

基于 0D 物理模型与分层主动控制的霍尔推力器呼吸振荡抑制方法

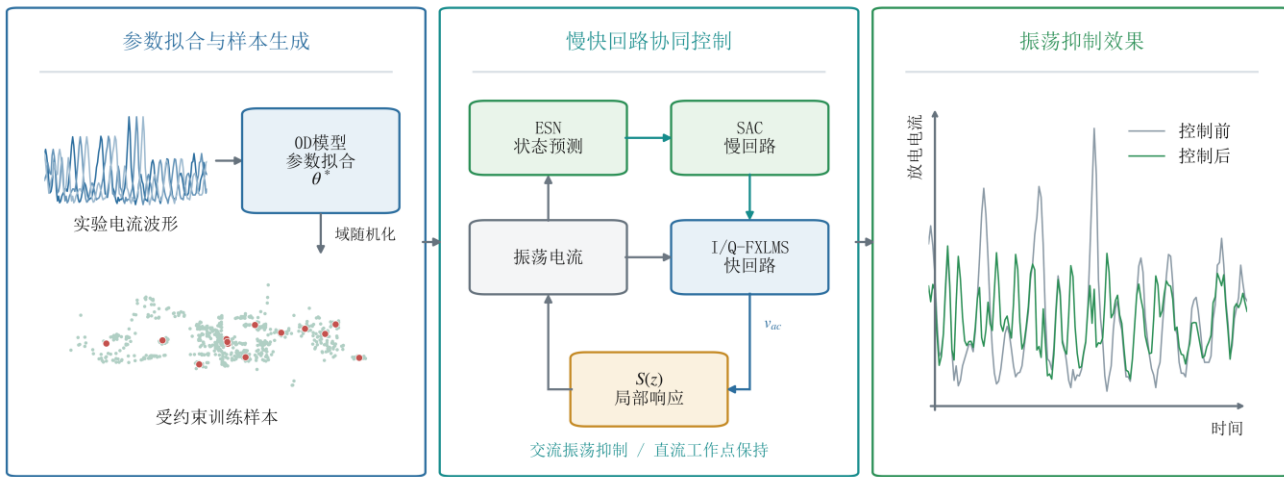
王斌辉 杨三祥 郭宁[†] 王尚民 王济森 包振廷 陈兴锴

(兰州空间技术物理研究所, 真空技术与物理重点实验室, 兰州 730000)

摘要

采用叠加于阳极供电回路的补偿电压抑制霍尔推力器呼吸振荡, 通常需要放电电流对补偿电压的响应数据, 而此类数据获取成本较高, 有限实验电流波形难以直接用于控制器训练与验证。为在响应数据不足条件下开展控制器训练与离线评估, 本文建立一种基于双区零维模型与快慢分层控制的呼吸振荡抑制方法。首先, 以实验电流的主频、均值和交流分量均方根等特征约束双区零维模型参数, 并在拟合参数邻域内泛化生成物理约束的呼吸振荡样本; 随后引入补偿电压到放电电流增量的局部响应模型, 在上述样本基础上构造含控制响应的训练样本。在分层控制结构中, 快回路生成零均值交流补偿, 慢回路调整补偿起始相位、持续时间和补偿强度。多工况离线验证结果表明, 该方法可在保持平均工作点基本稳定的同时, 降低与呼吸振荡相关的峰峰值、交流分量均方根和频带能量。结果说明, 实验特征约束下的零维模型及参数泛化可为控制器训练提供物理约束样本, 提高实验电流波形的利用率。

关键词: 霍尔推力器; 呼吸振荡; 零维模型; 分层主动控制



基金：甘肃省科技创新人才计划科技领军人才项目(批准号：24RCKB012)资助的课题.

† 通信作者.E-mail: guoninggaa@163.com

录用稿件，非最终出版稿

1 引言

霍尔推力器是一类典型的利用 $E \times B$ 电子漂移实现等离子体约束和加速的电推进装置，具有较高比冲、较大推功比和较好的工程成熟度，已广泛应用于卫星位置保持、轨道转移和深空探测等任务^[1-3]。然而，霍尔推力器放电过程会出现多种频段的等离子体振荡。其中，呼吸振荡是最典型的低频大幅振荡模式之一，微观表现为中性粒子密度、等离子体密度和放电电流之间的周期性耦合变化^[1,4-6]。该类振荡会增加电源功率处理单元的热负荷，可能引起羽流发散加剧、壁面侵蚀加速、推进效率下降及电磁兼容性恶化，因此其机理辨识与主动抑制一直是霍尔推进研究中的重要问题^[1,4-6]。

围绕呼吸振荡的形成机理，已有研究从低阶模型、一维流体/混合模型和双区模型等角度进行了分析。Fife 等^[7]采用捕食者—被捕食者模型解释了中性粒子与等离子体密度之间的周期性交替，为低阶解释呼吸振荡提供了基本框架。Boeuf 和 Garrigues^[8]基于准中性假设下的一维瞬态混合模型进行研究，表明呼吸振荡与中性粒子周期性耗尽和回填过程密切相关。Lafleur 等^[9]和 Petronio 等^[10]通过模型分析和数值计算讨论了电离动力学、电子输运及能量耦合对低频振荡的影响；Dale 与 Jorns^[11]提出了双区呼吸模理论模型，进一步从近阳极区与电离区耦合角度分析了呼吸振荡机制。杨三祥等^[12]在双区模型中引入近阳极区离子径向扩散和电子—壁面相互作用，指出离子径向扩散、壁面能量耗散及电离区长度变化会显著影响振荡的激发、抑制和频率特征。相关研究还表明，电子迁移率扰动、壁面二次电子发射、磁场强度、放电电压、工质流量和通道材料等因素均会改变呼吸振荡的幅值、频率和稳定边界^[13-17]。因此，呼吸振荡并非单一线性振子，而是由中性粒子补给、电离增强、电子输运、壁面损失和电离区结构变化共同决定的非线性时变过程。

在振荡抑制方面，已有工作主要包括运行参数优化、外部扰动调制、被动滤波和闭环控制等途径。通过调节磁场、放电电压、工质流量或外部电路参数，可以在一定程度上改变低频振

荡特性^[18-20]。Barral 等^[18]开展了霍尔放电电离振荡闭环控制研究,结果表明基于放电电压调节的反馈控制能够在一定条件下降低振荡幅值。Romadanov 等^[19]则通过外部驱动方式考察了呼吸模振荡对放电过程的影响,发现外加调制不仅改变放电电流响应,也会影响羽流结构和能量分布。Yu 等^[20]研究了低频振荡稳定化方法,指出外部电路参数和运行条件对振荡发展具有重要影响。Li 等^[21]通过光学层析重建和电学诊断研究了低功率平面霍尔推力器的模态转换,结果表明,不同放电模式对应不同的电离—加速区分布,模态转换与电子输运路径变化有关。因此,呼吸振荡抑制不能仅理解为降低某一频带幅值,还应同时考虑控制输入的施加时刻、局部等离子体状态、供电回路响应以及模态切换风险。从控制实现角度看,阳极电压注入到放电电流响应之间还存在由功率放大器、耦合支路、供电网络和等离子体负载共同决定的动态传递路径。主动噪声控制中的滤波-x 最小均方 (filtered-x least mean square, FXLMS) 方法及其次级通道建模思想,为处理这类“执行器——对象——测量”路径提供了可借鉴的理论框架^[22-25]。

近年来,数据驱动方法逐渐用于电推进建模、性能预测和放电控制。田滨等^[26]总结了人工智能算法在电推进中的应用,指出相关方法已涉及性能预测、参数优化、异常输运建模和状态识别等方向。Park 等^[27]基于数值样本构建了霍尔效应离子源性能预测模型,表明代理模型可用于复杂等离子体装置的输入—输出映射与快速性能评估。Krishnan 等^[28]将系统辨识、回声状态网络和预测控制相结合,用于霍尔推力器放电电流振荡调节,显示出时序模型与控制优化结合的应用潜力。与此同时,协方差矩阵自适应进化策略 (covariance matrix adaptation evolution strategy, CMA-ES)、域随机化、回声状态网络 (echo state network, ESN)、超参数优化和最大熵强化学习等方法已在非凸参数识别、仿真到现实迁移、时序预测和连续控制问题中得到应用^[29-37]。然而,现有研究仍主要集中于稳态性能预测、单一系统辨识或特定控制框架,需要较充分的输入—输出响应数据。当真实补偿电压—放电电流响应数据不足时,对于如何利用低阶物理模型与实验波形信息,如何在有限实验数据基础上构建具有物理约束的呼吸振荡样本,如何处

理控制注入到放电电流响应之间的动态响应, 以及如何实现高频补偿执行与低频策略调度的职责分离, 仍缺乏统一处理。

针对真实补偿电压——放电电流响应数据不足的问题, 本文建立一种结合双区零维模型、实验电流特征拟合和快慢分层控制的霍尔推力器呼吸振荡抑制方法。用双区 0D 模型描述呼吸振荡主导的动力学过程, 并围绕主频、均值、交流分量均方根和带通能量等特征对多工况实验波形进行参数拟合, 构造经实验电流特征约束的 0D 模型中的呼吸振荡样本。通过在样本生成和控制实现中显式引入控制输入到放电电流之间的动态响应, 使训练样本和离线验证环境均包含补偿电压引起的电流响应; 进而构建由同相/正交滤波-x 最小均方(in-phase/quadrature filtered-x least mean square, I/Q-FXLMS) 快回路和慢时标策略调度组成的分层主动控制结构。控制结构采用快慢分层形式, 以实现零均值交流补偿和交流补偿起始相位、持续时间和补偿强度的调节, 最终离线评估直接采用实验测得的未控放电电流作为基准波形。本文工作用于评估实验波形约束下呼吸振荡主动抑制的可行性, 并为后续真实推力器闭环验证提供方法基础。

2 双区 0D 模型与实验约束的样本域构建

采用双区 0D 模型描述呼吸振荡, 并将其作为实验波形参数识别和控制窗口分析的物理基础。模型状态向量写为

$$x = [N_A, n_A, E_A, N, n, E]^T \quad (1)$$

其中, N_A, n_A, E_A 分别表示近阳极区的中性粒子密度、等离子体密度和电子能量; N, n, E 分别表示电离区的中性粒子密度、等离子体密度和电子能量。该状态选取只保留与呼吸振荡直接相关的平均量, 忽略径向和轴向局部空间结构, 但足以表达上游供给、电离、能量沉积和电流形成之间的主导耦合关系。

2.1 双区 0D 模型与呼吸振荡相位特性

在双区 0D 框架下, 呼吸振荡的主闭环可概括为: 中性粒子补给提供电离源, 电子能量上

升后电离增强，等离子体密度和放电电流快速建立；随后中性粒子被抽空，电离源减弱，系统进入恢复；最后中性粒子重新积累，下一轮振荡再次开始。呼吸振荡双区 0D 的机理示意图 1。

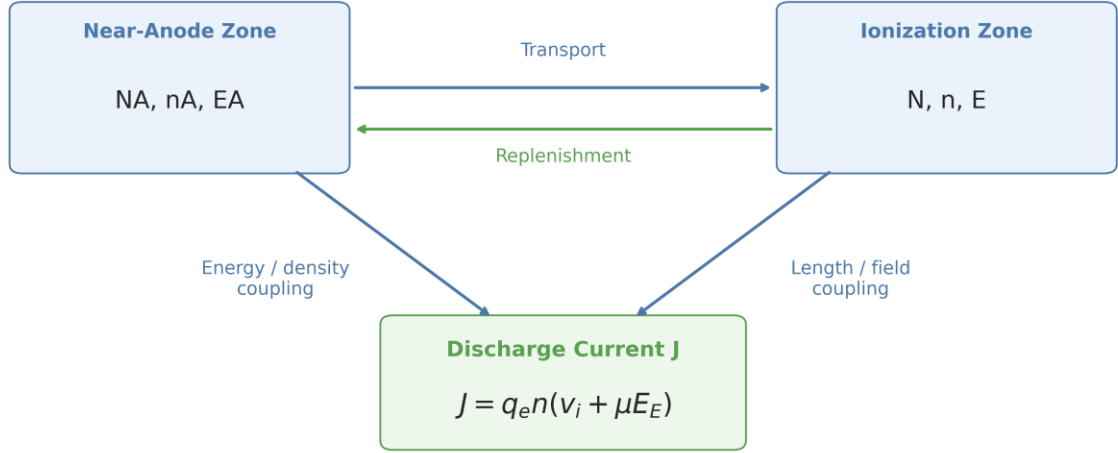


图 1. 双区 0D 模型中的呼吸振荡主循环示意图

Fig. 1. Schematic of the main breathing-oscillation cycle in the two-zone 0D model.

