

基于 MO-PINN 二维圆柱绕流流场重构与时序预测研究*

叶鹏程¹⁾²⁾ 叶晨航¹⁾ 施瑶^{1)†} 何悦¹⁾ 黄桥高¹⁾ 潘光¹⁾

1) (西北工业大学航海学院, 西安 710072)

2) (西安天和海防智能科技有限公司, 西安 710119)

摘要: 物理信息神经网络 (Physics-Informed Neural Network, PINN) 通过嵌入物理方程, 在稀疏数据条件下实现流场精准重构, 适用于流体问题求解。针对 PINN 在流场重构中存在物理量耦合干扰严重、优化效率低, 时序预测能力不足的问题, 本文提出一种基于多通道输出的物理信息神经网络模型 (Multi-output PINN, MO-PINN)。MO-PINN 模型在输出层为各类物理量搭建独立输出通道, 并分别开展参数优化, 有效实现多物理量解耦。流场输入数据经由共享特征层提取后, 通过多通道输出分别映射得到对应物理量结果, 同步完成流场高精度重构与时序预测。以典型二维圆柱绕流为验证算例, 同传统 PINN 进行性能对比。数值结果表明: MO-PINN 流场重构精度提升 42.9%, 时序预测精度提升 26.9%, 复杂流动预测性能显著提升。

关键词: 多通道输出, 物理信息神经网络, 流场重构, 时序预测, 二维圆柱绕流

1 引言

计算流体力学 (Computational Fluid Dynamics, CFD) 是求解流体力学问题的核心数值手段, 通过离散网格求解纳维-斯托克斯方程 (Navier-Stokes equations, N-S equations), 实现对复杂流动现象的高精度模拟^[1]。历经数十年发展, CFD 技术已广泛应用于航空航天、船舶工程、环境水利等领域, 取得了快速进展。然而, 在复杂构型流场与高雷诺数流动问题中, 高质量网格生成困难且计算成本急剧增加, 严重制约了其在实际工程中的应用效能^[2]。

随着数据驱动方法的发展, 流体力学研究逐渐迈入数据机理与物理模型深度融合的全新发展阶段^[3]。深度学习方法拥有出色的非线性映射能力, 已普遍用于

*陕西省青年科技新星项目 (批准号: 2026RC-KJXX-119)、国家自然科学基金 (批准号: U21B2055, 52301387) 和中央高校基本科研业务费专项资金 (D5000250340) 资助的课题。

† 通信作者. E-mail: shiyao@nwpu.edu.cn

流场重构与时序预测等研究工作。Jin 等^[4]构建基于压力场融合的卷积神经网络模型（Convolutional Neural Network, CNN），在已知圆柱壁面压力分布的情况下，实现了不同雷诺数下圆柱绕流全场速度矢量的高精度预测。Kong 等^[5]通过 CNN 构建数据驱动的超分辨重构模型，利用风洞试验获得的纹影图像数据集开展模型训练，最终实现流场空间分辨率提升 16 倍。Peng 等^[6]使用深度卷积神经网络，构建几何形状和边界条件自适应的数据驱动代理模型，能够在复杂流动条件下完成流场快速预测。Zhang 等^[7]利用改进的深度学习方法，解决了稀疏数据下全域流场高精度重构难题，显著提升了圆柱尾流典型流动结构的还原精度。但是，上述传统深度学习方法未引入物理约束，建模过程缺乏可解释性，模型泛化性能与流场预测结果的物理一致性均存在较大局限^[3,8]。

为克服传统深度学习方法的不足，Raissi 等^[9]于 2019 年提出物理信息神经网络，通过将偏微分方程（Partial Differential Equations, PDE）嵌入损失函数，建立了数据驱动与物理约束相结合的统一框架。PINN 能够在有限数据条件下求解复杂偏微分方程，在流体力学领域展现出广泛应用潜力。Cao 等^[10]通过结合 PINN 与网格变换策略，精准捕捉亚声速翼型绕流内部强梯度过渡区的流动特征，实现全域流场高效学习与流动参数化问题的精准求解。Ji 等^[11]将准稳态假设引入 PINN 框架，有效降低系统的物理刚性，不仅实现物质浓度演化过程的精准表征与时序预测，更大幅降低模型训练损失值。陈旷奇等^[12]融合流场物理先验信息与稀疏采样数据，完成不同雷诺数工况下圆柱绕流全域流场及涡结构的高精度重构与时序预测。Chen 和 Zhang^[13]融合残差网络与 PINN，能够在数据噪声干扰条件下实现流体参数的高精度反演。Chen 等^[14]将通气率与空泡长度存在正相关的先验物理信息融入建模过程，将通气空泡长度的预测精度提升 54%。围绕 PINN 模型优化改进的相关研究，同样受到国内外学者广泛关注。韦昌等^[15]提出了基于龙格库塔法的多输出 PINN，通过引入并行输出结构从而扩展了对耦合 PDE 的求解能力。Gao 等^[16]将不规则物理域通过坐标变换映射到规则参考域，并结合 PINN 和边界条件约束，实现了不规则区域上参数化稳态 PDE 的无标签求解。Lu 等^[17]提出了结合不等式约束条件的 PINN，通过修改网络形式将边界条件嵌入网络结构，并使用增广拉格朗日方法，拓展了 PINN 在 PDE 约束逆向设计问题中的应用。

现有研究在损失函数、采样策略和网络结构等方面提升了 PINN 模型对流场重构与时序预测的精度，增强了 PINN 模型对流体反问题参数推演的能力，但目前对经典 PINN 的多层感知神经网络结构本身的改进缺乏深入研究，经典 PINN 通常采用共享的隐含层和单一输出层对多个物理量进行联合建模，使得各物理量共用同一权重矩阵^[18,19]。在反向传播过程中，不同物理量的梯度存在相互干扰，易引发训练不稳定和预测精度下降的问题。因此，本研究提出一种多通道输出的物理信息神经网络，通过在输出层为各物理量构建独立通道，实现参数解耦和独立优化，从网络结构层面缓解不同物理量之间的耦合干扰，通过二维圆柱绕流流场重构与时序预测验证其有效性。

2 算法原理与模型构建

2.1 PINN 模型

PINN 通过将偏微分方程、初始条件及边界条件作为物理约束嵌入损失函数，构建对偏微分方程问题的统一求解框架^[20]：

$$\begin{cases} \mathbf{u}_t + N[\mathbf{u}] = 0, \mathbf{x} \in \Omega, t \in [0, T] \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ B[\mathbf{u}] = 0, \mathbf{x} \in \partial\Omega \end{cases} \quad (1)$$

式中， $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 代表隐藏的解， $N[*]$ 是非线性微分算子， Ω 是定义的空间域， $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 是初始条件， $B[*]$ 是边界条件算子。

PINN 通过构建神经网络函数 $\hat{\mathbf{u}}_\theta(\mathbf{x}, t)$ 对真实解进行逼近，其中 θ 表示网络的参数，包含网络中每一层的权重 ω 和偏置项 b 。PINN 模型通过最小化损失函数实现参数优化，完成训练过程。损失函数由多项物理约束与数据误差构成^[21,22]，包括控制方程残差损失 L_{PDE} 、边界条件损失 L_{BC} 、初始条件损失 L_{IC} 以及监督点数据损失 L_{data} ：

$$L = L_{PDE} + L_{BC} + L_{IC} + L_{data} \quad (2)$$

$$L_{PDE}(\theta; P_{PDE}) = \frac{1}{N_{PDE}} \sum_{i=1}^{N_{PDE}} \left\| \frac{\partial \mathbf{u}_\theta(\mathbf{x}_{PDE}^i, t_{PDE}^i)}{\partial t} + N[\mathbf{u}_\theta(\mathbf{x}_{PDE}^i, t_{PDE}^i)] \right\|^2 (t, x, y) \quad (3)$$

$$L_{BC}(\theta; P_{BC}) = \frac{1}{N_{BC}} \sum_{i=1}^{N_{BC}} |B[\mathbf{u}_\theta(\mathbf{x}_{BC}^i, t_{BC}^i)]|^2 \quad (4)$$

$$L_{IC}(\theta; P_{IC}) = \frac{1}{N_{IC}} \sum_{i=1}^{N_{IC}} |u_{\theta}(x_{IC}^i, t_{IC}^i) - f(x_{IC}^i)|^2 \quad (5)$$

$$L_{data}(\theta; P_{Data}) = \frac{1}{N_{Data}} \sum_{i=1}^{N_{Data}} |u_{\theta}(x_D^i, t_D^i) - u(x_D^i, t_D^i)|^2 \quad (6)$$

PINN 通过最小化损失函数，能够在满足物理约束的同时逼近真实解，其网络结构如图 1 所示。该结构采用单一输出层对多个物理量进行联合建模，使得不同物理量在训练过程中共享网络参数。在反向传播阶段，各物理量对应的梯度信息相互耦合，易引发梯度干扰问题，不仅会降低模型训练的稳定性和精度，也限制了预测能力的进一步提升。

