

光镊中费米子光频移不确定度抑制方法研究 *

陈杭^{1)2)#} 刘桐言^{1)2)#} 左少龙¹⁾²⁾ 唐骁康¹⁾²⁾ 邓志姣¹⁾²⁾ 周勇
 壮^{1)2)†} 沈咏^{1)2)‡} 邹宏新^{1)2)††}

1) (国防科技大学理学院, 长沙 410073)

2) (量子信息机理与技术湖南省重点实验室, 长沙 410073)

光镊阵列兼具光晶格的数量规模优势与离子阱的灵活操控能力, 是极具潜力的量子信息研究平台。虽然魔幻波长可以有效抑制光镊的标量光频移, 但是对于费米子, 高数值孔径物镜聚焦引入的光场偏振空间变化会引入矢量和张量光频移展宽, 影响其相干性。针对这一问题, 本文引入 4Pi 聚焦构型, 基于 Richards-Wolf 矢量衍射理论, 建立了光镊光场模型, 并以 ^{87}Sr 为例, 在典型的实验条件下计算了钟跃迁光频移。结果表明, 4Pi 构型通过对称物镜光场的相消干涉有效抑制纵向电场分量, 在捕获区域形成纯净线偏振光场, 大幅抑制了矢量和张量光频移的空间变化, 使光频移展宽降低三个数量级至 0.1 mHz 量级, 远低于其自然线宽 (约 1 mHz), 对应频率不确定度降至 10^{-19} 量级。该方案为光镊阵列中实现费米子长相干时间、高保真度的量子操控提供了新途径, 有望推动量子精密测量、可扩展量子模拟与容错量子计算等领域的突破。

关键词: 光镊, 费米子, 光频移, 4Pi 聚焦系统

PACS: 31.15.ap, 32.70.J, 06.30.Ft, 42.25.-p

1 引言

在量子信息科学中, 实现大规模、可寻址的单原子操控是构建可扩展量子系统的核心目标之一。光镊阵列技术通过高数值孔径物镜紧聚焦光束, 形成多个微米尺度的独立光势阱, 每个阵点仅囚禁单个原子,

同等贡献作者.

† 通讯作者. Email: y.zhou@protonmail.com

‡ 通讯作者. Email: shenyong08@nudt.edu.cn

†† 通讯作者. Email: hxzou@nudt.edu.cn

* 国家自然科学基金 (批准号: 62275268, 62375284, 62475287)、湖南省青年科学基金 A 类项目 (批准号: 2025JJ20063) 资助的课题.

并通过扩大阵列规模提升总原子数，为实现这一目标提供了重要途径。光镊阵列可通过声光偏转器 (AOD) 产生，但是它会改变光场频率，随着格点数量增多，偏离魔幻波长带来的影响逐渐增大，导致阵列规模受限^[1-6]。空间光调制器 (SLM)、光学超表面等空间相位调制器件可以为所有格点提供相同阱频率，成为产生大规模光镊阵列的另一种方案^[5-10]。这种光阱技术兼具光晶格方案的原子规模与离子阱方案的单粒子操控能力，且单个势阱所需光强远小于光晶格，可大幅降低光频移，在量子精密测量、可扩展量子模拟与容错量子计算等方面展现出独特优势^[2-13]。

在冷原子研究中，碱土金属锶原子凭借其双电子结构带来的窄线宽钟跃迁，成为近年来的热门研究体系^[11-16]。当前，锶原子光镊阵列系统通常采用玻色子 ^{88}Sr ，实现了秒级钟跃迁相干、自旋压缩纠缠和可编程量子模拟等一系列突破性进展，充分验证了光镊阵列的应用潜力^[10-12]。然而， ^{88}Sr 的 $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$ 跃迁绝对禁戒，需施加强外磁场打破 LS 耦合才能诱导出钟跃迁，该强磁场对频率不确定度的影响尚缺乏完整的实验评估；此外，玻色子特性导致其实现单原子占据需借助额外的实验步骤，且单次装载的平均填充率难以突破 50%，存在固有的实验复杂度与效率限制。

与 ^{88}Sr 相比，费米子 ^{87}Sr 因对光场偏振敏感而尚未在光镊阵列中被广泛采用^[12,15]，但它天然避免了 ^{88}Sr 的上述局限： ^{87}Sr 无需外部磁场诱导即天然存在超窄钟跃迁，且泡利阻塞机制有利于在光镊中实现高效的单原子填充，避免了玻色子装载效率受限的问题。其中，零磁场下的超窄钟跃迁得益于核自旋 $I = 9/2$ 非零，超精细相互作用轻微打破了 LS 耦合，使得 $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$ 跃迁获得非零矩阵元，自然线宽保持在约 1 mHz 的超窄水平，可将光钟系统不确定度推进至 10^{-19} 量级^[17,18]。然而，非零核自旋也导致 ^{87}Sr 的能级对光场偏振高度敏感。在光晶格中，对向传播光束形成的驻波场自身保持稳定线偏振，这一偏振敏感性问题并不突出， ^{87}Sr 因而成为光晶格钟实验的主流研究对象^[19-22]。与光晶格不同，光镊技术依赖于高度聚焦的光束，需采用高数值孔径 (NA) 的物镜，依据 Richards-Wolf 矢量衍射理论，高 NA 物镜的紧聚焦会在焦区产生不可忽略沿光轴方向电场分量，导致原子囚禁区域光场偏振态出现显著空间变化^[23,24]。当 ^{87}Sr 从光晶格转入光镊时，其不为零的矢量与张量极化率将响应这种偏振非均匀性，产生位置依赖的光频移，引入额外的非均匀展宽，严重破坏相干性。因此，解决 ^{87}Sr 在紧聚焦光场中的偏振非均匀展宽问题，是充分发挥其费米子固有优势、发展高性能 ^{87}Sr 光镊阵列平台的关键，具有重要的科学意义与应用价值。

4Pi 聚焦光镊系统为解决上述困境提供了一种独特的方案。该构型采用两个对称放置的高数值孔径物镜，使对向传播的光束在共焦区干涉^[25,26]。若两个物镜产生的轴向电场分量在中心区域干涉相消，整个原子捕获区域内的光场可保持纯净线偏振态，从而有效抑制依赖光场偏振态的矢量和张量光频移的空间非

均匀性，降低由此引起的钟跃迁谱线展宽。4Pi 构型下焦点附近的轴向光强分布较单物镜显著收窄，这一特点可提高轴向分辨率，已被广泛用于微粒捕获和高分辨显微研究^[5,26-31]，但该构型下焦场偏振特性及其对原子光频移的影响尚未见文献报道。

本文提出利用 4Pi 聚焦构型解决高数值孔径光镊中光场偏振空间变化导致费米子矢量和张量光频移非均匀展宽问题，并以 ^{87}Sr 为例进行理论验证。首先，计算 ^{87}Sr 钟跃迁的极化率和魔幻波长，其次基于 Richards-Wolf 矢量衍射理论，分别建立单物镜与 4Pi 双物镜的光镊焦场模型，系统计算焦点附近光强、偏振度及原子概率密度的三维空间分布。然后，结合钟跃迁的标量、矢量与张量极化率，在典型实验条件下定量分析两种构型下光频移的偏振空间不均匀性及其对谱线展宽的贡献。最后，对比评估两种光镊的总光频移展宽及其对钟跃迁频率不确定度的影响。

2 方法与理论

2.1 铯原子的光频移计算

原子在光镊中受到强束缚光学势阱的囚禁。在二阶微扰论下，原子与俘获光（复振幅为 $\mathbf{E}$ ，功率密度为 $I = \varepsilon_0 c |\mathbf{E}|^2 / 2$ ）之间的非共振电偶极相互作用有效哈密顿量 $\hat{H}_{\text{eff}}$ 表示为^[32]

$$\hat{H}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4} \hat{\alpha} |\mathbf{E}|^2, \quad (1)$$