为便于后文讨论，只保留与输运、几何和电流直接相关的几组代表性关系。电子横磁输运的有效碰撞频率写为

$$\nu_m = k_m N + \nu_{wall} + \nu_B \quad (2)$$

其中， ν_m 为电子总碰撞频率， $k_m N$ 为电子—中性粒子碰撞项， k_m 为等效碰撞系数， N 为电离区中性粒子密度， ν_{wall} 为壁面相关碰撞频率， ν_B 为异常输运等效碰撞频率。

对应的横磁迁移率为

$$\mu = \frac{e}{m_e \nu_m} \frac{1}{1 + \omega_c^2 / \nu_m^2} \quad (3)$$

其中， μ_e 为电子横磁迁移率， e 为元电荷， m_e 为电子质量， $\omega_c = eB/m_e$ 为电子回旋频率， B 为

磁感应强度。式(2)和式(3)表明，电离区电子输运同时受中性粒子碰撞、壁面碰撞和电子反常输运项影响，因此会随振荡周期内粒子密度和壁面状态变化而改变。

考虑离子向壁扩散后，电离区长度满足

$$L = L_{ch} \left(1 + \frac{2v_{iw}}{v_i} \frac{L_{ch}}{h} \right)^{-1} \quad (4)$$

其中， L 为电离区等效长度， L_{ch} 为通道长度， h 为通道宽度， v_{iw} 为离子向壁面的扩散速度， v_i 为离子轴向速度。

电离区的等效轴向电场写为

$$E_E = \frac{V_0}{L} \quad (5)$$

其中， V_0 为放电电压。

放电电流写为

$$I_d = A_c en(v_i + \mu E_E) \quad (6)$$

其中 A_c 为等效通道截面积 n 为电离区等离子体密度， v_i 为离子轴向速度， μE_E 表示电子漂移速度贡献。式(4)一式(6)说明，离子向壁面的扩散会改变电离区等效长度，并通过电场和电子漂移速度影响放电电流。因此，放电电流的峰值形成、峰后衰减和谷后回升过程均受到电离区尺度及电子输运状态的影响。

图 2 表明，呼吸振荡由中性粒子补给与电离消耗构成主闭环，壁面损失、电子输运和动态电离区长度共同影响恢复速度与电流响应，因此，其不同相位段具有不同的动力学特征，难以通过整周期等效线性模型准确表征。

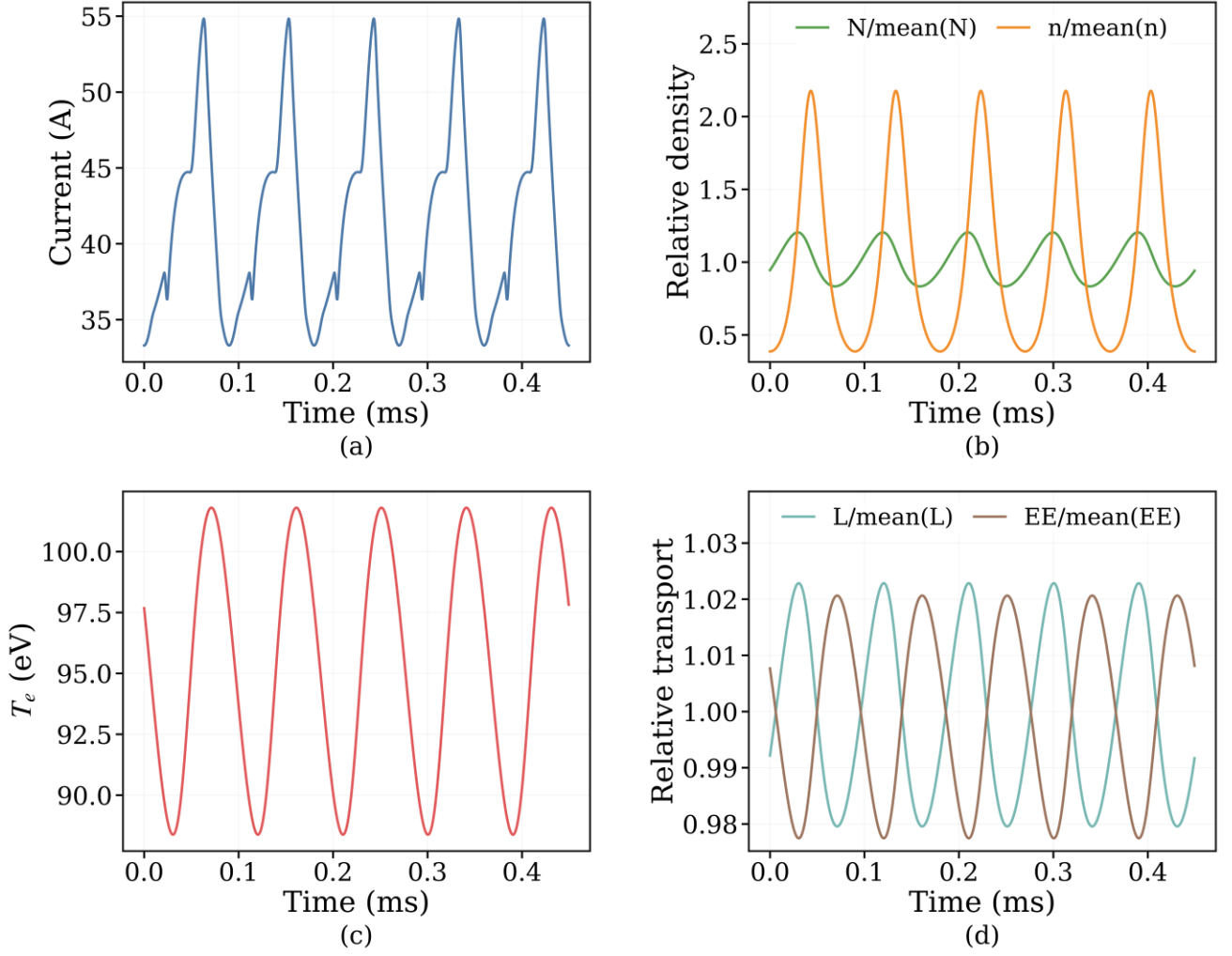


图 2. 呼吸振荡周期内主要状态量演化：(a)放电电流单周期演化。(b)中性粒子与等离子体密度耦合。(c)电子温度周期响应。(d)电离区长度与等效电场变化

Fig. 2. Evolution of the main state variables during one breathing-oscillation period: (a) discharge current; (b) coupling between neutral and plasma densities; (c) electron-temperature response; (d) ionization-zone length and effective electric field.

为进一步分析呼吸振荡的相位敏感性，本文保留与中性粒子补给、电离增长和电子能量演化直接相关的几类代表性方程。近阳极区中性粒子守恒为

$$\frac{dN_A}{dt} = -\xi(T_A) N_A n_A + \frac{(N_0 - N_A) v_n}{L_A} + \frac{e^{-1/2} n_A v_B(T_A)}{L_A} \quad (7)$$

电离区中性粒子守恒为

$$\frac{dN}{dt} = -\xi(T) N n + \frac{(N_A - N) v_n}{L} \quad (8)$$

电离区等离子体密度守恒为

$$\frac{dn}{dt} = \xi(T)Nn + \frac{n_A v_n - v_i n}{L} - \delta \frac{2nv_{iw}}{h} \quad (9)$$

式中，下标“A”表示近阳极区的物理量， N_A 和 n_A 分别为近阳极区中性粒子密度和等离子体密度， N 和 n 分别为中性粒子密度和等离子体密度， ξ 为电离率， L 为等效长度其中， v_i 为离子轴向速度， v_{iw} 为离子向壁面的扩散速度， h 为通道宽度， δ 为离子径向损失修正系数。

电离区电子能量演化为

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{5}{3} \frac{\mathcal{E}_{cat} |v_{e,cat}| - |v_e| \mathcal{E}}{L} + nE_E^2 \mu - NnK(T) - nW(T)\eta g \quad (10)$$

其中， $\mathcal{E}_{cat}$ 为阴极侧进入电离区的等效电子能量密度， $\mathcal{E}$ 为电离区电子能量密度， $v_{e,cat}$ 为阴极电子注入的等效速度， v_e 为电子轴向输运速度， T 为电子温度， $K(T)$ 为与电子温度相关的碰撞能量损失函数， E_E 为等效轴向电场， μ 为电子横磁迁移率， $W(T)$ 为电子—壁面相互作用能量损失函数， η 和 $g(\sigma)$ 分别为壁面能量损失强度和二次电子发射修正因子。

由此，一方面，中性粒子补给依赖上游输入与有限传播速度，而电离消耗由 $\xi(T)Nn$ 控制，是典型的非线性快过程。当系统进入高电离阶段时，中性粒子可被快速抽空；而后续恢复则必须等待补给重新建立，所以恢复段通常慢于建立段。另一方面，等离子体密度的建立不仅依赖局部电离，还叠加轴向外流和径向损耗，这使得峰前建立、峰后恢复和再抬升三阶段在动力学上天然不对称。电子能量对粒子密度的反馈又存在时滞，这进一步放大了这种不对称性。因此，呼吸振荡不是单一线性谐振，而是一个典型的“补给——电离——恢复”滞后环。