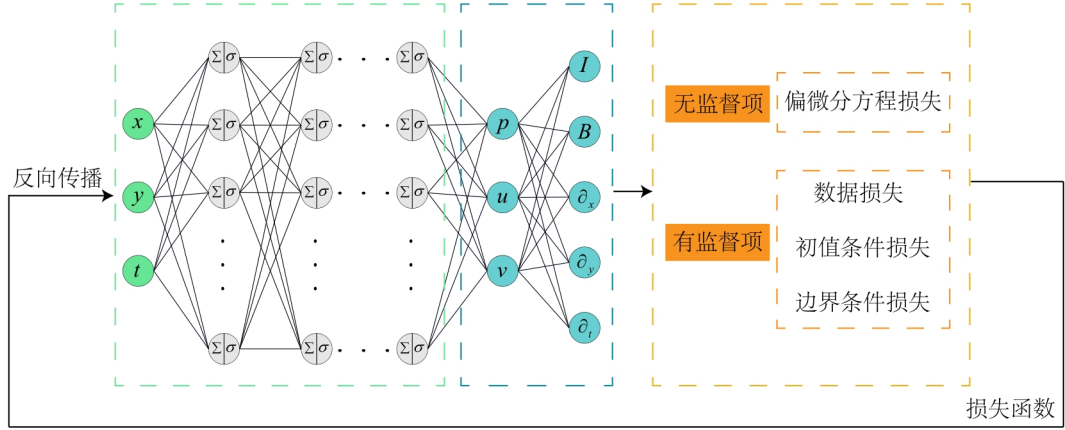


图 1 PINN 网络结构图

Fig.1. PINN network model

2.2 MO-PINN 模型

MO-PINN 在输出层为每个待预测物理量构建独立的输出通道。具体而言，在前向传播过程中，模型首先通过共享特征提取层对输入的时空坐标进行高维特征编码，然后在多通道输出层分别对不同物理量进行独立映射；而在反向传播阶段，各物理量对应的损失项仅作用于其所属通道参数，其网络结构如图 2 所示。

对于二维不可压缩流场问题，模型以时空坐标作为输入，输出压强与速度分量 $\hat{P}, \hat{U}, \hat{V}$ 。在经典 PINN 中，输出层采用统一映射形式：

$$[\hat{P}, \hat{U}, \hat{V}] = \sigma(W_{out} h_L + b_{out}) \quad (7)$$

其中， h_L 为最后一层隐藏层的输出， $\sigma(\cdot)$ 为激活函数， W_{out} 与 b_{out} 分别为输出层的权重矩阵与偏置向量。在 PINN 网络结构中，单一权重矩阵同时关联多个

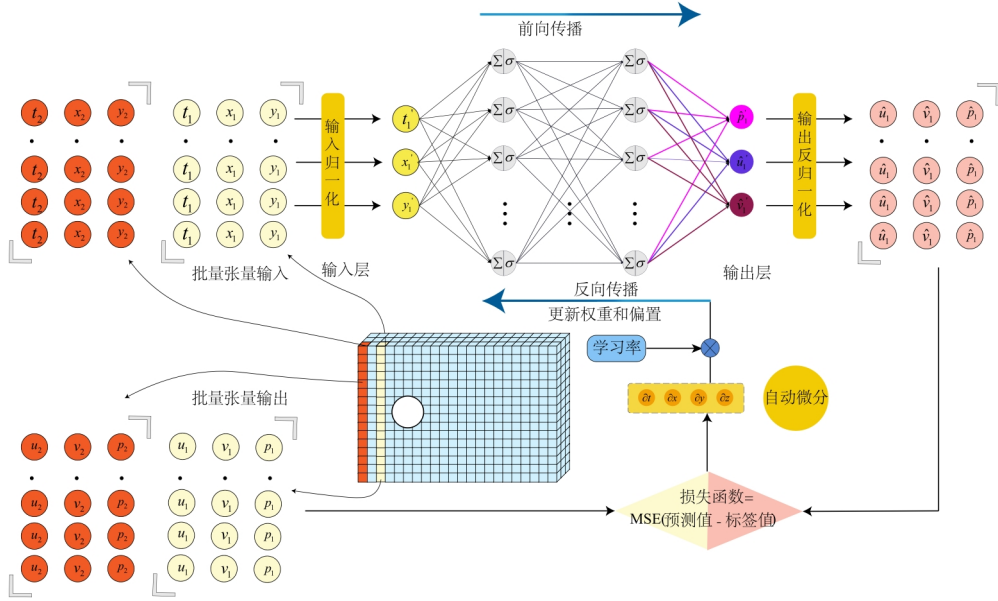


图 2 MO-PINN 网络结构图

Fig.2. MO-PINN network model

物理量，导致其在训练过程中共享梯度信息。与之不同，MO-PINN 在输出层引入多通道结构，各物理量的映射关系可表示为：

$$\begin{cases} \hat{P} = \sigma(W_{out}^p h_L + b_{out}^p) \\ \hat{U} = \sigma(W_{out}^u h_L + b_{out}^u) \\ \hat{V} = \sigma(W_{out}^v h_L + b_{out}^v) \end{cases} \quad (8)$$

式中，参数 W_{out}^p , W_{out}^u , W_{out}^v 和 b_{out}^p , b_{out}^u , b_{out}^v 分别是压强、 x 方向速度、 y 方向速度在输出通道的权重矩阵和偏置向量。3 个物理量 $\hat{P}$, $\hat{U}$, $\hat{V}$ 仍然共享特征提取层，但在输出层阶段，不同物理量使用各自独立的参数进行映射和优化。3 个物理量对应独立参数集合，梯度更新过程相互独立，从而显著降低梯度干扰，提高模型训练稳定性与预测精度。各通道参数梯度在优化过程中趋于正交，满足如下表达式：

$$\begin{cases} \nabla_{W_{out}^u} L \perp \nabla_{W_{out}^v} L \\ \nabla_{W_{out}^v} L \perp \nabla_{W_{out}^p} L \\ \nabla_{W_{out}^p} L \perp \nabla_{W_{out}^u} L \end{cases} \quad (9)$$

式中， $\nabla_{W_{out}^p} L$, $\nabla_{W_{out}^u} L$, $\nabla_{W_{out}^v} L$ 分别表示损失函数 L 在压强输出通道、 x 方向速度输出通道、 y 方向速度输出通道对权重参数 W_{out}^p , W_{out}^u , W_{out}^v 的梯度。在 MO-PINN 模型中，压强损失主要作用于压强输出通道的参数，速度损失主要作用于速度输出

通道的参数，从而降低了压强损失、速度损失在优化方向不一致时产生梯度冲突的可能性。

2.3 数据集构建

本文使用 OpenFOAM 对经典不可压缩二维圆柱绕流问题进行数值模拟求解，计算域和网格划分如图 3 所示。计算域的边界条件设置如下^[23]：入口为均匀速度入口，速度大小为 1 m/s；出口为压力出口，表压为 0；上下边界及圆柱表面为无滑移边界条件，速度为 0。求解器每隔 0.2 s 保存一次流场数据。计算时间域为 0 ~ 250 s，流体的运动粘性系数为 0.008 m²/s。

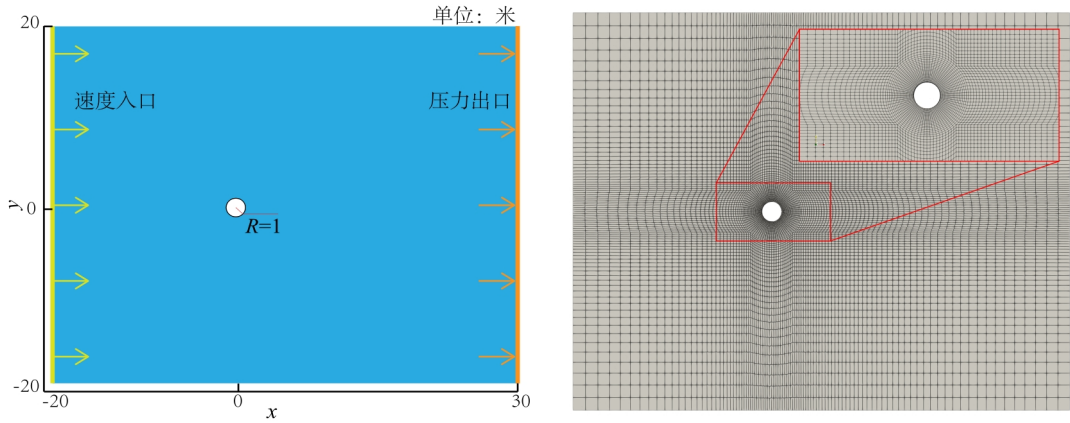


图 3 计算区域与网格划分图

Fig.3. Computational domain and mesh

采用 3 种不同疏密程度的网格进行无关性验证，计算对比圆柱表面受到的阻力系数 C_d 和升力系数 C_l ，结果如表 1 所示。

$$C_d = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho D U_0^2}, \quad C_l = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho D U_0^2} \quad (10)$$