其中 $\hat{\alpha}$ 是极化率算符，可展开为三个不可约算符之和，由以下标量极化率 α_s 、矢量极化率 α_v 和张量极化率 α_t 完全表征^[33]

$$\begin{aligned} \alpha_s &= \frac{1}{\hbar} \sum_{|n'J'F'\rangle} \frac{1}{3(2F+1)} |\langle F' || d || F \rangle|^2 \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega_l} + \frac{1}{\omega_0 + \omega_l} \right), \\ \alpha_v &= \frac{1}{\hbar} \sum_{|n'J'F'\rangle} (-1)^{1-F-F'} \sqrt{\frac{6F}{(F+1)(2F+1)}} \begin{Bmatrix} F & F & 1 \\ 1 & 1 & F' \end{Bmatrix} |\langle F' || d || F \rangle|^2 \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega_l} - \frac{1}{\omega_0 + \omega_l} \right), \\ \alpha_t &= \frac{1}{\hbar} \sum_{|n'J'F'\rangle} (-1)^{F+F'} \sqrt{\frac{10F(2F-1)}{3(F+1)(2F+3)(2F+1)}} \begin{Bmatrix} F & F & 2 \\ 1 & 1 & F' \end{Bmatrix} |\langle F' || d || F \rangle|^2 \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega_l} + \frac{1}{\omega_0 + \omega_l} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

其中，求和下标 $|n'J'F'\rangle$ 表示对目标能级 $|F\rangle$ 所有激发态能级求和。约化矩阵元的平方 $|(F' || d || F)|^2$ 可以从激发态寿命 τ 计算得到 [33]

$$|(F' || d || F)|^2 = \frac{3\pi\epsilon_0\hbar c^3}{\omega_0^3} (2F' + 1) \frac{\zeta}{\tau} B_{\text{hfs}} B_{\text{fs}}, \quad (3)$$

其中 $\zeta = \frac{\omega_0}{\bar{\omega}_0}$ 是一个无量纲参数，用于描述精细结构能级分裂引入的修正因子， ω_0 为跃迁角频率， $\bar{\omega}_0$ 表征跃迁激发态 $|F'\rangle$ 与基态 $|F\rangle$ 之间精细结构重心之间的能量差 [34]。 B_{fs} 和 B_{hfs} 分别为精细和超精细结构 $6j$ 因子，表示为 [33]

$$B_{\text{fs}} = (2J + 1)(2L' + 1) \begin{Bmatrix} J' & 1 & J \\ L & S & L' \end{Bmatrix}^2, \quad (4)$$

$$B_{\text{hfs}} = (2F + 1)(2J' + 1) \begin{Bmatrix} F' & 1 & F \\ J & I & J' \end{Bmatrix}^2. \quad (5)$$

对于钟激发态 $5s5p^3P_0$ ，直接计算其极化率并不充分。 ^{87}Sr 的核自旋为 $I = 9/2$ ，通过超精细相互作用，该态将与 $5s5p^3P_1$ ($F = 9/2$)、 $5s5p^3P_2$ ($F = 9/2$) 以及 $5s5p^1P_1$ ($F = 9/2$) 态以混合系数 c_p 发生混合，从而改变其物理性质。由于这些态的 $J \neq 0$ ，它们具有较大的矢量与张量极化率，这种混合为 3P_0 态引入了原本禁戒的光频移矢量和张量成分。其中， $5s5p^3P_1$ 和 $5s5p^3P_2$ 的混合分别贡献了主要的矢量和张量极化率成分。该态混合可写为 [33,34]

$$|^3P_0\rangle = |^3P_0^0\rangle + 2.3 \times 10^{-4}|^3P_1^0\rangle - 1.38 \times 10^{-6}|^3P_2^0\rangle - 4.1 \times 10^{-6}|^1P_1^0\rangle \quad (6)$$

其中等式右边的态都是未经混合的纯 LS 耦合态。

当涉及态混合时，极化率算符 $\hat{\alpha}$ 的计算更为复杂，但式 (2) 仍可用于有效表示原子极化率。将式 (6) 中四个纯态基底分别记为 $|\phi_p\rangle$ ， $p = 1, 2, 3, 4$ 对应 $|^3P_0^0\rangle, |^3P_1^0\rangle, |^3P_2^0\rangle, |^1P_1^0\rangle$ ， c_p 为对应的混合系数；只需对所有 $|\phi_p\rangle$ 与 $|\phi_q\rangle$ 的组合以乘积 $c_p c_q^*$ 为权重进行平均，并将因子 (4)(5) 替换为 [33]

$$\bar{B}_{\text{fs}} = (-1)^{J_p+J_q} \sqrt{(2J_p+1)(2J_q+1)} \times (2L'+1) \begin{Bmatrix} J' & 1 & J_p \\ L & S & L' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & 1 & J_q \\ L & S & L' \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

$$\bar{B}_{\text{hfs}} = (2F+1)(2J'+1) \begin{Bmatrix} F' & 1 & F \\ J_p & I & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} F' & 1 & F \\ J_q & I & J' \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

为更准确地计算极化率，本文还考虑了上能级超精细分裂对频率的影响。对于核自旋 $I = 9/2$ 、总角动量量子数为 J' 的能级，其超精细能级 F' 的能量移动为

$$\Delta E_{\text{hfs}}(F') = \frac{1}{2}AC + B \frac{\frac{3}{4}C(C+1) - I(I+1)J'(J'+1)}{2I(2I-1)J'(2J'-1)}, \quad (9)$$

其中 A, B 分别为磁偶极和电四极超精细常数， $C = F'(F'+1) - I(I+1) - J'(J'+1)$ 。

在光镊铯原子光钟实验中，通常采用红失谐的 813 nm 激光产生光镊。单个原子被束缚于光强极大的焦点附近，光镊激光引起的光频移，即交流斯塔克频移（AC Stark shift），是影响光钟不确定度的重要因素。对于给定超精细能级 $|F, m_F\rangle$ ，其光频移由光势阱、原子极化率及量子化轴方向共同决定。

量子化轴方向 $\mathbf{e}_Z$ 由原子处总磁场方向决定。在光钟运行过程中，通过施加静态偏置磁场 $\mathbf{B}$ 引入塞曼频移，从而分离不同磁子能级 m 。同时，光场本身也会诱导等效磁场，总磁场由二者叠加而成。

$$\mathbf{B}_Z = \mathbf{B} + \frac{\kappa_v U_0 \xi \mathbf{e}_k}{\tilde{g}}, \quad (10)$$

式中 $\tilde{g} = g\mu_B/\hbar$ ，为与朗德 g 因子相关的塞曼频移系数。

确定量子化轴后，对于特定磁子能级 m ，光镊引起的光频移可表示为^[35,36]

$$\begin{aligned} \Delta v(m) &= \left(\Delta k_s + \Delta k_v m \xi \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{e}_Z + \Delta k_t (3|\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{e}_Z|^2 - 1) [3m^2 - F(F+1)] \right) U_0, \\ \Delta k_s &= -\frac{1}{\hbar}, \quad \Delta k_v = -\frac{\alpha_v}{\alpha_s} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{2F}, \quad \Delta k_t = -\frac{\alpha_t}{\alpha_s} \frac{1}{\hbar} \frac{1}{2F(2F-1)}. \end{aligned} \quad (11)$$

等式右边三项分别对应标量、矢量、张量光频移， $\Delta k_s, \Delta k_v, \Delta k_t$ 为相应的微分频移系数。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为光镊激光的复偏振矢量， $\xi \mathbf{e}_k = i(\boldsymbol{\varepsilon} \wedge \boldsymbol{\varepsilon}^*)$ 表征其圆偏振度， $\xi = 0$ 对应纯线偏振， $\xi = 1$ 对应纯圆偏振。 $U_0 = \frac{1}{4}\alpha_s |\mathbf{E}|^2$ 为光镊势阱深度。该公式表明，光场偏振变化直接影响矢量光频移的大小，并通过影响 $\mathbf{e}_Z$ 对张量光频移产生微扰。铯原子钟跃迁光频移即为基态与激发态相应磁子能级的光频移之差。

2.2 基于矢量衍射理论的光镊光场计算

对于高数值孔径物镜，标量衍射近似难以描述光场聚焦的矢量特性，需采用 Richards-Wolf 矢量衍射理论。该理论将聚焦场展开为平面波的角谱积分，能够精确给出焦区三维电场分量的分布。考虑无像差等光程系统，偏振方向沿 x 轴的线偏振单色光经物镜聚焦后，其在几何焦点附近的归一化复振幅电场^[23,25]

