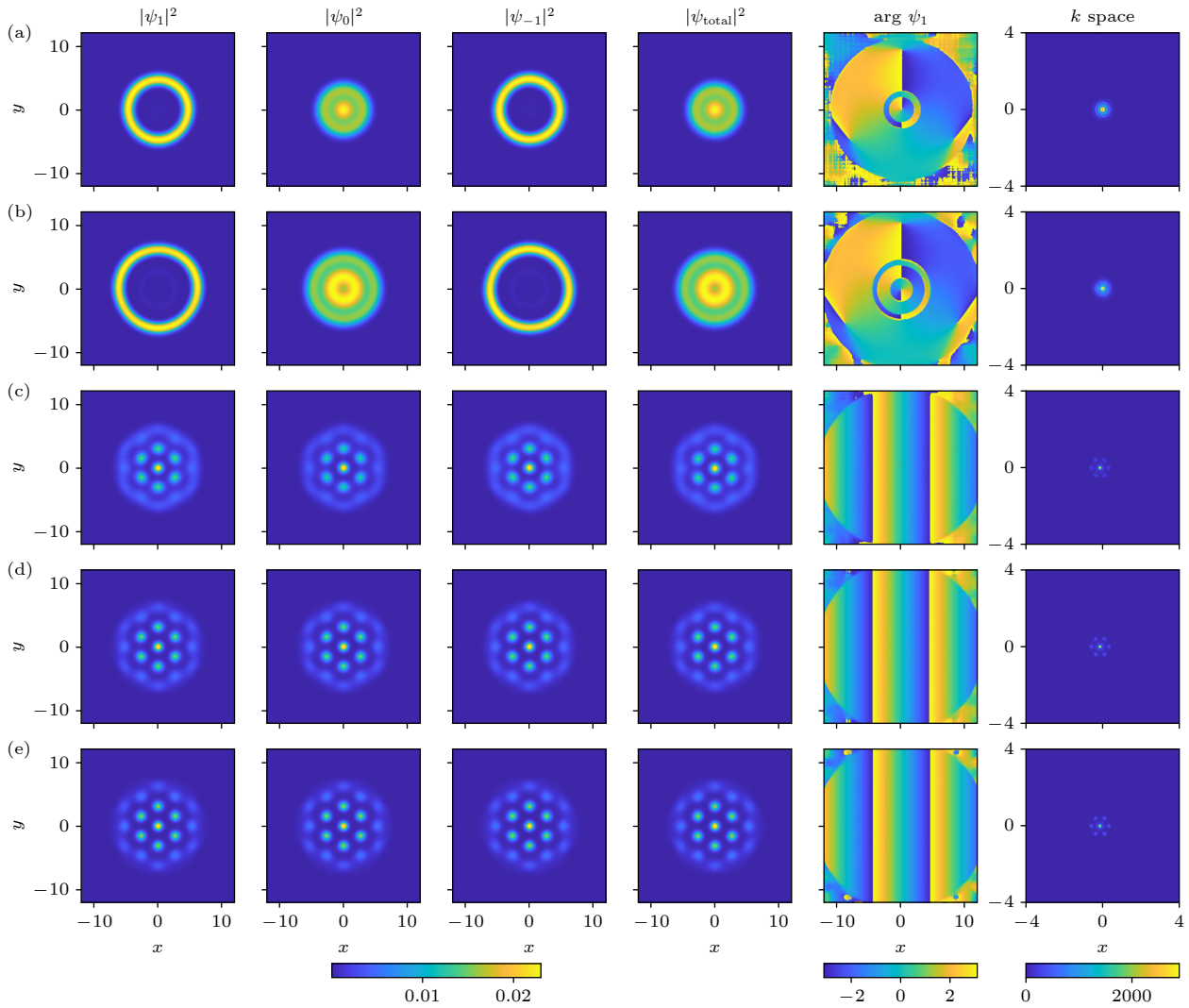


图 1 可变种内里德伯相互作用系统典型密度和相位图 (a)–(e) $C_6 = 200, 600, 1000, 1400, 1800$. 其他参数为 $C_6^{ij} = 1000, \kappa = 0.5$
Fig. 1. Typical density and phase distributions of the system for varied intraspecies Rydberg interaction. (a)–(e) $C_6 = 200, 600, 1000, 1400, 1800$. Other parameters are $C_6^{ij} = 1000, \kappa = 0.5$.

本没有变化,这也进一步验证了振幅调制的平面波与各向同性里德伯相互作用强度无关,且随着长程里德伯相互作用强度的增大会导致密度分布外层团簇逐渐分离^[35,36].

