

基于双衍射光学元件的平顶高斯光束生成方法*

罗奉豪¹⁾ 韩帅杰¹⁾ 杨秋南²⁾ 张博²⁾ 刘丽娜²⁾ 梁艳梅^{1)†}

1) (南开大学现代光学研究所, 天津市微尺度光学信息技术科学重点实验室, 天津 300350)

2) (粒子输运与富集技术全国重点实验室, 天津 300180)

摘要

长距离保持的平顶光束具有重要的应用价值。然而, 传统整形方法通常致力于在单一目标平面生成平顶光束, 难以在长轴向距离内保持其平顶效果。本文基于对平顶高斯光束模型以及Gerchberg-Saxton算法的深入研究, 提出了“中继整形法”, 首先利用第一块衍射光学元件将光强分布优化为准高斯分布, 然后使用第二块衍射光学元件进行相位补偿, 准高斯分布的光束会在一段距离后衍射为平顶高斯光束, 从而实现平顶特性在长轴向范围内的保持。仿真结果表明, 在工作距离为2倍瑞利距离, 保证平顶区域不平整度小于10%、能量集中度大于70%的条件下, 整形后光束平顶特性可维持0.165倍瑞利距离; 当平顶判据放宽至不平整度小于20%, 能量集中度大于50%时, 光束平顶特性的维持距离可拓宽至1.097倍瑞利距离。与理想平顶高斯光束传输特性高度一致, 光束稳定性和效果比基于单个衍射光学元件的整形方案更为优异, 为平顶高斯光束的生成提供了可行的技术方案。

关键词: 光束整形, 平顶高斯光束, Gerchberg-Saxton 算法, 中继整形法

PACS: 42.55.-f, 42.30.Rx, 42.60.Jf, 42.40.Jv

* **基金:** 国家自然科学基金 (批准号: 62375144) 和粒子输运与富集技术全国重点实验室(批准号: KGKF-2024-3) 资助的课题

† 通信作者.E-mail: ymliang@nankai.edu.cn

第一作者.E-mail: 2120250482@mail.nankai.edu.cn

1 引言

激光光束整形作为现代光学工程的重要技术，在精细微加工与高能激光传输等领域扮演着日益重要的角色。传统激光系统多为基模高斯光束，但其极易引发光学元件损伤及材料加工中的局部热失控。相较于高斯光束，平顶光束能够减少局部过热现象，大幅降低系统光路中核心元器件的损伤风险。

当前，光束整形技术主要利用非球面透镜^[1-3]、衍射光学元件^[4,5]（Diffractive optical element, DOE）、微透镜阵列^[6,7]和液晶空间光调制器^[8,9]。相较于非球面透镜和微透镜阵列，DOE 可通过更加细微的相位调制，实现复杂的光场重构。此外，其小巧的尺寸、轻便的特性以及可被大规模生产的潜力，使其在激光整形领域不可或缺。基于 DOE 的激光整形方法中，相位恢复是其中的关键，常见的算法包括 Gerchberg-Saxton（GS）算法^[10-12]、遗传算法^[13]、模拟退火算法^[14]以及基于机器学习的相关算法^[15]等。其中，GS 算法以原理简单和整形效果显著等优势成为多数研究者的主要选择。针对平顶光束整形，研究者们还提出了一些改进的 GS 算法，比如混合区域振幅自由度（Mixed-Region Amplitude Freedom, MRAF）算法^[16]。尽管上述方法都可实现能量集中和平坦的平顶光束，但受限于光束的衍射特性，这些方法生成的平顶光束往往仅局限于极其有限的轴向区域内，难以维持长距离平顶特性。

实现长距离保持的平顶光束具有重要意义，比如，在激光金属增材制造中，长距离平顶光束可有效抵抗焦点漂移扰动，通过提供恒定均匀的热输入，从而提升熔池热力学稳定性并抑制“匙孔效应”等缺陷^[17]；在激光加工领域中，长平顶保持特性的光束能够有效放宽光学系统的轴向对准容差，从而降低加工与装配成本。

理想平顶高斯光束能够较好地平衡光束平顶质量与轴向平顶保持距离之间的制约关系。2008 年, Sundar 等人利用高斯反射镜谐振腔在激光器内生成平顶高斯光束(Flattened Gaussian beam, FGB)^[18]。相较于使用 DOE 方案, 其缺乏灵活性, 改造难度也较高。2018 年, Pal 等人通过两块 DOE 结合改进 GS 算法生成超高斯光束^[19], 但其工作距离较小, 且只可以在束腰单侧生成超高斯光束。

本文以生成平顶高斯光束为目的, 来研究如何生成可以长距离保持的平顶光束, 结合 GS 算法和平顶高斯光束模型提出“中继整形法”, 使用双 DOE 来实现生成距离传输的平顶光束。具体来说, 本方法通过将平顶高斯光束模型的方程进行逆衍射, 得到“准高斯”光束, 将该平面作为“中继面”, 使用 GS 算法学习“中继面”的光强分布, 然后再使用第二块 DOE 补偿整形后光束和“中继面”目标相位分布差异, 最终整形后的“准高斯光束”将会在一段距离后自行衍射为平顶高斯光束, 并能够在长距离内稳定传输。经仿真验证, 在工作距离为 2 倍瑞利距离, 平顶区域内不平整度小于 10%、能量集中度大于 70%的情况下, 整形后得到的光束平顶效果能保持 0.165 倍瑞利距离; 当平顶判据放宽至不平整度小于 20%, 能量集中度大于 50%时, 光束平顶特性的维持距离可拓宽至 1.097 倍瑞利距离。

2 方 法

2.1 基本理论

2.1.1 平顶高斯光束模型

在柱坐标系下, 平顶高斯光束可以表示为^[20,21]:

$$E(r, 0) = A_0 \exp\left[-\frac{(N+1)r^2}{\omega_{FGB}(0)^2}\right] \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)r^2}{\omega_{FGB}(0)^2}\right]^n \quad N=0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