为

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} &= (E_x, E_y, E_z) = (-i(I_0 + I_2 \cos 2\phi), -iI_2 \sin 2\phi, -2I_1 \cos \phi), \\
I_0 &= \int_0^{\theta_{\max}} \sqrt{\cos \theta} \sin \theta (1 + \cos \theta) P(\theta) J_0(kr \sin \theta) e^{ikz \cos \theta} d\theta, \\
I_1 &= \int_0^{\theta_{\max}} \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta P(\theta) J_1(kr \sin \theta) e^{ikz \cos \theta} d\theta, \\
I_2 &= \int_0^{\theta_{\max}} \sqrt{\cos \theta} \sin \theta (1 - \cos \theta) P(\theta) J_2(kr \sin \theta) e^{ikz \cos \theta} d\theta.
\end{aligned} \tag{12}$$

式中 I_0, I_1, I_2 为物镜孔径的积分，积分变量 θ 为会聚光线与光轴的夹角， $\theta = 0$ 对应穿过光瞳中心的光线，积分上限 $\theta_{\max} = \arcsin(NA/n)$ 由物镜数值孔径 NA 决定，对应穿过光瞳边缘的光线。 $P(\theta)$ 为瞳函数，描述物镜入瞳面振幅与相位的分布。 J_0, J_1, J_2 分别为第一类零阶、一阶和二阶贝塞尔函数； r, ϕ, z 为以焦点为原点的柱坐标。当透镜数值孔径很小时 ($\theta_{\max} \approx 0$)， $I_1, I_2 \approx 0$ ，积分退化为标量德拜积分，焦场还原为单一横向偏振的标量光场。该公式表明，高数值孔径聚焦的固有特征是光线的偏转会引入不可忽略的轴向电场分量，导致焦区偏振态呈现空间非均匀分布。对于 ^{87}Sr 原子这类具有显著矢量与张量极化率的体系，该非均匀分布将直接转化为光频移的空间位置依赖，从而展宽钟跃迁谱线。

为抑制光镊实验中高数值孔径物镜引入的轴向电场分量，本文提出采用 4Pi 聚焦构型。该构型由两个对称放置的相同物镜组成，两束激光分别经两个物镜入射，除传播方向相反外其余参数均相同，在共焦区发生干涉。此方案不仅能压缩轴向光斑尺寸，更使轴向电场分量因相位相反而相干相消，从而在焦点附近维持纯净线偏振态。在数学上，该构型可通过单物镜光场的空间对称变换实现。具体而言，将上述单物镜光场 $\mathbf{E}$ 绕 x 轴旋转 180° ：在此旋转下，空间坐标按 $(x, y, z) \mapsto (x, -y, -z)$ 映射，电场矢量分量遵循相同变换规律，该对向光场可表示为

$$\mathbf{E}_{\text{sym}}(x, y, z) = (E_x(x, -y, -z), -E_y(x, -y, -z), -E_z(x, -y, -z)) \tag{13}$$

最终总光场为两束光相干叠加：

$$\mathbf{E}_{\text{total}}(x, y, z) = \mathbf{E}(x, y, z) + \mathbf{E}_{\text{sym}}(x, y, z). \tag{14}$$

通过上述叠加，两反向传播光束在焦点处的轴向分量因具有相反的相位而发生相消干涉，被显著抑制，对应的物理光路如图 1 所示。

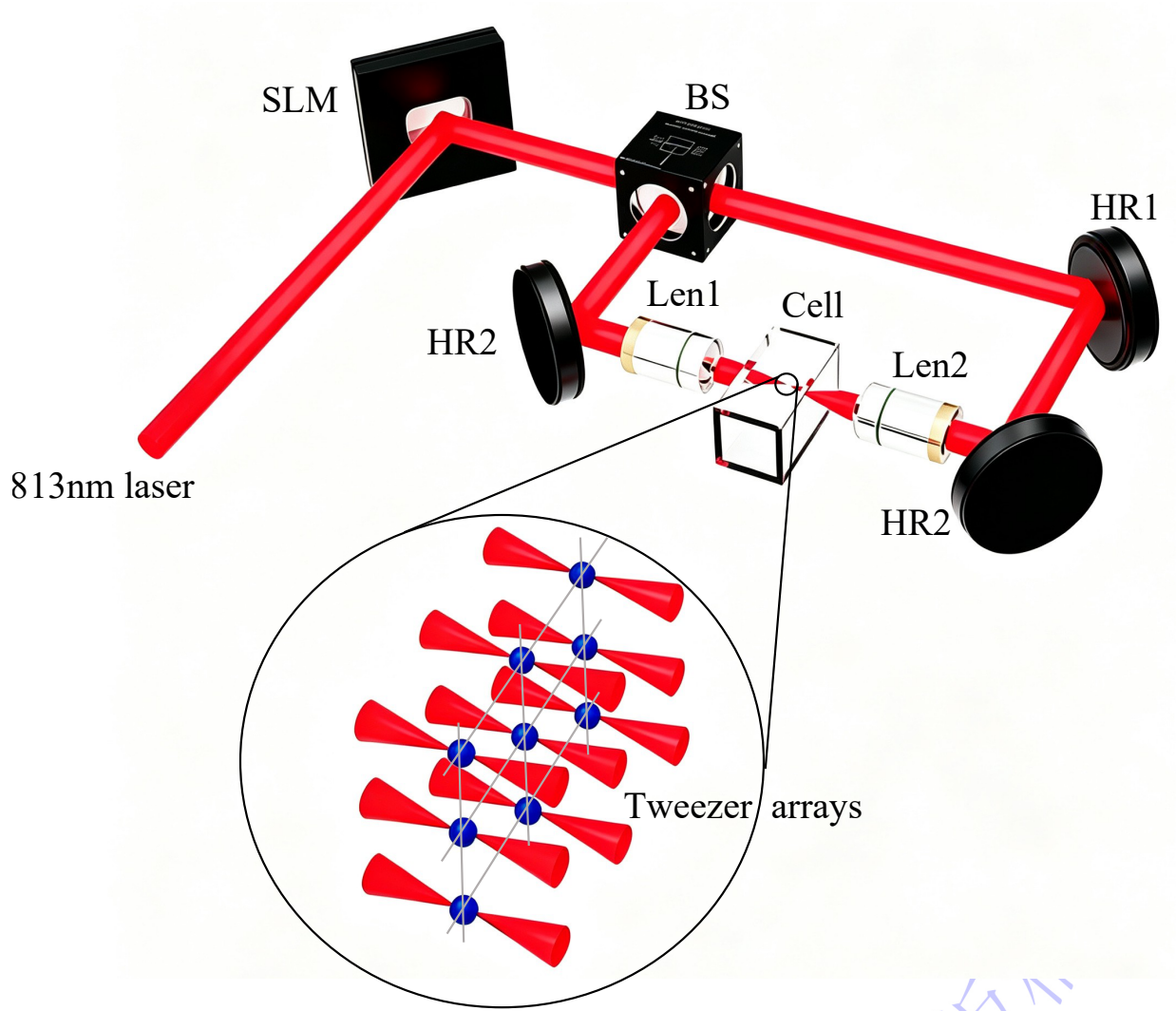


图 1 4Pi 光镊的光路示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the optical path for a 4Pi optical tweezer.