接下来,固定种内里德伯相互作用 $C_6 = 1000$, 考虑可变种间里德伯相互作用 C_6^{ij} 对系统基态的影响. 当种间里德伯相互作用强度较小时 $C_6^{ij} = 200$, 图 2(a) 中系统密度分布表现为密度峰位于圆环中心的高斯分布, 动量空间也展示了明显的单一峰值, 且第五列的相位分布为平面波型. 从三个分量的空间分布可以看出, 此时体系具有较强的组分重叠特征. 增大种间里德伯相互作用 $C_6^{ij} = 600$, 如图 2(b) 所示, 系统密度分布扩大, 但组分仍保持较强的空间重叠, 相位分布仍保持平面波型. 继续增加种间

里德伯相互作用到 $C_6^{ij} = C_6 = 1000$, 系统各组分仍保持明显重叠, 但密度分布由高斯型逐步演化为点阵晶格结构.

有趣的是, 当种间里德伯相互作用超过种内里德伯相互作用 $C_6^{ij} = 1400, 1800$, 如图 2(d) 和图 2(e) 所示, 虽然 ψ_0 组分与总密度分布保持一致, 但在每个晶胞内部, ψ_1 和 ψ_{-1} 组分密度分布形成环状结构, 而 ψ_0 则分布在上述环内, 整个系统在各个晶胞内部呈现出沿径向分布的组分分离特征. 此时, 相位分布也从平面波相转变为规则的量子化涡旋团簇.

上述图像判断可以由图 4 中的定量结果进一步支持. 对于图 4(a) 所示的可变种内相互作用情形, 当 $C_6 = 200$ 和 600 时, 组分重叠积分 Λ_{10} 约为 0.20 , 径向分离量 Δr 约为 2.00 和 2.47 , 说明 $\psi_{\pm 1}$ 与