其中, A_0 为光束振幅, N 为平顶高斯光束的阶数, N 越大, 平顶高斯光束边

缘越陡， N 越小，平顶高斯光束边缘越平缓。

在空间中传播一段距离后，平顶高斯光束的场分布将会发生变化，它们可以由以下公式计算^[22]：

$$E(r, z) = A_0 \frac{\omega_{FGB}(0)}{\omega_{FGB}(z)} \exp[i\phi(z)] \exp\left\{-\left[\frac{ik}{2R(z)} + \frac{1}{\omega_{FGB}^2(z)}\right]r^2\right\} \times \sum_{n=0}^N c_n L_n\left[\frac{2r^2}{\omega_{FGB}^2(z)}\right] \exp[2in\phi(z)] \quad (2)$$

式中， $L_n(\cdot)$ 为拉盖尔多项式， $c_n = (-1)^n \sum_{m=n}^N \binom{m}{n} \frac{1}{2^m}$ ， z 处的光斑半径

$\omega_{FGB}(z)$ ，等曲率半径 $R(z)$ ，相位附加因子 $\phi(z)$ 分别为：

$$\omega_{FGB}(z) = \omega_{FGB}(0) \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda z}{\pi \omega_{FGB}^2(0)}\right]^2} \quad (3)$$

$$R(z) = z \left\{ 1 + \left[\frac{\pi \omega_{FGB}^2(0)}{\lambda z}\right]^2 \right\} \quad (4)$$

$$\phi(z) = \arctan\left[\frac{\lambda z}{\pi \omega_{FGB}^2(0)}\right] \quad (5)$$

2.1.2 基于角谱传输理论的GS算法

基于角谱传输理论的GS算法的基本步骤如图1所示^[23]：

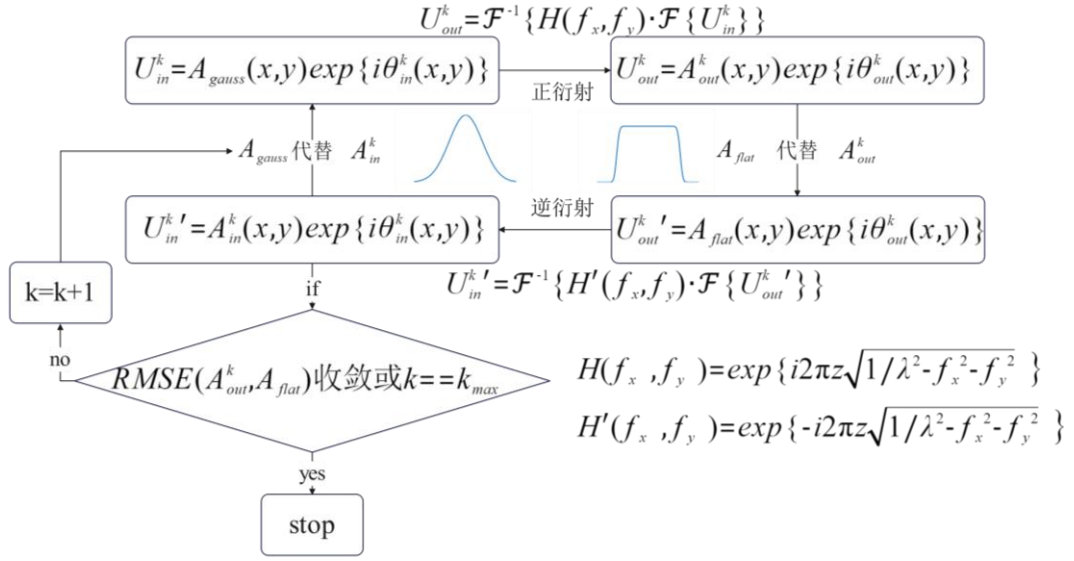


图 1 GS 算法的基本步骤
Fig. 1. The basic steps of the GS algorithm.

从图中可见， k 为当前迭代次数， k_{max} 为最大迭代次数， z 为输入平面与输出平面距离， $H(f_x, f_y)$ ， $H'(f_x, f_y)$ 分别为正衍射和逆衍射的传递函数， A_{gauss} 为输入振幅， A_{flat} 为目标振幅。

2.2 平顶高斯光束生成方法

整形元件的配置和算法流程图分别如图2和图3所示。

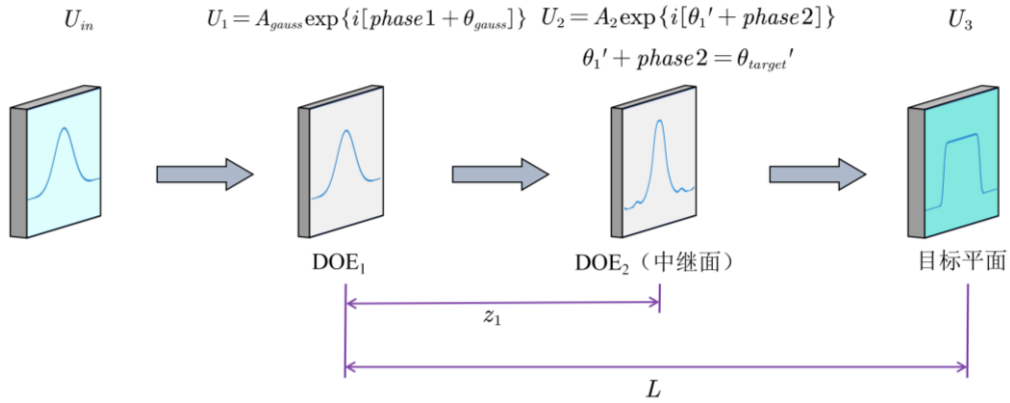


图 2 整形元件的配置
Fig. 2. Configuration of the shaping elements.