3 计算结果与讨论

3.1 极化率计算结果

本文依据 Martin M. Boyd 博士论文^[34]与 NIST 数据库^[37]公开的光谱数据, 利用公式 (2) 计算 ^{87}Sr 原子 1S_0 和 3P_0 态在 750–850 nm 波长范围内的标量、矢量和张量极化率, 结果如图 2 所示。

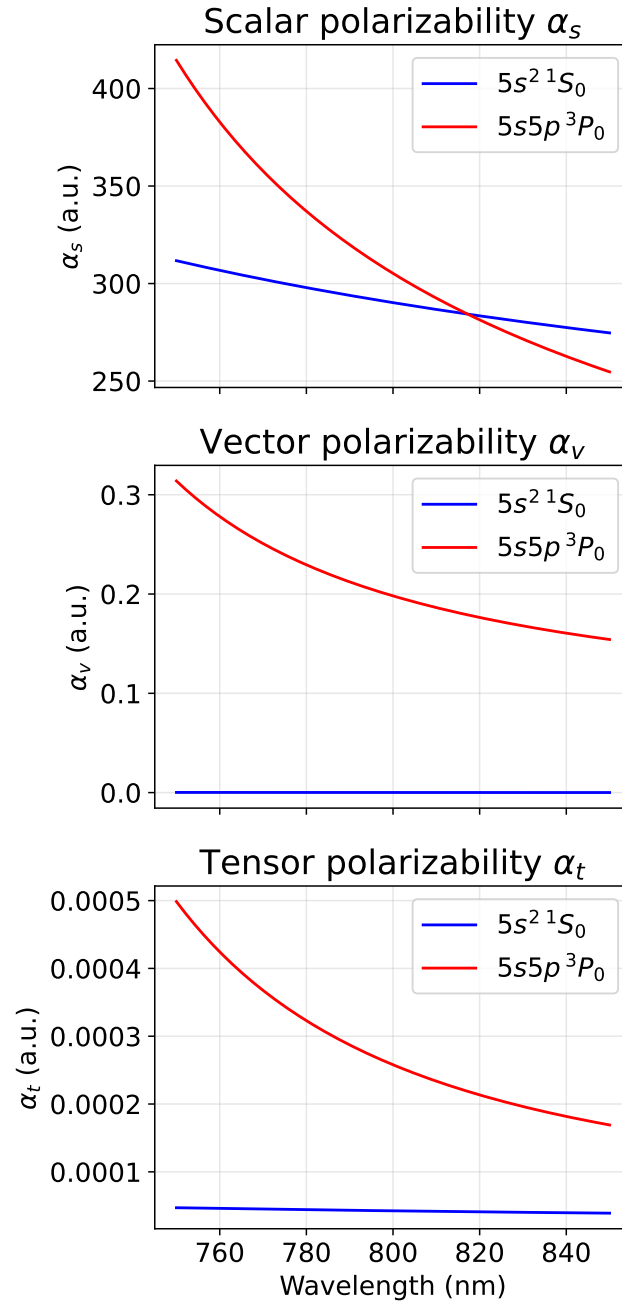


图 2 ^{87}Sr 原子 1S_0 和 3P_0 态的极化率

Fig. 2. Polarizabilities of the 1S_0 and 3P_0 states of ^{87}Sr atom.

图 2 包含三个子图，分别展示钟跃迁上下能级的标量、矢量和张量极化率随波长的变化。结合图 2 结果与式 (11)，分别计算钟跃迁基态与激发态的光频移，可知在该波长范围内均匀光场中存在一个使该跃迁差分光频移恰好为零的魔幻波长。该波长下，标量和张量光频移恰好相互抵消，矢量光频移可通过 $m = \pm 9/2$ 磁子能级的频移取平均予以消除。本文计算得到的魔幻波长为 813.537683(1) nm，与实验测量值 813.4270316(9) nm^[38] 的相对偏差仅约万分之一。该波长下的极化率计算结果列于表 1。

表 1 ^{87}Sr 原子 $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$ 跃迁在 813.537683 nm 处的极化率

Table 1. Polarizabilities of ^{87}Sr $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_0$ transition at 813.537683 nm

原子态	极化率/a.u.		
	α_s	α_v	α_t
$ ^1S_0\rangle$	288.4	8.283×10^{-5}	4.187×10^{-5}
$ ^3P_0^0\rangle, ^3P_0^0\rangle$	288.4	1.482×10^{-2}	-1.068×10^{-5}
$ ^3P_0^0\rangle, ^3P_1^0\rangle$	3.236×10^{-6}	1.678×10^{-1}	-2.353×10^{-6}
$ ^3P_0^0\rangle, ^3P_2^0\rangle$	1.279×10^{-11}	-2.575×10^{-8}	2.391×10^{-4}
$ ^3P_0\rangle$	288.4	1.826×10^{-1}	2.261×10^{-4}
$^3P_0 - ^1S_0$	-1.843×10^{-4}	1.825×10^{-1}	1.842×10^{-4}

表 1 展示了魔幻波长下钟跃迁相关态的极化率。 3P_0 态的实际极化率需计及超精细混合修正，表中列出了纯 $|^3P_0^0\rangle$ 态和分别对其矢量和张量极化率贡献最大的 $|^3P_1^0\rangle$ 、 $|^3P_2^0\rangle$ 混合项引入的极化率修正。由表可见，钟跃迁上下能级的标量极化率差 -1.843×10^{-4} a.u. 与张量极化率差 1.842×10^{-4} a.u. 大小几乎相等、符号相反，二者之和接近零；矢量极化率差约为 0.183 a.u.，远大于标量项和张量项。结合光频移公式 (11) 可知：在魔幻波长下，钟跃迁的标量和张量光频移几乎完全抵消，光频移主要源于矢量项贡献。在均匀光场中，标量和张量光频移通过采用魔幻波长消除，矢量光频移可通过 $m = \pm 9/2$ 磁子能级取平均予以消除，从而压缩钟跃迁的光频移展宽。但在光强和偏振快速变化的光镊势阱中，矢量和张量光频移随空间位置的变化可能导致严重的光频移展宽。

3.2 光场和光频移计算结果

高数值孔径物镜焦点附近的光场由 Richards-Wolf 矢量衍射积分严格描述，沿任一坐标轴的光强分布可围绕原点作泰勒展开，最低阶非零项为二次项，因此在焦点附近小范围内光强可近似为二次型曲面。对于远红失谐光阱，铯原子标量极化率 α_s 远大于矢量极化率 α_v 和张量极化率 α_t ，原子在光场中的势能函数可简化为 $U(\mathbf{r}) = -\alpha_s I(\mathbf{r})/(2\epsilon_0 c)$ 。因此，充分冷却的铯原子在光阱中的空间分布可描述为三维谐振子基态。沿 x 、 y 、 z 方向分别扫描光强并据此计算势能，在中心 $\pm 0.2\lambda$ 范围内作二次拟合，可得各方向的等效简谐曲率 k_i ，进而求得谐振子频率 $\omega_i = \sqrt{k_i/m}$ ，原子概率密度函数为

$$P(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp \left[- \left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{z^2}{2\sigma_z^2} \right) \right]. \quad (15)$$

其中 $\sigma_i = \sqrt{\hbar/(m\omega_i)}$ 表示谐振子基态宽度。

计算中, 入射光束为偏振方向沿 x 轴的线偏振高斯光, 束腰半径等于物镜光瞳半径 (数值孔径 $NA = 0.6$), 相应的瞳函数为 $P(\theta) = \exp[-(\sin \theta/\theta_{\max})^2]$ 。单物镜光镊与 4Pi 双物镜光镊都选取阱深 $U_0 = 10 \mu\text{K}$ (约 $60 E_R$, 反冲能量 $E_R = \hbar \times 3.47 \text{ kHz}$)。两种光镊在焦点附近半波长区域内的光强 I 、圆偏振度 ξ 和原子概率密度 P 在 xy 与 xz 截面内的分布分别如图 3、4 所示。由于光场在 xy 平面近似中心对称, yz 截面与 xz 截面差异很小, 此处仅展示 xy 和 xz 截面。为便于展示, 沿 x 、 z 轴的光强和概率密度均按焦点处数值 (空间中最大值) 归一化。由图可见, 单物镜光镊焦点附近的光场圆偏振度 ξ 随远离焦点逐渐增大; 而 4Pi 光镊中两个对称物镜的光场相消干涉消除了高数值孔径物镜聚焦引入的偏振空间变化, 其焦点附近光场为纯净线偏振。两种光镊的径向光强分布基本相同, 径向原子波包宽度 $\sigma_x \approx 90 \text{ nm}$; 而在轴向维度, 单物镜光镊的光场衰减显著慢于 4Pi 光镊, 其波包宽度 ($\sigma_z = 195 \text{ nm}$) 约为 4Pi 光镊 ($\sigma_z = 53 \text{ nm}$) 的 3.7 倍, 符合 4Pi 显微构型可将轴向分辨率提高约 3 至 4 倍的预期^[25,28]。此外, 光强正比于电场强度的平方, 由于 4Pi 光镊由式 (14) 所示两束对射光束的电场相干叠加而成, 在焦点附近达到相同阱深所需的总入射光功率仅为单物镜光镊的一半。

