

# 流体方程约束下的射频容性耦合 He 和 Ar 放电的神经网络模拟研究 \*

吴桐<sup>1) #</sup> 李靖宇<sup>1) #</sup> 姜森钟<sup>1)</sup> 何倩<sup>1)</sup> 蒋星照<sup>2)</sup> 黄渝峰<sup>2)</sup> 张逸凡<sup>2)</sup> 宋远红<sup>2)</sup> 贾文柱<sup>1) †</sup>

1) (西南大学, 人工智能学院, 重庆 400700)

2) (大连理工大学物理学院, 大连 116024)

随着人工智能的发展, 神经网络在复杂物理系统中的建模、计算和推理能力受到广泛关注。在等离子体模拟领域, 对于射频容性耦合等离子体 (RF-CCP) 这类具有强非线性和多场耦合的放电体系, 基于神经网络与流体控制方程相结合的建模研究不足, 特别是实现多压强、多射频电压条件下的快速时空场计算推理, 尚处于空白。本文构建了用于一维射频容性耦合 He 和 Ar 放电流体模拟的参数化物理信息神经网络 (P-PINN)。模型以时空坐标、气体压强  $P$  和射频电压幅值  $V_0$  为输入, 并将流体方程组嵌入神经网络训练目标, 从而将神经网络的函数逼近能力与流体方程所描述的粒子守恒和能量输运物理约束相结合。结果表明, 参数化 PINN 能够在未见压强-电压放电条件下快速和精确地计算出 He 和 Ar 放电中的典型射频容性耦合等离子体各物理的时空结构, 包括等离子体区和鞘层区的电势、电子、离子密度和电子能量密度时空分布, 揭示了等离子体的输运和等离子体状态变化。相较于纯数据驱动神经网络, 参数化 PINN 在整个压强-电压参数空间内表现出更低且更稳定的平均相对  $L_2$  误差, 暗示了物理方程残差和边界条件残差能够有效提高未见放电条件下的推理稳定性和物理一致性。此外, 参数化物理信息神经网络在 He 和 Ar 放电推理计算时间约为毫秒量级。因此, 神经网络与 RF-CCP 流体控制方程的融合能够在保持放电物理约束的同时, 提供快速的多参数放电条件下等离子体时空场的计算, 为等离子体快速模拟、参数扫描和工艺窗口分析提供新的解决方案。

**关键词:** 射频容性耦合等离子体模拟, 参数化物理信息神经网络

**PACS:** 07.05.Mh 52.65.-y

# 同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: jiawenzhu@swu.edu.cn (通信作者)

第一作者. E-mail: 1224731967@qq.com (第一作者)

\* 国家重点研发计划 (项目编号: 2025YFF0512000)、国家自然科学基金 (项目编号: 12475202) 以及中国载人航天工程空间应用系统资助的课题.

# 1 引言

容性耦合等离子体 (capacitively coupled plasma, CCP) 因结构相对简单、低温等离子体密度和离子能量可调、易于实现大面积均匀放电等特点, 被广泛应用于半导体刻蚀、薄膜沉积、表面改性和微纳制造等领域<sup>[1,2]</sup>。在射频容性耦合等离子体 (radio-frequency capacitively coupled plasma, RF-CCP) 中, 电子和离子的产生、输运与壁面损失由电场、密度梯度、碰撞反应和鞘层动力学共同决定。电子密度和离子密度反映放电体系中的粒子平衡状态, 电势分布决定空间电场和鞘层电压, 电子能量密度影响电离、激发及碰撞能量损失过程, 而鞘层结构进一步控制带电粒子向电极表面的输运和能量沉积。因此, 获得不同放电条件下密度、电势和电子能量密度的时空演化规律, 对于理解 RF-CCP 放电物理和优化等离子体工艺具有重要意义。

气体压强  $P$  和射频电压幅值  $V_0$  是调控 RF-CCP 放电状态的关键外部参数。压强改变中性粒子数密度、碰撞频率、电子平均自由程和电子能量弛豫尺度, 进而影响电离源项和电子能量损失; 射频电压则调节鞘层电势降、电场强度、电子加热和离子加速过程。不同  $P$  和  $V_0$  组合会导致体等离子体密度、近壁鞘层厚度、电势分布和电子能量沉积分布发生变化。对大量放电条件进行快速预测, 是放电参数扫描、工艺窗口筛选和设备参数优化中的核心需求。

数值模拟是研究 RF-CCP 放电物理的重要方法。粒子模拟可以刻画非局域电子动力学和速度分布函数演化, 流体模型则通过粒子连续性方程、电子能量方程、Poisson 方程和输运本构关系描述等离子体主要场量之间的耦合关系, 在参数扫描和工程建模中具有较高效率<sup>[3-6]</sup>。然而, 即使采用流体模型, 传统求解流程仍通常需要针对每一个放电条件分别进行迭代求解。当压强和电压组合从少数代表点扩展到二维参数空间时, 总计算量会随放电条件数量近似线性增长, 从而限制大范围参数扫描的效率<sup>[7]</sup>。

随着人工智能和神经网络方法的发展, 数据驱动与物理约束相结合的计算模型为复杂等离子体系统的快速模拟提供了新的思路。对于 RF-CCP 放电而言, 电子密度、离子密度、电势和电子能量密度的时空演化受粒子输运、电子能量平衡、Poisson 自洽电场和壁面边界条件共同约束, 单纯依赖数据拟合的神经网络难以保证预测结果满足主要物理关系。因此, 将电子/离子连续性方程、电子能量方程、Poisson 方程、漂移-扩散通量关系和壁面边界条件等物理方程组作为物理约束嵌入神经网络训练过程, 使神经网络学习跨参数空间 (如电压和气压) 的参数化时空解族, 从而实现在离线训练后对未参与训练的放电条件直接给出快速、连续且满足物理约束的场量推理, 是多放电条件等离子体模拟中值得研究的问题。

纯数据驱动神经网络可以通过监督学习建立外部参数与放电场量之间的映射, 并在推理阶段具有较快的计算时间<sup>[8,9]</sup>。但是, 这类模型的可靠性高度依赖训练数据对参数空间的覆盖程度; 当测试放电条件位于参数空间边界、训练样本稀疏或放电状态发生明显变化时, 预测结果可能不满足粒子守恒、Poisson 方程或壁面通量边界条件。物理信息神经网络 (physics-informed neural network, PINN) 通过将控制方程残差、边界条件和数据误差共同纳入损失函数, 为神经网络解空间引入了物理约束<sup>[10,11]</sup>。已有研究已将 PINN

应用于低温等离子体方程求解、电子 Boltzmann 方程、直流放电、辉光放电以及源项强耦合问题<sup>[12,13]</sup>。

现有 PINN 方法直接用于 RF-CCP 多放电条件推理时仍存在限制。经典 PINN 多针对单一初始-边界条件或单一物理参数下的定解问题进行训练；当压强或驱动电压变化时，往往需要重新采样配置点并再次训练或微调网络<sup>[14-17]</sup>。深度算子网络、傅里叶神经算子等算子学习方法可以学习参数化偏微分方程的解算子，在跨初始条件、边界条件或系统参数预测方面具有优势<sup>[18-20]</sup>。但是，RF-CCP 放电同时包含多物理量强耦合、射频周期振荡、鞘层高梯度结构和吸收壁通量边界，如何在多放电条件推理中同时保持计算效率和方程一致性，仍需要进一步研究。

参数化物理信息神经网络为解决这一问题提供了可行思路。已有工作将决定问题设置、方程系数或外部控制量的参数引入 PINN 输入端，使单一网络近似一类参数相关问题的解，而不是为每组参数分别训练独立模型<sup>[21-23]</sup>。对于本文研究的 RF-CCP，在气体组分、反应集合、放电几何和流体控制方程保持不变时，压强  $P$  和射频电压幅值  $V_0$  主要通过中性粒子密度、输运系数、碰撞源项、鞘层电势和边界驱动改变放电状态。因此，不同  $P$  和  $V_0$  下的流体解可以被视为同一物理模型在不同外部控制参数下的参数化时空解族。