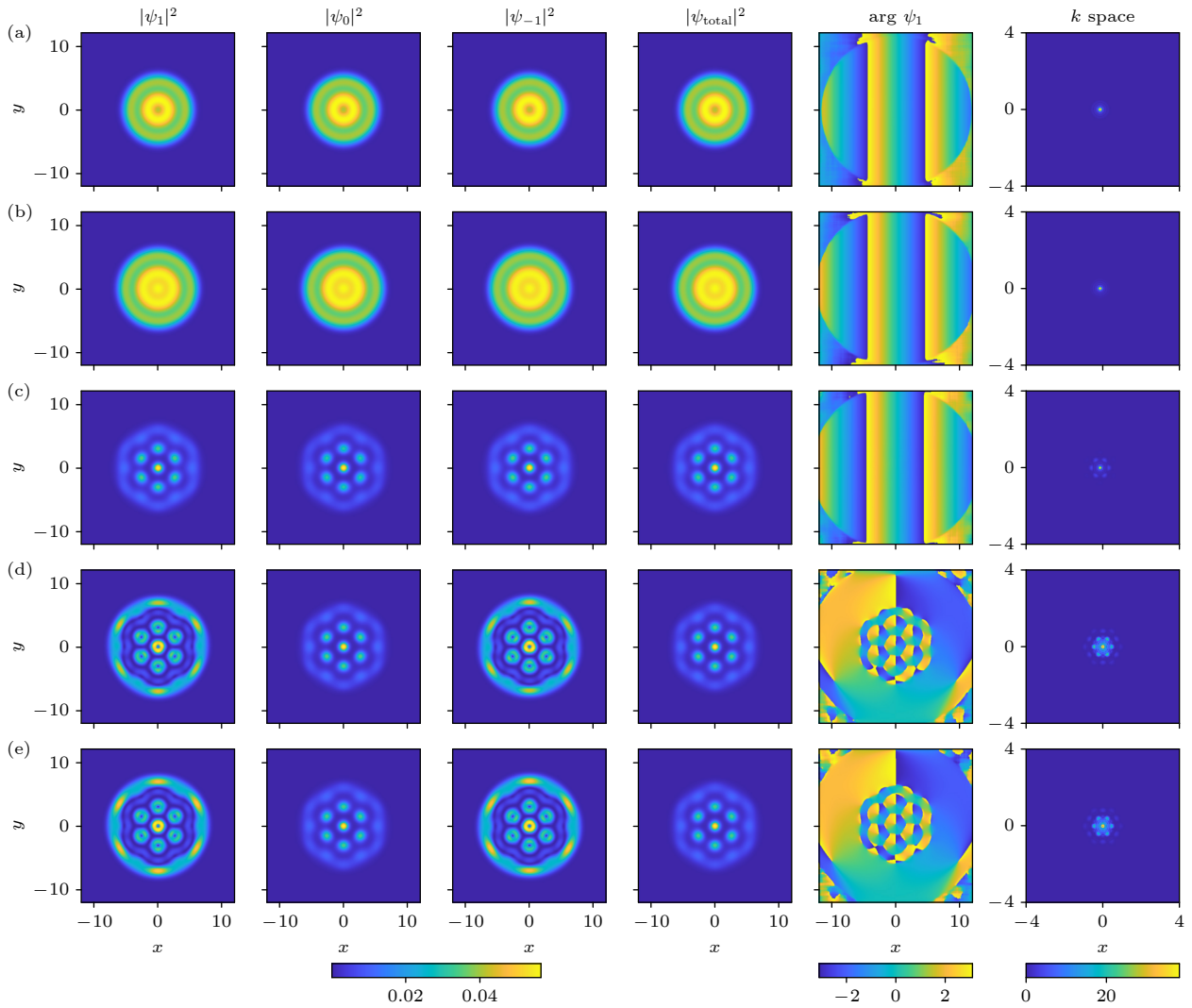


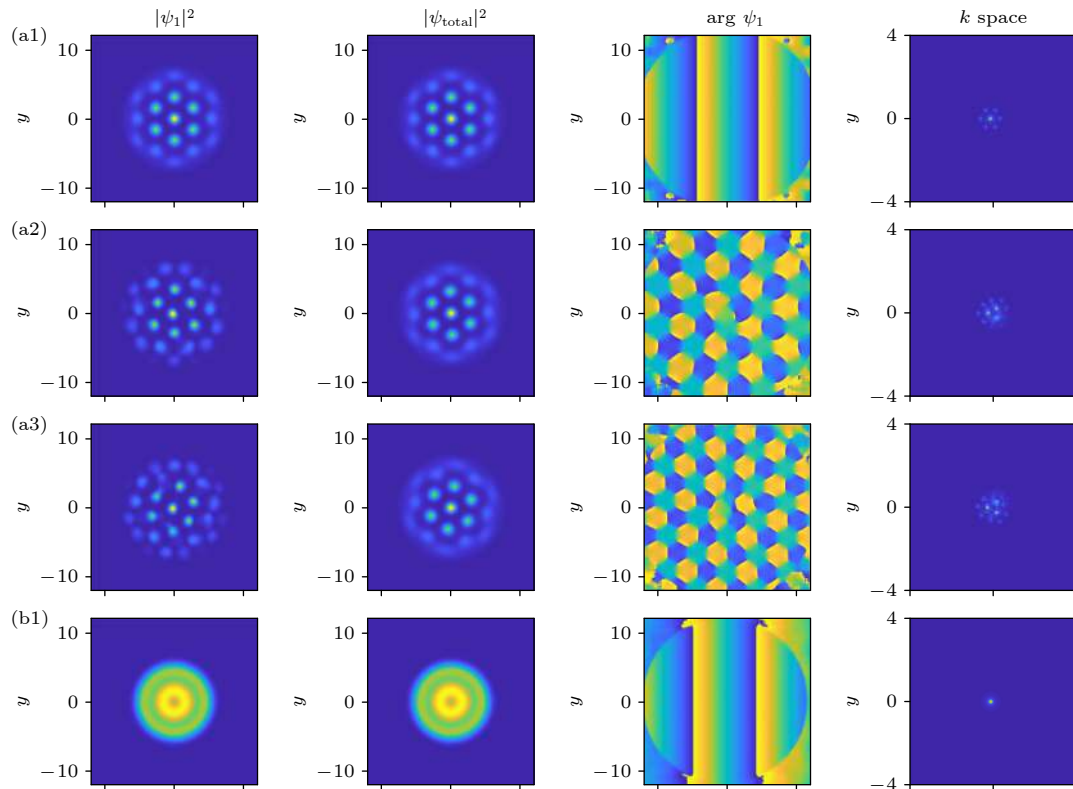
图 2 可变种间里德伯相互作用系统典型密度和相位图 (a)–(e) $C_6^{ij} = 200, 600, 1000, 1400, 1800$. 其他参数为 $C_6 = 1000$, $\kappa = 0.5$

Fig. 2. Typical density and phase distributions of the system for varied interspecies Rydberg interaction. (a)–(e) $C_6^{ij} = 200, 600, 1000, 1400, 1800$. Other parameters are $C_6 = 1000$, $\kappa = 0.5$.