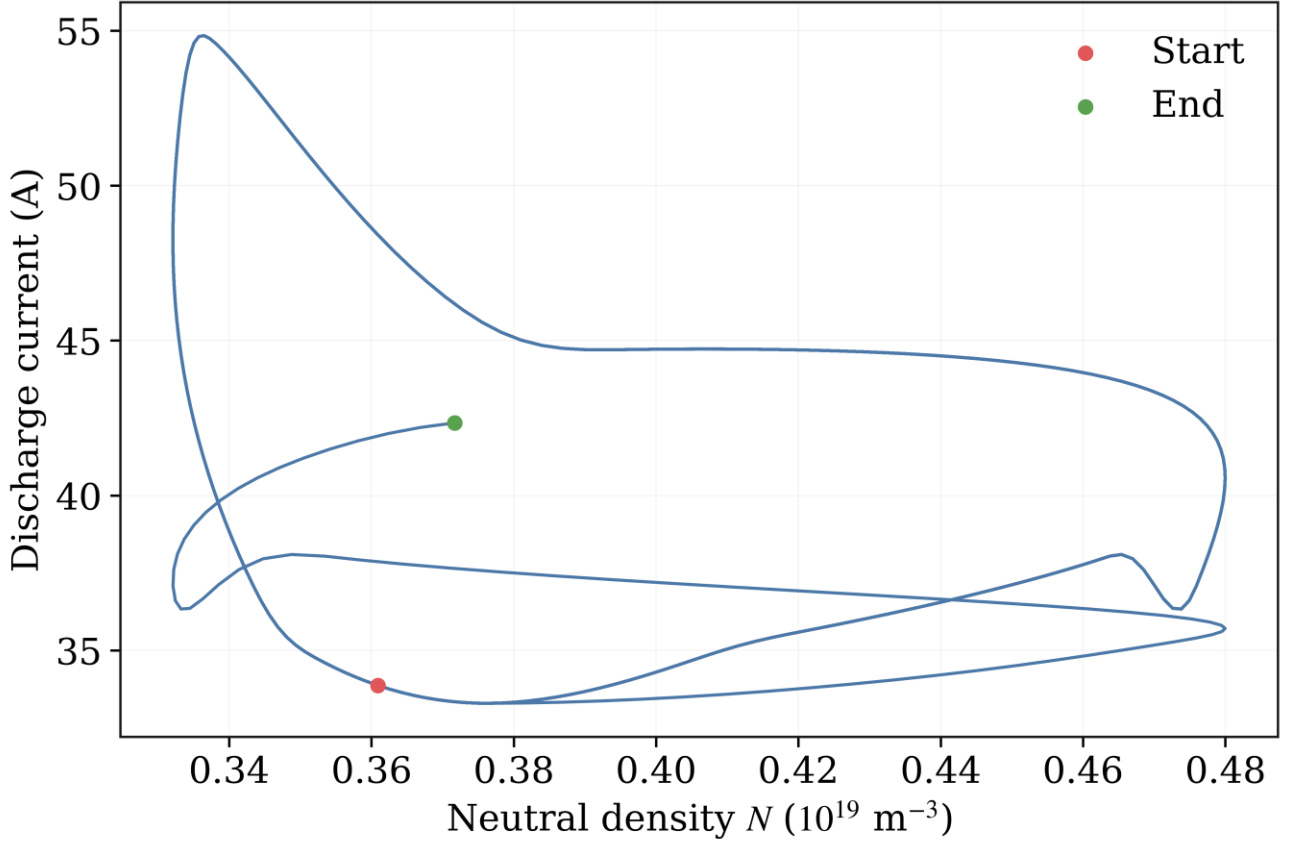


图 3. 中性粒子-放电电流相图

Fig. 3. Phase portrait in the $N - I_d$ plane.

图 3 中的闭合回线表明，放电电流与中性粒子回填之间存在明显相位滞后，这从相平面角度印证了上述循环结构。也正因如此，整周期均匀控制往往难以同时兼顾压峰、恢复和再抬升三个阶段的不同需求。

除补给——电离滞后外，电子——壁面相互作用同样会改变对象的相位敏感性。本文不显式求解二次电子发射（secondary electron emission, SEE）电子束和完整鞘层结构，而采用降阶等效表征，将 SEE 对放电过程的影响归结为壁碰撞频率修正和壁面能量损失修正两条通道。这一处理与已有 SEE 理论、模拟和实验结论相符^[15-17]。

$$\sigma = \sigma(T_e), \quad \nu_{\text{wall}}^* = G(\sigma)\nu_{\text{wall},0}, \quad S_{\text{wall}}^* = g(\sigma)S_{\text{wall}}. \quad (11)$$

式(11)中， σ 为温度相关的二次电子发射系数， T_e 为电子温度， ν_{wall}^* 为修正后的壁碰撞频率，

S_{wall}^* 为修正后的壁面能量损失项。 $G(\sigma)$ 和 $g(\sigma)$ 分别表示壁碰撞频率和壁面能量损失的修正函数， $\nu_{\text{wall},0}$ 和 S_{wall} 分别为未修正的基线项。

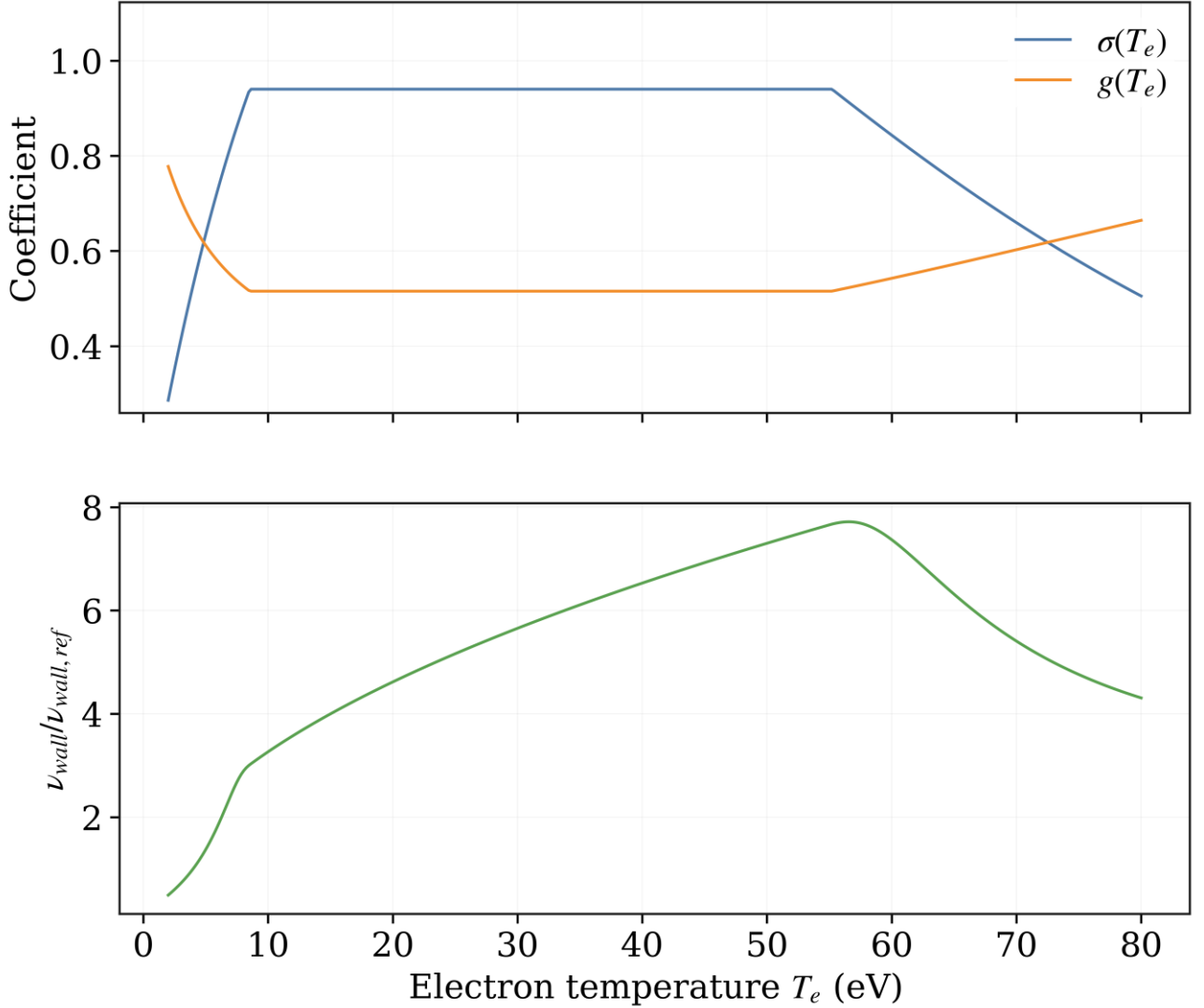


图 4. 二次电子发射系数与壁面损失修正关系

Fig. 4. Relationship between the secondary electron emission coefficient and wall-loss correction.

图 4 表明，SEE 系数、修正因子及归一化壁碰撞频率均随电子温度变化而显著改变，因此壁面项的阻尼系数不是常数，而是会随相位段变化的非线性闭合项。这意味着，SEE/wall 作用会同时改变横磁输运与能量损失，并进一步加重恢复段和再抬升段的时间差异。由此，相同幅值的控制输入在不同相位窗上的效果并不等效。

为进一步说明上述相位依赖性，本文在 0D 模型获得的稳定呼吸振荡周期上引入注入相位

ϕ_{inj} 和相位窗宽度 $\Delta\phi_{win}$ 。其中， ϕ_{inj} 表示电压扰动相对于未控放电电流主周期的起始位置， $\Delta\phi_{win}$ 表示扰动在一个振荡周期内持续作用的相位宽度。为便于不同周期之间比较，二者均以 2π 为基准进行归一化。这里的相位扫描并不是为了直接给出最终控制策略，而是用于考察相同幅值、相同符号的相位窗电压扰动在不同振荡阶段对放电电流峰峰值的影响。峰峰值变化量定义为 $\Delta I_{pp} = I_{pp, c} - I_{pp, 0}$ ，其中 $I_{pp, 0}$ 和 $I_{pp, c}$ 分别表示未控和施加相位窗补偿后的放电电流峰峰值。当 $\Delta I_{pp} < 0$ 时，表示该相位窗有利于降低电流振荡幅值；当 $\Delta I_{pp} > 0$ 时，则表示相同扰动可能增强振荡。