基于上述思想，本文构建面向 RF-CCP 多放电条件快速推理的参数化物理信息神经网络。模型以空间坐标、时间坐标、气体压强和射频电压幅值为输入，在连续性方程、电子能量方程、Poisson 方程、通量、边界条件和稀疏流体参考数据的共同约束下，学习从  $(x, t, P, V_0)$  到电子密度、正离子密度、电势和电子能量密度的参数化映射关系。模型可对未见过的  $(P, V_0)$  放电条件组合直接给出相应时空场预测。本文论文结构安排如下：第 2 节介绍了参数化物理信息神经网络的 (P-PINN) 模型，第 3 节展示了参数物理信息神经网络对射频容性耦合 He 和 Ar 放电的模拟和预测，分析了与流体计算以及纯数据驱动驱动神经网络差异，第 4 节为结论。

## 2 模型与方法

### 2.1 RF-CCP 流体模型

射频容性耦合等离子体的时空演化由漂移-扩散流体模型描述。本文考虑一维平行板 RF-CCP 放电区域  $x \in [0, L]$ ，其控制方程可写为：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma_e &= S_e, & \Gamma_e &= -\mu_e n_e \mathbf{E} - D_e \nabla n_e \\
 \frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma_i &= S_i, & \Gamma_i &= \mu_i n_i \mathbf{E} - D_i \nabla n_i \\
 \frac{\partial \omega_e}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma_{\omega_e} &= -\mathbf{E} \cdot \Gamma_e - P_{\text{coll}}, & \Gamma_{\omega_e} &= -\frac{5}{3} \mu_e \omega_e \mathbf{E} - \frac{5}{3} D_e \nabla \omega_e \\
 \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{e}{\varepsilon_0} \left( \sum_i n_i - n_e \right), & \mathbf{E} &= -\nabla \phi.
 \end{aligned} \tag{1}$$

式中,  $e$  为元电荷,  $S_e = S_i = k_{ion}(\bar{\varepsilon})n_e N_M$ , 其中  $N_M = p/(k_B T_e)$ ,  $\bar{\varepsilon} = \omega_e/n_e = (3k_B T_e)/2$ 。电子碰撞能量损失项  $P_{coll} = \sum_j k_j(\bar{\varepsilon})n_e N_M \Delta\varepsilon_j$  表示电子在与中性原子发生弹性及非弹性碰撞时损失的能量, 其中  $k_j(T_e)$  为反应系数  $\int_0^\infty \sigma_j(\varepsilon)v(\varepsilon)f_M(\varepsilon;T_e)d\varepsilon$ ,  $\Delta\varepsilon_j$  为该碰撞过程对应的平均能量损失,  $\sigma_j(\varepsilon)$  为碰撞截面,  $v(\varepsilon)$  为电子速度,  $f_M(\varepsilon;T_e)$  为 Maxwellian 电子能量分布函数。电子迁移率  $\mu_e = e/(m_e \nu_e)$ , 其中  $\nu_e$  是电子动量传递碰撞频率, 电子扩散系数  $D_e$  通过 Einstein 关系计算。离子迁移率  $\mu_{i,j} = 0.514m_{i,j}^{-0.5}\alpha_j^{-0.5}T_{gas}/P_{tot}$ , 其中  $\mu_{i,j}$  代表离子  $i$  在背景气体  $j$  中的迁移系数,  $m_{i,j}$  是离子与背景气体的约化质量,  $\alpha$  为背景气体  $j$  的极化率<sup>[24]</sup>, 相应的离子扩散系数  $D_i$  按 Einstein 关系给出。上述控制方程的边界条件设置如下:

$$\begin{aligned} \phi(0, t) &= 0, & \phi(L, t) &= V_0 \sin(2\pi f t), \\ \partial_n \Gamma_{i, \text{wall}} &= 0, & \mathbf{n} \cdot \Gamma_{e, \text{wall}} &= \frac{1}{2} v_{e, \text{th}} n_e, & \mathbf{n} \cdot \Gamma_{\omega_e, \text{wall}} &= \frac{5}{6} v_{e, \text{th}} \omega_e \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $v_{e, \text{th}} = \sqrt{(16e\omega_e)/(3\pi m_e n_e)}$ ,  $m_e$  为电子质量。本文分别考虑 He 和 Ar 两个固定气体体系, 涉及的化学反应如表 1 所示。放电的驱动频率设置为 13.56MHz, 放电间距  $L$  设置为 3cm。

表 1: He 和 Ar 放电模型中采用的电子碰撞反应

Table 1. Electron-impact reactions used in the He and Ar discharge models

| 气体类型 | 反应方程                                         | 反应类型 | 参考文献 |
|------|----------------------------------------------|------|------|
| He   | $\text{He} + e \rightarrow \text{He} + e$    | 弹性碰撞 | [25] |
| He   | $\text{He} + e \rightarrow \text{He}^+ + 2e$ | 电离反应 | [25] |
| Ar   | $\text{Ar} + e \rightarrow \text{Ar} + e$    | 弹性碰撞 | [25] |
| Ar   | $\text{Ar} + e \rightarrow \text{Ar}^+ + 2e$ | 电离反应 | [25] |

## 2.2 参数化 PINN 计算模型

物理信息神经网络 (physics-informed neural network, PINN) 是通过将控制方程、初始条件、边界条件以残差形式嵌入损失函数中, 使网络在训练过程中同时满足数据约束和物理约束下的计算方法。对于 RF-CCP 放电问题, 传统 PINN 通常以空间坐标  $x$  和时间  $t$  作为输入, 以电子密度、离子密度、电子能量密度和电势等物理量作为输出。该方法在给定放电条件下可以获得等离子的解函数, 但当气压、驱动电压等放电参数发生变化时, 通常需要重新训练网络, 计算代价较高。本文构建参数化物理信息神经网络 (parameterized physics-informed neural network, P-PINN), 除了以空间坐标和时间坐标作为神经网络输

入以外，放电控制参数气压和电压也作为神经网络端的输入，神经网络架构图如图1所示，数学形式如下：

$$\hat{\mathbf{u}}_\theta(x, t, p, V_0) = (n_e, n_i, \phi, \omega_e, \Gamma_i, \Gamma_e, \Gamma_{\omega_e}, E)^T, \quad (3)$$

$\hat{\mathbf{u}}_\theta$  表示神经网络， $\theta$  为神经网络训练权重，电子密度、离子密度、电势、电子能量密度、通量和电场为神经网络的输出量。本文的神经网络架构由主神经网络和参数编码子网络两部分联合构成。主神经网络负责输入时空坐标，参数编码子网络负责输入气压  $p$  和电压  $V_0$  两参数，随后，参数编码子网络经过多层神经元以后接入主神经网络。

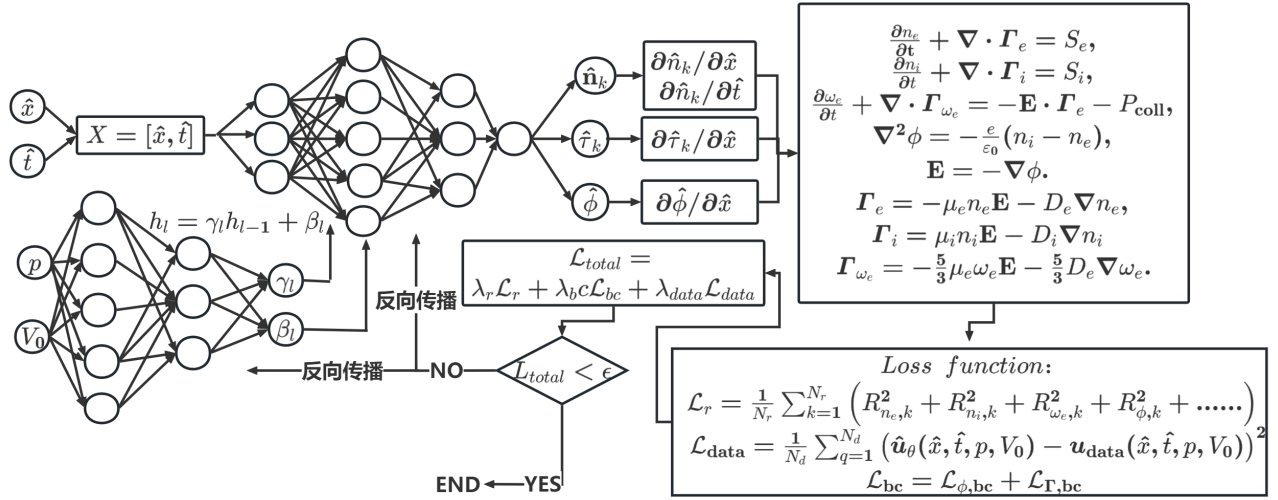


图 1: 参数化物理信息神经网络 P-PINN 的整个训练流程，从输入到输出，自动计算微分和损失，最后反向传播更新参数。

Fig. 1. Training workflow of the P-PINN, covering input/output processing, automatic differentiation, loss evaluation, and parameter updates.