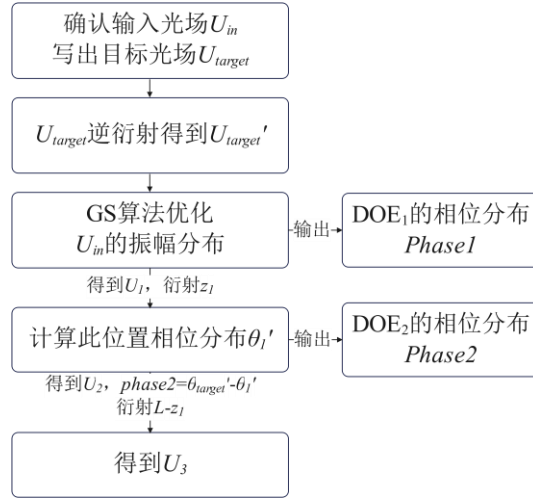


图 3 算法流程图

Fig. 3. Flow chart of our algorithm.

算法的详细流程如下：

1) 根据整形要求写出目标光场场分布 U_{target} ，本文为平顶高斯光束；确认输入光场场分布 U_{in} ，本文为高斯光束。

2) 将目标光场进行距离为 $L - z_1$ 的逆衍射得到“中继面”的目标场分布 $U_{target}' = A_{target}' \exp\{i\theta_{target}'\}$ 。本文将此光场分布称为“准高斯”分布，对应的光束为“准高斯光束”。

3) 利用 GS 算法对输入光束 U_{in} 进行优化，使得光束经 z_1 距离衍射后振幅分布与 A_{target}' 相近。记 GS 算法优化得到的 DOE₁ 的相位分布为 $phase1$ ，经过 DOE₁ 调制后的光束场分布为 U_1 。

4) 计算 U_1 衍射 z_1 距离后光束的相位分布 θ_1' 。输出 DOE₂ 的相位分布 $phase2 = \theta_{target}' - \theta_1'$ ，记经过 DOE₂ 调制后的光束场分布为 U_2 。

5) 计算 U_2 衍射距离 $L - z_1$ 后的场分布 U_3 ， U_3 为整形后光束在工作平面（目标平面）的场分布。

2.3 评价指标

在平顶光束整形问题中，平顶区域内的能量集中度和不平整度常用于衡量平顶光束质量。对于平顶高斯光束的平顶区域，我们定义理想平顶高斯光束束腰处光强相对峰值下降 η ($\eta \in (0, 1)$) 时所包围的区域记为平顶区域，可利用以下公式计算：

$$\Omega = \{(x, y) \mid |E(\sqrt{x^2 + y^2}, 0)|^2 \geq (1 - \eta) \max\{|E(\sqrt{x^2 + y^2}, 0)|^2\}\} \quad (6)$$

式中， Ω 为平顶区域， η 为控制平顶区域大小的参数， η 值越大，平顶区域 Ω 就越大。 $|E(\sqrt{x^2 + y^2}, 0)|^2$ 为平顶高斯光束束腰处的光强分布， $\max\{\cdot\}$ 为取最大值函数。此时，平顶区域 Ω 对应的半径记为平顶区域半径 r_{FT} 。

光束在位置 z 处的能量集中度 $\Psi(z)$ 和不平整度 $\sigma(z)$ 利用以下公式计算：

$$\Psi(z) = \frac{\iint_{\Omega} I(x, y, z) dx dy}{\iint_D I(x, y, z) dx dy} \times 100\% \quad (7)$$

$$\sigma(z) = \sqrt{\sum_{(x, y) \in \Omega} \left[\frac{I(x, y, z) - \bar{I}}{\bar{I}} \right]^2 / (n - 1)} \times 100\% \quad (8)$$

式中，

$$\bar{I} = \sum_{(x, y) \in \Omega} I(x, y) / n \quad (9)$$

式中， D 为仿真时的整个计算窗口， n 为平顶区域内的采样点数。 $\Psi(z)$ 用于衡量光束平顶区域的能量占比。 $\sigma(z)$ 用于衡量平顶区域内光束的起伏情况。

为定量表征平顶光束的轴向传输特性，本文定义，对于给定阈值的不平整度 σ_0 和能量集中度 Ψ_0 ，若光束在此区域内始终满足 $\sigma(z) < \sigma_0$ 、 $\Psi(z) > \Psi_0$ ，则平顶保持距离 d_{FT} 可以表示为：

$$d_{FT} = z_+ - z_- \quad (10)$$

式中， z_- 和 z_+ 分别为此轴向区域内的左右边界。

3 整形结果

在仿真中，本文将目标面设为束腰 $z=0$ 所在的平面，工作距离为 $2z_{R,in}$ （图2中 $L=2z_{R,in}$ ），平顶区域为令(6)式中的 $\eta=0.015$ ，以 $\lambda=632.8$ nm、 $\omega_{in}=0.58$ mm、 $z_{R,in}=\frac{\pi\omega_{in}^2}{\lambda}=1.67$ m的高斯光束作为输入光束，目标是生成平顶区域 $r_{FT}=\omega_{in}$ ，阶数 $N=40$ 的平顶高斯光束（ $\eta=0.015$ 、 $N=40$ 、 $r_{FT}=0.58$ mm时平顶高斯光束的束腰为 $\omega_{FGB}(0)=r_{FT}/0.81$ ，相关讨论见附录A）。使用角谱传输理论模拟衍射过程，将平顶高斯光束逆衍射 L 得到的相位分布作为初始相位，GS算法的最大迭代次数为100，DOE的像素大小设置为8 μm ，尺寸为988 $\times$ 988。为实现更优的整形结果，我们将 z_1 设置为变量，使用遍历法参与优化过程，其定义域设置为 $[0, 0.5z_{R,in}]$ 。整形结果如表1所示。

表1 平顶保持距离与瑞利距离 $z_{R,in}$ 的比值

Table 1. The ratio of the flat-top propagation distance to the Rayleigh length $z_{R,in}$.