式中， F_x 和 F_y 分别是圆柱受到的阻力和升力， ρ 为流体的密度， U_0 为入口速度， D 为圆柱直径。

细网格的计算结果 C_d 与 C_l 分别为 1.28 和 0.791，与基准值^[24]的误差分别为 3.0%和 0.6%；与之相比，粗网格的结果误差分别增加了 8.8%和 31.1%，计算精度难以满足要求；而精细网格的阻力系数和升力系数误差变化仅为 2.3%和 1.9%，计算结果已基本收敛。综合考虑计算精度与效率，选择细网格进行后续计算模拟。

表 1 网格无关性计算结果

Table 1. Mesh independence calculation results

	网格数量	平均网格尺寸/m	阻力系数	升力系数
粗网格	2300	0.869	1.16	0.537
细网格	9200	0.217	1.28	0.791
精细网格	13600	0.147	1.31	0.806
Franke ^[24]	/	/	1.32	0.786

由细网格计算得到的阻力和升力曲线如图 4 所示，分析可以发现，在 200 s 后流场中出现了周期性的涡脱落结构。因此本文选取时间在 200 ~ 210 s 的流场数据切片，即稳定后一个周期内的物理场，作为检验 MO-PINN 模型流场重构能力的数据集。同时选取时间在 210 ~ 220 s 的流场数据切片作为检验 MO-PINN 模型流场时序预测能力的数据集。

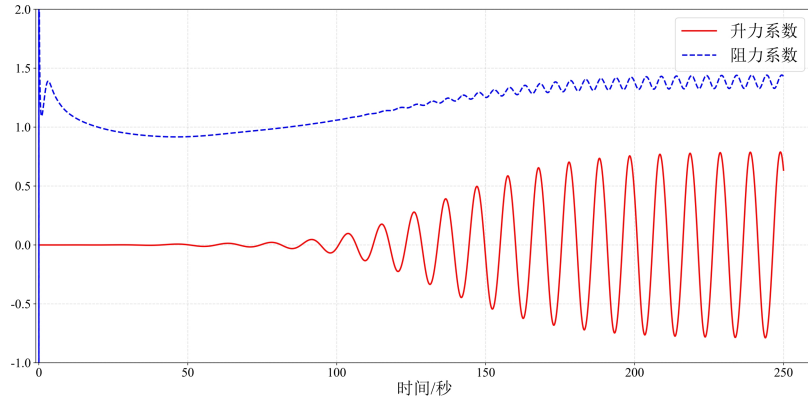


图 4 二维圆柱绕流周期性计算结果

Fig.4. Periodic calculation results of two-dimensional cylinder flow

3 MO-PINN 模型超参数分析

本文使用网格搜索策略分析 MO-PINN 模型超参数：训练轮次数量 $Epoch$ 、无监督采样点数量 N_{PDE} 、监督点采样策略 $Location$ 、网络宽度 N_{width} 和网络深度 N_{depth} 对流场重构结果的影响，具体参数见表 2。其它超参数与优化器的设置参考文献工作^[25]，其中边界点、初始点、物理方程配点使用均匀随机采样方法在网格中心点上确定，边界点、初始点的采样数量固定为 120 和 500。网络模型均采用 Adam 优化器进行参数更新，优化器初始学习率设为 0.001。训练过程中采用分段学习率衰减策略，在总训练步数的 80%和 90%处将学习率衰减为 0.1 倍。

表 2 工况参数对比

Table 2. Comparison of parameters for different cases

序号	$Epoch/万$	$N_{PDE}/千$	Location	N_{width}	N_{depth}
1	2, 4, 8, 10	1.5	H34	48	6
2	8	0.2, 0.5, 1.5, 2	H34	48	6
3	8	1.5	C34, W34, H34, H68	48	6
4	8	1.5	H34	16, 32, 48, 96	6
5	8	1.5	H34	48	2, 4, 6, 8

3.1 训练轮次数量影响分析

训练轮次数量 $Epoch$ 是决定 MO-PINN 模型优化程度与训练收敛性的核心超参数, 训练轮次不足会导致模型未完成最优参数寻优, 无法充分拟合流场的非线性特征与物理约束, 训练轮次过多则会增加计算时间成本。为探究 $Epoch$ 对 MO-PINN 模型性能的影响, 分别设置 $Epoch$ 为 20000、40000、80000、100000 开展实验, 对比结果如表 3 所示。表中, $Loss$ 表示模型总损失值, $Error_P$ 、 $Error_U$ 、 $Error_V$ 分别表示流场内压强 P 、 x 方向速度 U 和 y 方向速度 V 的预测误差值。

分析表 3 可知, 随着 $Epoch$ 增大, 模型总损失值和物理量 P 、 U 、 V 预测误差值均呈持续下降趋势。模型总损失值在 80000 轮次为 1.86×10^{-3} , 100000 轮次为 1.79×10^{-3} , 仅变化 3.8%, 已经趋于稳定。图 5 展示了物理量 P 、 U 、 V 预测误差值的分布云图, 分析可知 $Epoch$ 选用 20000 和 40000 时, 圆柱近尾流区及剪切层附近仍存在较明显的局部误差。当 $Epoch$ 增至 80000 后, 该区域的预测误差值已明显降低, 相较 100000 并无差异。综合考虑流场重构精度与计算时间成本, 确定 MO-PINN 模型的 $Epoch$ 为 80000。

表 3 参数 $Epoch$ 对 MO-PINN 模型性能影响Table 3. The impact of $Epoch$ on the performance of MO-PINN model

$Epoch/万$	$Loss/10^{-3}$	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
2	6.90	1.82	5.96	4.45
4	4.29	1.39	3.90	3.65
8	1.86	1.08	2.23	3.01
10	1.79	1.02	2.12	3.00

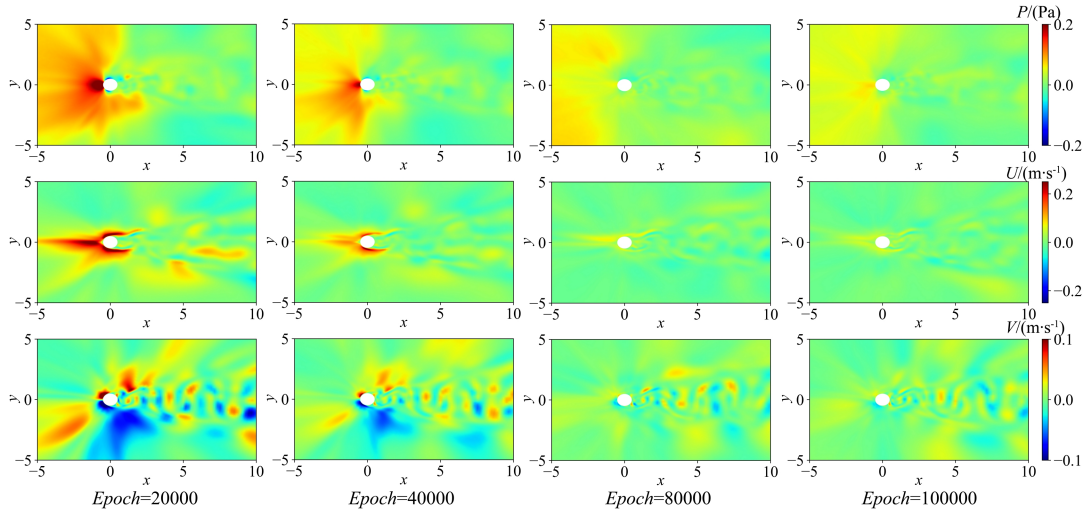


图 5 不同 $Epoch$ 值的绝对误差对比图

Fig.5. Comparison of absolute errors for different $Epoch$

3.2 无监督采样点数量影响分析

无监督采样点 N_{PDE} 是 MO-PINN 模型嵌入 N-S 方程物理约束的载体，其数量直接决定了物理方程约束在流场计算域内的覆盖密度。无监督采样点数量不足，模型将无法充分约束流域内的物理规律，数量过多则会大幅增加计算量，降低训练效率。为探究 N_{PDE} 对 MO-PINN 模型性能的影响，分别设置 N_{PDE} 为 200、500、1500、2000 开展实验，对比结果如表 4 所示。

表 4 参数 N_{PDE} 对 MO-PINN 模型性能影响

Table 4. The impact of N_{PDE} on the performance of MO-PINN model

N_{PDE}	$Loss/10^{-3}$	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
200	3.26	1.13	2.52	3.34
500	2.26	1.12	2.50	3.22
1500	1.86	1.08	2.23	3.01
2000	2.29	1.04	2.60	3.50