参数化 PINN 总损失函数由流体方程组、边界条件和数据约束损失构成，数学形式如下

$$\mathcal{L} = w_r \mathcal{L}_r + w_{bc} (\mathcal{L}_{bc,\phi} + \mathcal{L}_{bc,\Gamma}) + w_{data} \mathcal{L}_{data}$$

$$\mathcal{L}_r = \frac{1}{N_r} \sum_{k=1}^{N_r} \left( R_{n_e}^2 + R_{n_i}^2 + R_{\omega_e}^2 + R_{\phi}^2 + R_{\Gamma_i}^2 + R_{\Gamma_e}^2 + R_{\Gamma_{\omega_e}}^2 + R_E^2 \right). \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R_{n_e} &= \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_e - S_e, & R_{\Gamma_e} &= \mathbf{\Gamma}_e + \mu_e n_e \mathbf{E} + D_e \nabla n_e \\ R_{n_i} &= \frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_i - S_i, & R_{\Gamma_i} &= \mathbf{\Gamma}_i - \mu_i n_i \mathbf{E} + D_i \nabla n_i \\ R_{\omega_e} &= \frac{\partial \omega_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_{\omega_e} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{\Gamma}_e + P_{coll}, & R_{\Gamma_{\omega_e}} &= \mathbf{\Gamma}_{\omega_e} + \frac{5}{3} \mu_e \omega_e \mathbf{E} + \frac{5}{3} D_e \nabla \omega_e \\ R_{\phi} &= \mathbf{E} + \nabla \phi, & R_E &= \nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{e}{\epsilon_0} \left( \sum_i n_i - n_e \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathcal{L}_{bc,\phi} = \frac{1}{N_{bc}} \sum_{j=1}^{N_{bc}} \left[ \phi(0, t, p, V_0)^2 + (\phi(L, t, p, V_0) - V_0 \sin(2\pi f t))^2 \right]. \quad (6)$$

$$\mathcal{L}_{bc,\Gamma} = \frac{1}{N_{bc}} \sum_{j=1}^{N_{bc}} \left[ (\partial_n \Gamma_{i,wall})^2 + \left( \Gamma_{e,wall} - \frac{1}{2} v_{e,th} n_e \right)^2 + \left( \Gamma_{\omega_e,wall} - \frac{5}{6} v_{e,th} \omega_e \right)^2 \right]. \quad (7)$$

$$\mathcal{L}_{data} = \frac{1}{N_d} \sum_{q=1}^{N_d} (\hat{\mathbf{u}}_\theta(x, t, p, V_0) - \mathbf{u}_{data}(x, t, p, V_0))^2. \quad (8)$$

其中,  $\mathcal{L}_r$ 、 $\mathcal{L}_{bc}$  和  $\mathcal{L}_{data}$  分别表示控制方程、边界条件和数据损失,  $w_r$ 、 $w_{bc}$  和  $w_{data}$  为对应损失项的权重系数。  $N_r$ 、 $N_{bc}$  和  $N_d$  分别为 PDE、边界和数据采样点的数量。  $R_{n_e}$ 、 $R_{n_i}$ 、 $R_{\omega_e}$ 、 $R_\phi$ 、 $R_E$ 、 $R_{\tau_e}$ 、 $R_{\tau_i}$  和  $R_{\tau_{\omega_e}}$  分别对应电子连续性方程、离子连续性方程、电子能量方程、电势-电场关系、Poisson 方程以及电子、离子和电子能量通量本构关系的方程残差。  $\mathcal{L}_{bc,\phi}$  和  $\mathcal{L}_{\Gamma,bc}$  分别是电势边界和通量边界的损失。数据损失中,  $\mathbf{u}_{data}$  为利用 COMSOL 求解流体模型所得的参考解。训练时, 采用时空均匀随机采样的方式, 从每组放电工况下的参考解中抽取 1% 的数据作为真值。

损失函数使用 AdamW 优化器进行优化。AdamW 根据梯度的一阶和二阶矩估计自适应调整参数更新步长, 同时引入权重衰减以抑制过拟合 [26]。训练过程持续迭代, 直至总损失趋于收敛。本文采用相对  $L_2$  误差来度量神经网络计算的各物理量的精度, 公式如下:

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\|u - \hat{u}\|_2}}{\sqrt{\|u\|_2}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_t} (u(x_i, t_j) - \hat{u}(x_i, t_j))^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_t} u(x_i, t_j)^2}} \quad (9)$$

其中  $u$  为流体模型参考解,  $\hat{u}$  为网络预测结果。

### 3 结果与讨论

#### 3.1 P-PINN 射频容性耦合 He 放电模拟

对于 He 放电体系, 参数化 PINN 的训练目标同时包含稀疏参考数据、边界条件和 RF-CCP 控制方程。训练曲线不仅反映网络对监督数据的拟合程度, 也反映粒子守恒、泊松方程、电子能量平衡和近壁通量条件是否真正参与了优化过程。图 2 给出了 He 体系训练过程中总损失、数据损失、边界损失和 PDE 残差损失的变化。从图 2 可以看出, 数据损失、边界损失和 PDE 损失损失在训练过程中均呈下降趋势, 并未出现数据损失下降而方程残差长期保持高数值的情况。总损失和数据损失由训练初期的  $10^6$  量级下降至  $10^1$  量级, 边界损失由  $10^3$ - $10^4$  量级下降至  $10^0$  量级, PDE 残差损失则由训练初期约  $10^5$  量级下降至  $10^2$  量级, 整体降低约三个数量级。对于包含粒子连续性方程、电子能量方程、泊松方程和通量本构关系的 RF-CCP 耦合方程组, 这种量级下降表明方程残差不是形式化地加入损失函数, 而是对网络预测各物理量形成有效约束。

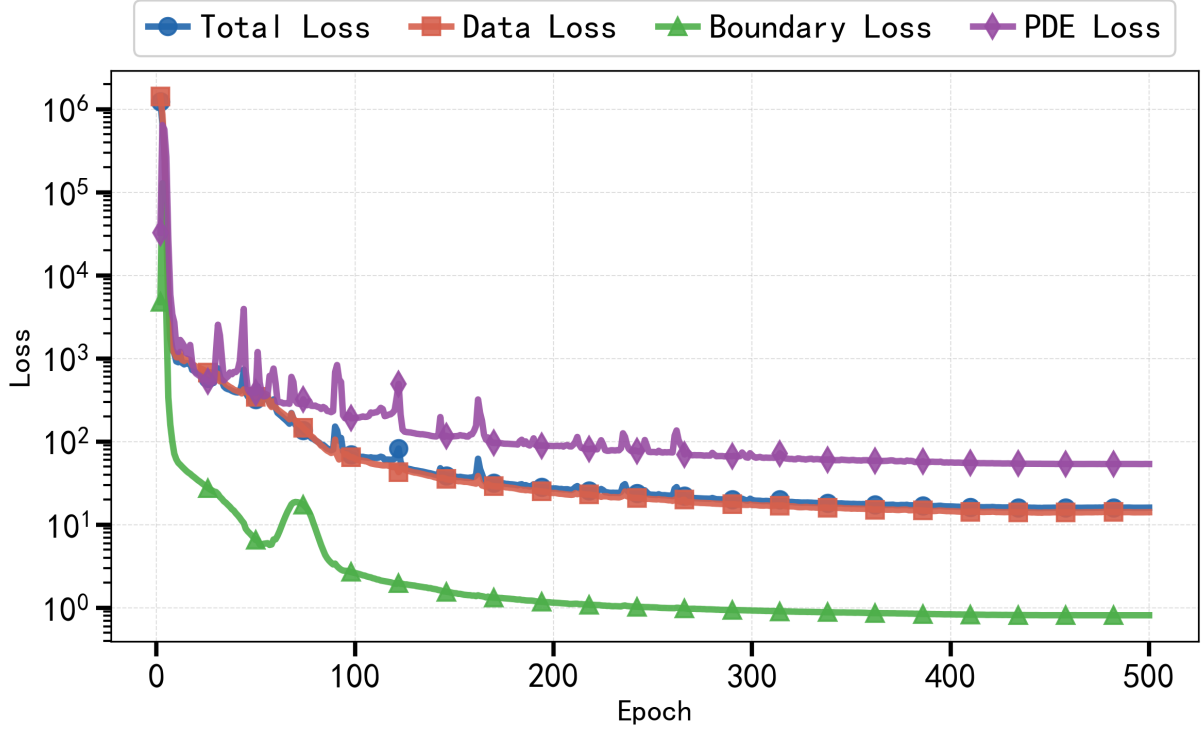


图 2: He 放电体系中参数化 PINN 的训练收敛过程。曲线分别表示总损失、数据损失、边界条件损失和控制方程残差损失。

Fig. 2. Training convergence of the parameterized PINN for the He discharge, showing total, data, boundary-condition, and residual losses versus epoch on a logarithmic scale.