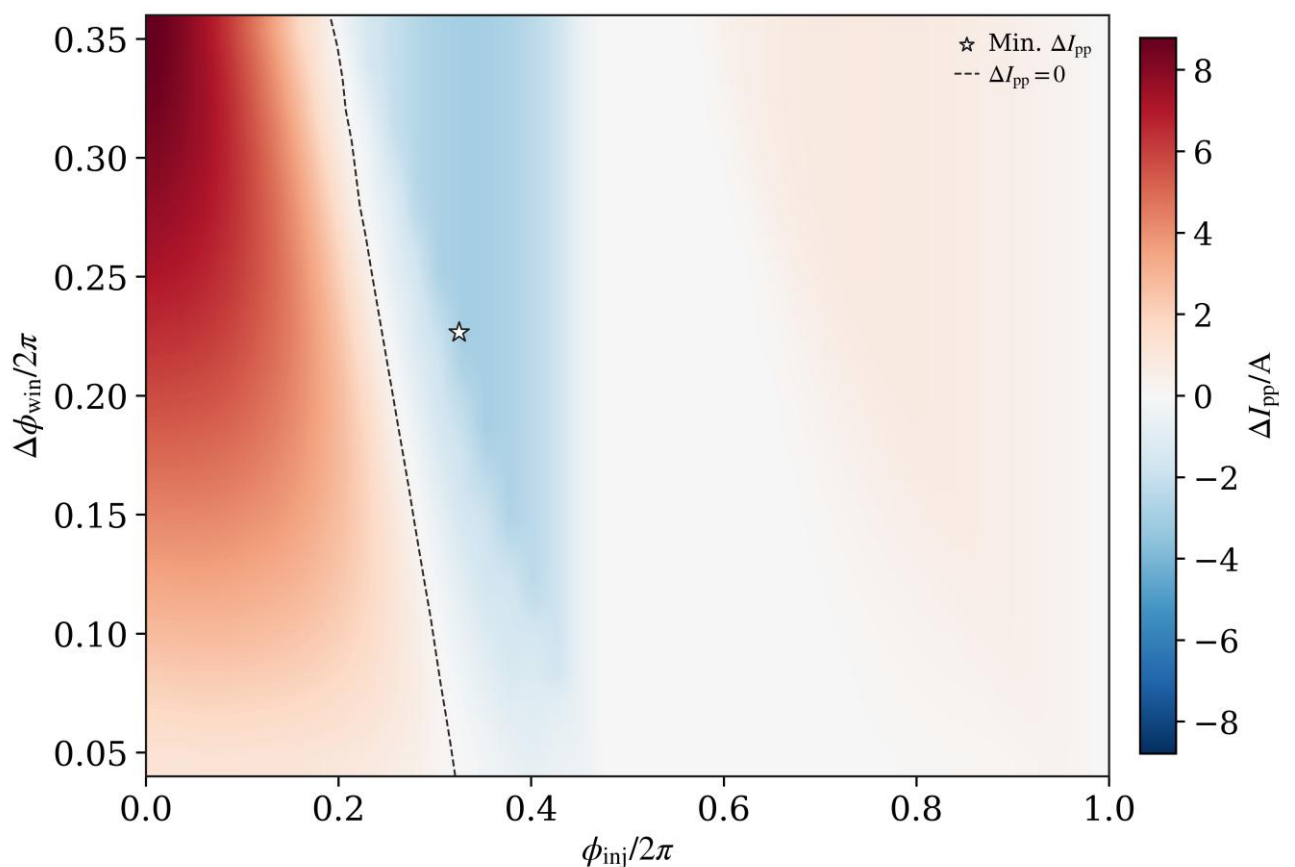


图 5. 注入相位和相位窗宽度对放电电流峰峰值变化量的影响

Fig. 5. Effect of injection phase and phase-window width on the variation of discharge-current peak-to-peak value.

图 5 给出了注入相位 $\phi_{inj}/2\pi$ 和相位窗宽度 $\Delta\phi_{win}/2\pi$ 对放电电流峰峰值变化量 ΔI_{pp} 的影响。蓝色区域表示峰峰值降低，红色区域表示峰峰值增加，虚线为 $\Delta I_{pp} = 0$ 的分界线。结果

表明，补偿效果对注入相位具有明显敏感性；在 $\phi_{inj}/2\pi \approx 0.325$ 、 $\Delta\phi_{win}/2\pi \approx 0.227$ 附近， ΔI_{pp} 最小，约为-2.97A。该结果说明，呼吸振荡抑制不宜采用整周期等强度注入，而应根据相位响应差异选择合适的补偿相位区间。

2.2 实验波形约束的参数识别与样本域构建

实验对象为 15kW 霍尔推力器，如图 6 所示。采集数据覆盖 9 种功率工况下的 17 组放电电流波形，包含不同平均工作点、振荡强度及过渡态附近的典型呼吸振荡状态。

为避免点火瞬态和长时间漂移影响，先截取稳态窗，再提取主频、平均电流、交流分量均方根、目标频带能量和周期结构等特征。本文采用特征级拟合而非逐点拟合，①主频、平均电流、交流分量均方根和目标频带谱能量主要约束振荡时间尺度、平均工作点和整体振荡强度。考虑到后续控制涉及相位窗选择，参数拟合完成后进一步对实验波形与 0D 模型波形进行周期分割，并以电流谷值或上升沿作为周期起点，构造相位归一化平均周期。由此计算峰前建立时间占比与峰后恢复时间占比：

$$r_{rise} = \frac{t_{peak} - t_{valley}}{T}, \quad r_{rec} = \frac{t_{next\ valley} - t_{peak}}{T} \quad (12)$$

以及相位归一化平均周期相关系数：

$$\rho_{cyc} = \text{corr}[\tilde{I}_{exp}(\phi), \tilde{I}_{0D}(\phi)] \quad (13)$$

其中 r_{rise} 和 r_{rec} 用于表征周期内建立段与恢复段的不对称性， ρ_{cyc} 用于衡量模型波形是否保留实验波形的平均周期形态。只有同时满足整体特征偏差和周期形态要求的参数组才保留为后续样本生成锚点。因此，本文并非仅依赖频率和能量类统计特征判断模型有效性。



(a)



(b)

图 6. (a) 15 kW 霍尔推力器；② (b) 实验平台

Fig. 6. (a) 15 kW Hall thruster. (b) experiment platform

对每组实验工况,采用 CMA-ES 搜索^[29]一组使 0D 波形主特征接近实验波形的参数锚点。

为使 0D 模型生成波形在主要特征上逼近实验波形, 本文将主要可辨识参数写为

$$\theta = [\beta, \tau_n, N_0, \xi_0, \eta, \delta]^T \quad (14)$$

其中, β 为电子异常输运等效系数, τ_n 为中性粒子补给时间尺度, N_0 为入口中性粒子密度, ξ_0 为电离率前因子, η 为壁面能量损失修正系数, δ 为离子径向损失修正系数。 β 表征电子输运强度, τ_n 、 N_0 和 ξ_0 共同决定中性补给与电离主循环, η 与 δ 分别修正电子壁面能量损失和离子径向损失。由于现有实验中磁场采用平台式调节、变化裕度有限, 本文以 β 吸收其对异常输运的等效影响; N_0 则与工况信息共同决定入口中性粒子库存, 因此也视为可辨识工况参数。上述参数均为 0D 模型中的等效可辨识参数, 其作用是使模型波形在主频、平均电流、交流分量均方根和目标频带能量等主要特征上接近实验波形, 而非表示各物理量均可由实验直接独立测量。为避免参数识别被局部噪声或高频纹波主导, 并保证模型演化处于具有呼吸振荡特征的物理合理区间, 本文对各拟合参数设置有限搜索范围, 如表 1 所示。该范围主要用于限定参数校准和后续样本泛化的可行域。CMA-ES 在表 1 所列参数范围内搜索。每个候选参数组先经 0D

模型生成稳态呼吸振荡波形，再提取主频、平均电流、交流分量均方根、峰峰值和带内谱能量等特征。损失函数采用无量纲加权特征误差，误差项按实验特征值归一化，同时加入包络、振荡持续性和停振惩罚项，以避免近直线或快速衰减波形被误判为低损失解。批量搜索中 CMA-ES 种群规模取 32，基础最大迭代次数为 70；对高功率或低频等难收敛工况采用相同损失函数进行分支重启，最大迭代次数扩展至 100–150。样本生成随机种子固定为 42，批量校准重启种子由统一基准种子派生。

表 1 拟合参数和其搜索范围
Table 1. Fitting parameters and search ranges.

Parameter	Unit	Fitting range	③Physical significance and dominant influence
β	-	0.10 – 0.45	<u>Bohm 型异常输运修正系数，主要影响电子横磁输运、电流形成和能量沉积</u>
τ_n	s	$1.00 \times 10^{-4} - 6.00 \times 10^{-4}$	<u>中性粒子补给时间尺度，主要影响回填速度和振荡周期</u>
N_0	m^{-3}	$3.80 \times 10^{19} - 1.00 \times 10^{20}$	<u>入口中性粒子等效密度，影响中性库存、平均电流和电离强度</u>
ξ_0	$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	$2.13 \times 10^{-13} - 2.40 \times 10^{-13}$	<u>电离率前因子，影响电离增长速度和峰值建立</u>
η	-	0.008 – 0.050	<u>壁面能量损失修正系数，影响电子能量、阻尼和振荡幅值</u>
δ	-	0.3 – 1.8	<u>离子径向损失修正系数，影响等离子体密度、电流幅值和稳定边界</u>

④上述参数通过粒子守恒、电子能量和放电电流关系相互耦合，其作用并非在全部工况下均呈严格单调关系。表 1 所列影响表示各参数在当前双区 0D 模型中的主导作用。

参数拟合的目的不是建立唯一的工况—参数解析关系，而是为每组工况获得一组能够逼近实验主特征的参数锚点。由于多参数之间存在明显耦合，不同工况下获得的最优参数通常难以进一步表示为简单解析函数，因此本文不构造显式“工况—参数”映射，而将这些离散最优点视为后续呼吸振荡样本扩展的锚点集。后续受约束域随机化均在表 1 给出的参数范围及各锚点邻域内进行，从而在保持实验特征约束的同时扩展样本覆盖。

物理约束的呼吸振荡样本并非直接取自锚点仿真，而是在各锚点邻域内进行受约束域随机化。对第 k 个锚点 θ_k^* ，在参数边界、特征偏移容差和动力学有效性约束下施加有界扰动得到

$$\theta = \theta_k^* + \Delta\theta, \Delta\theta \sim \mathcal{D}_k \quad (15)$$

$\Delta\theta$ 为受约束扰动量。对每组满足约束（参数边界约束，特征容差约束以及动力学有效性约束）的参数样本，0D 模型生成对应的未控呼吸振荡波形，并剔除发散、停振或近直线的数据。结果如图 7 所示，红色三角形表示从实验波形中筛选出的代表性样本域锚点；蓝色云表示候选样本在特征空间中的加权支撑强度，绿色散点为最终用于训练的样本，⑤其中代表性实验锚点为 13 个，最终训练样本数为 795 组。可以看出，生成样本在多个实验工况附近形成连续分布，并覆盖了不同主频和交流振荡强度组合。该结果说明，基于实验电流特征拟合的参数锚点及其邻域泛化能够在不脱离实验特征范围的前提下扩展样本空间。该处理与受约束域随机化思想一致，可在不脱离实验特征范围的条件下扩展样本覆盖^[30-31]。