	$\sigma(z) < 5\%$	$\sigma(z) < 10\%$	$\sigma(z) < 15\%$	$\sigma(z) < 20\%$
$\Psi(z) > 50\%$	0.363	0.645	0.862	1.097
$\Psi(z) > 60\%$	0.209	0.322	0.505	0.642
$\Psi(z) > 70\%$	0.101	0.165	0.223	0.33

从表 1 中可见，整形后的光束可以得到大范围的平顶。平顶保持距离与平顶光束的判断标准密切相关，对于不同的不平整度 σ_0 和能量集中度 Ψ_0 阈值，平顶保持距离是不同的。当目标为 $\sigma(z) < 20\%$ ， $\Psi(z) > 50\%$ 时，整形后光束的平顶效果可以保持 $1.097z_{R,in}$ ；当目标为 $\sigma(z) < 5\%$ ， $\Psi(z) > 70\%$ 时，整形后光束的平顶效果能保持 $0.101z_{R,in}$ 。

当不平整度 $\sigma(z) < 10\%$ 和能量集中度 $\Psi(z) > 70\%$ 同时满足时，整形结果如图 4 所示（其中， $z_1 = 0.73 \text{ m}$ ）。图中给出分别位于轴向平顶区域左边界、束腰和右边界三个位置的光束一维光强截面曲线图。从图中可见，平顶特性可保持 $0.165z_{R,in}$ 长度，并且在此轴向距离内，光束平顶质量始终满足 $\Psi(z) > 70\%$ 。在束腰位置处， $\sigma(0) = 3.54\%$ ，为此轴向区域内的最小值，当传播距离为 $-0.084z_{R,in}$ 和 $0.081z_{R,in}$ 时， $\sigma(z)$ 逐渐增加至 10% 左右。在上述传播距离内，部分值会受到衍射误差和离散采样的影响而产生偏差，图 4(c) 所示平面位于右侧轴向平顶边界附近，其不平整度为 10.16% ，相对阈值 10% 的偏差为 0.16 个百分点。

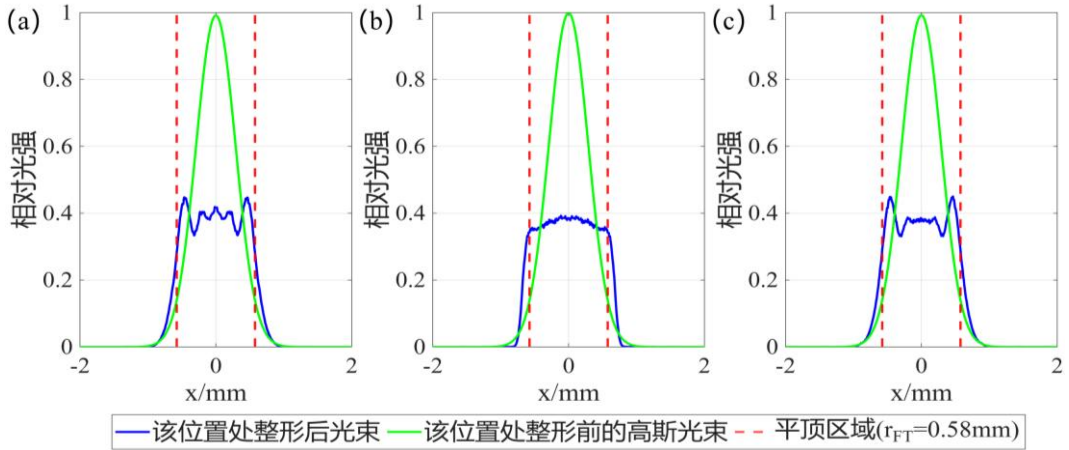


图 4 轴向不同位置处高斯光束整形结果 (a) $z = -0.084z_{R,in}$ ($\Psi = 75.48\%$, $\sigma = 10.00\%$) ; (b) $z = 0$ ($\Psi = 71.23\%$, $\sigma = 3.54\%$) ; (c) $z = 0.081z_{R,in}$ ($\Psi = 75.40\%$, $\sigma = 10.16\%$)

Fig. 4. Reshaped results of Gaussian beam at different longitudinal positions. (a) $z = -0.084z_{R,in}$ ($\Psi = 75.48\%$, $\sigma = 10.00\%$) ; (b) $z = 0$ ($\Psi = 71.23\%$, $\sigma = 3.54\%$) ; (c) $z = 0.081z_{R,in}$ ($\Psi = 75.40\%$,

$\sigma=10.16\%$).

对应图4(b)，图5给出了 $z=0$ 处高斯光束整形后的三维光强图。从图中可见，光束顶部较为平坦，并且在边缘处光强快速衰减至0。

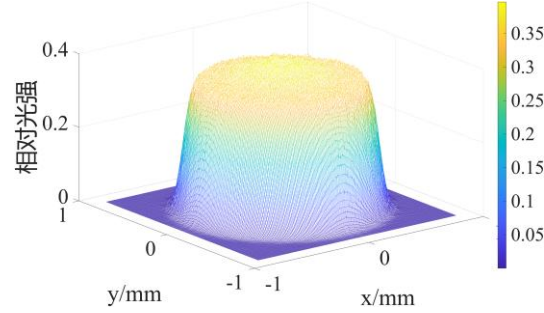


图 5 $z=0$ 处高斯光束整形后的三维光强图

Fig. 5. Three-dimensional intensity distribution of the reshaped Gaussian beam at $z=0$.