图3展示了流体模型、参数化 PINN 以及数据驱动的神经网络模型在三种典型放电工况下射频容性耦合 He 等离子体中电子密度、离子密度、电势和电子能量密度的时空演化分布。从图可以看出，参数化 PINN 模型完整地展示了不同放电参数下射频容性耦合 He 放电的时空演化过程。电子密度和离子密度集中在放电间隙中部，并在靠近两侧电极的区域快速下降，特别是电子密度和电子能量密度的含时振荡物理过程被完整的再现。电势也随射频相位周期性变化，在边界区域形成明显的鞘层电势降。电子能量密度主要分布在体区及其邻近区域，并随压强和电压变化表现出不同的空间展宽和幅值大小。

与流体参考解相比，参数化 PINN 能较好恢复各物理量的时空演化。纯数据驱动模型也能够捕捉各物理量的时空演化分布，但在离子密度、电势等值线形态和电子能量密度时空分布上出现很明显的偏差。其原因在于电势必须通过泊松方程与局部电荷分离保持一致，电子能量密度又通过输运、加热和碰撞损失影响反应源项；仅依靠稀疏数据拟合时，各场量之间容易出现局部不自洽。参数化 PINN 通过连续性方程、电子能量方程、泊松方程和壁面边界条件共同约束四个主要物理量，使重构结果在各物量幅值和空间结构上更接近自洽的 RF-CCP 流体解。

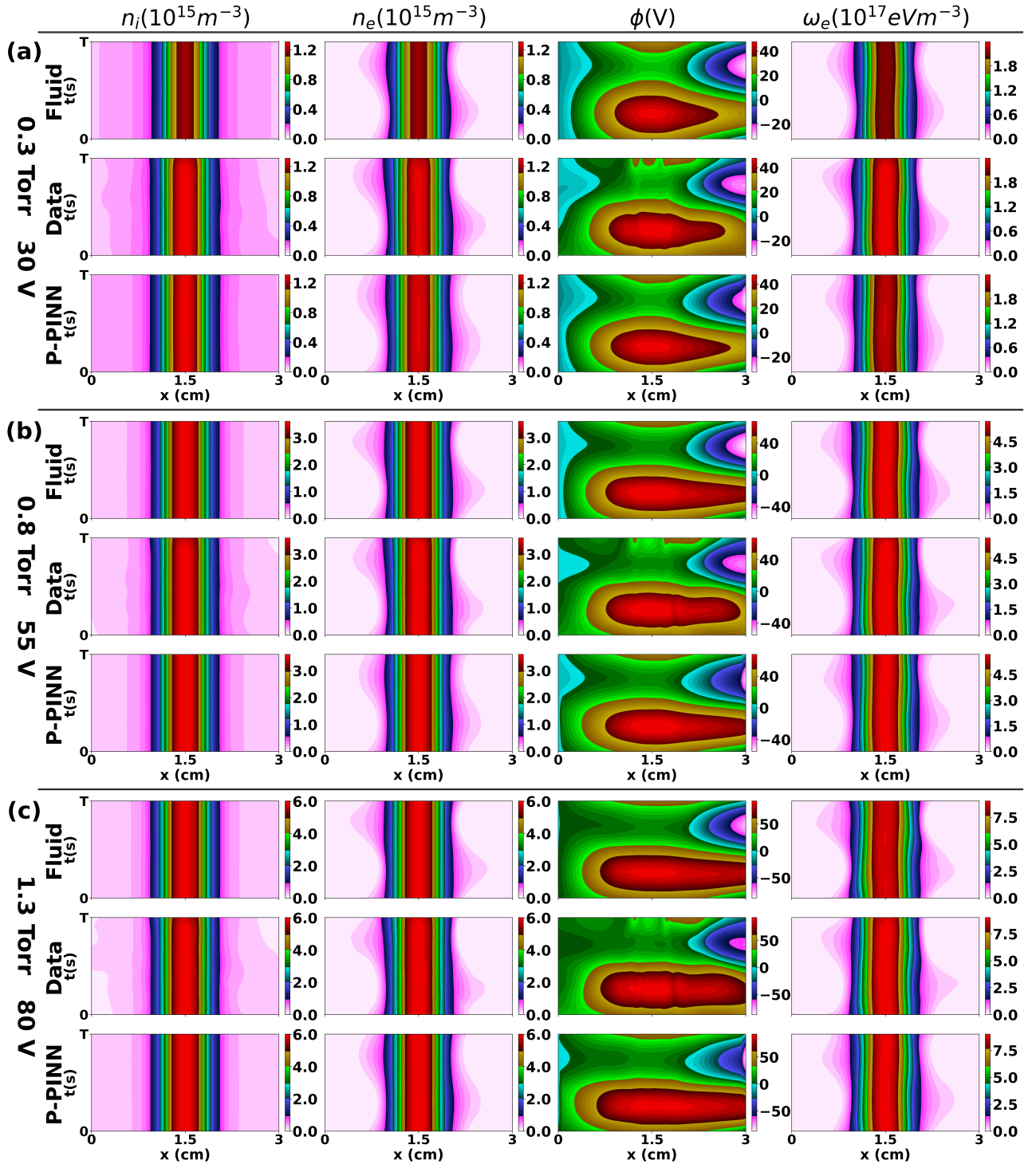


图 3: 参数化物理信息神经网络 P-PINN、纯数据驱动神经网络和流体模型计算得到的 He 放电中离子密度、电子密度、电势和电子能量密度的时空分布。三种放电参数分别为 (a)  $P = 0.3$  Torr,  $V = 30$  V; (b)  $P = 0.8$  Torr,  $V = 55$  V; (c)  $P = 1.3$  Torr,  $V = 80$  V。

Fig. 3. Spatiotemporal distributions of ion/electron density, electric potential, and electron energy density in the He discharge predicted by the P-PINN, data-driven NN, and fluid model under three conditions: (a)  $P = 0.3$  Torr,  $V = 30$  V; (b)  $P = 0.8$  Torr,  $V = 55$  V; and (c)  $P = 1.3$  Torr,  $V = 80$  V.