ψ_0 主要占据不同径向区域. 当 C_6 增加到 1000 及以上时, Λ_{10} 接近 1, Δr 接近 0, 表明三个组分的空间重叠明显增强. 对于图 4(b) 所示的可变种间相互作用情形, $C_6^{ij} = 200$ 和 600 时 Λ_{10} 接近 1, 而当 $C_6^{ij} = 1400$ 和 1800 时, Λ_{10} 降低到约 0.56 和 0.51, Δr 增大到约 1.43 和 1.63. 这表明增强种间非局域排斥会降低不同组分之间的空间重叠, 并诱导更明显的径向组分分离特征. 图 4 中的定量变化与图 1 和图 2 中的典型密度图像相对应. 图 4(a) 中 Λ_{10} 和 Δr 的明显变化发生在 $C_6 = 600$ 与 $C_6 = 1000$ 之间, 对应图 1(b) 到图 1(c) 中径向分离结构向组分重叠增强结构的演化. 图 4(b) 中的明显变化发生在 $C_6^{ij} = 1000$ 与 $C_6^{ij} = 1400$ 之间, 对应图 2(c) 到图 2(d) 中组分重叠降低和径向分离特征增强. 因此, 非对称里德伯相互作用主要通过改变种内与种间非局域排斥的相对强度来调节组分重叠和径向重排.

早期关于里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合研究表明, 长程里德伯相互作用可增强密度调制, 主要体现在空间规则排列晶胞的形成上. 自旋轨道耦合则会进一步影响晶胞内部的相位分布和自旋纹理, 从而形成多种基态结构^[13,36]. 图 3(a) 和 3(b) 分别展示了初态为相分离和相混合, 在可变 $SU(3)$ 自旋轨道耦合作用下典型的基态密度和相位分布. 可

以看出, 对于初始态为相分离的系统, 如图 3(a) 所示, 随着 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度的增加, 晶胞内部三个分量逐渐开始相分离. 值得一提的是, 相位分布则由平面波逐渐演变为周期排列的相位分布. 而对于初始处于相混合的系统, 如图 3(b) 所示, 随着 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度的增大, 具有旋转对称性的高斯分布逐渐变为晶格分布, 通过观察第三列的相位分布图发现, 和初始态为相分离情况一样, 相位分布亦由平面波逐渐演变为周期排列的相位分布. 对于这两种情况, 相位分布周期随着 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度的增加而变小. 就当前结果而言, $SU(3)$ 自旋轨道耦合的物理作用并不是单独产生相分离或晶格化密度调制, 而是把由里德伯相互作用决定的三分量空间重排与动量选择、相位锁定和自旋纹理联系起来. 当 C_6^{ij}/C_6 改变时, 非局域排斥能首先改变不同分量之间的重叠和径向排布. 在此基础上, $SU(3)$ 耦合通过三个内部态之间的动量相关连接, 进一步规定晶胞内部的相干相位关系, 使密度峰排列、相位周期和动量空间结构同步变化. 因此, 本文中的晶格相不只是密度峰的空间排列, 而是带有三态动量耦合所选择的相位结构. 同理, 自旋涡旋纹理来源于 ψ_1 、 ψ_0 和 ψ_{-1} 的相干叠加, 反映的是三态相位关系在实空间中的锁定. 这



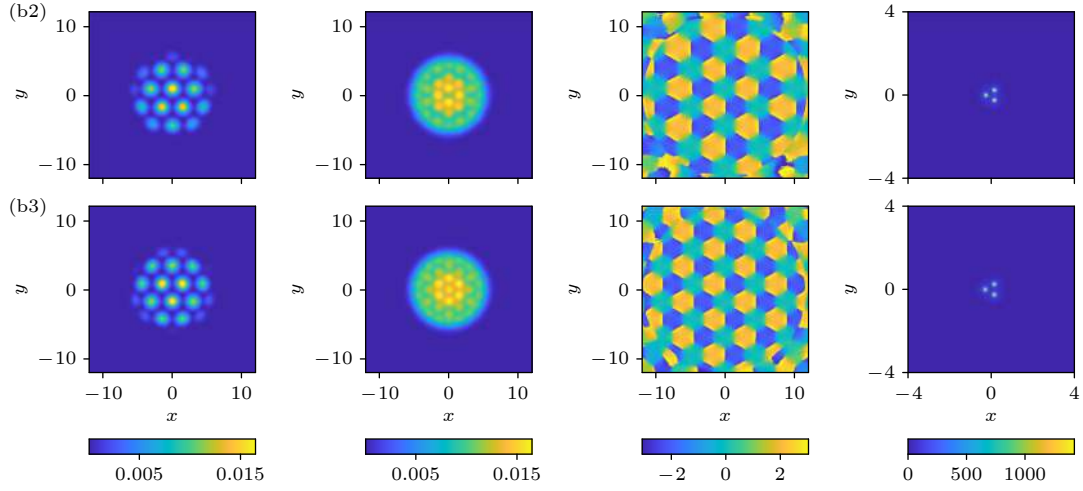


图 3 可变 $SU(3)$ 自旋轨道耦合系统典型密度和相位图 (a1)–(a3) $C_6 = 1800$, $C_6^{ij} = 1000$, $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$, (b1)–(b3) $C_6^{ij} = 200$, $C_6 = 1000$, $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$