由表 4 结果可知，随着 N_{PDE} 由 200 增加至 1500，模型总损失值从 3.26×10^{-3} 下降到 1.86×10^{-3} ，表明适当增大 N_{PDE} 有助于增强物理方程约束在全流场范围内的表达能力，从而提升模型的重构精度。而当 N_{PDE} 继续增加至 2000 时，虽然压强预测误差略有下降，但速度预测误差反而增大，模型总损失值也增加到 2.29×10^{-3} 。分析图 6 不同 N_{PDE} 对比结果可知，过多的无监督采样点并未继续提

升流场重构效果，反而因优化难度增加而降低训练效率，需在设计网络结构时权衡无监督点采样数量与网络训练稳定性，因此确定 MO-PINN 模型的 N_{PDE} 为 1500，无监督点的空间分布如图 7 所示。

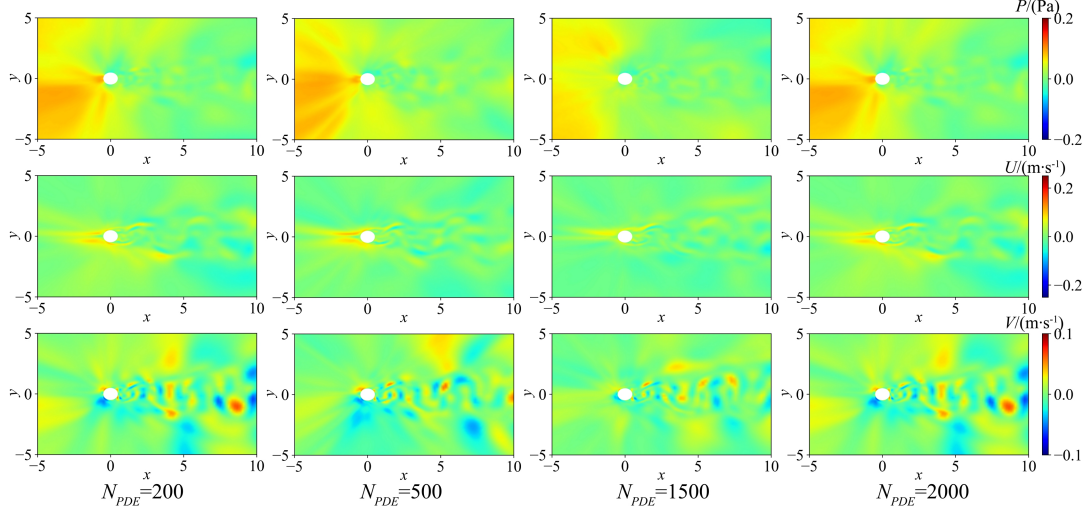


图 6 不同 N_{PDE} 值的绝对误差对比图

Fig.6. Comparison of absolute errors for different N_{PDE}

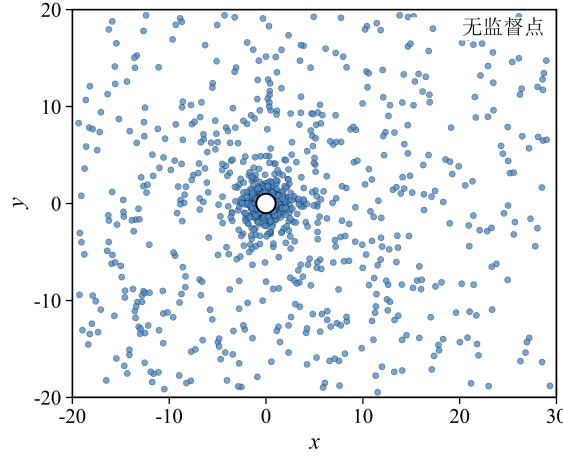


图 7 无监督点空间分布图

Fig.7. Spatial sampling distribution of unsupervised points

3.3 监督点采样策略影响分析

流场中的监督点提供真实标签数据，模型通过拟合监督点上的流场数据来提升模型的性能。合理的监督点采样策略可以提高模型的精度，不合理的采样策略可能会导致收敛速度降低和精度下降。为探究监督点数量与位置分布对模型性能的影响，本文分别设置了圆柱近场采样 C34、尾迹区域采样 W34、混合区域采样 H34 和加密混合采样 H68 四种采样策略，如图 8 所示。

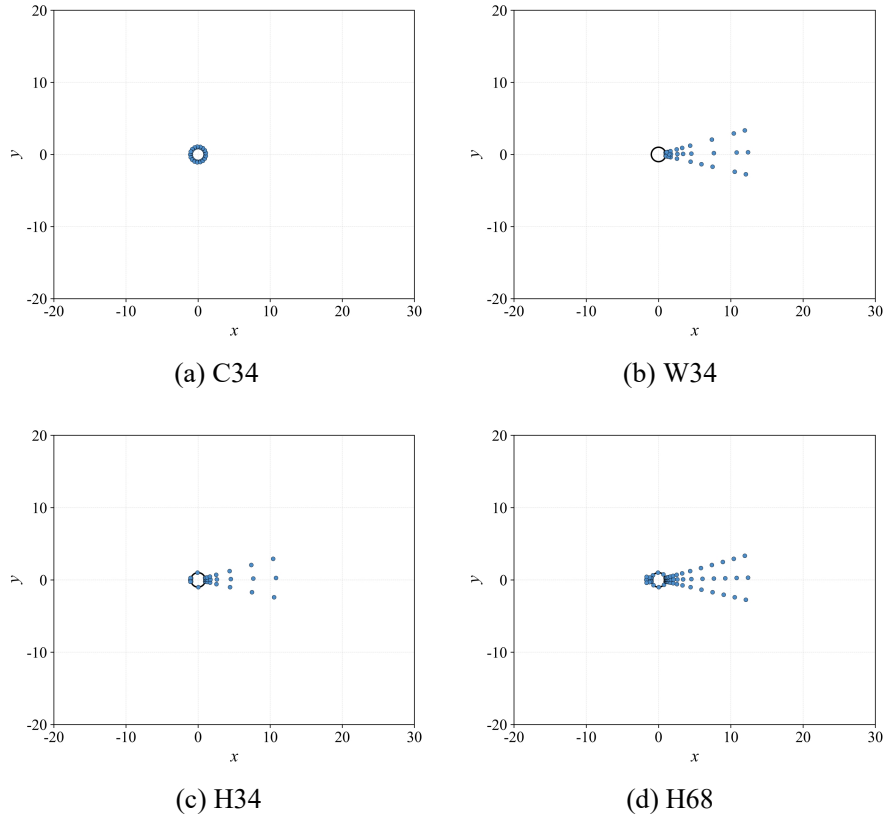


图 8 监督点空间采样图

Fig.8. Spatial sampling method of supervised points

表 5 监督点采样对 MO-PINN 模型性能影响

Table 5. The impact of supervised points sampling method on the performance of MO-PINN

监督点采样	$Loss/10^{-3}$	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
C34	6.78	1.78	5.90	7.98
W34	2.19	1.16	2.48	3.27
H34	1.86	1.08	2.23	3.01
H68	1.69	1.03	2.11	2.83

不同监督点采样方案下 MO-PINN 的预测精度对比结果如表 5 所示，仅在圆柱近场区域布设采样点的 C34 方案流场重构总损失值高达 6.78×10^{-3} ，预测误差整体最高。W34 方案将采样范围拓展至尾流全域，有效降低总损失值至 2.19×10^{-3} 。H34 与 H68 方案兼顾近壁与尾流区域，重构精度高于 C34 和 W34 方案。相较于 H34，H68 采样点数量翻倍，但总损失值仅由 1.86×10^{-3} 小幅降低到 1.69×10^{-3} ，精度提升幅度有限。分析图 9 流场绝对误差云图发现，C34 因采样点高度集中于圆柱壁面，近壁局部区域预测误差优于其它 3 种方案，说明局部加密监督点能够针

对性提升对应区域的流场重构精度。但该方案采样覆盖范围有限，远场涡结构难以被精准捕捉，高低压交替区域的流场特征易被平均化。W34 采样点布置于尾流区，更大的空间覆盖范围使其整体误差分布更为均衡。而 H34 与 H68 混合采样策略很好地平衡圆柱近壁边界层与下游尾流区域，综合预测性能明显优于仅覆盖单一区域的 C34、W34 方案。另外，对比 H34 与 H68 可见，单纯增加监督点数量无法带来预测精度的同步提升，无差别加密采样点难以高效改善模型拟合效果。因此综合考虑模型性能与效率，本文选择 H34 为模型的监督点采样策略。