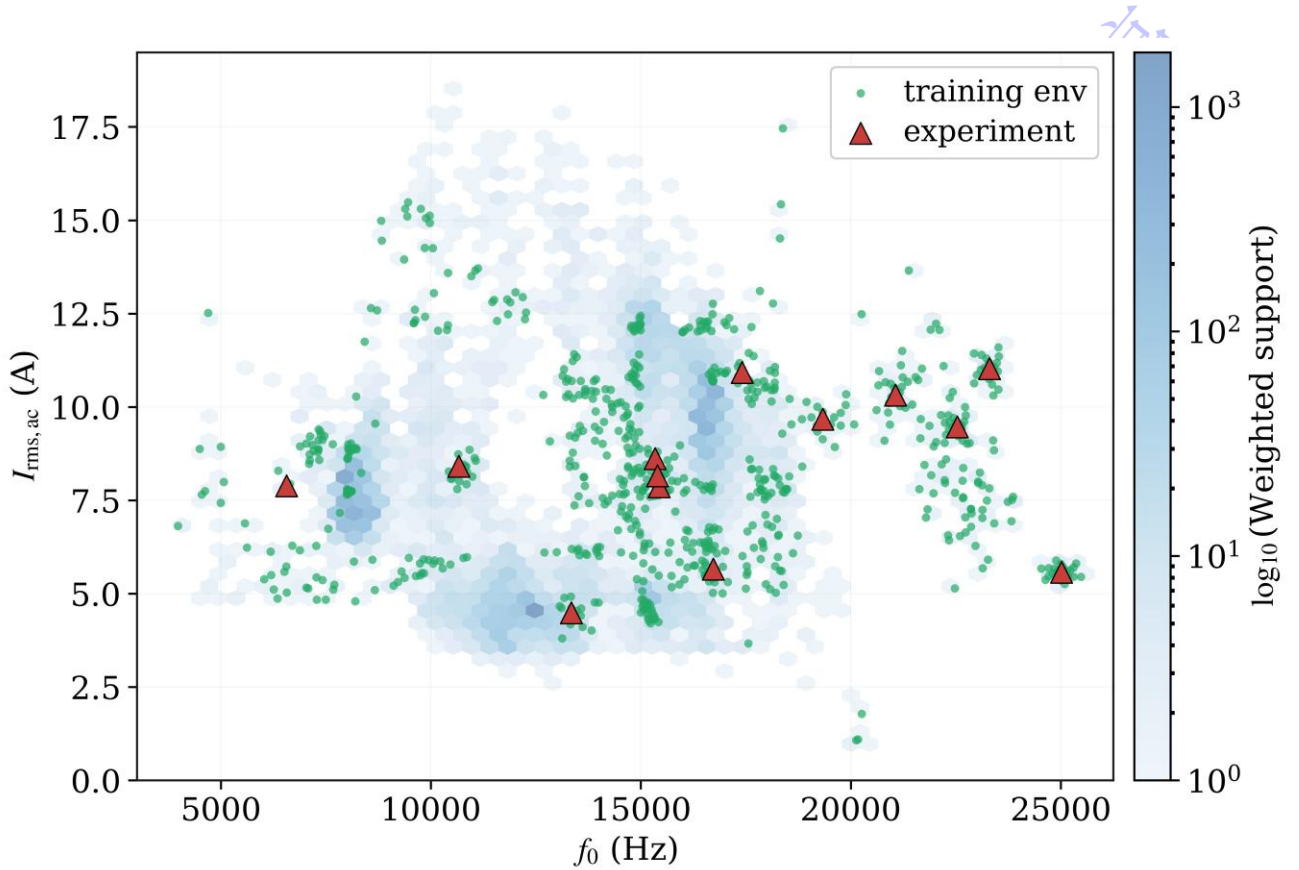


图 7. 受约束域随机化生成的样本域

Fig. 7. Sample domain generated by constrained domain randomization.

该样本域所提供的样本与实验主特征一致，使后续状态提取主要反映呼吸振荡的主要周期特征和局部控制响应，而避免过度依赖单条实验波形中的局部噪声和纹波。需指出，样本域的覆盖范围和样本数量会影响后续状态提取与策略训练效果。若训练样本在主频、交流分量均方根或平均工作点附近覆盖不足，控制策略在相应工况下的补偿相位和补偿强度选择可能出现偏差。

⑥2.3 补偿电压—放电电流增量的局部响应模型

本文将补偿电压经执行器、供电耦合链路和等离子体负载后引起放电电流增量的动态路径称为次级通道。由于该路径随工作点和放电状态变化，本文仅在当前工作点邻域和有限补偿幅值范围内采用局部近似描述，由此来反映补偿电压对放电电流的影响。对应表达式为

$$v_{drv}(t) = \mathcal{A}(v_{ac}(t); \zeta_{act}) \quad (16)$$

$$|v_{drv}(t)| \leq V_{\max}, \quad \left| \frac{dv_{drv}(t)}{dt} \right| \leq R_{\max}, \quad \frac{1}{T_w} \int_{t_0}^{t_0+T_w} v_{drv}(t) dt = 0 \quad (16a)$$

其中 $v_{ac}(t)$ 为快回路生成的交流补偿电压， ζ_{act} 包括零阶保持、斜率限制、饱和/削顶、短保持平台和小延迟抖动等非理想因素，相应约束： $V_{\max}$ ：补偿电压幅值上限，为 3.0 V， $R_{\max}$ ：补偿电压变化率上限，为 6.0V/采样点， T_w ：零均值投影所采用的时间窗，用于避免控制器通过持续直流偏置或不可实现的快速电压变化降低评价指标。之后，次级通道将驱动电压映射为
电流增量

$$\Delta I(t) = \mathcal{S}(v_{drv}(t); \psi, c(t)) \quad (17)$$

式(15) 描述的是受限补偿电压作用下、当前工作点邻域内的局部输入—响应关系， $\mathcal{S}$ 表示补偿电压到放电电流增量的局部动态映射， ψ 表示次级通道参数， $c(t)$ 则表示局部时序上下文，其主

要反映当前呼吸振荡相位、振荡包络、主频以及平均工作点的缓慢变化。在单个短时控制片段内，将工作点和局部放电状态视为缓慢变化量，并采用等效增益、一阶惯性和纯延迟组成的低阶模型，其频域表达式为

$$\Delta I(s) = S_{\text{loc}}(s; \psi) V_{\text{drv}}(s) \quad (17a)$$

局部次级通道写为

$$S_{\text{loc}}(s; \psi) = \sigma g_{\text{eq}} \frac{\exp(-sd)}{1 + \tau_s s}, \quad \psi = [\sigma, g_{\text{eq}}, \tau_s, d]^T \quad (17b)$$

式中， g_{eq} 为工作点附近补偿电压到放电电流增量的等效增益； τ_s 为阳极供电耦合链路和等离离子体负载共同形成的等效响应时间常数； d 为采样、计算、零阶保持和功率执行过程引入的等效延迟； σ 表示补偿电压与放电电流增量之间的方向关系。该低阶模型保留目标振荡频率附近的主要幅值衰减、有限响应速度和相位滞后。

为使式(15)中的局部时序信息与式(15b)的参数化模型保持一致，次级通道参数随局部状态缓慢变化，但在单个短时控制片段内可近似为常值

$$\psi(t) = \psi(c(t)) \approx \psi_m, \quad t \in [t_m, t_m + T_w] \quad (17c)$$

因此，局部时序信息通过次级通道参数在有限范围内的变化，反映工作点和振荡阶段对通道增益、响应时间及延迟的影响。对不同工况采用相同的局部次级通道结构，但不预先假定各工况具有完全相同的通道参数。本文在统一模型结构下对等效增益、响应时间常数和延迟进行有界变化

$$g_{\text{eq}} = g_0(1 + \varepsilon_g), \quad \tau_s = \tau_0(1 + \varepsilon_\tau), \quad d = d_0 + \varepsilon_d \quad (17d)$$

式中， g_0 、 τ_0 和 d_0 分别为标称等效增益、标称响应时间常数和标称延迟； ε_g 、 ε_τ 和 ε_d 分别为增益、时间常数和延迟的有界扰动量。控制采样周期、零阶保持和基础计算延迟由控制系统

设置确定，其余参数围绕标称值在预设范围内变化，用于覆盖执行链路和等离子体负载在不同工作点附近可能产生的局部响应差异。

在单个训练或验证片段内，次级通道参数保持不变或仅缓慢变化；不同环境或不同片段之间重新选取参数组合。该处理既保持了工作点邻域局部近似的物理含义，也降低了控制器对单一标称次级通道的依赖。

局部次级通道在离散控制过程中的实现形式为

$$\Delta I[k] = a_s \Delta I[k-1] + b_s v_{\text{drv}}[k - n_d] \quad (17e)$$

对应的离散系数为

$$a_s = \exp\left(-\frac{T_s}{\tau_s}\right), \quad b_s = \sigma g_{\text{eq}}(1 - a_s), \quad n_d = \text{round}\left(\frac{d}{T_s}\right) \quad (17f)$$

式中， T_s 为控制采样周期， n_d 为等效离散延迟步数， a_s 为离散一阶响应系数， b_s 为离散输入增益。式(15e)用于在训练和离线回放过程中计算补偿电压对应的放电电流增量，并为次级通道参数扰动和控制器复现提供明确的计算形式。该局部响应模型的适用范围同时受到补偿电压幅值、作用时间和主要频率成分的限制。交流补偿电压满足式(14a)中的幅值、变化率和零均值约束，不用于描述点火、熄火、模态突变或大范围平均工作点迁移过程。本文 17 组实验波形的呼吸振荡主频为 2.75—16.4 kHz，快回路补偿信号主要围绕各工况的呼吸振荡主频构造。需要说明的是，目标频带谱能量采用的 300 Hz 至 0.45 倍采样频率仅为评价指标的统计频带。在当前采样频率约为 100kHz 的实验记录中，该统计频带上限为 45 kHz，但这并不表示局部次级通道已在整个 300 Hz 至 45 kHz 范围内得到同等程度的验证。局部响应模型的主要适用频率范围仍由实际补偿信号的主要频率成分决定。

最终，潜在受控波形和观测波形分别写为

$$i_{\text{lat}}(t) = i_{\text{nat}}(t) + \Delta I(t) + d_{\text{wp}}(t), \quad i_{\text{obs}}(t) = i_{\text{lat}}(t) + n_{\text{obs}}(t) \quad (18)$$

其中 $i_{\text{nat}}(t)$ 为零维模型生成的未控呼吸振荡电流， $\Delta I(t)$ 为补偿电压经局部次级通道近似产生的放电电流增量， $d_{\text{wp}}(t)$ 表示慢变工况扰动，包括均值工作点轻微漂移、包络再抬升和主频缓慢漂移； $n_{\text{obs}}(t)$ 表示带限噪声、高频纹波、小幅尖峰和慢变偏置漂移等观测噪声，式(16)在控制器训练和最终离线验证阶段采用不同来源的自然振荡基线

$$\underline{i_{\text{nat}}^{\text{tr}}(t) = i_{0\text{D}}(t), \quad i_{\text{nat}}^{\text{rep}}(t) = i_{\text{exp}}(t)} \quad (18\text{a})$$

其中， $i_{0\text{D}}(t)$ 为实验电流特征约束后的双区 0D 模型及其参数泛化生成的未控呼吸振荡电流， $i_{\text{exp}}(t)$ 为实验测得的未控放电电流。在训练阶段，式(16)的自然振荡基线由 $i_{0\text{D}}(t)$ 给出，并叠加局部控制响应、慢变工况扰动和观测扰动，用于扩展有限实验波形所覆盖的振荡状态。

在最终离线验证阶段，直接采用实验测得的未控放电电流作为基准波形，相应的离线受控电流写为

$$\underline{i_{\text{rep}}(t) = i_{\text{exp}}(t) + \Delta I(t)} \quad (18\text{b})$$

实验波形本身已经包含真实工况下的平均工作点、呼吸振荡主频、振荡幅值、周期波动、纹波和测量噪声，因此最终离线回放中不再重复叠加训练阶段设置的观测扰动。双区 0D 模型主要用于扩展控制器训练样本，实验测得的放电电流直接作为最终离线评价的未控基线，局部次级通道仅用于计算受限补偿电压引起的电流增量。

由此，训练样本同时包含自然呼吸振荡、局部控制响应、慢变工况扰动和观测噪声；最终离线验证则保留实验波形中的真实工况差异和非平稳特征，并通过次级通道参数的有限变化评价控制器对局部输入—响应偏差的适应能力。