Fig. 3. Typical density and phase distributions of the system for varied $SU(3)$ spin-orbit coupling. (a1)–(a3) $C_6 = 1800$, $C_6^{ij} = 1000$, $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$, (b1)–(b3) $C_6^{ij} = 200$, $C_6 = 1000$, $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$.

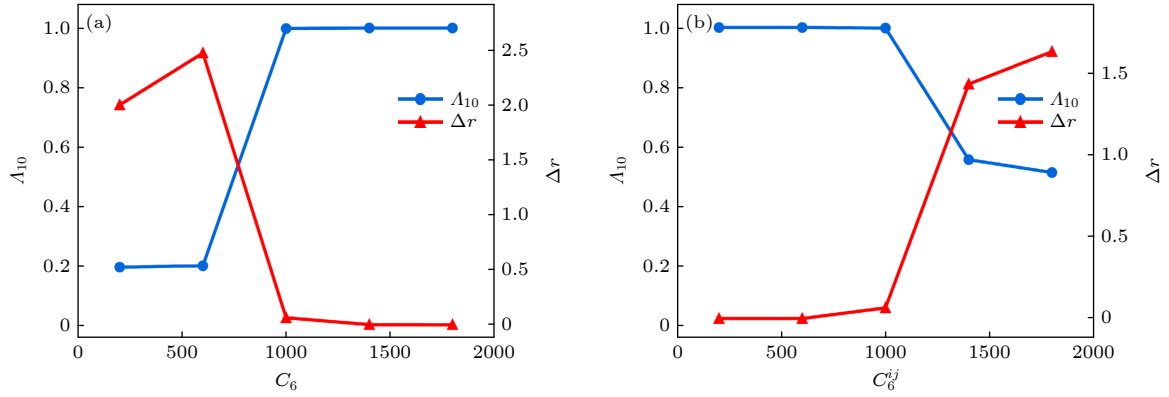


图 4 组分重叠积分 Λ_{10} 和径向分离量 Δr 随里德伯相互作用强度的变化 (a) 固定 $C_6^{ij} = 1000$, 改变 C_6 . (b) 固定 $C_6 = 1000$, 改变 C_6^{ij} . 其他参数为 $\kappa = 0.5$

Fig. 4. Component-overlap integral Λ_{10} and radial-separation measure Δr as functions of the Rydberg interaction strength. (a) $C_6^{ij} = 1000$ with varied C_6 . (b) $C_6 = 1000$ with varied C_6^{ij} . Other parameters are $\kappa = 0.5$.

说明 $SU(3)$ 耦合把非对称 Rydberg 相互作用诱导的组分重排, 转化为三分量相位组织和自旋纹理的协同变化, 从而使相分离、晶格化密度调制和自旋涡旋结构在同一三态耦合框架下相互关联.

到目前为止, 我们主要聚焦于系统的基态密度和相位分布, 更多信息可以通过进一步分析系统的自旋密度分布. 对于自旋-1 的超冷原子系统, 物理自旋密度 $\mathbf{F}_s = (F_{s,x}, F_{s,y}, F_{s,z})$ 的三个分量可以写为

$$\begin{aligned} F_{s,x} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_0^*(\psi_1 + \psi_{-1}) + (\psi_1^* + \psi_{-1}^*)\psi_0], \\ F_{s,y} &= -\frac{i}{\sqrt{2}}[(\psi_1^* - \psi_{-1}^*)\psi_0 - \psi_0^*(\psi_1 - \psi_{-1})], \\ F_{s,z} &= |\psi_1|^2 - |\psi_{-1}|^2. \end{aligned} \quad (9)$$

其中, 总密度为 $\rho = |\psi_1|^2 + |\psi_0|^2 + |\psi_{-1}|^2$. 图 5(a)–5(c) 给出的是上述自旋密度分量. 为显示局域自旋取向, 可进一步定义归一化局域自旋 $\mathbf{S} = \mathbf{F}_s / \rho$, 图 5(f) 中的箭头表示 S_x 和 S_y 方向. 总磁化强度写为 $F_s = \sqrt{F_{s,x}^2 + F_{s,y}^2 + F_{s,z}^2}$, 横向磁化相位可由 $\arg(F_{s,x} + iF_{s,y})$ 表征. 图 5 展示了对应图 3(b3) 参数的系统自旋分布图, 在非对称里德伯相互作用和各向同性 $SU(3)$ 自旋轨道耦合共同作用下, 自旋密度的三个分量呈现出较规则的周期分布, 并形成有序自旋涡旋纹理. 此时, 系统净质量流为零, 但自旋矢量绕涡旋中心会有 2π 变化, 这与我们先前结果相似^[34].