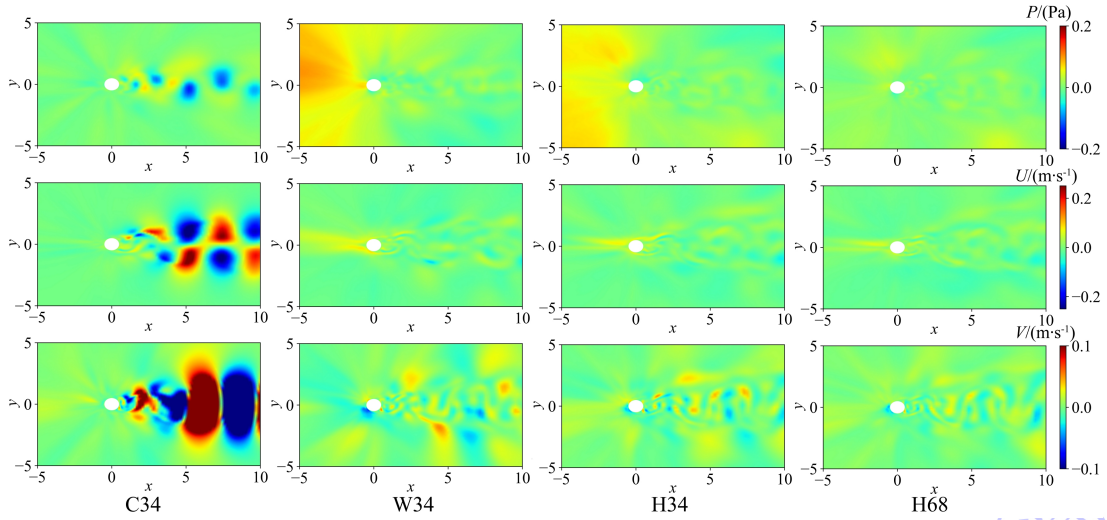


图 9 不同监督点采样的绝对误差对比图

Fig.9. Comparison of absolute error for different supervised points sampling method

3.4 网络宽度影响分析

网络宽度 N_{width} 表征 MO-PINN 模型隐藏层的神经元数量，直接决定了模型特征提取与非线性拟合能力。网络宽度较小的模型无法捕捉流场的非线性特征。网络宽度较大则会使模型参数维度呈几何级增长，增加训练难度与过拟合风险，大幅提高计算成本。为探究 N_{width} 对 MO-PINN 模型性能的影响，分别设置 N_{width} 为 16、32、48、96 开展实验，对比结果如表 6 所示。

由表 6 结果可知，参数 N_{width} 对模型重构性能的影响呈显著的非线性特征：当 N_{width} 为 16 时，模型特征提取能力严重不足，无法实现有效流场重构。当 N_{width} 增加至 48 时，模型总损失及各项物理量误差均显著下降，表明适当增加神经元数量可明显增强模型对流场结构的表征能力。而当 N_{width} 增大至 96 后，模型总损失从 1.86×10^{-3} 减小到 1.75×10^{-3} ，仅下降 5.9%，改善有限。尽管压强误差和速度

U 误差进一步下降, 但速度 V 误差转而增加说明 N_{width} 增加到一定程度后不同物理量之间的收益并不完全一致。分析图 10 不同 N_{width} 对比结果可知, 网络宽度为 48 与 96 时模型对尾流区和圆柱近壁区域的误差控制较好, 考虑到 N_{width} 为 96 时模型会显著增加参数规模和训练成本, 因此确定 MO-PINN 模型的 N_{width} 为 48。

表 6 参数 N_{width} 选取策略对 MO-PINN 模型性能影响

Table 6. The impact of N_{width} on the performance of MO-PINN model

N_{width}	$Loss/10^{-3}$	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
16	14.22	2.35	7.48	5.15
32	3.56	1.27	3.18	3.78
48	1.86	1.08	2.23	3.01
96	1.75	0.90	2.02	3.12

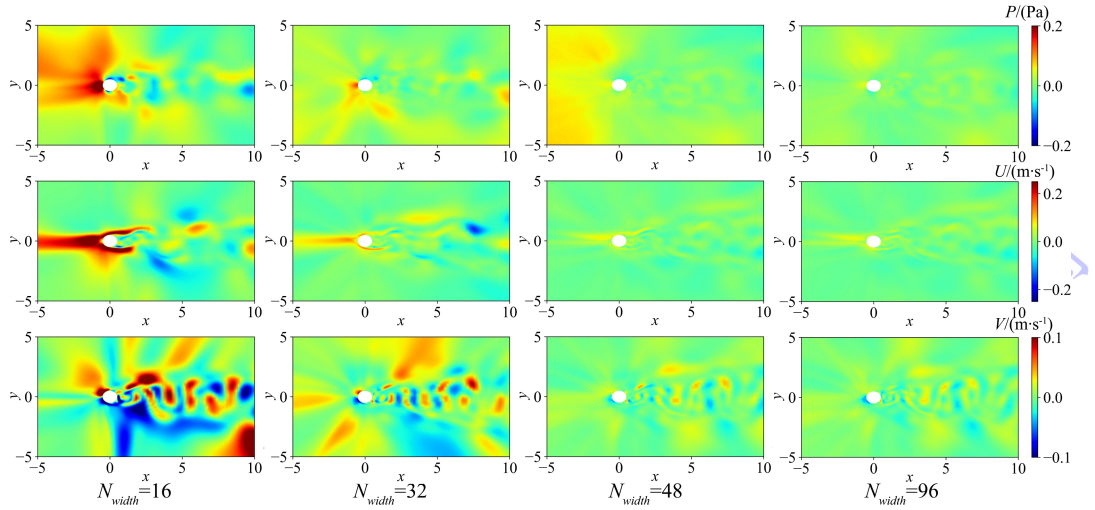


图 10 不同 N_{width} 值的绝对误差对比图

Fig.10. Comparison of absolute error for different N_{width}

3.5 网络深度影响分析

网络深度 N_{depth} 表征 MO-PINN 模型隐藏层的层数, 决定了模型对流场特征的深层挖掘能力。合理的网络深度能让模型逐层提取流场的低维与高维特征, 精准拟合流场的物理规律。网络深度不足将使模型无法深度挖掘流场的时空关联特征, 深度过大则易出现梯度消失或梯度“爆炸”现象, 导致模型训练不稳定, 重构精度下降。为探究 N_{depth} 对 MO-PINN 模型性能的影响, 分别设置 N_{depth} 为 2、4、6、8 开展实验, 对比结果如表 7 所示。

由表 7 可知,当 N_{depth} 为 2 时,模型总损失值达到 3.65×10^{-3} ,压强误差 $Error_P$ 与速度误差 $Error_V$ 明显偏大,说明浅层网络难以充分学习复杂流场的深层时空关联特征。随着 N_{depth} 增加,模型整体性能持续改善,当 N_{depth} 增加到 6 时,模型总损失值降到最低 1.86×10^{-3} ,表明该深度能够较好地平衡特征提取能力与训练稳定性。当 N_{depth} 进一步增加至 8 时,模型总损失值和部分误差出现回升。分析图 11 不同 N_{depth} 值的绝对误差对比,发现 N_{depth} 为 6 时圆柱附近和尾流区域的误差分布最为均匀,因此确定 MO-PINN 模型的 N_{depth} 为 6。

表 7 参数 N_{depth} 选取策略对 MO-PINN 模型性能影响

Table 7. The impact of N_{depth} on the performance of MO-PINN model

N_{depth}	$Loss/10^{-3}$	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
2	3.65	4.90	16.33	9.60
4	3.16	1.13	3.16	3.50
6	1.86	1.08	2.23	3.01
8	2.17	1.18	2.25	3.10

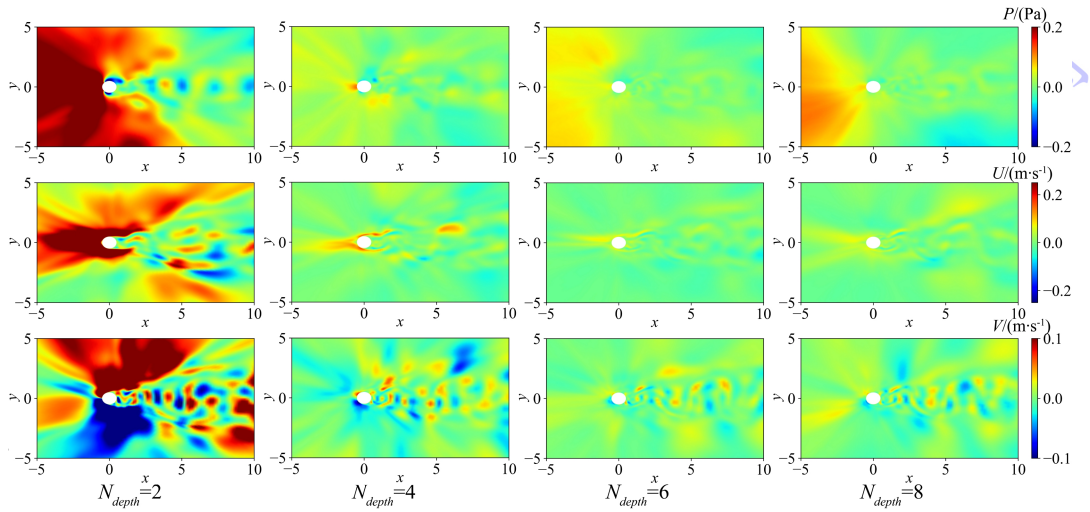


图 11 不同 N_{depth} 值的绝对误差对比图

Fig.11. Comparison of absolute error for different N_{depth}

4 结果讨论与分析

为验证 MO-PINN 在二维圆柱绕流流场重构与时序预测方面的性能优势,将其与 PINN 开展对比实验。以流场物理量预测误差、阻力系数与升力系数拟合精度为主要评价指标,结合流场可视化结果,系统剖析两种模型的性能差异。