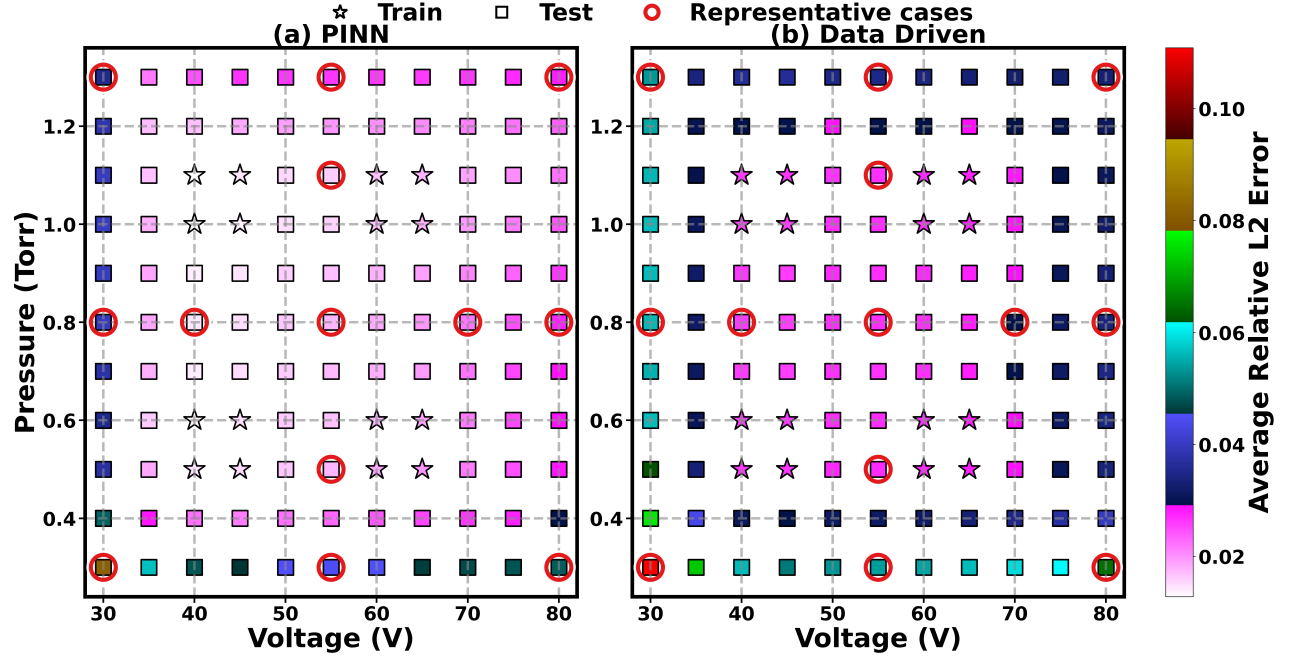


图 4: 在 He 放电气体中, 参数化 PINN (a) 与纯数据驱动模型 (b) 在压强-电压参数空间中计算的平均相对  $L_2$  误差分布。五角星表示训练放电参数, 方框表示推理放电参数, 颜色表示误差大小, 红色圆圈表示文中选取的典型放电工况位置。

Fig. 4. Averaged relative  $L_2$  inference errors of the parameterized PINN (a) and data-driven model (b) over the pressure-voltage space of the He discharge. Stars, squares, colors, and red circles denote training conditions, inference conditions, error magnitude, and selected representative cases, respectively.

上述代表放电只能反映少数典型放电工况上的重构效果。为进一步评估模型在整个压强-电压参数空间内的推理稳定性, 本文统计所有评价放电工况的平均相对  $L_2$  误差。平均误差定义为电子密度、离子密度、电势和电子能量密度四个物理量相对  $L_2$  误差的平均值。图 4 给出了 He 体系在压强-电压参数空间中的平均误差分布。图中五角星表示参与训练的放电工况, 正方形表示评价放电工况处的推理误差, 颜色表示平均相对  $L_2$  误差大小。为了突出物理约束的作用, 图中也给出了纯数据驱动模型的计算误差。从图 4 可以看出, 参数化 PINN 在压强-电压参数空间内整体保持较低的预测误差, 约 1.3%-8.11%, 而纯数据驱动模型的误差明显增大, 约 2.6%-11.09%。特别地, 在低压-低电压区域, 参数化 PINN 计算的四个物理量的平均相对误差最大值约 8.11%, 而纯数据驱动模型计算的平均相对误差可达 11.09%。二者的差异表明, 仅依赖有限放电工况下的监督数据时, 神经网络主要通过数据样本建立输入参数与等离子体场量之间的映射, 其推理结果缺少对粒子守恒、电势自洽和壁面通量等物理关系的直接约束。因此, 当压强和射频电压发生连续变化时, 纯数据驱动模型更容易产生与流体方程组不完全一致的物理量预测。相比之下, 参数化 PINN 在训练过程中同时引入连续性方程、电子能量方程、Poisson 方程以及边界条件残差, 使网络输出

不仅逼近已有数据，而且受到 RF-CCP 流体模型的约束。因而在未见过的放电参数上，参数化 PINN 模型仍能维持电子密度、离子密度、电子能量密度和电势之间的耦合关系，从而获得更低的推理误差。

表 2: He 放电中十个代表性未见放电条件下各物理量的相对  $L_2$  误差、四个物理量的平均相对误差和单一放电条件推理时间。一次完整离线训练耗时为 **32 min**，该时间不随表中单个工况变化。

Table. 2. Relative  $L_2$  errors of each physical quantity, average error over four quantities, and inference time for ten unseen He discharge cases. The offline training time was **32 min**, independent of the listed discharge conditions.

| Discharge conditions           | Relative $L_2$ Errors $n_i$ | Relative $L_2$ Errors $n_e$ | Relative $L_2$ Errors $\phi$ | Relative $L_2$ Errors $\omega_e$ | Four quantities average relative $L_2$ error | Infer time (ms) |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------------|----------------------------------------------|-----------------|
| 0.6torr40V                     | 2.4149e-03                  | 7.1684e-03                  | 2.4331e-02                   | 5.9470e-03                       | 9.9654e-03                                   | 2.0070e+01      |
| 0.5torr45V                     | 1.4486e-03                  | 7.4044e-03                  | 2.9233e-02                   | 6.6786e-03                       | 1.1191e-02                                   | 2.3649e+01      |
| 0.7torr60V                     | 3.7754e-03                  | 6.8884e-03                  | 3.1385e-02                   | 7.5122e-03                       | 1.2390e-02                                   | 1.7200e+01      |
| 1.1torr65V                     | 1.4942e-03                  | 6.6454e-03                  | 3.5285e-02                   | 8.1355e-03                       | 1.2890e-02                                   | 1.1852e+01      |
| 0.6torr70V                     | 7.1334e-03                  | 7.6969e-03                  | 3.7441e-02                   | 8.0480e-03                       | 1.5080e-02                                   | 1.2585e+01      |
| 1.2torr65V                     | 7.6796e-03                  | 7.9280e-03                  | 3.6806e-02                   | 1.1214e-02                       | 1.5907e-02                                   | 1.3497e+01      |
| 1.3torr40V                     | 1.7836e-02                  | 2.0131e-02                  | 2.1717e-02                   | 1.6968e-02                       | 1.9163e-02                                   | 9.9227e+00      |
| 0.6torr80V                     | 2.0193e-02                  | 9.9517e-03                  | 4.3477e-02                   | 1.1174e-02                       | 2.1199e-02                                   | 1.0839e+01      |
| 1.1torr30V                     | 4.0305e-02                  | 2.4015e-02                  | 4.0143e-02                   | 5.4767e-02                       | 3.9808e-02                                   | 1.0158e+01      |
| 0.3torr50V                     | 5.0361e-02                  | 3.8562e-02                  | 4.3975e-02                   | 4.1160e-02                       | 4.3515e-02                                   | 2.6470e+01      |
| Averaged across all conditions | 1.5264e-02                  | 1.3639e-02                  | 3.4379e-02                   | 1.7160e-02                       | 2.0111e-02                                   | 1.5624e+01      |

*Note.* “Four quantities average relative error” denotes the mean relative  $L_2$  error of the four physical quantities under the same discharge condition, i.e.,  $\bar{e}_c = (e_{n_i} + e_{n_e} + e_{\phi} + e_{\omega_e})/4$ . “Averaged across all conditions” denotes the mean value of each column over the ten unseen discharge conditions, i.e.,  $\bar{e} = 10^{-1} \sum_{c=1}^{10} e_c$ .

此外，He 放电体系中参数化 PINN 推理误差较高位置集中在低压强、低电压区域。低压强下电子平均自由程增大，电子能量输运更容易呈现非局域特征，而参数化 PINN 难以学习到低气压这种特征的变化

导致误差上升，在非局域动力学效应（如无碰撞加热、随机加热）占据主导的低气压下，流体方程已不足以描述真实的物理过程，此时基于流体方程组的 P-PINN 也存在很大的误差，需要借助粒子模型嵌入到 P-PINN 神经网络，实现更真实的代理仿真。同时，低电压弱放电条件下也对神经网络的推理提出了挑战。尽管如此，参数化 PINN 在该区域的误差仍整体低于纯数据驱动模型，说明物理方程和边界条件约束能够提高弱放电边界条件下的预测稳定性。

为了分析 He 体系中的误差来源，表 2 列出了十个典型工况下不同物理量的相对  $L_2$  误差、四个物理量平均相对  $L_2$  误差、平均多放电条件下四个物理的平均相对  $L_2$  误差、单次推理时间。注意，平均多放电条件下四个物理量的平均相对  $L_2$  误差定义为多个放电条件下四个物理量平均相对  $L_2$  误差的平均值。从表 2 可以看出，He 体系平均多放电条件下四个物理量平均相对  $L_2$  误差为 2.01%，平均单次推理时间为 15.62 ms。分变量统计显示，离子密度、电子密度、电势和电子能量密度在十个放电工况下的平均相对  $L_2$  误差分别为 1.53%、1.36%、3.44% 和 1.72%。可以看出参数化 PINN 的误差主要来自于电势误差。此外从计算效率看，训练完成后的单次推理时间保持在毫秒量级，远低于逐工况运行流体求解所需的时间。