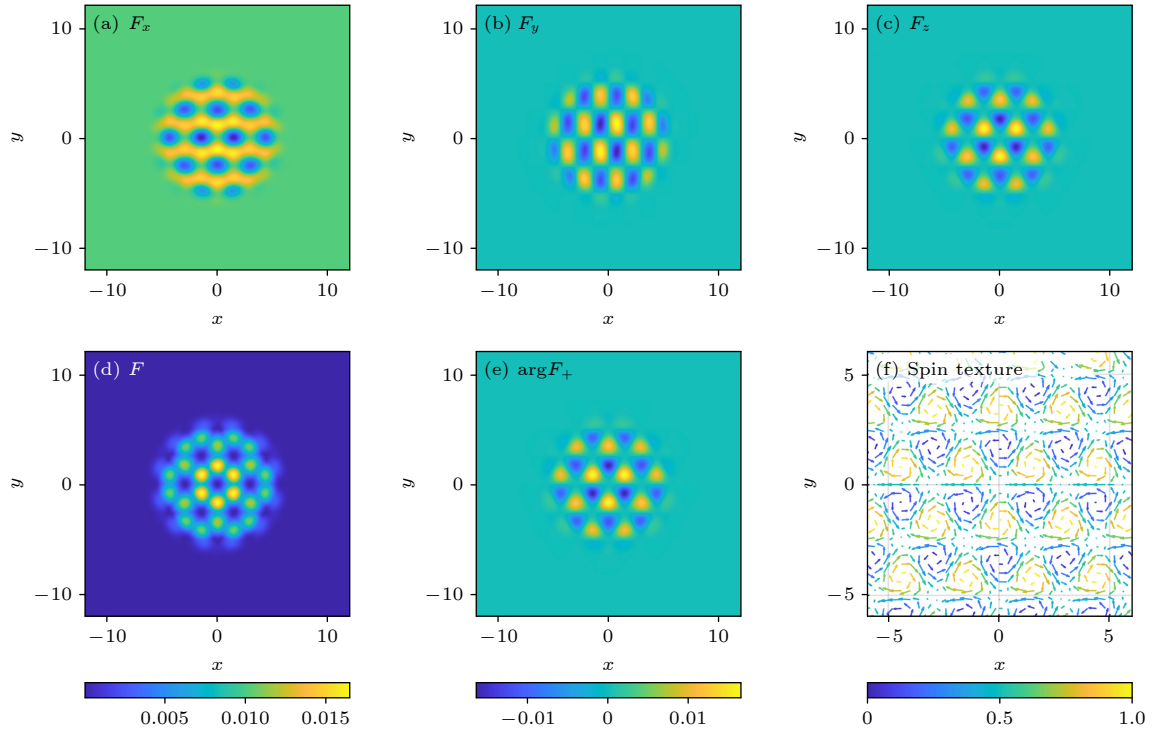


图 5 非对称里德伯相互作用下系统典型自旋分布图 (a)–(c) 自旋密度三分量, (d) 总磁化强度 F_s , (e) 横向磁化相位, (f) 自旋纹理图. 其他参数为 $\kappa = 1$, $C_6^{ij} = 200$, $C_6 = 1000$

Fig. 5. Typical spin distributions of the system with unequal Rydberg interactions. (a)–(c) spin density components along three directions, (d) total magnetization F_s , (e) transverse magnetization $\arg(F_{s,x} + iF_{s,y})$, (f) spin texture. Other parameters are $\kappa = 1$, $C_6^{ij} = 200$, $C_6 = 1000$.