沿 x 轴正向施加偏置磁场 $B_x = 1 \text{ G}$, 由式 (11) 分别计算基态 $^1S_0 (m = 9/2)$ 和激发态 $^3P_0 (m = 9/2)$ 的光频移并取差值, 所得钟跃迁光频移对应区域标量与张量光频移之和以及矢量光频移在 xy 和 xz 截面内的分布如图 5、6 所示。在魔幻波长处, 钟跃迁标量和张量光频移的代数和近似为零, 二者合并显示可直观反映其相互抵消后的残余量; 矢量光频移受光场偏振态空间变化影响显著, 单独展示便于观察两种构型下的不同分布特征。由图可见, 单物镜光镊中标量与张量光频移之和及矢量光频移在焦点附近均显著大于 4Pi 光镊, 且总光频移完全由矢量分量主导, 表明大数值孔径物镜聚焦产生的光场偏振非均匀性对矢量和张量光频移有显著影响。相比之下, 4Pi 光镊中光场偏振高度均匀, 矢量与张量光频移大幅降低, 残余光频移仅源于标量与张量分量的微弱不平衡。

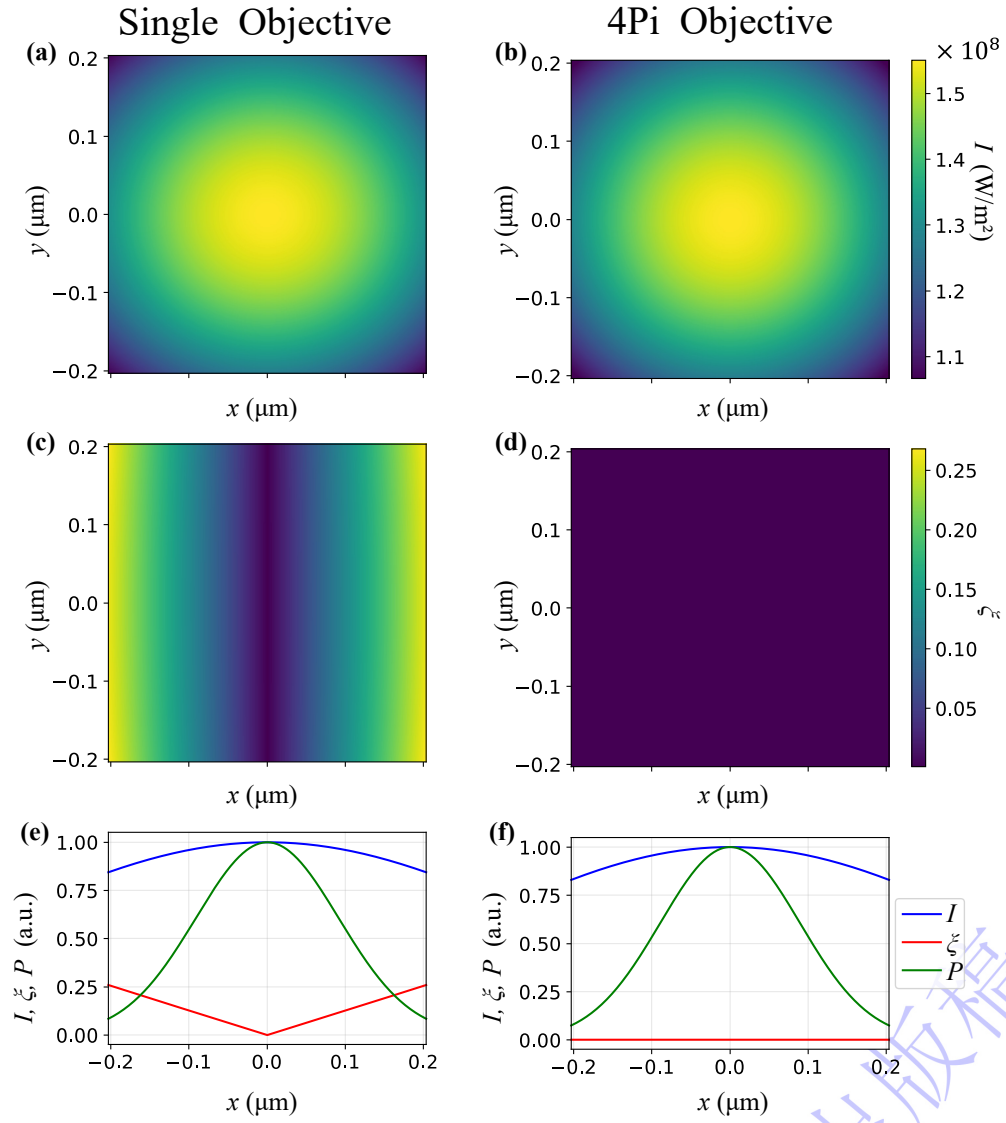


图 3 单物镜光镊和 4Pi 双物镜光镊的焦点附近半波长区域内 x 截面光强 I 分布; x 截面圆偏振度 ξ 分布; x 轴上的光强 I 、圆偏振度 ξ 、原子概率密度 P 以及谐振子基态宽度 σ_x 。

Fig. 3. Distributions within a half-wavelength region around the focus of single-objective and 4Pi optical tweezers: (a)(b) intensity I in the xy plane; (c)(d) degree of circular polarization ξ in the xy plane; (e)(f)

I , ξ , atomic probability density P , and harmonic oscillator ground state width σ_x along the x -axis.