图6对比了整形后光束与理想平顶高斯光束在 $z=0$ 前后的光强分布，其中用浅蓝色区域表示出了整形后光束与理想平顶高斯光束的差异。从图中所见，整形后光束在空间中随着传输距离 z 的增加，平顶边缘会首先凸起，平顶区域也变得“波动”；然后凸起部分持续变高；最终凸起部分塌陷，退化为“准高斯光束”，这与理想平顶高斯光束的传输特性^[22]高度相似。

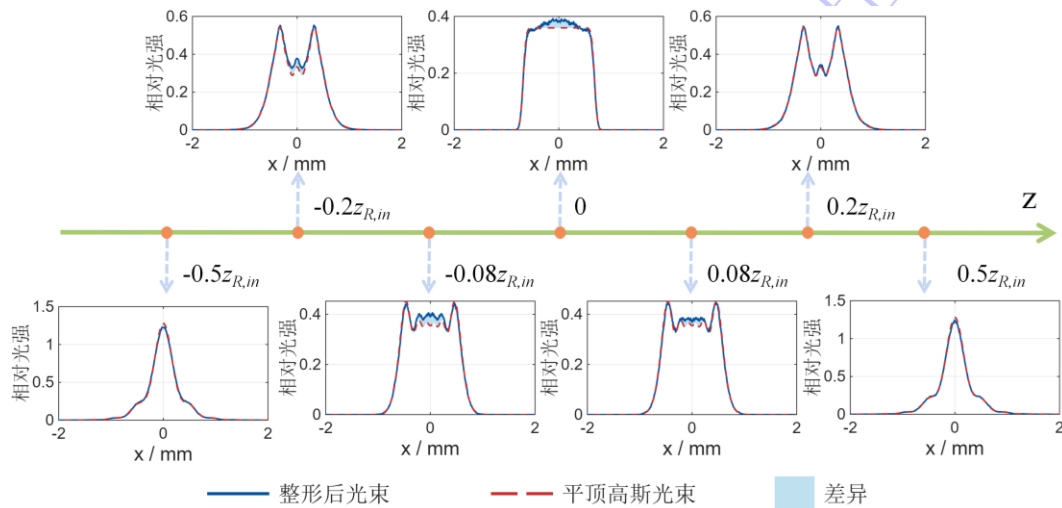


图 6 整形后光束与理想平顶高斯光束在 $z=0$ 前后光强分布的对比

Fig. 6. Comparison of intensity distribution between the shaped beam and the ideal Flattened Gaussian beam around $z=0$.

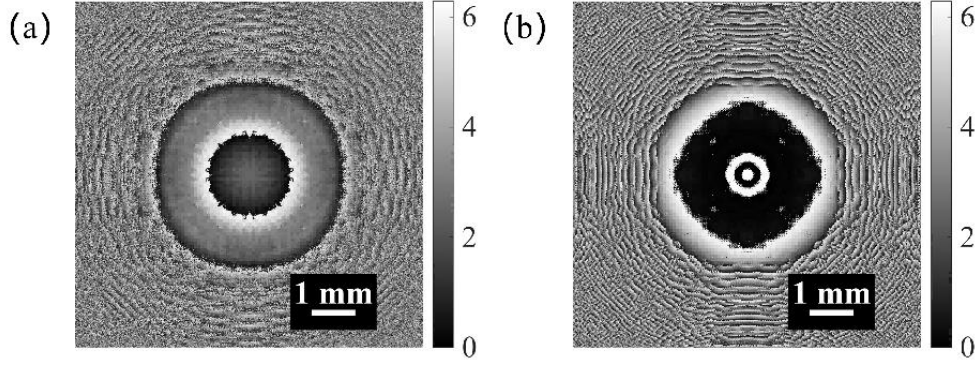


图 7 优化结果：两个 DOE 的相位分布 ($\sigma_0=10\%$, $\Psi_0=70\%$) (a) DOE₁; (b) DOE₂

Fig. 7. Optimization results: Phase distributions of the two DOEs ($\sigma_0=10\%$, $\Psi_0=70\%$). (a) DOE₁; (b) DOE₂.

图 7 是经过迭代获得的两个 DOE 的相位图。相位分布的图案为一系列同心圆，数值分布为 $[0, 2\pi)$ rad。

4 讨 论

本文所提出算法的核心在于“中继整形”，利用双DOE实现将远场的多平顶振幅目标面优化问题，降维并等效为近场单一平面准高斯分布的复振幅（振幅和相位联合）优化问题。

相较于直接以平顶高斯光束为优化目标，以高斯光束作为输入的情况下，本文采用“中继面”的“准高斯”分布作为优化目标能够降低相位恢复的求解复杂度。如图 8 所示，在大工作距离下，由于平顶高斯光束与高斯光束场分布差异较大，直接使用平顶高斯光束为优化目标的方法在大工作距离下未能取得较好的整形结果，其均方根误差（Root Mean Square Error, RMSE）为 0.0195。以“准高斯光束”作为优化目标，然后光束自行衍射为平顶高斯光束的方案效果更好，其迭代收敛后的 RMSE 比直接使用平顶高斯光束为优化目标的结果小一个数量级。