4 结论和展望

本文研究了里德伯缀饰 $SU(3)$ 自旋轨道耦合玻色气体基态结构. 本文将 C_6 和 C_6^{ij} 作为相互独立的参数, 讨论相对相互作用强度 C_6^{ij}/C_6 对基态结构的调控作用. 利用卷积定理和 Meijer's G -函数, 获得了系统在不同参数区间典型的密度、相位和自旋分布. 研究发现, 非对称里德伯相互作用可以作为一个新的调控参数, 用于调节体系的密度分布、相位结构以及自旋纹理. 适当调控种内和种间里德伯相互作用比例时, 体系可表现出由径向分离结构向晶格化分布演化的趋势, 以及由组分高度重叠向组分分离特征增强的演化. 对于非对称里德伯相互作用系统而言, $SU(3)$ 自旋轨道耦合还会进一步影响晶胞内部的组分重排和相位分布. 合适选取 $SU(3)$ 自旋轨道耦合强度可产生更加规则的自旋分布和自旋涡旋结构. 后续工作可以考虑同时具有高维 $SU(N)$ 自旋轨道和里德伯相互作用的玻色气体. 由于高维 $SU(N)$ 具有更丰富的代数和几何结构, 这类体系可能呈现更复杂的密度调制、相位

组织和自旋纹理, 其非线性动力学也值得进一步研究.

参考文献

- [1] Pitaevskii L P, Stringari S 2003 *Bose-Einstein condensation* (New York: Oxford University Press)
- [2] Dalfovo F, Griorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 463
- [3] Fetter A L 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 647
- [4] Ueda M 2020 *Fundamentals and new frontiers of Bose-Einstein condensation* (Singapore: World Scientific)
- [5] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [6] Cheuk L W, Sommer A T, Hadzibabic Z, Yefsah T, Bakr W S, Zwierlein M W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095302
- [7] Wang P, Yu Z Q, Fu Z, Miao J, Huang L, Chai S, Zhai H, Zhang J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095301
- [8] Wu Z, Zhang L, Sun W, Xu X T, Wang B Z, Ji S C, Deng Y, Chen S, Liu X J, Pan J W 2016 *Science* **354** 83
- [9] Wang C, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
- [10] Ho T L, Zhang S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 150403
- [11] Heidemann R, Raitzsch U, Bendkowsky V, Butscher B, Low R, Pfau T 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 033601
- [12] Henkel N, Nath R, Pohl T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 195302
- [13] Han W, Zhang X F, Wang D S, Jiang H F, Zhang W, Zhang S G 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 030404
- [14] Sasaki K, Suzuki N, Saito H 2010 *Phys. Rev. A* **83** 033602
- [15] Yi S, You L 2000 *Phys. Rev. A* **61** 041604

- [16] Marinescu M, You L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 4596
- [17] Xi Z H, Yang X Y, Tang N, Song L, Li X L, Shi Y R 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 230501 (in Chinese) [席忠红, 杨雪滢, 唐娜, 宋琳, 李晓霖, 石玉仁 2018 物理学报 **67** 230501]
- [18] Stuhler J, Griesmaier A, Koch T, Fattori M, Pfau T, Giovanazzi S, Pedri P, Santos L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 150406
- [19] Lu M W, Burdick N Q, Youn S H, Lev B L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 190401
- [20] Aikawa K, Frisch A, Mark M, Baier S, Rietzler A, Grimm R, Ferlaino F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 210401
- [21] Zhang X F, Zhang P, Chen G P, Dong B, Tan R B, Zhang S G 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 060302 (in Chinese) [张晓斐, 张培, 陈光平, 董彪, 谭仁兵, 张首刚 2015 物理学报 **64** 060302]
- [22] Campbell D L, Juzeliūnas G, Spielman I B 2011 *Phys. Rev. A* **84** 025602
- [23] Sau J D, Sensarma R, Powell S, Spielman I B, Sarma S D 2011 *Phys. Rev. B* **83** 140510
- [24] Xu Z F, You L 2012 *Phys. Rev. B* **85** 043605
- [25] Shi T T, Wang L J, Wang J K, Zhang W 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 016701 (in Chinese) [施婷婷, 汪六九, 王璟琨, 张威 2020 物理学报 **69** 016701]
- [26] Cinti F, Jain P, Boninsegni M, Micheli A, Zoller P, Pupillo G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 135301
- [27] Henkel N, Cinti F, Jain P, Pupillo G, Pohl T 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 265301
- [28] McCormack G, Nath R, Li W B 2020 *Phys. Rev. A* **102** 023319
- [29] Hsueh C, Wang C W, Wu W C 2020 *Phys. Rev. A* **102** 063307
- [30] Chen H R, Lin K Y, Chen P K, Chiu N C, Wang J B, Chen C A, Huang P P, Yip S K, Kawaguchi Y, Lin Y J 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 113204
- [31] Zhang D F, Gao T Y, Zou P, Kong L R, Li R Z, Shen X, Chen X L, Peng S G, Zhan M S, Pu H, Jiang K J 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 110402
- [32] Qiu X, Hu A Y, Cai Y Y, Saito H, Zhang X F, Wen L 2023 *Phys. Rev. A* **107** 033308
- [33] Anderson B M, Juzeliūnas G, Galitski V M, Spielman I B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 235301
- [34] Han W, Zhang X F, Song S W, Saito H, Zhang W, Liu W M, Zhang S G 2016 *Phys. Rev. A* **94** 033629
- [35] Feng J, He Q L, Liu J, Zhang X F, Yang X Y 2025 *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **234** 5665
- [36] Liu J, Feng J, Chen S L, Wen L, Han W, Zhang X F, Yang X Y 2025 *Phys. Rev. A* **111** 043302
- [37] Graß T, Chhajlany R W, Muschik C A, Lewenstein M 2014 *Phys. Rev. B* **90** 195127
- [38] Barnett R, Boyd G R, Galitski V 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 235308
- [39] Gui Z, Zhang J, Su H, Lyu H, Zhang Y 2023 *Phys. Rev. A* **108** 043311
- [40] Wang H, Li Y Q, Dong L W 2020 *Chin. Phys. B* **29** 100304
- [41] Madasu C S, Mitra C, Gabardos L, Rathod K D, Zanon-Willette T, Miniatura C, Chevy F, Kwong C, Wilkowski D 2025 *Nat. Commun.* **16** 8448
- [42] Hines J A, Rajagopal S V, Moreau G L, Wahrman M D, Lewis N A, Marković O, Schleier-Smith M 2023 *Phys. Rev. Lett.* **131** 063401
- [43] Hsueh C H, Tsai Y C, Wu K S, Chang M S, Wu W C 2013 *Phys. Rev. A* **88** 043646
- [44] Wen L, Guo H, Wang Y J, Hu A Y, Saito H, Dai C Q, Zhang X F 2020 *Phys. Rev. A* **101** 033610