4.1 流场重构结果分析

流场重构结果如表 8 所示，分析可知 MO-PINN 模型对各类流场物理量的预测误差均低于传统 PINN 模型。其中，MO-PINN 的总损失值为 1.86×10^{-3} ，相比 PINN 在整个重构数据集上的平均损失降幅达 42.9%。研究证实，区别于传统 PINN 单一输出耦合结构，MO-PINN 借助多通道输出策略完成各物理量参数解耦，有效削弱压强与速度分量联合训练过程中的梯度相互干扰，显著增强模型对复杂流动场域的整体重构精度。

表 8 流场重构误差对比

Table 8. Comparison of flow field reconstruction error

模型	$Loss/10^{-3}$	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
MO-PINN	1.86	1.08	2.23	3.01
PINN	3.26	1.16	2.52	3.34

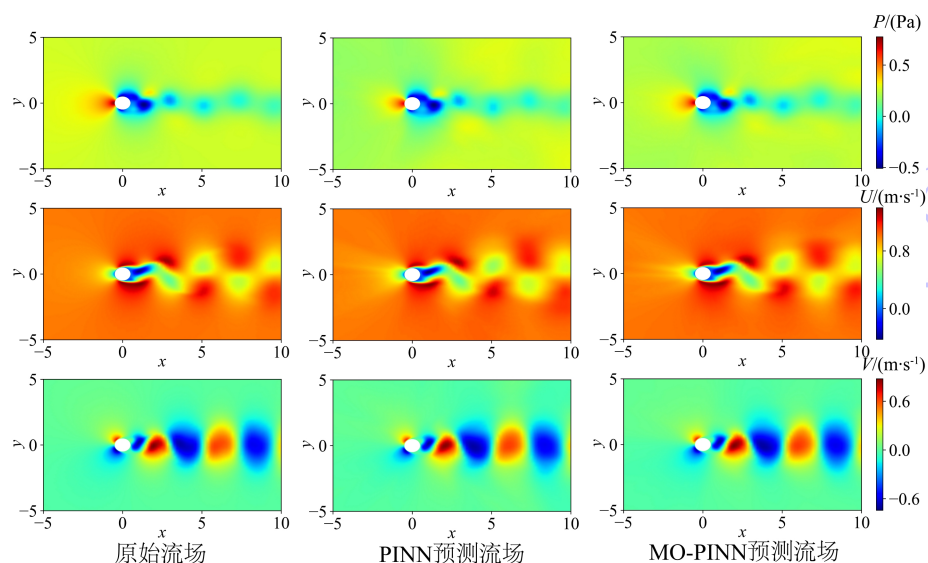


图 12 MO-PINN 与 PINN 预测流场对比

Fig.12. Comparison of flow prediction for MO-PINN and PINN

分析图 12 流场预测结果可以发现，MO-PINN 具备更出色的流场结构重构能力，对尾迹流动演化过程中体现了更高的一致性。在尾流涡结构边缘区域，该模型所得预测流场轮廓更为清晰，流动连续性表现更优。为进一步分析两种模型对流体动力学演化特性的表征能力，本文对比分析了由预测流场得到的升力系数和阻力系数变化曲线，结果如图 13 所示。MO-PINN 预测得到的升力、阻力系数曲

线，在波动幅值、变化相位及周期演化规律上均与真实工况高度吻合，对升力极值处的周期性振荡特征具备更优的跟踪拟合效果。而 PINN 预测结果出现的幅值偏移更大，重构精度偏低。由此证实，MO-PINN 不仅能够有效提高瞬时流场的空间重构精度，还能精准复现尾流涡脱落诱导的非定常流动动力学演化特性。

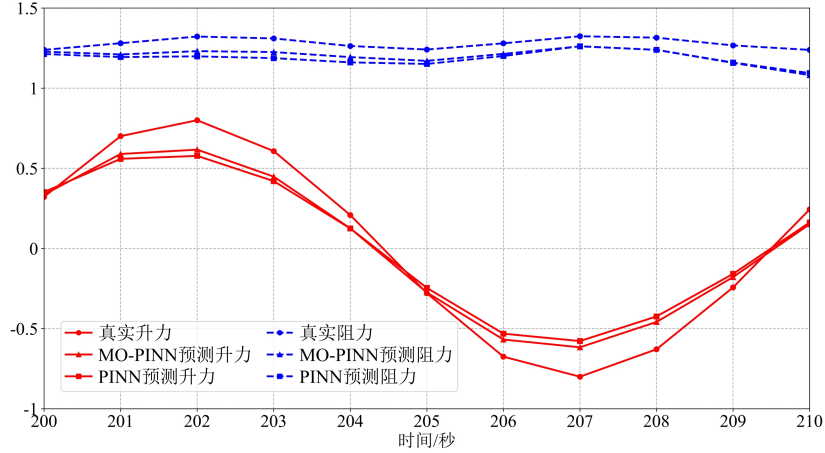


图 13 MO-PINN 与 PINN 升力与阻力曲线对比

Fig.13. Comparison of lift and drag curves for MO-PINN and PINN

4.2 流场时序预测结果分析

时序预测阶段无需对模型进行迭代训练，不存在训练损失，因此采用综合相对误差作为量化模型预测精度的统一评价指标^[26]：

$$E_{seq} = \sqrt{(e_p^2 + e_u^2 + e_v^2) / 3}$$

$$e_k = \frac{1}{N_t} \sum_{t=1}^{N_t} \frac{\|\hat{y}_k(t) - y_k(t)\|_2}{\|y_k(t)\|_2}, \quad k \in \{P, U, V\} \quad (11)$$

式中， N_t 为时间序列切片的总数量， $y_k(t)$ 与 $\hat{y}_k(t)$ 分别表示真实和预测流场的时间序列数据。综合相对误差用以表征预测值相对真实流场幅值的偏离占比，可在不同量纲、不同尺度流场场景下，统一衡量模型整体预测水平。

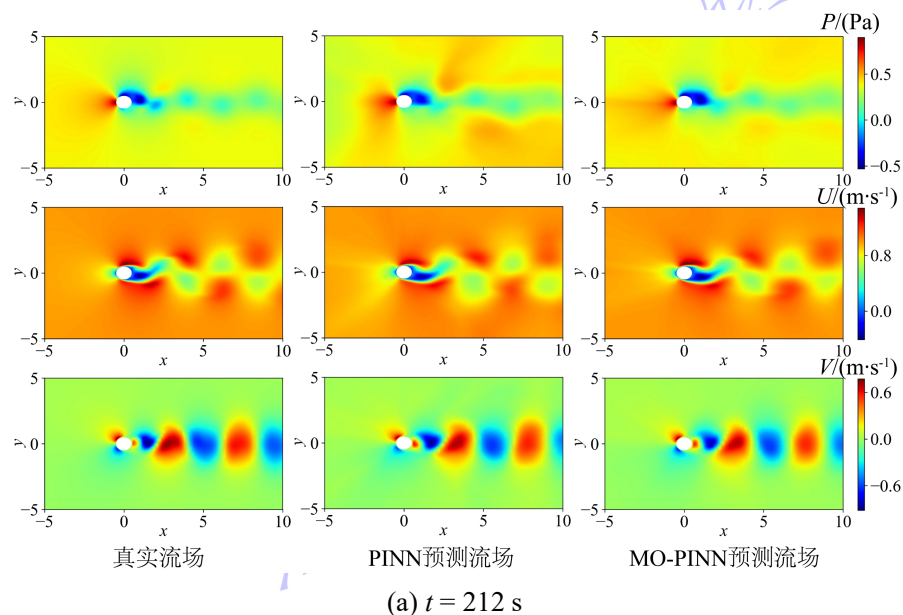
表 9 模型时间序列预测结果对比

Table 9. Comparison of time series forecast results from different models

模型	E_{seq}	$Error_P/10^{-1}$	$Error_U/10^{-2}$	$Error_V/10^{-2}$
MO-PINN	0.455	5.062	9.984	59.539
PINN	0.623	7.835	11.418	73.357