3 次级通道约束下的快慢分层控制方法

本文采用快慢分层控制结构。快回路面向放电电流交流分量，在有效相位窗内生成零均值

补偿；慢回路根据电流振荡状态调整交流补偿的起始相位、持续时间和补偿强度。该结构将高频补偿执行与低频策略调度分离，并在快回路中显式考虑局部次级通道近似。

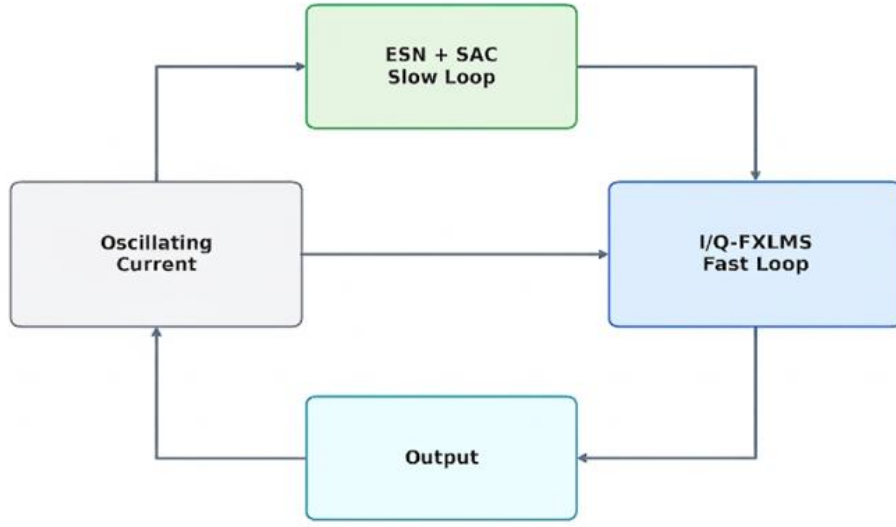


图 8. 快慢分层控制结构示意图

Fig. 8. Schematic of the fast-slow hierarchical control structure.

3.1 次级通道补偿的快回路控制

为区分平均工作点调节与振荡抑制，本文将放电电流和控制电压分解为直流（direct current, DC）分量和交流（alternating current, AC）分量：

$$i(t) = i_{dc}(t) + i_{ac}(t), \quad v_{cmd}(t) = v_{dc}(t) + v_{ac}(t) \quad (19)$$

其中 i_{dc} 表示平均工作点， i_{ac} 表示呼吸振荡相关的交流分量， $v_{dc}(t)$ 为补偿电压的直流分量， $v_{ac}(t)$ 为交流补偿分量。快回路的目标不是改变直流工作点，而是在尽量保持 i_{dc} 不变的前提下，降低 i_{ac} 的峰峰值、交流均方根和目标频带能量。这样的分解既符合实验波形中“平均工作点+低频振荡”的结构，也为后续慢变量调度与高频补偿执行的解耦提供了基础。

快回路采用同相/正交（I/Q）窄带基函数构造交流补偿信号。I/Q 分量具有连续、窄带和

数值稳定的特点，可用于生成与主振荡频率相关的反相补偿。第 2 章结果表明，呼吸振荡在峰前建立、峰后恢复和再抬升阶段具有不同的动力学特征，整周期等强度补偿难以同时适应各相位段的响应差异。为此，在 I/Q 窄带基础分量之外引入相位窗增强分量，使补偿作用主要集中于对峰峰值降低更有利的相位区间。快回路候选交流补偿电压写为

$$v_{ac}^{cmd}(k) = \Pi_{zm}(u_{\text{floor}}(k) + u_{\text{boost}}(k)) \quad (20)$$

其中， u_{floor} 为 I/Q 窄带基础补偿分量， u_{boost} 为相位窗增强分量； $\Pi_{zm}(\cdot)$ 表示零均值投影。该结构通过 I/Q 分量保证补偿信号的连续性和频带约束，并通过相位窗增强分量提高敏感相位区间内的局部补偿强度。相较于整周期均匀注入，这种由连续窄带分量和局部相位增强分量组成的补偿结构可同时保持频带约束和相位选择性。

快回路沿用第 2.3 节中的局部次级通道近似。由于交流补偿电压需经过执行器和次级通道后才形成放电电流响应，自适应更新中需要考虑该路径的增益和相位影响。采用 filtered-x 结构对参考信号进行次级通道预滤波，对应的归一化更新律写为

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mu \frac{e_k \hat{\mathbf{x}}_k}{\|\hat{\mathbf{x}}_k\|^2 + \varepsilon} \quad (21)$$

其中 $\mathbf{w}_k$ 为第 k 步自适应权值向量， μ 为归一化步长， $\hat{\mathbf{x}}_k$ 为 filtered-x 参考向量， e_k 为当前残余交流分量。该更新形式将次级通道影响提前纳入梯度近似中，以减小“驱动—响应”路径错配带来的失稳风险^[23,24]。

实际控制电压还需经过执行器映射，其时域形态由补偿基函数组合、零均值约束和执行器约束共同决定。I/Q 分量用于形成连续窄带补偿，相位窗增强分量用于在局部有效相位区间内提高补偿强度，整体补偿电压保持近零均值。工程上，补偿信号由数字控制器输出离散指令，经数模转换器（digital-to-analog converter, DAC）和零阶保持（zero-order hold, ZOH）后送入带宽受限的功率放大级，再通过隔离耦合支路叠加到阳极端。

3.2 补偿窗口与补偿强度的慢变量调节及离线验证

第 2.2 节构造的物理约束训练样本用于确定慢变量调节规律，使控制器根据近期电流振荡状态调整补偿相位窗和补偿强度，而不直接生成高频补偿电压。训练样本包含未控呼吸振荡电流、补偿电压引起的电流响应、慢变工况扰动和观测噪声。ESN 用于从近期放电电流和控制历史中提取振荡状态信息，包括有效补偿相位区间、窗口持续时间和失配风险等。ESN 参数共 16 维；输出 7 个辅助头，分别为 `future_ready_prob`、`late_window_break_prob`、`peak_risk`、`envelope_slope`、`control_window_score`、`sustain_horizon` 和 `gate_confidence`。ESN 采用 `teacher-forced` 方式训练，`washout` 步数为 24，输出层通过岭回归求解。超参数由 TPE/Optuna 在预设范围内搜索，⑦最终采用 reservoir size 704、spectral radius 0.542、leak rate 0.724、sparsity 0.078、ridge alpha 0.038、input scale 1.021、feedback scale 0.217、Eta 0.771，随机种子为 42。ESN 不直接生成补偿电压，而是向 SAC 提供状态输入。

在此基础上，本文采用 `soft actor-critic (SAC)` 算法实现慢时标策略更新^[37]。SAC 不直接输出高频补偿电压，而是输出快回路的慢时标控制量，包括交流补偿的起始相位、持续时间和补偿强度。具体补偿波形由快回路根据 I/Q 窄带基础分量、相位窗增强分量和执行器约束生成。SAC 训练基于第 2.2 节的训练样本，策略更新过程同时包含自然振荡演化和补偿电压引起的电流响应。奖励函数由三部分组成。第一部分为振荡抑制收益，主要根据峰峰值、交流均方根和频带能量的下降幅度给出；第二部分为平均工作点约束，用于惩罚控制前后平均放电电流的偏移；第三部分为补偿代价，用于限制交流补偿电压的幅值、均方值、变化率以及饱和时间比例。其具体的策略网络和价值网络均⑧采用两层 MLP，隐藏层宽度为 160；训练步数为 4096，`warm-up` 步数为 384，`batch size` 为 96，`replay buffer` 大小为 16384，`actor` 学习率为 $2.5e-4$ ，`critic` 学习率为 $3.0e-4$ ，熵系数为 0.06。

上述学习在 RTX 5070 上完成。训练完成后，控制策略在实验波形驱动的离线验证环境中

进行评估。该环境以实验测得的未控放电电流波形作为基线，并沿用第 2.3 节中的补偿电压—电流响应构造方式，得到给定控制作用下的离线响应序列。该验证环境并不等同于真实在线闭环实验，其中补偿电压—放电电流响应仅作为当前工作点及其邻域内的局部近似，适用于小到中等补偿幅值和有限时间窗内的离线评估，因此，本文给出的控制结果是在当前模型精度、样本覆盖范围和局部响应下的离线评估结果。随着 0D 模型精度、训练样本数量及补偿电压—放电电流响应模型的改进，控制效果和适用工况范围仍可能进一步变化。

4 振荡抑制结果与讨论

4.1 快回路与快慢协同链路的对比结果

图 9 是代表性窗口下快回路与快回路与慢回路协同的对比结果。可以看出，单独快回路已经能够在部分相位段削弱放电电流的低频振荡。相比之下，快慢分层结构能够根据短时振荡状态调整快回路，使受控电流的峰峰值进一步降低。

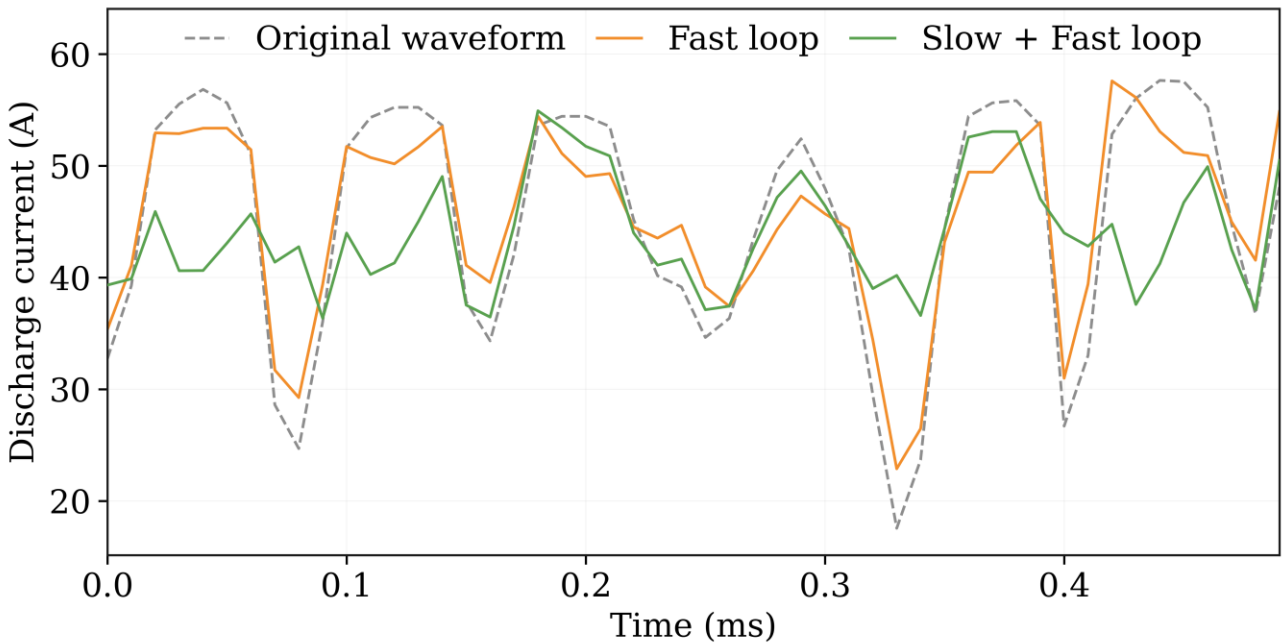


图 9. 快回路与快慢协同链路的抑制效果对比

Fig. 9. Comparison of suppression performance between the fast loop and the fast-slow cooperative control.