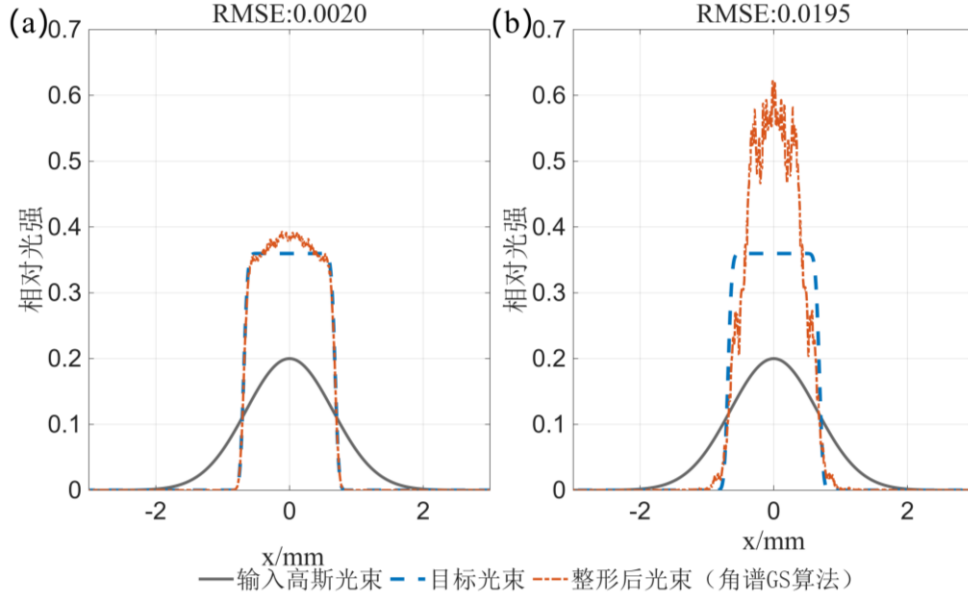


图 8 不同优化目标在 $z=0$ 处的整形效果 (a) 本算法的结果；(b) 直接以平顶高斯光束为优化目标的结果

Fig. 8. Reshaped results of different optimization targets at $z=0$. (a) The result of our algorithm; (b) The result of direct shaping into a Flattened Gaussian beam.

相较于单DOE直接优化远场平顶振幅分布，本算法利用双DOE结构分别限制目标光场的振幅和相位，其中第二块DOE提供了额外的相位调制自由度，使得整形后的光束在强度和相位分布上都更接近理想平顶高斯光束，从而延长了光束的平顶保持距离。如图9所示，在 $[-0.2z_{R,in}, 0.2z_{R,in}]$ 范围内，由于传统单DOE方案（基于改进GS算法的MRAF算法）未对目标平面相位分布进行限制，其生成的平顶光束在轴向传输中难以维持平顶特性，在 $z=0$ 前后， $\sigma(z)$ 急剧上升， $\Psi(z)$ 急剧减小，光束迅速发散。而由于本算法生成的光束在目标面处的振幅和相位分布都接近理想平顶高斯光束，因此其轴向传输特性也更接近平顶高斯光束。在 $z=0$ 前后， $\sigma(z)$ 增长更慢， $\Psi(z)$ 也始终维持稳定在70%以上。尽管在 $z=0$ 附近，整形后光束的平顶质量不及平顶高斯光束，但在适当放宽平顶质量要求之后，其平顶传输距离超过了理想平顶高斯光束模型。特别地，当整形目标为 $\sigma(z) < 10\%$ 、 $\Psi(z) > 70\%$ 时，整形后光束平顶保持距离为同等条件下理想平顶高斯光束的1.13倍(后

者为 $0.146z_{R,in}$)。该结果表明,本算法不仅能够在目标面处生成接近理想平顶高斯光束的光强分布,还能在特定情况下具有略长于理想平顶高斯光束的平顶保持距离。

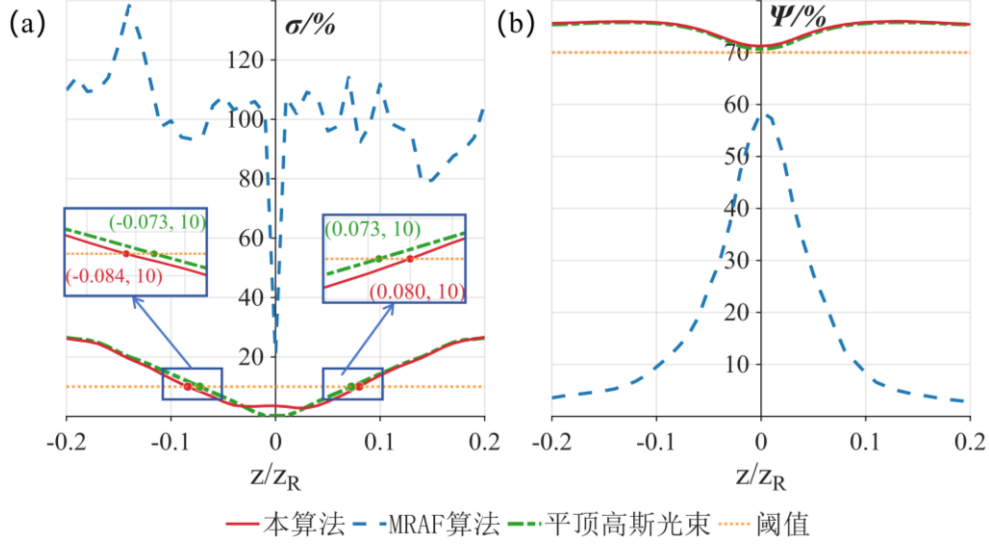


图9 本算法与单DOE的MRAF算法整形结果对比 (a) 不平整度 $\sigma(z)$; (b) 能量集中度 $\Psi(z)$
Fig. 9. Comparison of reshaped results between our algorithm and the single-DOE MRAF algorithm. (a) Non-uniformity $\sigma(z)$; (b) Energy concentration $\Psi(z)$.