表 9 列出了 MO-PINN 与 PINN 时序外推预测的平均误差结果。对比可见 MO-PINN 在时序预测中仍具备显著优势，其综合相对误差值降低了 26.9%。表明 MO-PINN 对未参与训练的时序流场，仍可精准把握流动演化规律，具备更强的时序预测性能。图 14 展示了真实流场和两种模型时序预测流场，分析比较发现 PINN 在圆柱近尾流区、剪切层发展区及下游旋涡输运区存在明显的误差扩散现象。而 MO-PINN 整体误差幅值更低，空间分布更均匀。伴随预测时长增加，PINN 易受多物理量耦合建模带来的误差累积效应影响，引发流场局部流动结构失真与演化相位滞后。而 MO-PINN 采用的多通道输出架构，可有效划分各物理量学习任务，显著增强模型对非定常流场动力学演化规律的拟合与表征能力。图 15 为两种模型不同时刻预测流场的误差云图。对比可见，两种模型的预测偏差均集中于圆柱近尾流、上下剪切层及下游涡输运区域，证明时序推演产生的误差并非全域均匀分布，而是优先出现在速度梯度大、涡结构演化剧烈的流动区域。相较传统 PINN 模型，MO-PINN 模型可显著降低近尾流及其它高梯度区域的误差幅值，同时大幅压缩高误差区域的空间范围。研究结果证实，所提出的多通道输出结构能够更准确地捕获局部复杂流动特征，有效抑制时序预测过程中误差的累积与传播，最终提升流场整体预测精度与时序泛化性能。

综上所述，MO-PINN 在二维圆柱绕流流场精细重构、误差抑制水平以及时序外推精度方面均优于传统 PINN，充分验证该模型应用于复杂流场重构和时序预测上的有效性。



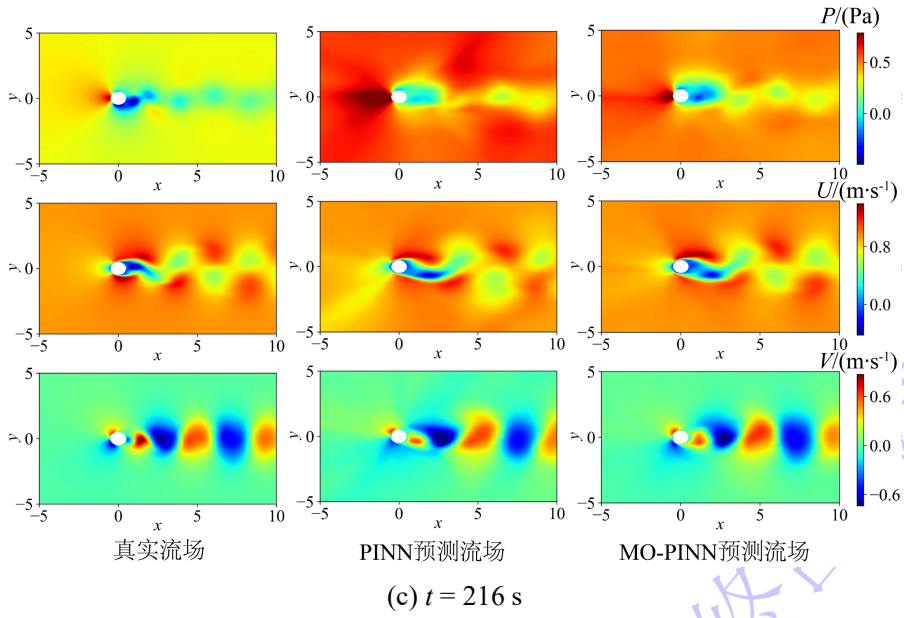
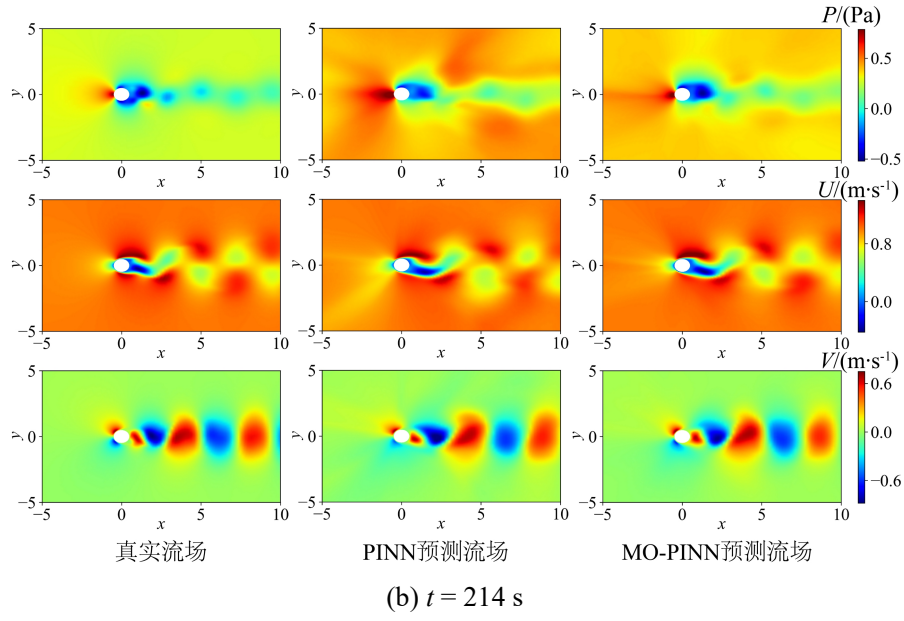
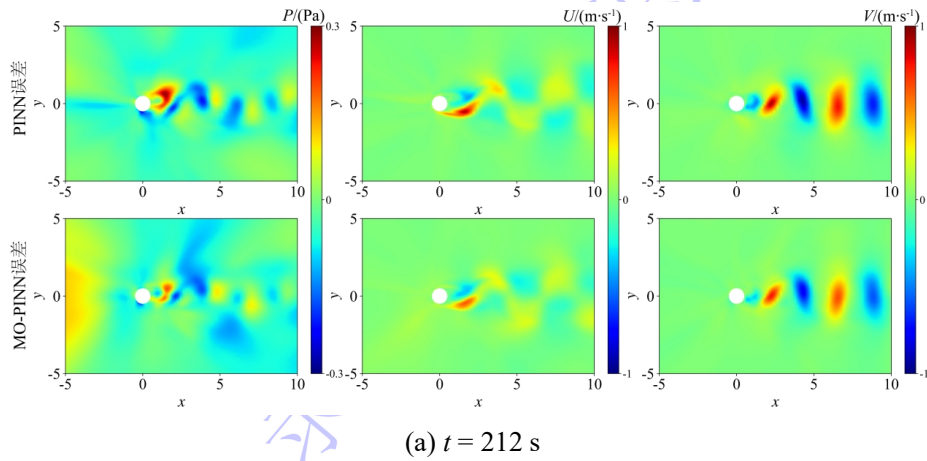
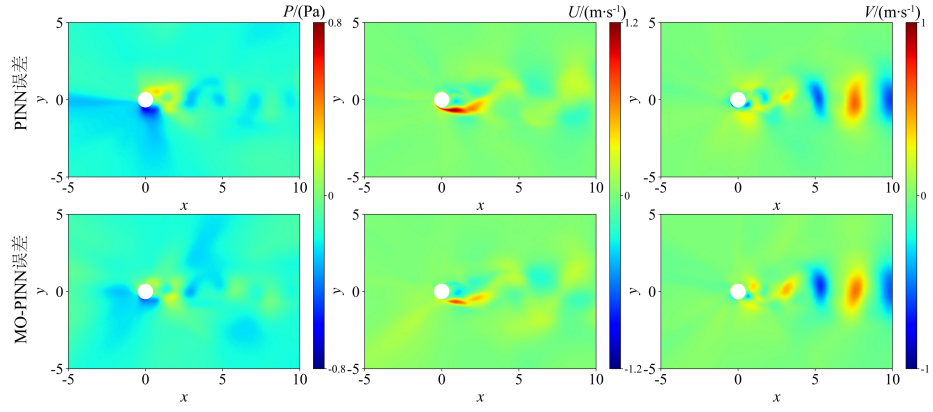