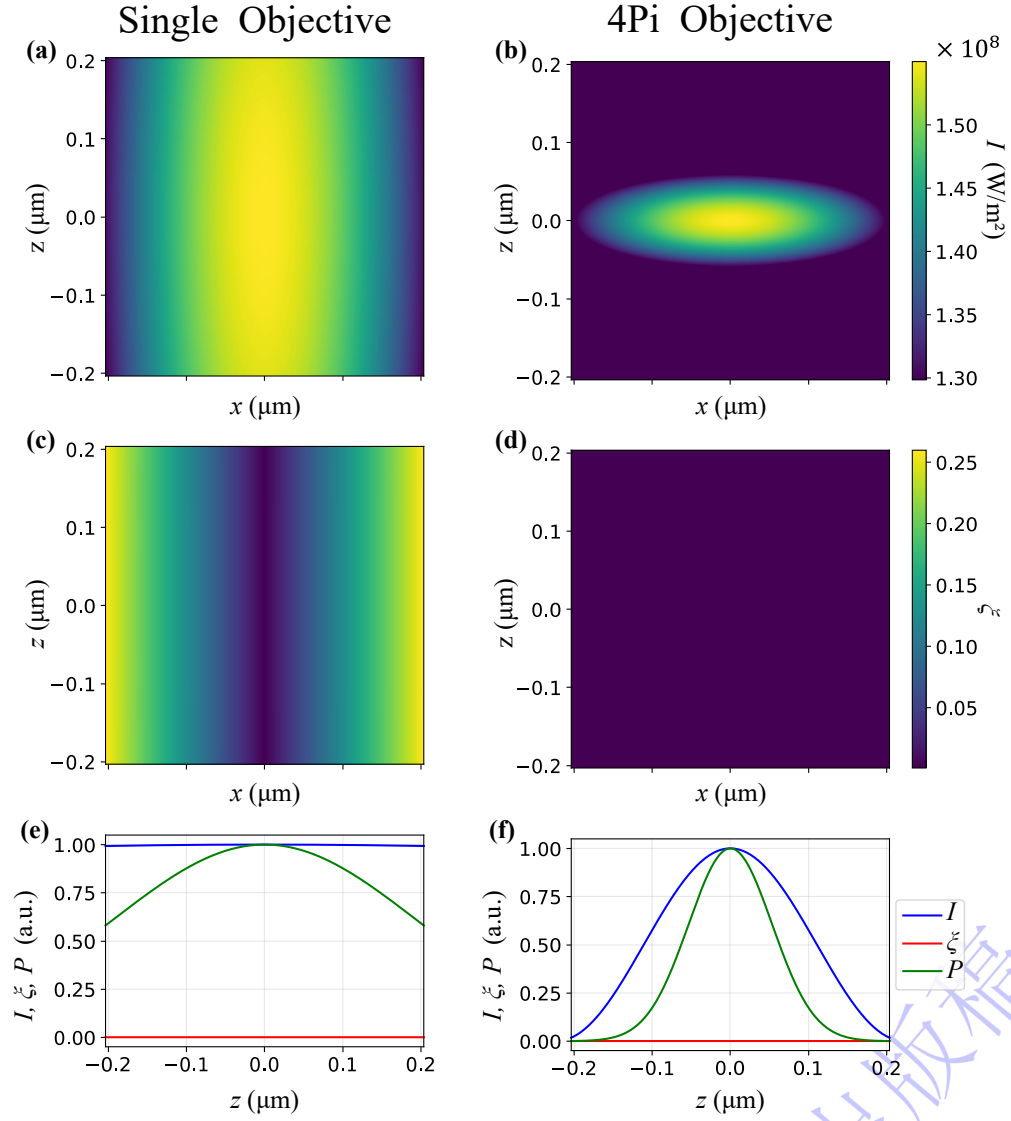


图 4 单物镜光镊和 4Pi 双物镜光镊的焦点附近半波长区域内 (a)(b) xz 截面光强 I 分布; (c)(d) xz 截面圆偏振度 ξ 分布; (e)(f) z 轴上的光强 I 、圆偏振度 ξ 、原子概率密度 P 以及谐振子基态宽度 σ_z 。

Fig. 4. Distributions within a half-wavelength region around the focus of single-objective and 4Pi optical tweezers: (a)(b) intensity I in the xz plane; (c)(d) degree of circular polarization ξ in the xz plane; (e)(f)

I , ξ , atomic probability density P , and harmonic oscillator ground state width σ_z along the z -axis.

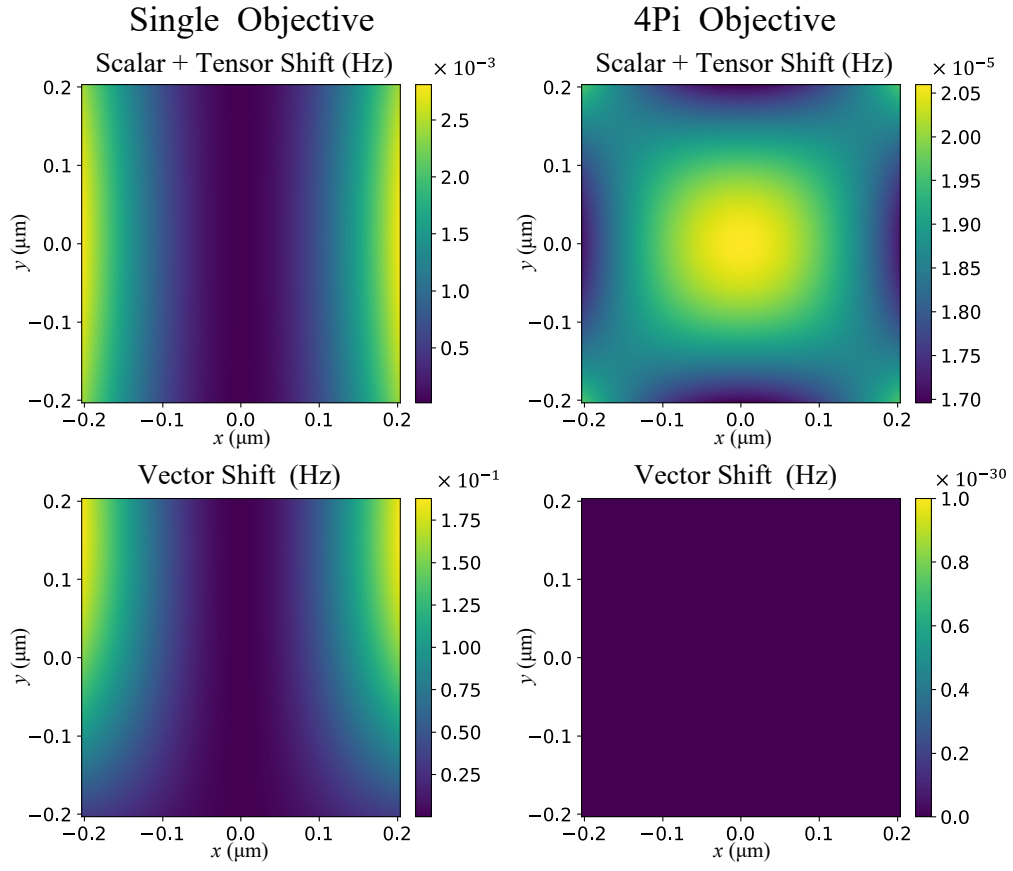


图 5 单物镜光镊和 4Pi 双物镜光镊的焦点附近半波长区域内 xy 截面钟跃迁 (a)(b) 标量光频移与张量光频移之和的分布; (c)(d) 矢量光频移的分布。

Fig. 5. Distributions within half-wavelength around the focus of single-objective tweezer and 4Pi tweezer in the xy plane: (a)(b) distribution of scalar plus tensor light shift; (c)(d) distribution of vector light shift.

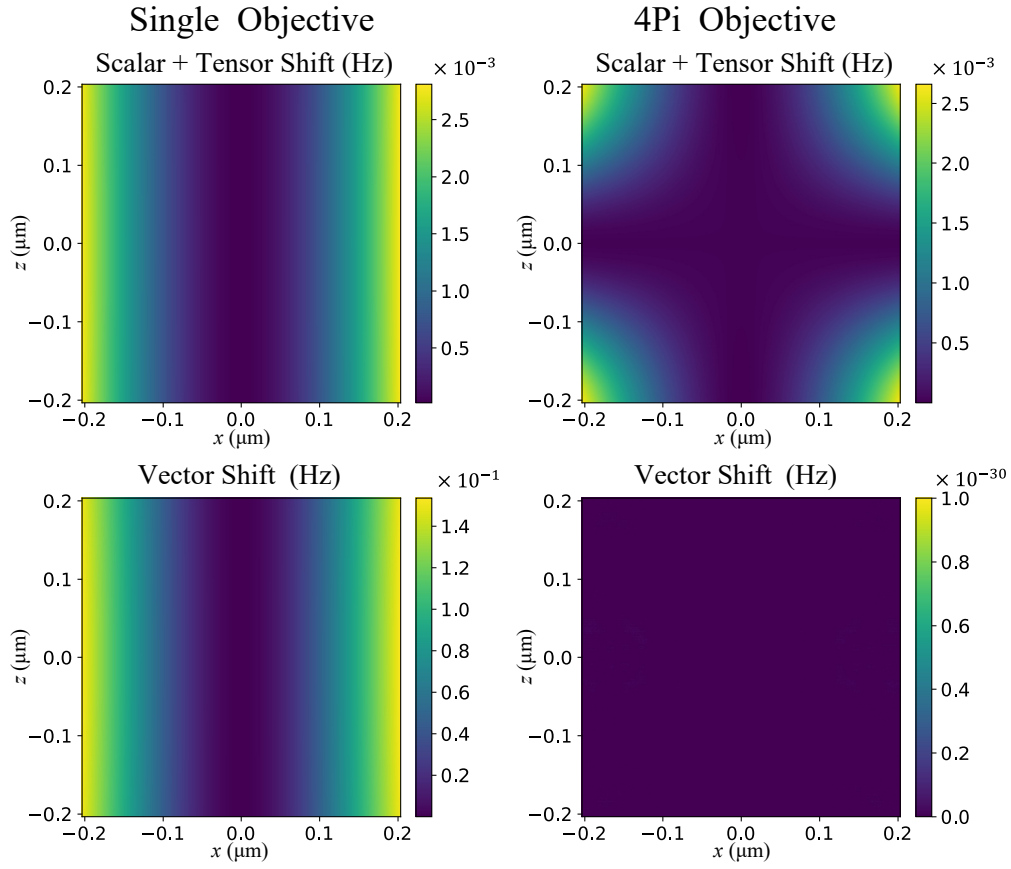


图 6 单物镜光镊和 4Pi 双物镜光镊的焦点附近半波长区域内 xz 截面钟跃迁 (a)(b) 标量光频移与张量光频移之和的分布; (c)(d) 矢量光频移的分布。

Fig. 6. Distributions within half-wavelength around the focus of single-objective tweezer and 4Pi tweezer in the xz plane: (a)(b) distribution of scalar plus tensor light shift; (c)(d) distribution of vector light shift.