4.2 控制过程分析与电流振荡抑制结果

图 10 中，控制器在接管前的阶段主要是形成近期电流振荡状态估计和对补偿窗口的判断，是控制器预热阶段，控制器接管后，控制电压进入交流补偿阶段，其波形由连续窄带分量和局部相位增强分量组成，并保持近零均值。接管后放电电流波动区间较接管前更集中，说明补偿主要作用于慢回路判定的有效相位窗，而非在全周期内等强度施加。

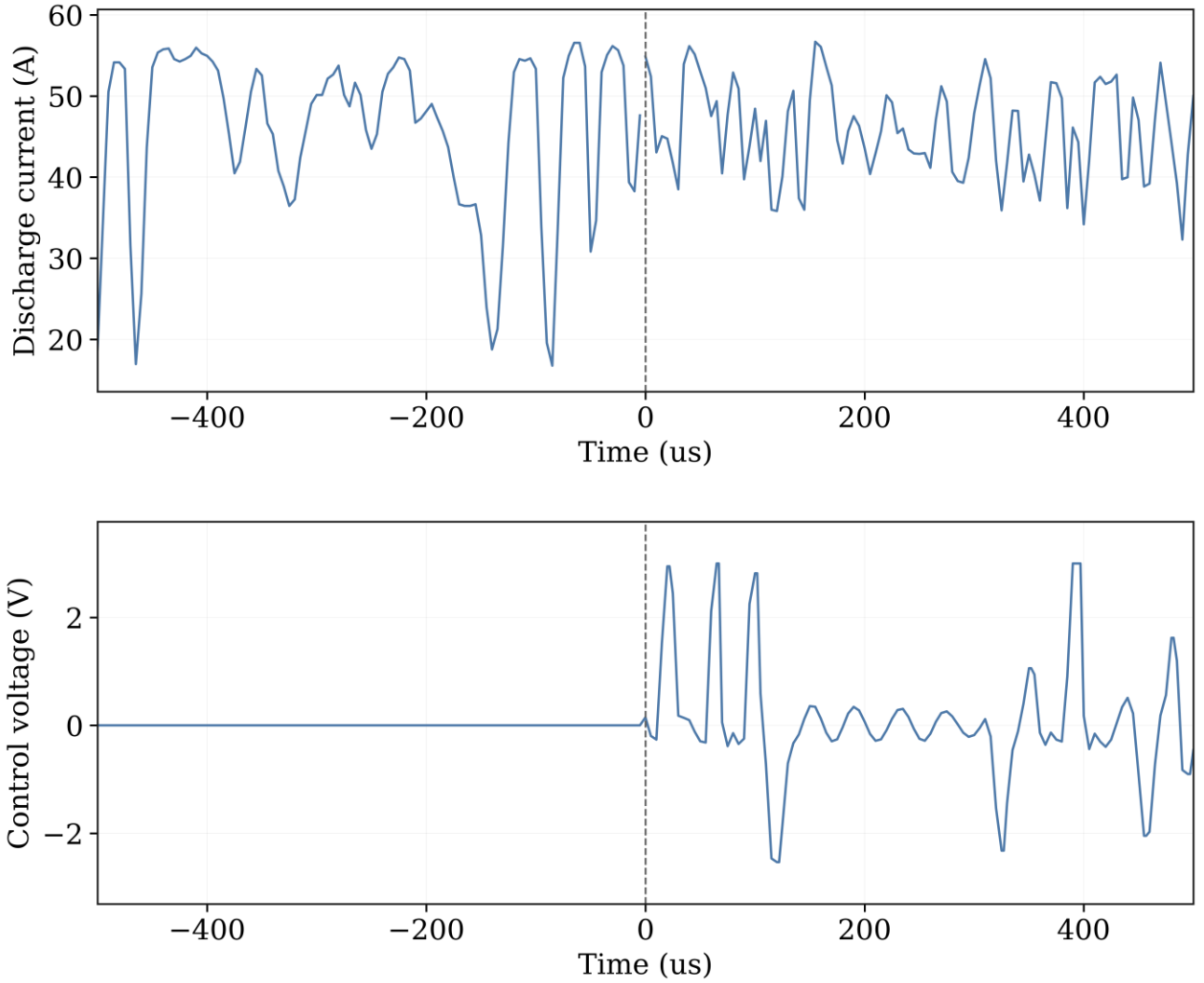


图 10. 控制器接管前后放电电流与控制电压时域特征

Fig. 10. Time-domain characteristics of discharge current and control voltage before and after controller takeover.

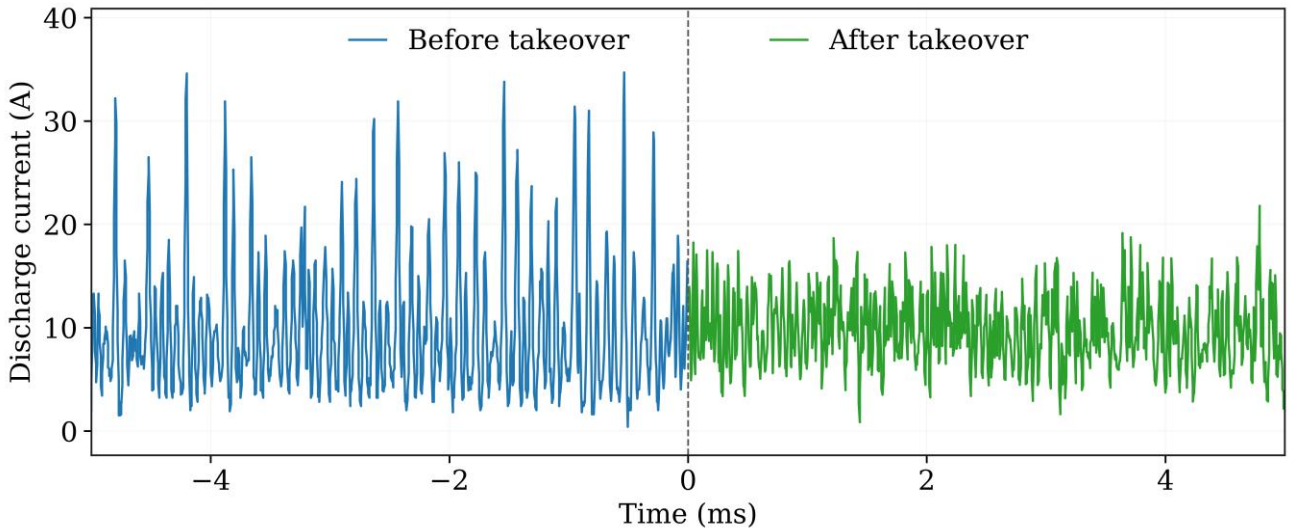
本文对实验波形集中可用于离线回放的多组工况进行统一验证，完整多工况统计结果列于附录 A 表 A1。为同时评估控制器对振荡幅值、交流能量及频带能量的抑制能力，本文采用峰值 I_{pp} (peak-to-peak, I_{pp})、交流分量均方根 $I_{rms,ac}$ (root mean square, RMS) 和离散频带谱能

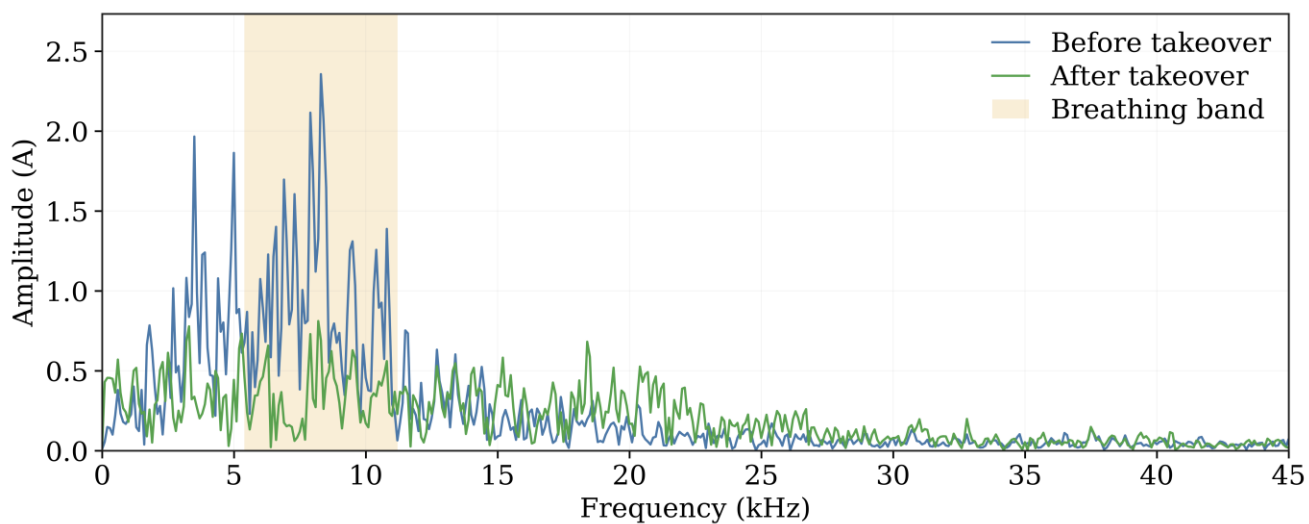
量指标 E_{band} (band-limited energy, E_{band}) 作为评价指标。表 A1 中下标 “0” 表示未控波形，下标 “c” 表示受控波形，因此 $I_{\text{pp},c}/I_{\text{pp},0}$ 、 $I_{\text{rms},ac,c}/I_{\text{rms},ac,0}$ 和 $E_{\text{band},c}/E_{\text{band},0}$ 分别表示峰峰值、交流均方根和频带能量的受控/未控比值。三个比值均小于 1 时表示对应指标得到抑制，数值越小表示抑制越强。其中， E_{band} 由离散频谱计算得到：首先按照离线验证中相同 AC/DC 分解去除放电电流直流分量，并对所得交流分量再次去均值；随后对该序列进行快速傅里叶变换，并在 $300 \text{ Hz} \leq f_k \leq 0.45f_s$ 的频率范围内累加谱幅值平方，即

$$E_{\text{band}} = \sum_{300 \text{ Hz} \leq f_k \leq 0.45f_s} |I[k]|^2 \quad (22)$$