### 3.2 P-PINN 射频容性耦合 Ar 放电模拟

本文进一步将参数化 PINN 用于 Ar 放电体系。图 5 给出了 Ar 体系中参数化 PINN 和纯数据驱动模型在低压低电压、中等压强电压和高压高电压三类代表性未见工况的推理结果，特别是考察位于参数空间边界或相邻训练样本约束较弱的工况（低压低电压和高压高电压工况），而非训练工况下的逐点拟合效果，其目的是考察模型在未参与训练的压强-电压组合下，是否仍能重构离子密度、电子密度、电势和电子能量密度的主要时空演化结构。与 He 体系相同的是，参数化 PINN 能够较好恢复各个物理量的时空分布，而纯数据驱动模型在电子密度、离子密度、电势、电子能量密度的时空分布出现更明显的偏差。

为进一步考察 Ar 体系中模型对压强-电压参数变化的推理能力，图 6 给出了四个物理量平均相对  $L_2$  误差在参数空间中的分布。从图 6 可以看出，参数化 PINN 计算的平均相对误差在 0.6%-12.3% 变化，大部分放电工况下平均相对误差处于 0.6%-2.9% 变化，而纯数据驱动神经网络模型计算的平均相对误差在 1.9% - 12.0% 变化，大部分放电工况下处于 1.9% - 3.0%。参数化 PINN 在 Ar 体系中的整体误差同样低于纯数据驱动模型，说明物理方程残差和边界条件残差同样能够改善 Ar 放电多工况推理的稳定性。这一结果与 He 体系中的结论一致。由此可知，参数化 PINN 可以迁移到其他放电体系中。

Ar 体系中误差相对较高放电工况主要位于参数空间边界，这一现象与 He 体系具有相似性。边界工况受到相邻训练样本的约束相对较少，因此推理难度高于参数空间内部区域。需要指出的是，即使在这些工况下，参数化 PINN 的误差仍整体低于纯数据驱动模型，表明流体方程和边界条件约束能够提高模型在 Ar 边界工况下的预测稳定性。

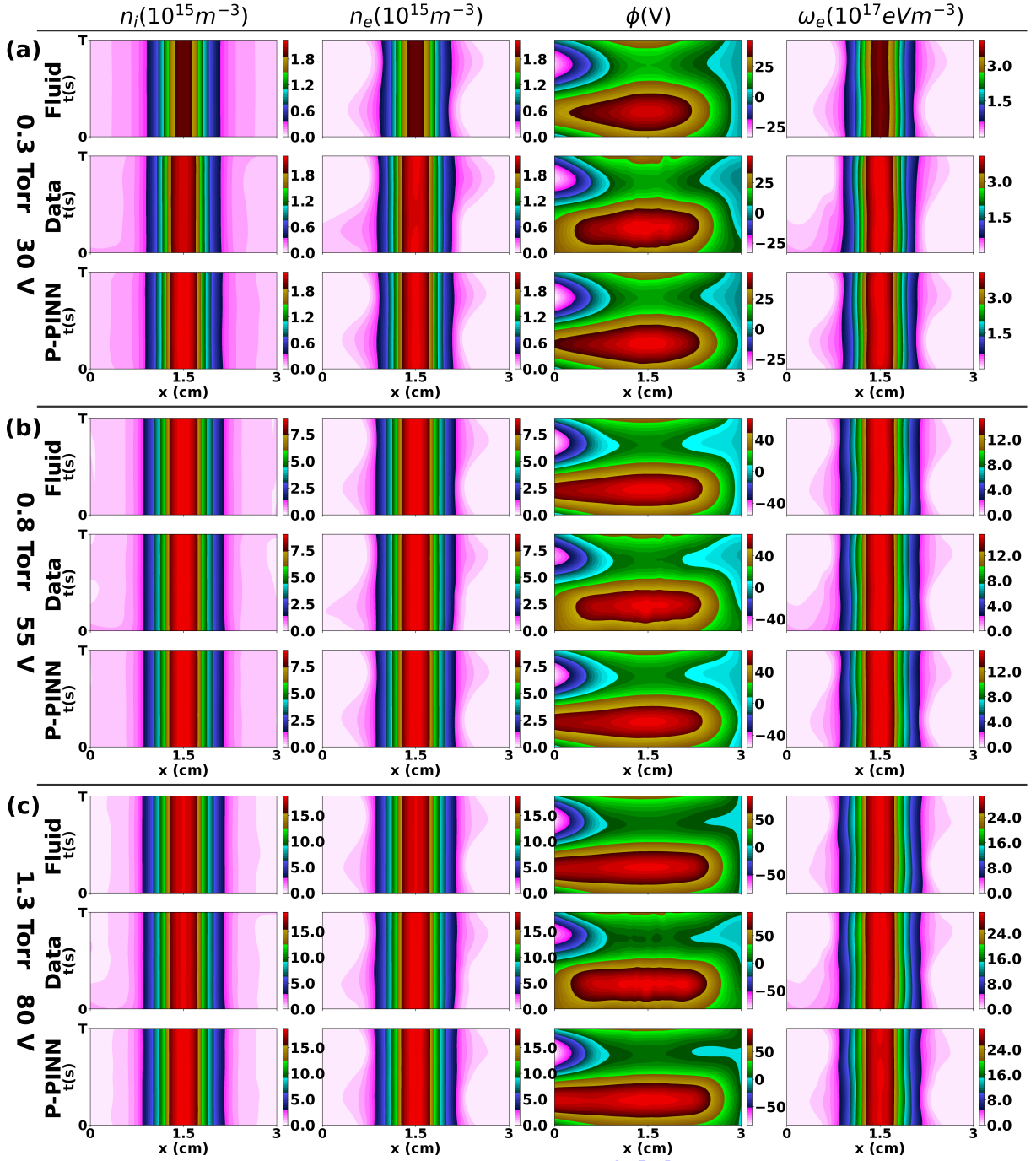


图 5: 参数化物理信息神经网络 P-PINN、纯数据驱动神经网络和流体模型计算得到的 Ar 放电中离子密度、电子密度、电势和电子能量密度的时空分布。三种放电参数分别为 (a)  $P = 0.3$  Torr,  $V = 30$  V; (b)  $P = 0.8$  Torr,  $V = 55$  V; (c)  $P = 1.3$  Torr,  $V = 80$  V。

Fig. 5. Spatiotemporal distributions of ion/electron density, electric potential, and electron energy density in the Ar discharge predicted by the P-PINN, data-driven NN, and fluid model under three conditions: (a)  $P = 0.3$  Torr,  $V = 30$  V; (b)  $P = 0.8$  Torr,  $V = 55$  V; and (c)  $P = 1.3$  Torr,  $V = 80$  V.

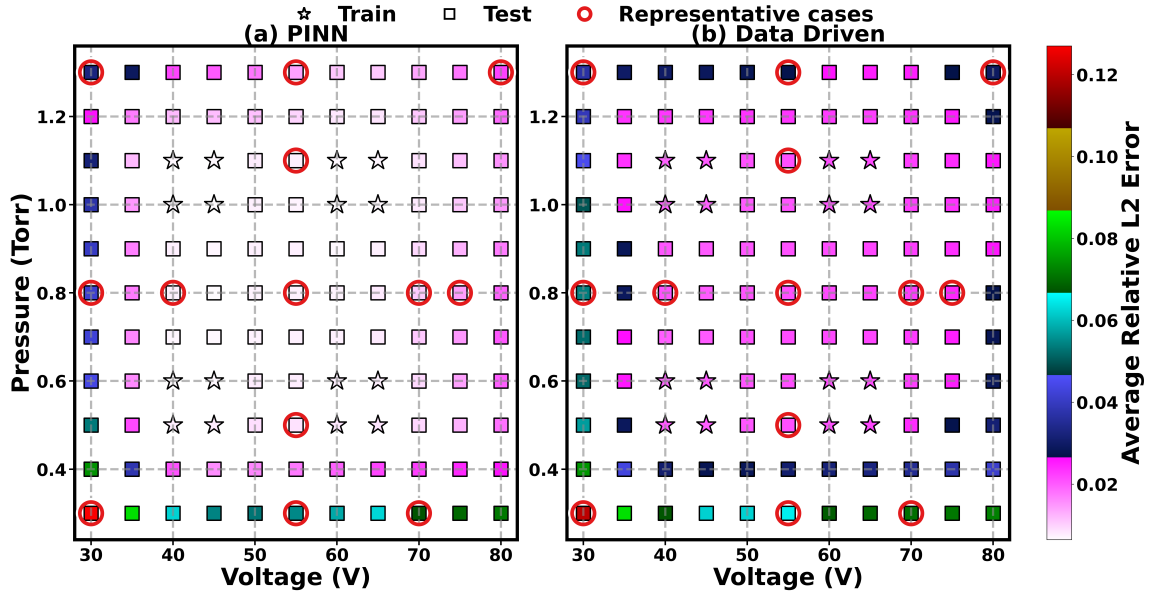


图 6: 在 Ar 放电气体中, 参数化 PINN (a) 与纯数据驱动模型 (b) 在压强-电压参数空间中的推理计算平均相对  $L_2$  误差分布。五角星表示训练工况, 方框表示推理工况, 颜色表示误差大小, 红色圆圈表示文中选取的典型放电参数位置。