为定量评估上述空间非均匀性对钟跃迁谱线的展宽效应，本文采用按原子概率密度加权的三维数值积分方法，计算原子光频移的期望值和标准差。积分范围取各方向 $\pm 3\sigma_i$ 的椭球区域，累计概率约为 97%，包含了原子绝大部分概率分布，同时避免简谐近似在远端已显著失效的区域和光阱边缘非谐性引入的系统偏差。在积分区域内，以谐振子基态概率密度 P 为权重函数，对每个空间点，根据光频移公式 (11) 计算钟跃迁标量与张量光频移之和、矢量光频移以及总光频移，进而获得相应加权统计量，得到焦点附近光频移的期望值与标准差。魔幻波长处单物镜光镊与 4Pi 物镜光镊的钟跃迁光频移计算结果汇总于表 2。表中除均值和标准差外，还给出标准差与钟跃迁频率 $\nu_0 = 4.29 \times 10^{14}$ Hz 的比值 σ/ν_0 ，用于表征光频移导致的跃迁谱线展宽对钟跃迁频率的相对不确定度贡献。

表 2 单物镜与 4Pi 双物镜光镊中 ^{87}Sr 原子钟跃迁光频移计算结果

Table 2. Calculated clock-transition light shifts for ^{87}Sr in single-objective and 4Pi optical tweezers

钟跃迁光频移	单物镜光镊			4Pi 双物镜光镊		
	均值 μ/mHz	标准差 σ/mHz	$\sigma/\nu_0 \times 10^{-18}$	均值 μ/mHz	标准差 σ/mHz	$\sigma/\nu_0 \times 10^{-18}$
标量+张量	0.593	0.718	1.67	0.0728	0.114	0.266
矢量	33.2	40.6	94.6	1.44×10^{-18}	1.26×10^{-15}	2.94×10^{-6}
总光频移	33.8	41.3	96.2	0.0728	0.114	0.266

从表 2 可见，单物镜方案的总光频移标准差为 41.3 mHz，约为 ^{87}Sr 钟跃迁自然线宽的 40 倍，对应相对不确定度为 9.62×10^{-17} ，表明光频移非均匀性引入的相对频率不确定度已达 10^{-16} 量级，实际导致钟跃迁相干性下降。其中，矢量光频移的标准差为 40.6 mHz，是光频移空间非均匀性的主要来源。相比之下，4Pi 双物镜方案凭借对称聚焦的相消干涉机制，将矢量光频移的标准差抑制至 1.26×10^{-15} mHz，总光频移标准差 0.114 mHz 源于魔幻波长频率精度限制导致的标量与张量光频移残余，对应钟跃迁相对不确定度为 2.66×10^{-19} 。因此，4Pi 光镊中由光频移引入的钟跃迁谱线展宽可忽略不计，不再制约其相干性。

尽管上述理想情况下的结果表明 4Pi 光镊能够极大地抑制光频移非均匀性，但在实际实验搭建中，光束强度、束腰及焦点位置的偏差仍不可避免，这将对轴向电场的抑制效果产生影响。为了定量评估工程误差对最终结果的影响，我们参考成熟的 4Pi 显微镜自动对准技术中的定位精度指标^[31]，选取了第二个物镜径向与轴向均偏移 5 nm 的情形进行模拟，其对钟跃迁光频移的影响如表 3 所示。

表 3 4Pi 物镜焦点径向和轴向均偏移 5 nm 对钟跃迁光频移的影响评估

Table 3. Evaluation of the impact of 5 nm focal shift in both radial and axial directions on clock-transition light shifts

钟跃迁光频移	偏差量 (含误差 - 理想)			
	均值/mHz	均值/ $\nu_0 (\times 10^{-18})$	标准差/mHz	标准差/ $\nu_0 (\times 10^{-18})$
标量+张量	0.002	0.004	0.003	0.007
矢量	0.011	0.025	0.136	0.317
总光频移	0.012	0.028	0.065	0.151

由表 3 可见，引入对准误差后，光频移的均值与标准差均有所增大。特别是矢量光频移，由于轴向

电场抑制不完全，其对钟跃迁相对不确定度的贡献由理想情况下的近似为零上升至 3.17×10^{-19} ，导致总光频移引起的钟跃迁相对不确定度增加了 1.51×10^{-19} 。进一步分析可知，在 5 nm 误差范围内，对准误差引入的光频移均值偏差小于标准差偏差，例如总光频移的均值偏差 (0.012 mHz) 远小于标准差偏差 (0.065 mHz)。同时，对准误差引入的总光频移标准差偏差也小于理想对准由魔幻波长频率精度限制导致的总光频移标准差 (0.114 mHz)。这表明，在此误差范围内，由物镜未对准导致的跃迁谱线展宽小于由魔幻波长频率精度限制引起的固有光频移非均匀性带来的展宽。由此可见，相较于单物镜方案中高达 9.62×10^{-17} 的相对不确定度，4Pi 光镊在实际工程误差范围内仍能将光频移引入的钟跃迁相对不确定度抑制在 10^{-19} 量级，且在典型实验条件 [31,38] 下，其性能主要受限于魔幻波长频率精度限制引起的标量与张量光频移残余，而非工程误差，充分验证了该方案的鲁棒性。

4 结论

本文针对高数值孔径光镊中费米子光频移非均匀展宽的问题，完成了 4Pi 聚焦构型抑制方案的理论验证。通过建立单物镜与 4Pi 双物镜光镊光场模型，结合 ^{87}Sr 钟跃迁的极化率、魔幻波长，定量评估了两种光镊中光频移的偏振空间不均匀性及其对钟跃迁谱线的影响。计算结果表明，4Pi 构型通过对向物镜的相消干涉，在焦点附近维持纯净线偏振，将矢量与张量光频移的空间变化大幅抑制，总光频移标准差降至 0.1 mHz 量级，比单物镜方案降低三个数量级，对应的相对频率不确定度为 10^{-19} 量级，显著提升了系统相干性。此外，4Pi 构型轴向束缚更紧，原子基态宽度是单物镜的 $1/3 \sim 1/4$ ，且达到相同阱深所需总入射功率减半。本方案有效解决了费米子在光镊中的光频移展宽难题，可充分发挥费米子相对于玻色子的固有优势：可通过泡利不相容原理实现高效的单原子填充，费米子天然禁止同一量子态的双占据，无需额外的光辅助碰撞即可实现每个光镊阵点的单原子填充，且单次填充率可突破 50% 的极限；同时，由于费米子超精细结构引入能级混合，其钟跃迁在零磁场下即具备非零矩阵元，无需施加强外磁场诱导跃迁，避免了磁场噪声对相干性的干扰。上述特性使 4Pi 光镊阵列成为发展高精度光钟、可扩展量子模拟及容错量子计算的理想平台。

参考文献

- [1] Cooper A S, Covey J P, Madjarov I S, Porsev S G, Safronova M S, Endres M 2018 *Phys. Rev. X* **8** 041055