SPECIAL TOPIC—Ultracold atomic and molecular physics

Ground-state study of a Rydberg-dressed Bose gas with $SU(3)$ spin-orbit coupling^{*}

ZHAN Bingkun¹⁾ GUO Xiaofan¹⁾ FENG Jing¹⁾ LUO Pei¹⁾

ZHANG Xiaofei^{1)†} YANG Xueying^{2)‡}

¹⁾ (School of Physics & Information Science, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

²⁾ (Key Laboratory of Time Reference and Applications, National Time Service Center,

Chinese Academy of Sciences, Xi'an, 710600, China)

(Received 12 June 2026; revised manuscript received 13 July 2026)

Abstract

We investigate the ground-state structures of a quasi-two-dimensional Rydberg-dressed spin-1 Bose gas with $SU(3)$ spin-orbit coupling confined in a harmonic trap. The mean-field energy functional contains contact interactions, component-dependent nonlocal soft-core Rydberg interactions, and a momentum-dependent $SU(3)$ coupling generated by Gell-Mann matrices. The ground states are obtained by imaginary-time evolution, while the nonlocal interaction term is evaluated in momentum space using the convolution theorem and Meijer's G-function. By treating the intraspecies and interspecies Rydberg interaction strengths as independent control parameters, we identify how their relative strength regulates the spatial organization of the three spin components. When the interspecies Rydberg repulsion is relatively strong, the system tends to reduce the overlap between different spin components and develops a radial component-separation structure. In contrast, increasing the intraspecies interaction can enhance the overlap among the three components and drive the density profile toward a lattice-like distribution. To quantify these changes, we introduce a normalized component-overlap integral and a radial-separation measure, which directly characterize the evolution from radial separation to enhanced component mixing and the reverse trend induced by stronger interspecies repulsion. The $SU(3)$ spin-orbit coupling further locks the relative phases among the three internal states and converts the Rydberg-induced component rearrangement into correlated phase patterns and spin textures. As a result, ordered spin-density distributions and spin-vortex textures can be generated by tuning the relative strengths of the intraspecies and interspecies Rydberg interactions. These results show that asymmetric Rydberg interactions provide an additional degree of freedom for manipulating density modulation, component separation, phase organization, and spin textures in multicomponent spin-orbit-coupled Bose gases.

Keywords: Bose gas, $SU(3)$ spin-orbit coupling, Rydberg dressing

DOI: [10.7498/aps.75.20260853](https://doi.org/10.7498/aps.75.20260853)

CSTR: [32037.14.aps.75.20260853](https://cstr.cn/32037.14.aps.75.20260853)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12475004, 12547184), the Youth Innovation Team of Shaanxi Universities, and Scientific Research Project of Shanxi (Grant No. 2025JQ-001).

[†] Corresponding author. E-mail: xfzhang@sust.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: xyyang@alumni.nudt.edu.cn