Fig. 6. Averaged relative  $L_2$  inference errors of the parameterized PINN (a) and data-driven model (b) over the pressure-voltage space of the Ar discharge. Stars, squares, colors, and red circles denote training conditions, inference conditions, error magnitude, and selected representative cases, respectively.

表 3 列出了 Ar 体系十个典型工况下不同物理量的相对  $L_2$  误差、四场平均相对  $L_2$  误差、平均多放电参数下四场平均相对  $L_2$  误差, 单次推理时间以及该气体体系的训练时间。可以看出, P-PINN 在多数未见放电工况下均能保持较低误差, 平均多放电参数下的四个物理量的平均误差为 1.75%, 平均单次推理时间为 14.46 ms, 说明训练完成后的单一网络能够对不同压强和电压组合下的 Ar 放电进行快速推理。分变量显示, 离子密度、电子密度、电势和电子能量密度的平均误差分别为 1.55%、1.21%、2.65% 和 1.60%。不同物理量中, 电势误差依然表现出更高的误差水平。

综合 Ar 体系结果可以看出, P-PINN 在保持方程形式和训练框架不变的情况下, 能够适应不同于 He 的气体输运参数和反应动力学参数, 并在未见压强-电压组合上保持较好的推理精度。这说明该方法的主要作用不是构造某一特定气体的经验插值公式, 而是以 RF-CCP 流体方程组为约束, 建立外部工况参数到时空放电场量之间的近似映射。与传统逐工况流体计算相比, 训练完成后的参数化 PINN 可在毫秒量级完成单工况推理, 因而适合用于 Ar 放电参数空间的快速扫描和工况筛选。

表 3: Ar 放电中十个代表性未见放电条件下各物理量的相对  $L_2$  误差、四个物理量的平均相对误差和单一放电条件推理时间。一次完整离线训练耗时为 **31 min**，该时间不随表中单个工况变化。

Table 3. Relative  $L_2$  errors of each physical quantity, average error over four quantities, and inference time for ten unseen Ar discharge cases. The offline training time was **31 min**, independent of the listed discharge conditions.

| Discharge conditions           | Relative $L_2$ Errors $n_i$ | Relative $L_2$ Errors $n_e$ | Relative $L_2$ Errors $\phi$ | Relative $L_2$ Errors $\omega_e$ | Four quantities average relative $L_2$ error | Infer time (ms) |
|--------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------------------------------|----------------------------------------------|-----------------|
| 1.0torr30V                     | 3.4175e-02                  | 2.0149e-02                  | 6.1685e-02                   | 3.3028e-02                       | 3.7259e-02                                   | 1.1666e+01      |
| 0.6torr35V                     | 9.8550e-03                  | 1.4671e-02                  | 2.8789e-02                   | 1.0282e-02                       | 1.5899e-02                                   | 1.6985e+01      |
| 0.9torr40V                     | 6.6251e-03                  | 3.2829e-03                  | 1.5045e-02                   | 4.9326e-03                       | 7.4715e-03                                   | 1.0771e+01      |
| 0.3torr45V                     | 7.5340e-02                  | 4.6952e-02                  | 2.9753e-02                   | 6.5105e-02                       | 5.4287e-02                                   | 1.1586e+01      |
| 0.7torr45V                     | 1.5136e-03                  | 4.1553e-03                  | 1.6388e-02                   | 4.6850e-03                       | 6.6856e-03                                   | 1.9234e+01      |
| 1.3torr50V                     | 1.7441e-02                  | 1.2898e-02                  | 2.0665e-02                   | 1.9780e-02                       | 1.7696e-02                                   | 1.3465e+01      |
| 0.6torr55V                     | 1.5861e-03                  | 4.0783e-03                  | 2.0859e-02                   | 4.7365e-03                       | 7.8151e-03                                   | 1.7005e+01      |
| 1.1torr65V                     | 2.1803e-03                  | 2.7985e-03                  | 1.8103e-02                   | 5.1077e-03                       | 7.0473e-03                                   | 1.3889e+01      |
| 0.5torr70V                     | 2.0690e-03                  | 5.5067e-03                  | 2.6028e-02                   | 5.0423e-03                       | 9.6615e-03                                   | 1.5611e+01      |
| 1.1torr75V                     | 4.2391e-03                  | 6.9719e-03                  | 2.8035e-02                   | 6.8899e-03                       | 1.1534e-02                                   | 1.4426e+01      |
| Averaged across all conditions | 1.5502e-02                  | 1.2146e-02                  | 2.6535e-02                   | 1.5959e-02                       | 1.7536e-02                                   | 1.4464e+01      |

## 4 结论

本文构建了一维射频容性耦合 He 和 Ar 等离子体的参数化物理信息神经网络模型，实现了将神经网络的函数逼近能力与流体方程所描述的粒子、能量守恒以及物理运输过程的物理约束结合。He 和 Ar 放电计算表明，参数化 PINN 能够在未知放电条件下较好重构 RF-CCP 的放电状态，包括电子密度、离子密度、电势以及电子能量密度的时空演化分布，展现了等离子体放电运输过程。与纯数据驱动神经网络相比，参数化 PINN 在压强-电压参数空间内具有更低的四场平均相对  $L_2$  误差，而且在十个典型未见 He

和 Ar 放电条件中，平均多放电条件下的四场平均相对  $L_2$  误差分别为 2.01% 和 1.75%，单一放电条件推理时间分别约为 15.6 ms 和 14.5 ms。这表明该方法在保持主要物理约束的同时，能够快速给出 RF-CCP 多放电条件参数扫描的推理结果。在 He 和 Ar 放电体系中，参数化 PINN 推理误差较高位置集中在低压强、低电压区域。低压强下电子平均自由程增大，电子能量输运更容易呈现非局域特征，而参数化 PINN 难以学习到低气压这种特征变化，导致误差上升。同时，低电压弱放电条件下也对神经网络的推理提出了挑战。尽管如此，参数化 PINN 在该区域的误差仍整体低于纯数据驱动模型。本文证明了参数化 PINN 在射频等离子体多场耦合中的可行性，其优势将在未来扩展至二维/三维复杂几何结构以及进行海量工艺窗口测算时将得到充分体现。而且，本文以流体模型参考解作为基准，未来当该方法面向具体实验装置或复杂工艺预测时，还需要进一步与实验诊断、PIC/MCC 模拟或更复杂流体模型进行交叉验证。此外，参数化 PINN 模型向工业界真实反应体系迁移时，方程的源项非线性增强、方程组的刚性增加，P-PINN 训练面临的各残差项量级差异扩大、梯度方向冲突等困难，可采用自适应损失权重动态调节或者采用渐进式训练，保证训练稳定。本文工作也表明，将神经网络与 RF-CCP 流体控制方程、边界条件和稀疏高保真数据相结合，可以在保持主要物理约束的同时显著提高多放电条件参数扫描的推理效率，为等离子体快速模拟和工艺窗口分析提供一种新的解决方案。