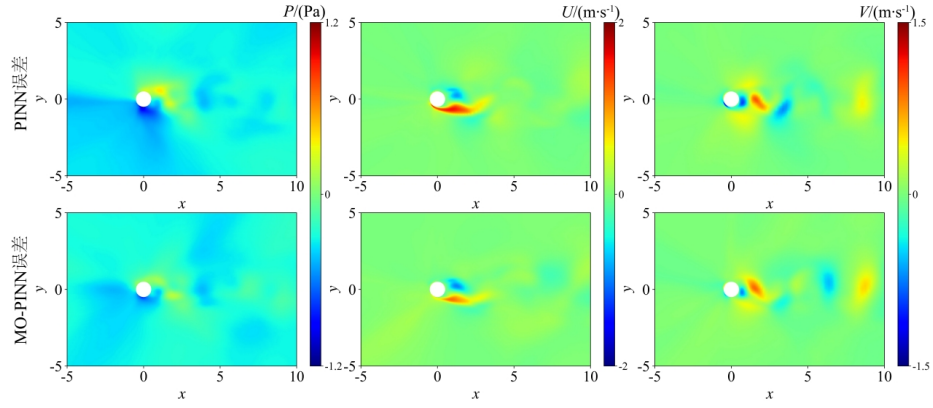
图 14 MO-PINN 与 PINN 流场时序预测结果

Fig.14. Comparison of flow temporal prediction results for MO-PINN and PINN





(b) $t = 214 \text{ s}$



(c) $t = 216 \text{ s}$

图 15 MO-PINN 与 PINN 流场误差云图

Fig.15. Flow-field error contours for MO-PINN and PINN

5 结论

针对传统 PINN 多物理量联合建模存在的梯度耦合问题, 本文提出多通道输出物理信息神经网络模型 MO-PINN。通过经典二维圆柱绕流算例开展验证, 结果表明 MO-PINN 模型可精准重构精细流动结构, 总损失较传统模型降低 42.9%, 能有效减小流场预测误差; 同时可精准模拟阻力、升力系数变化规律, 准确表征涡脱落动力学特征, 有效缓解多物理量梯度干扰; 在时序预测中其综合相对误差下降 26.9%, 可抑制误差扩散, 具备更优异的流场演化预测能力。整体而言, 多通道解耦设计策略显著提升了 MO-PINN 模型流场重构与时序预测性能, 可为复杂非定常流动高精度建模提供有效手段。未来将持续优化 MO-PINN 模型参数, 提高模型预测精度和训练效率, 增强实际工程应用能力。

参考文献

- [1] Zhang W W, Wang X, Kou J Q 2023 *Advances in Mechanics* **53** 433 (in Chinese)
[张伟伟, 王旭, 寇家庆 2023 力学进展 **53** 433]
- [2] Li Y, Chen S C 2022 *Computer Science* **49** 254
- [3] Zhang W W, Kou J Q, Liu Y L 2021 *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica* **42** 524689 (in Chinese) [张伟伟, 寇家庆, 刘溢浪 2021 航空学报 **42** 524689]
- [4] Jin X W, Cheng P, Chen W L, Li H 2018 *Physics of Fluids* **30** 047105
- [5] Kong C, Chang J T, Wang Z, Li Y F, Bao W 2021 *AIP Advances* **11** 065321
- [6] Peng J Z, Aubry N, Zhu S Q, Chen Z H, Wu W T 2021 *Physics of Fluids* **33** 123602
- [7] Zhang J, Liu J, Huang Z 2023 *Ocean Engineering* **280** 114902
- [8] Wang Y X, Han R K, Liu Z Y, Zhang Y, Chen G 2021 *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica* **42** 524779 (in Chinese) [王怡星, 韩仁坤, 刘子扬, 张扬, 陈刚 2021 航空学报 **42** 524779]
- [9] Raissi M, Perdikaris P, Karniadakis G E 2019 *Journal of Computational Physics* **378** 686
- [10] Cao W B, Song J H, Zhang W W 2024 *Physics of Fluids* **36** 027134
- [11] Ji W, Qiu W, Shi Z, Pan S, Deng S 2021 *Journal of Physical Chemistry A* **125** 8098
- [12] Chen K Q, OuYang H Q, Zhu Z, Hao J, Huang B 2023 *Transactions of Beijing Institute of Technology* **43** 950 (in Chinese) [陈旷奇, 欧阳晗青, 朱志成, 郝佳, 黄彪 2023 北京理工大学学报自然版 **43** 950]
- [13] Chen C, Zhang G T 2021 *Water* **13** 423
- [14] Chen K Q, Huang B, Hu C X, Long H, Liu T T, Hao L, Zhang X 2025 *Physics of Fluids* **37** 033330
- [15] Wei C, Fan Y C, Zhou Y Q, Liu X, Zhang C Q, Wang H Y 2023 *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics* **55** 2405 (in Chinese) [韦昌, 樊昱晨, 周永清, 刘欣, 张超群, 王赫阳 2023 力学学报 **55** 2405]

- [16] Gao H, Sun L, Wang J X 2021 *Journal of Computational Physics* **428** 110079
- [17] Lu L, Pestourie R, Yao W, Wang Z, Verdugo F, Johnson S G 2021 *SIAM Journal on Scientific Computing* **43** B1105
- [18] Karniadakis G E, Kevrekidis I G, Lu L, Perdikaris P, Wang S F, Yang L. 2021 *Nature Reviews Physics* **3** 422
- [19] Zha W S, Li D L, Shen L H, Zhang W, Liu X L. 2022 *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics* **54** 543 (in Chinese) [查文舒, 李道伦, 沈路航, 张雯, 刘旭亮 2022 力学学报 **54** 543]
- [20] Purkayastha S, Saud Afzal M 2022 *Journal of The Institution of Engineers (India) :Series A* **103** 921
- [21] Kim M, Chau N, Park S, Phong C, Stephen S, Choi S 2025 *Physics of Fluids* **37** 027130
- [22] Chen D L, Gao X, Xu C F, Wang S X, Chen S Z, Fang J B 2022 *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering* **23** 207
- [23] Massaro D, Peplinski A, Schlatter P 2023 *Journal of Fluid Mechanics* **977** A3.
- [24] Franke R, Rodi W, Schönung B 1990 *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **35** 237
- [25] Yuan G Y, Wang J S, Zhao X L, Geng J 2025 *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics* **57** 436 (in Chinese) [苑光耀, 王俊淞, 赵玄烈, 耿敬 2025 力学学报 **57** 436]
- [26] Wang J X, Wu J L, Xiao H 2017 *Physical Review Fluids* **2** 034603

Flow field reconstruction and time series prediction of two-dimensional flow past a circular cylinder using MO-PINN*

YE Pengcheng¹⁾²⁾ YE Chenhang¹⁾ SHI Yao^{1)†} HE Yue¹⁾ HUANG Qiaogao¹⁾ PAN Guang¹⁾

1) (*School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

2) (*Xi'an Tianhe Maritime Technologies Company Limited, Xi'an 710119, China*)

Abstract: Physics-informed neural networks (PINN) is applied to solve the fluid dynamics problems. It reconstructs regional or whole flow fields under sparse data conditions by embedding governing physical equations. However, conventional PINN models usually employ a single shared output structure for multiple physical variables, which may introduce cross-variable coupling errors among pressure and velocity components. This design can introduce cross-variable optimization interference. In addition, their time series extrapolation capability is often limited when dealing with unsteady flow fields. To address these limitations, a multi-output physics-informed neural network (MO-PINN) is developed here, for the reconstruction and time series prediction of unsteady flow fields. In the proposed MO-PINN framework, separate output channels are assigned to different physical variables, allowing each channel to be optimized independently. Such a multi-channel architecture effectively alleviates the coupling among physical variables, thereby enhancing the overall prediction accuracy. Specifically, the spatiotemporal coordinates are first fed into shared feature layers to extract the common latent representation of the flow field. Then, independent output channels are constructed for pressure and velocity components. Each output channel maps the shared features to a specific physical variable and is

* Project supported by the Shaanxi Youth Science and Technology Star Program (Grant No. 2026RC-KJXX-119), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. U21B2055, 52301387), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China (Grant No. D5000250340).

† Corresponding author. E-mail: shiyao@nwpu.edu.cn

optimized separately. By reducing coupling interference among different physical quantities, the proposed architecture improves the capability of flow field reconstruction and prediction. The proposed MO-PINN is applied to the flow field reconstruction and time series prediction of two-dimensional flow past a circular cylinder. The numerical flow field data are obtained from computational fluid dynamics simulations and used to evaluate the reconstruction accuracy and temporal prediction performance of the model. Comparative analyses are conducted between the PINN and the proposed MO-PINN. The results show that MO-PINN can more accurately reconstruct the spatial distribution of pressure and velocity fields and better capture the unsteady wake characteristics behind the circular cylinder. In time series prediction, MO-PINN also shows improved prediction stability and temporal continuity. Quantitative results demonstrate that, relative to the baseline PINN, the reported accuracy gains are 42.9% for flow-field reconstruction and 26.9% for time-series prediction, indicating a significant improvement in prediction performance. These results demonstrate that the proposed multi-output architecture can effectively reduce coupling interference among physical variables and provide a feasible method for improving unsteady flow field reconstruction and prediction using PINN.

Keywords: multi-output, physics-informed neural network, flow field reconstruction, time series prediction, two-dimensional flow past a circular cylinder