尽管本文提出的“中继整形法”能够实现平顶光束的长距离保持,但在工程落地与算法优化方面仍存在进一步研究和改进的空间。一方面,相位调制精度直接受衍射光学元件(DOE)像元尺寸制约:减小DOE像元尺寸虽能提高相位调制精度,改善平顶光束能量分布的均匀性。然而,却也会导致数值计算规模显著增加,同时推高DOE的加工难度和制造成本。另一方面,相位分布的起伏程度同样影响加工可行性,大幅相位起伏将伴随着剧烈的相位跃迁,给DOE制造带来额外挑战。因此,还应在算法设计过程中对相位分布的起伏程度进行合理约束,以兼顾整形性能与加工可实现性。此外,GS算法在求解高维非线性优化问题时易陷入局部最优解。后续工作可考虑将本文提出的方法与智能优化算法相结合,例如利用遗传算法提升全局寻优能力,或结合深度学习方法生成更优的初始相位分

布。该策略有望进一步改善光束整形性能，在延长平顶保持距离的同时提高输出光束的能量均匀性。

5 结 论

针对基于单个DOE整形算法在大工作距离下生成长距离传输的平顶光束难度过高的问题，本研究通过级联两块DOE，使用“中继整形法”提高GS算法的寻优效率，生成了高质量的平顶高斯光束。仿真表明，生成的光束与平顶高斯光束传输特性高度一致。本研究获得了可在大工作距离下保持平顶效果的光束，为平顶高斯光束的生成提供了有价值的参考方案。

录用稿件，非最终出版稿

附录A

根据(1)式和(6)式，本文定义的平顶区域 Ω 和平顶区域半径 r_{FT} 与 η 、 N 和 $\omega_{FGB}(0)$ 相关。本附录将分别探究 η 、 N 和 $\omega_{FGB}(0)$ 对平顶区域判定的影响。

当 $N=40$ 、 $\omega_{FGB}(0)=1$ mm 时， η 与 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 之间的关系如表 A1 所示：

表 A1 η 与 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 之间的关系

Table. A1. The relationship between η and $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$.

η	$r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$
0.01	0.80
0.015	0.81
0.02	0.82
0.025	0.82
0.03	0.82
0.035	0.83
0.04	0.84
0.045	0.84
0.05	0.84

如表 A1，随着 η 的增大， $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 缓慢增大，且增大速率逐渐减小。在该组参数下，当 $\eta=0.05$ 时， $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 可达 0.84。

当 $\eta=0.015$ 、 $\omega_{FGB}(0)=1$ mm 时， N 与 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 之间的关系如表 A2 所示：

表 A2 N 与 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 之间的关系

Table. A2. The relationship between N and $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$.

N	$r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$
20	0.74
25	0.77
30	0.78
35	0.80
40	0.81
45	0.82
50	0.83

如表 A2，随着 N 的增大， $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 缓慢增大，且增大速率逐渐减小。在该组参数下，当 $N=50$ 时， $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 可达 0.83。

当 $\eta=0.015$ 、 $N=40$ 时， $\omega_{FGB}(0)$ 与 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 之间的关系如表 A3 所示：

表 A3 $\omega_{FGB}(0)$ 与 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 之间的关系

Table. A3. The relationship between $\omega_{FGB}(0)$ and $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$.

$\omega_{FGB}(0)/\text{mm}$	$r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$
0.1	0.79
0.25	0.80
0.5	0.81
1	0.81
2	0.81
4	0.81
6	0.81

如表 A3 所示，随着 $\omega_{FGB}(0)$ 的增大， $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 缓慢增大。在该组参数下，当 $\omega_{FGB}(0)$ 大于 0.5 mm 后， $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 已基本收敛至 0.81。

本文需要通过已知 r_{FT} 计算 $\omega_{FGB}(0)$ ，进而得到平顶高斯光束的方程。特别地，当 $r_{FT}=\omega_{in}=0.58\text{ mm}$ 时， $\omega_{FGB}(0)=\frac{r_{FT}}{r_{FT}/\omega_{FGB}(0)}>r_{FT}=0.58\text{ mm}$ ，根据表 A3，此情况下对应的 $r_{FT}/\omega_{FGB}(0)$ 已基本收敛至 0.81。因此可认为，当 $\eta=0.015$ 、 $N=40$ 、 $r_{FT}=\omega_{in}=0.58\text{ mm}$ 时， $\omega_{FGB}(0)=r_{FT}/0.81$ ，对应本文中讨论的情况。

参考文献

- [1] Gao L, Hu M, Li H, Xu M, Zhou X, Bi M, Pan S, Liu C 2024 *J. Mod. Opt.* **71**

- [2] Liu C, Guo Y 2022 *Sensors* **22** 4199
- [3] Zhong L, Li Y, Fu S, Qin Y, Liu J, Jiang P, Yang H 2024 *J. Opt. Soc. Am. A* **41** 2004
- [4] Buske P, Michels L, Wahl C, Grossert C, Hofmann O, Bonhoff A, Holly C 2025 *Opt. Express* **33** 21040
- [5] Du Y, Zhang C, Tan Q 2024 *Opt. Commun.* **563** 130593
- [6] Ellingen E, Lange R 2025 *IEEE Photonics J.* **17** 2201209
- [7] Stefanidi D, Wilhelm L M, Schreiber P, Brüning R, Tünnermann A 2024 *Appl. Opt.* **63** 3046
- [8] Chen X, Fang X, Ma D, Liu Y, Cao L, Zhai Y 2022 *Appl. Opt.* **61** C55
- [9] Moreno I, Davis J A, Sánchez-López M M, Cottrell D M 2025 *Opt. Lett.* **50** 2298
- [10] Chen H, Wang N, Huang Y, Wu C, Rong Y 2024 *Appl. Opt.* **63** 3283
- [11] Niu B, Dai X, Hu Y, Zhang H, Jing G, Zhang Z, Fan G 2024 *Opt. Commun.* **557** 130303
- [12] Ma L, Zhang W, Dai X 2024 *Phys. Scr.* **99** 126007
- [13] Li H, Wu X, Liu G, Wang X, Luo S, Chen Z, Pu J 2021 *IEEE Photonics J.* **13** 1
- [14] Hu C, Jiang D, Sun G, Zhang J 2024 *Appl. Opt.* **63** 6130
- [15] Saucourt J, Gobé B, Helbert D, Desfarges-Berthelemot A, Kermène V 2024 *Opt. Fiber Technol.* **88** 104017
- [16] Pasienski M, DeMarco B 2008 *Opt. Express* **16** 2176
- [17] Tumkur T U, Voisin T, Shi R, Depond P J, Roehling T T, Wu S, Crumb M F,