## 参考文献

- [1] Lieberman M A, Lichtenberg A J 2005 *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*. 2nd edn. (Hoboken, NJ: John Wiley & Sons), pp 1–22
- [2] Chabert P, Braithwaite N 2011 *Physics of Radio-Frequency Plasmas* (Cambridge, UK: Cambridge University Press), pp 3–8
- [3] Boeuf J P 1987 *Phys. Rev. A* **36** 2782
- [4] Kushner M J 2009 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42** 194013
- [5] Turner M M, Derzsi A, Donkó Z, Eremin D, Kelly S J, Lafleur T, Mussenbrock T 2013 *Phys. Plasmas* **20** 013507
- [6] Alves L L, Marques L 2012 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **54** 124012
- [7] Li J Z, Zhao M L, Zhang Y R, Gao F, Wang Y N 2025 *Comput. Phys. Commun.* **307** 109392
- [8] Kambara M, Kawaguchi S, Lee H J, Ikuse K, Hamaguchi S, Ohmori T, Ishikawa K 2023 *Jpn. J. Appl. Phys.* **62** SA0803

- [9] Li J Y, Jiang X Z, He Q, Zhang Y F, Wu T, Jiang S Z, Song Y H, Jia W Z 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 235205 (in Chinese) [李靖宇, 蒋星照, 何倩, 张逸凡, 吴桐, 姜森钟, 宋远红, 贾文柱 2025 物理学报 **74** 235205]
- [10] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E 2019 *J. Comput. Phys.* **378** 686
- [11] Karniadakis G E, Kevrekidis I G, Lu L, Perdikaris P, Wang S, Yang L 2021 *Nat. Rev. Phys.* **3** 422
- [12] Zhong L L, Wu B Y, Wang Y F 2022 *Phys. Fluids* **34** 087116
- [13] Fang Z, Pan Y Q, Dai D, Zhang J B 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 145201 (in Chinese) [方泽, 潘泳全, 戴栋, 张俊勃 2024 物理学报 **73** 145201]
- [14] Li W K, Zhang Y T 2025 *Phys. Fluids* **37** 077159
- [15] Wang Y Z, Bai J S, Eshaghi M S, Anitescu C, Zhuang X Y, Rabczuk T, Liu Y H 2025 arXiv:2502.00782 [cs.LG]
- [16] Prantikos K, Chatzidakis S, Tsoukalas L H, Heifetz A 2023 *Sci. Rep.* **13** 16840
- [17] Liu Y, Liu W, Yan X, Guo S, Zhang C a 2023 *J. Comput. Phys.* **490** 112291
- [18] Lu L, Jin P Z, Pang G F, Zhang Z Q, Karniadakis G E 2021 *Nat. Mach. Intell.* **3** 218
- [19] Li Z Y, Kovachki N, Azizzadenesheli K, Liu B, Bhattacharya K, Stuart A, Anandkumar A 2021 In *International Conference on Learning Representations (ICLR)*, Virtual Conference, May 3–7
- [20] Wang S F, Wang H W, Perdikaris P 2021 *Sci. Adv.* **7** eabi8605
- [21] Kovacs A, Exl L, Kornell A, Fischbacher J, Hovorka M, Gusenbauer M, Breth L, Oezelt H, Yano M, Sakuma N, Kinoshita A, Shoji T, Kato A, Schrefl T 2022 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **104** 106041
- [22] Cho W, Jo M, Lim H, Lee K, Lee D, Hong S, Park N 2024 In *Proceedings of the 41st International Conference on Machine Learning (ICML)*, Vienna, Austria, July 21–27, 2024, p8510
- [23] Liu K, Luo K, Cheng Y Z, Liu A X, Li H C, Fan J R, Balachandar S 2024 *Int. J. Multiphase Flow* **180** 104937
- [24] De Bleeker K, Bogaerts A, Gijbels R, Goedheer W 2004 *Phys. Rev. E* **69** 056409

- [25] Pancheshnyi S, Biagi S, Bordage M C, Hagelaar G J M, Morgan W L, Phelps A V, Pitchford L C 2012 *Chem. Phys.* **398** 148
- [26] Loshchilov I, Hutter F 2019 arXiv:1711.05101v3 [cs.LG]

录用稿件，非最终出版稿

# Parameterized physics-informed neural-network modeling of radio-frequency capacitively coupled He and Ar discharges constrained by fluid equations\*

WU Tong<sup>1)</sup># LI Jingyu<sup>1)</sup># Jiang Senzhong<sup>1)</sup> He Qian<sup>1)</sup> Jiang  
Xingzhao<sup>2)</sup> Huang Yufeng<sup>2)</sup> Zhang Yifan<sup>2)</sup> Song Yuanhong<sup>2)</sup> Jia  
Wenzhu<sup>1)</sup>†

1) (*College of Artificial Intelligence, Southwest University, Chongqing, 400715, China*)

2) (*Department of Physics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China*)

## Abstract

Radio-frequency capacitively coupled plasmas involve strongly coupled particle transport, electron energy transport, sheath dynamics, and self-consistent electric-field evolution. Conventional numerical simulations of the spatiotemporal plasma evolution at different gas pressures and applied radio-frequency voltage amplitudes require the fluid equations coupled with the Poisson equation to be solved separately for each operating condition. Consequently, the total computational cost increases with the number of operating conditions, making large-scale scans of the pressure-voltage parameter space for suitable discharge conditions time-consuming. This work aims to develop a fast surrogate model capable of predicting spatiotemporal plasma characteristics for pressure-voltage combinations not included in training. To this end, a parameterized physics-informed neural network (P-PINN) is constructed for one-dimensional He and Ar discharges between parallel plates separated by 3 cm and driven at 13.56 MHz. The network takes the spatial coordinate, time, gas pressure, and radio-frequency voltage amplitude as inputs and predicts four principal plasma quantities: the electron density, ion density, electric potential, and electron energy

---

\* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2025YFF0512000), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12475202), and the Space Application System of China Manned Space Program.

# These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: jiawenzhu@swu.edu.cn

The First Author. E-mail: 1224731967@qq.com

density. Its loss function combines sparse fluid-model reference data with the residuals of the electron and ion continuity equations, electron energy equation, Poisson equation, electric field-potential relation, drift-diffusion flux relations, and electrode boundary conditions. Only 1% of the spatiotemporal reference data from each training condition is used. Separate P-PINN models are trained for the He and Ar discharges and evaluated at pressure-voltage combinations absent from their respective training sets. The predicted spatiotemporal distributions agree closely with the fluid-model reference solutions. The models capture the periodic variations in electric potential, electron density, and electron energy density over a radio-frequency cycle, as well as the main spatial features of the discharge, including the concentration of charged particles in the plasma bulk, the rapid decrease in electron and ion densities near the electrodes, and the potential drops across the sheath regions. They also reproduce the changes in these distributions with gas pressure and radio-frequency voltage amplitude. Compared with neural networks trained using the same sparse data but without the equation and boundary residuals, the P-PINN models generally yield lower relative  $L_2$  errors over the evaluated parameter space, indicating closer agreement with the self-consistent fluid-model solutions. For each gas, ten representative conditions absent from the corresponding training set are evaluated. The mean relative  $L_2$  errors of ion density, electron density, electric potential, and electron energy density are 1.53%, 1.36%, 3.44%, and 1.72%, respectively, for He, and 1.55%, 1.21%, 2.65%, and 1.60%, respectively, for Ar. Averaging first over the four quantities and then over the ten conditions gives overall mean errors of 2.01% for He and 1.75% for Ar. The electric potential has the largest mean error in both gases, indicating that its reconstruction is the main source of error in the present models. After offline training, the average inference times for one discharge condition are 15.6 ms for He and 14.5 ms for Ar on the computational platform used. For both gases, relatively large errors occur mainly near the boundaries of the sampled parameter domain, particularly under low-pressure and low-voltage conditions. This behavior may be associated with the smaller number of neighboring training conditions near the parameter-space boundaries, which makes accurate inference more challenging. At sufficiently low pressure, the increased electron mean free path also enhances nonlocal electron kinetics, potentially limiting the physical validity of the underlying fluid model and, consequently, that of a surrogate constrained by this model. These results demonstrate that combining sparse fluid-model reference data with the fluid conservation and transport equations, the Poisson equation, and wall boundary conditions enables millisecond-scale prediction of spatiotemporal plasma characteristics. Within the validity range of the underlying fluid model, the proposed method can therefore provide an efficient surrogate for

rapid pressure-voltage parameter scans and analysis of discharge operating windows.

**Keywords:** radio-frequency capacitively coupled plasma; parameterized physics-informed neural network;

录用稿件，非最终出版稿