- [2] Madjarov I S, Covey J P, Shaw A L, Choi J, Kale A, Cooper A, Pichler H, Schkolnik V, Williams J R, Endres M 2020 *Nat. Phys.* **16** 857
- [3] Young A W, Eckner W J, Milner W R, Kedar D, Norcia M A, Oelker E, Schine N, Ye J, Kaufman A M 2020 *Nature* **588** 408
- [4] Manetsch H J, Nomura G, Bataille E, Lv X D, Leung K H, Endres M 2025 *Nature* **647** 60
- [5] Pesce G, Jones P H, Maragò O M, Volpe G 2020 *Eur. Phys. J. Plus* **135** 1
- [6] Kaufman A M, Ni K K 2021 *Nat. Phys.* **17** 1324
- [7] Huang R T, Zhou F, Li X, Xu P, Wang Y, Zhan M S 2024 *Opt. Express* **32** 21293
- [8] Holman A, Xu Y, Sun X M, Wu J H, Wang M X, Zhu Z Z, Seo B, Yu N F, Will S 2026 *Nature* **649** 859
- [9] Wang Y Q, Liao Y X, Zhang T, Tian Y, Wu Y J, Zhang W J, Zhang W, Huang Y D, Zhai H, Chen W L, Feng X, Zhang Z C 2026 *Chin. Phys. Lett.* **41** 96
- [10] Young A W, Geller S, Eckner W J, Schine N, Glancy S, Knill E, Kaufman A M 2024 *Nature* **629** 311
- [11] Eckner W J, Oppong N D, Cao A, Young A W, Milner W R, Robinson J M, Ye J, Kaufman A M 2023 *Nature* **621** 734
- [12] Norcia M A, Young A W, Eckner W J, Oelker E, Ye J, Kaufman A M 2019 *Science* **366** 93
- [13] Finkelstein R, Tsai R B, Sun X K, Scholl P, Direkci S, Gefen T, Choi J, Shaw A L, Endres M 2024 *Nature* **634** 321
- [14] Norcia M A, Young A W, Kaufman A M 2018 *Phys. Rev. X* **8** 041054
- [15] Taichenachev A V, Yudin V I, Oates C W 2007 *Physical Review A* **76** 023806
- [16] Xia J J, Guo F, Zhou Y H, Lu X T, Chang H 2024 *Optics* **5** 534
- [17] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 637

- [18] Lin Y G, Fang Z J 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 160604 (in Chinese) [林弋戈, 方占军 2018 物理学报 **67** 160604]
- [19] Aepli A, Kim K, Warfield W, Safronova M S, Ye J 2024 *Phys. Rev. Lett.* **133** 023401
- [20] Nosske I, Vishwakarma C, Lücke T, Rahm J, Poudel N, Weyers S, Benkler E, Dörscher S, Lisdat C 2025 *Quantum Sci. Technol.* **10** 045076
- [21] Zheng X, Dolde J, Lochab V, Merriman B N, Li H R, Kolkowitz S 2022 *Nature* **602** 425
- [22] Liu X Y, Liu P, Li J, Zhang Y C, Wang Y B, Jia Z P, Zhang X, Zhu X Q, Kong D Q, Song W L, Niu G Z, Yang Y M, Feng P J, Liu X P, Cui X Y, Xu P, Jiang X, Yin J, Liao S K, Peng C Z, Dai H N, Chen Y A, Pan J W 2025 *Phys. Rev. Lett.* **135** 263402
- [23] Richards B, Wolf E 1959 *Proc. R. Soc. Lond. A* **253** 358
- [24] Dorn R, Quabis S, Leuchs G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 233901
- [25] Hell S, Stelzer E H K 1992 *J. Opt. Soc. Am. A* **9** 2159
- [26] Wang X Y, Rui G H, Gong L P, Gu B, Cui Y P 2016 *Opt. Express* **24** 24143
- [27] Zhang H S, Qin Y L, Zheng H, Ren H L, Xu M H 2022 *Acta Opt. Sin.* **42** 198 (in Chinese) [章红顺, 覃亚丽, 郑欢, 任宏亮, 徐梦华 2022 光学学报 **42** 198]
- [28] Hao X, Li Y M, Fu S, Li Y H, Xu Y K, Kuang C F, Liu X 2022 *Engineering* **11** 146
- [29] Zhou Y Z, Tang X K, Shen Y, Harvey A R, Zou H X 2024 *Opt. Express* **32** 34957
- [30] Liang Y S, Yan S H, Wang Z J, Li R Z, Cai Y N, He M R, Yao B L, Lei M 2020 *Rep. Prog. Phys.* **83** 032401
- [31] Li Y, Lee D R, Allgeyer E S, Schroeder L K, Tu S J, Bewersdorf J, Hao X 2026 *Nat. Protoc.*
- [32] Cohen-Tannoudji C, Dupont-Roc J 1972 *Phys. Rev. A* **5** 968
- [33] Shi C, Robyr J, Eismann U, Zawada M, Lorini L, Le Targat R, Lodewyck J, Westergaard P G, Lemonde P 2015 *Phys. Rev. A* **92** 012516

- [34] Boyd M M 2007 *High Precision Spectroscopy of Strontium in an Optical Lattice: Towards a New Standard for Frequency and Time*. Ph.D. Dissertation, University of Colorado
- [35] Westergaard P G, Lodewyck J, Lorini L, Lecallier A, Burt E A, Zawada M, Millo J, Lemonde P 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 210801
- [36] Nicholson T L, Campbell S L, Hutson R B, Marti G E, Bloom B J, McNally R L, Zhang W, Barrett M D, Safronova M S, Strouse G F, Tew W L, Ye J 2015 *Nat. Commun.* **6** 267
- [37] Kramida A, Yu Ralchenko, Reader J, and NIST ASD Team 2024. NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.12), [Online]. Available: <https://physics.nist.gov/asd> [2026, May 10]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
- [38] Kim K, Aepli A, Bothwell T, Ye J 2023 *Phys. Rev. Lett.* **130** 113203

录用稿件，非最终出版稿

Research on the light shift uncertainty suppression method of fermions in optical tweezers*

CHEN Hang^{1)2)#} LIU Tongyan^{1)2)#} ZUO Shaolong¹⁾²⁾ TANG
Xiaokang¹⁾²⁾ DENG Zhijiao¹⁾²⁾ ZHOU Yongzhuang^{1)2)†} SHEN Yong^{1)2)‡}
ZOU Hongxin^{1)2)††}

1) (*College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

2) (*Hunan Key Laboratory of Mechanism and Technology of Quantum Information, Changsha
410073, China*)

Abstract

Optical tweezer arrays combine the scalability of optical lattices with the single-particle control capability of ion traps, making them a promising next-generation quantum platform. For fermionic atoms, however, the tight focusing by high-numerical-aperture (NA) objectives introduces substantial polarization gradients, giving rise to spatially inhomogeneous vector and tensor light shifts and thereby degrading coherence. To address this challenge, we introduce a 4Pi focusing configuration. Taking ^{87}Sr as a representative fermionic species and employing the Richards–Wolf vector diffraction theory, we develop detailed optical field models for both single-objective and 4Pi dual-objective tweezers, and calculate the spatial distributions of clock-transition light shifts under the magic-wavelength condition. Our results reveal that in the single-objective tweezer, the axial electric field component generated by high-NA focusing induces

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62275268, 62375284, 62475287), the Natural Science Foundation of Hunan Province, China (Grant No. 2025JJ20063).

These authors contributed equally.

† Corresponding author. Email: y.zhou@protonmail.com

‡ Corresponding author. Email: shenyong08@nudt.edu.cn

†† Corresponding author. Email: hxzou@nudt.edu.cn

a pronounced position-dependent degree of circular polarization. This yields a vector-light-shift standard deviation of tens of mHz—approximately 40 times the natural linewidth (≈ 1 mHz) of the ^{87}Sr clock transition—severely limiting coherence. In contrast, the 4Pi configuration, via destructive interference of the two opposing objectives, strongly suppresses the axial field component and maintains a purely linear polarization throughout the trapping volume. Consequently, the spatial standard deviation of the total light shift is reduced by three orders of magnitude to the 0.1 mHz level, far below the natural linewidth, corresponding to a fractional frequency uncertainty of 10^{-19} . The residual broadening is negligible for clock-transition coherence. Furthermore, the 4Pi scheme provides tighter axial confinement (ground-state width reduced to $1/3$ – $1/4$ of the single-objective value) and requires only half the incident optical power to achieve the same trap depth. This work overcomes the key obstacle of polarization-induced inhomogeneous light shifts for fermions in optical tweezers, unlocking the inherent advantages of fermions over bosons—including Pauli-blocking-enabled single-atom occupancy without additional cooling steps and the ability to drive clock transitions without a large external magnetic field. These advances pave the way toward high-coherence fermion tweezer arrays for quantum precision measurement, scalable quantum simulation, and fault-tolerant quantum computing.

Keywords: optical tweezers, fermions, light shifts, 4Pi focusing system