- Roehling J D, Guss G, Khairallah S A, Matthews M J 2021 *Sci. Adv.* **7** eabg9358
- [18] Sundar R, Ranganathan K, Oak S M 2008 *Appl. Opt.* **47** 147
- [19] Pal V, Tradonsky C, Chriki R, Kaplan N, Brodsky A, Attia M, Davidson N, Friesem A A 2018 *Appl. Opt.* **57** 4583
- [20] Bagini V, Borghi R, Gori F, Pacileo A M, Santarsiero M, Ambrosini D, Schirripa Spagnolo G 1996 *J. Opt. Soc. Am. A* **13** 1385
- [21] Gori F 1994 *Opt. Commun.* **107** 335
- [22] Lv B D 2003 *Laser optics* 3rd ed (Beijing: Higher Education Press) (in Chinese)
- [吕百达 2003 激光光学 第三版 (北京: 高等教育出版社)]
- [23] Gerchberg R W, Saxton W O 1972 *Optik* **35** 237

A method for generating Flattened Gaussian beam based on dual-diffraction optical elements*

Fenghao Luo¹⁾ Shuaijie Han¹⁾ Qiunan Yang²⁾ Bo Zhang²⁾ Lina Liu²⁾ Yanmei Liang¹⁾ [†]

1) (Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin Key Laboratory of Micro-Scale Optical
Information Science and Technology, Tianjin 300350, China)

2) (National Key Laboratory of Particle Transport and Separation Technology, Tianjin 300180,
China)

Abstract

The Flat-top beam has a relatively uniform transverse intensity distribution and is valuable in laser processing, high-energy laser transmission, and other related applications. An extended axial flat-top range can also improve the tolerance to focal-position drift and axial displacement. However, most beam-shaping methods based on diffractive optical elements (DOEs) optimize the field at a single target plane, with limited control over the beam phase and axial evolution. Consequently, the generated flat-top profile is usually maintained only near the target plane. To address the difficulty of phase retrieval and the limited flat-top holding distance at a large working distance, a dual-DOE relay beam shaping method is

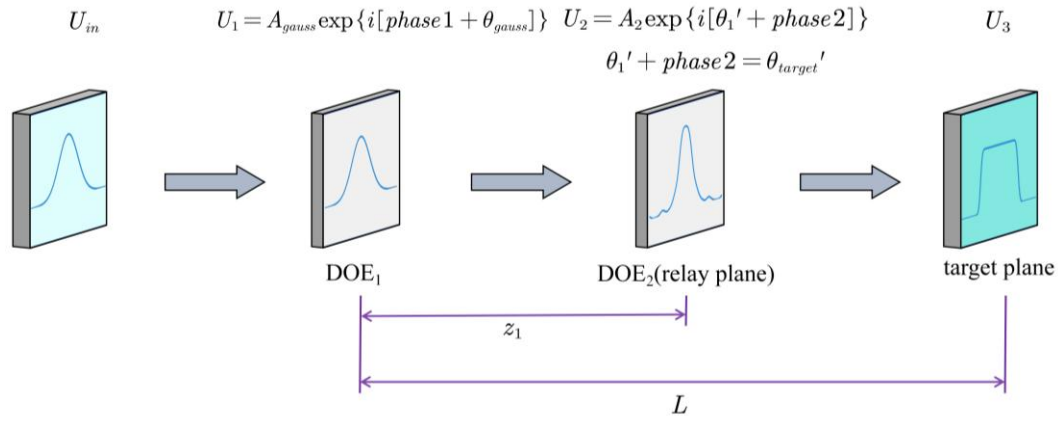
* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62375144) and the National Key Laboratory of Particle Transport and Separation Technology (No. KGKF-2024-3).

[†] Corresponding author. E-mail: ymliang@nankai.edu.cn

The first author. E-mail: 2120250482@mail.nankai.edu.cn

proposed based on the Flattened Gaussian beam (FGB) model, angular-spectrum propagation theory, and the Gerchberg-Saxton (GS) algorithm in this paper. The target FGB is firstly back-propagated to a relay plane to obtain a quasi-Gaussian target field closer to the incident Gaussian beam. The first DOE is used to perform amplitude shaping, and the second DOE, placed at the relay plane, is used to compensate for the phase difference between the shaped and target fields. After further free-space propagation, the quasi-Gaussian beam evolves into an FGB and maintains its flat-top characteristics over an extended axial range. We convert the far-field shaping problem into a complex-amplitude optimization problem at the relay plane and provide an additional degree of freedom for phase control in our study. At a working distance of twice the input Rayleigh length, the flat-top holding distance reaches 0.165 times the input Rayleigh length when the non-uniformity is less than 10% and the energy concentration is above 70%. When the criteria are relaxed to the non-uniformity less than 20% and an energy concentration above 50%, the distance increases to 1.097 times the input Rayleigh length. The axial evolution of the shaped beam agrees well with that of an ideal FGB model. Compared with direct optimization of the distant FGB, the quasi-Gaussian relay target reduces the converged error by approximately one order of magnitude. Under the 10%

non-uniformity and 70% energy-concentration criteria, the flat-top maintenance distance is approximately 1.13 times that of the ideal FGB model. The proposed method provides a feasible approach for generating FGB with an extended axial range at a large working distance.



Keywords: Beam shaping, Flattened Gaussian beam, Gerchberg-Saxton algorithm, Relay beam shaping