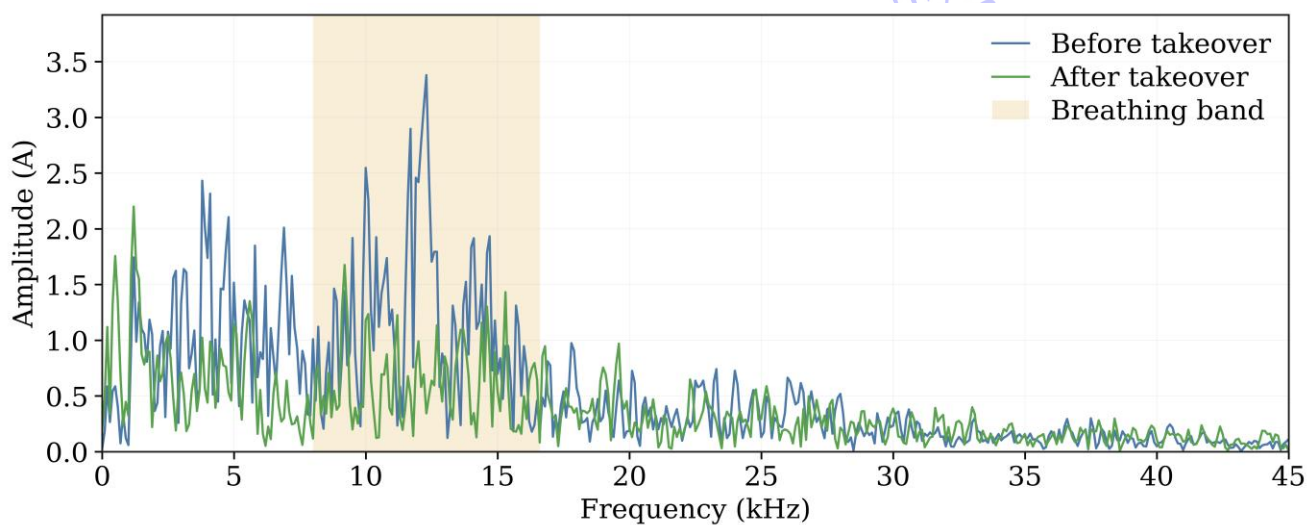
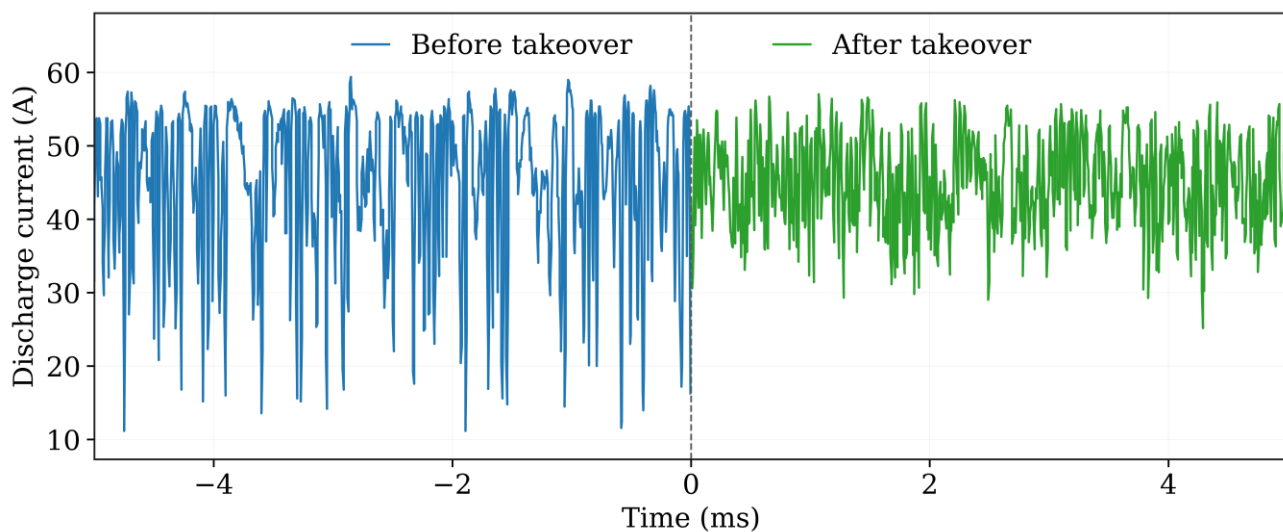
当前实验波形的采样频率约为 100 kHz，因此上限频率为 45 kHz。由于该指标依赖采样长度和离散傅里叶变换约定，本文主要比较归一化比值 $E_{\text{band},c}/E_{\text{band},0}$ 。

选取其中低功率 3.5 kW 和高功率 13.5kW 两类差异较大的工况作为时域响应展示，抑制情况如图 11。从完整时间窗统计结果看，3.5kW 工况的整体抑制效果略优于 13.5kW 工况，前者的全局指标为 0.580/0.546/0.295，后者为 0.616/0.557/0.307。这可能与 3.5kW 工况下原始振荡能量较低、局部相位窗更易匹配有关。





(a)



(b)

图 11. 振荡抑制效果：时域与频域：(a) 3.5 kW；(b) 13.5 kW

Fig. 11. Oscillation suppression performance: time-domain and frequency-domain: (a) 3.5 kW. (b) 13.5 kW.

在部分局部时间窗内，两者又呈现出不同特征。以 0 – 5ms 的局部窗口为例，3.5kW 的局部指标为 0.677/0.562/0.314，而 13.5kW 为 0.639/0.559/0.310。说明 13.5kW 工况的振荡可抑制性更依赖于局部窗口匹配：当次级通道动态、门控时刻与瞬时振荡结构较好对齐时，其局部窗口内的抑制比例更高，但这种局部优势不足以抵消其更重全局振荡负担。

频域上，未控放电电流的能量主要集中在呼吸振荡主频及其附近频带，并伴随一定的低阶谐波和旁带成分。施加补偿后，3.5kW 和 13.5kW 两种工况在主频附近的谱峰均明显降低，说明控制作用并非仅改变了时域峰值，而是削弱了呼吸振荡对应频带内的周期性能量。相比之下，13.5kW 工况的未控谱峰和周围频带能量分布更宽，受控后仍保留一定的残余谱峰和旁带成分，因此其频带能量归一化比值略高于 3.5kW 工况。3.5kW 工况下频谱能量更集中，补偿相位窗与主振荡周期匹配后，主峰及其邻近频带被更充分削弱，对应的频带能量比值也更低。该频域结果与时域峰峰值和交流 RMS 的下降趋势一致，表明快慢分层补偿同时降低了振荡幅值和呼吸振荡频带内的能量。

⑨4.3 实验波形驱动离线验证的可靠性分析

实验平台由固定集成的 RLC 滤波器进行滤波，电路拓扑结构固定，鉴于此针对本文提出的抑制振荡方法进行可靠性分析。离线闭环验证与真实推力器闭环实验均遵循“电流观测—状态更新—控制决策—补偿电压—电流响应—再次观测”的递推过程，二者的主要区别在于受控电流的生成来源：离线控制以实验测得的未控放电电流为基准，由局部电压—电流响应模型生成控制作用后的反馈电流；实机运行中，反馈电流则由推力器、阳极供电回路和测量系统共同产生并重新采集。控制器通过 ESN 对新电流序列的重新识别、SAC 的状态依赖决策以及 I/Q-FXLMS 的在线调整适应这种差异。本节的代表性模式和全因子测试则从定量上验证了该适应能力在给定状态—通道范围内的可靠性及边界。

为检验上述样本覆盖能否适应局部电压—电流响应偏差，对每组实验波形设置 19 种由等效增益、响应时间常数和离散延迟单独变化或联合变化构成的代表性响应模式，共形成 323 组测试；随后按照第 2.3 节给出的 5 种增益比例、5 种时间常数比例和 3 种离散延迟进行全因子组合，形成 1275 组测试。当峰峰值比、交流分量均方根比和频带能量比均小于 0.8 时，判定为三指标联合达标。测试依次采用四种次级通道参数处理方式。标称参数固定是指控制器始终采用离线标定得到的增益、时间常数和延迟；增益与延迟校正是指更新等效增益和离散延迟，而时间常数仍取标称值；三参数同步更新是指同时更新等效增益、响应时间常数和离散延迟；三参数同步更新并启用备用参数组，则是在参数更新后，对仍未达到控制要求的工况切换至测试前预先确定的跨工况控制参数组。各方式均采用相同的预训练 ESN、SAC 策略和快回路设置，不进行网络重训练或针对单个组合重新寻优。在 323 组代表性测试中，标称参数固定时联合达标率仅为 57.28%，且 40.25% 的测试至少有一项指标高于未控基准；增益与延迟校正后，联合达标率提高至 99.07%，三参数同步更新后提高至 99.69%，启用备用参数组后达到 100%。在 1275 组全因子测试中，联合达标率为 99.76%，仅有 3 组在增益增大至标称值 1.20 倍、响应时间常数缩短至标称值 0.70 倍的联合边界下未达到 0.8 阈值，最不利峰峰值比为 0.8231，而交流分量均方根比和频带能量比分别约为 0.512 和 0.258，均未超过未控基准。

上述结果表明，离线控制能够反映反馈电流生成方式变化所引起的控制性能差异。标称响应参数固定时出现明显退化，说明控制结果并非由离线环境预先保证；随着增益、响应时间和延迟信息逐步加入控制链，控制效果得到恢复，而极端参数组合下仍能识别有限控制边界，说明评价体系能够区分控制有效、响应失配和边界失效。结合训练阶段对振荡频率、幅值、包络、噪声以及局部电压—电流响应参数的扩展，所提出方法并不依赖某一固定电流波形或单一通道模型。实机运行时，ESN 可根据重新采集的受控电流更新振荡状态，SAC 依据新的状态调整后续控制，I/Q-FXLMS 进一步修正补偿电压。因此，当实机振荡状态和局部响应位于训练样

本域或其邻域内时，控制器具有适应有限反馈差异的结构基础。该结果支持离线评价在给定响应范围内具有可靠性，并为后续实物闭环中的通道标定、延迟校正和控制参数设置提供定量依据。

5 结 论

本文建立了实验电流特征约束下的零维模型与快慢分层控制相结合的霍尔推力器呼吸振荡抑制方法。通过实验电流主频、均值、交流分量均方根和频带能量等特征拟合模型参数，并在参数锚点邻域内进行受约束泛化，有限实验波形被扩展为具有物理约束的呼吸振荡样本。在此基础上，本文引入补偿电压与放电电流增量的局部响应模型，构造含控制响应的训练样本，并采用快回路零均值交流补偿与慢回路相位区间和补偿强度调节相结合的控制结构。

离线验证结果表明，该方法能够在保持平均工作点基本稳定的同时，降低放电电流中与呼吸振荡相关的峰峰值、交流分量均方根和频带能量。与直接依赖大量真实放电电流对补偿电压的响应数据的控制训练方式相比，本文方法利用实验特征约束下的零维模型及其参数泛化提供训练样本，有助于提高有限实验电流波形的利用率。后续工作将结合更高保真度的放电动力学模型、更多工况下的实验电流波形和推力器实验平台，进一步检验模型精度、训练样本规模及局部响应模型对控制效果的影响，并逐步开展闭环实验验证。

附录 A

表 A1 不同工况下的离线抑制指标

Table A1. Multi-condition offline suppression metrics.

P/kW	$\dot{m} \cdot a$ /(mg/s)	$I_{pp,0}/A$	$I_{pp,c}/A$	$I_{pp,c}/I_{pp,0}$	$I_{rms,ac,0}/A$	$I_{rms,ac,c}/A$	$I_{rms,ac,c}/I_{rms,ac,0}$	$E_{band,c}/E_{band,0}$
3.5	15	34.297	19.900	0.580	6.058	3.306	0.546	0.295
5	20	32.864	24.643	0.750	10.577	4.820	0.456	0.205
5	20	33.467	22.689	0.678	11.299	4.553	0.403	0.161
6	25	24.824	17.834	0.718	4.080	2.565	0.629	0.389
8.5	35	27.770	17.993	0.648	6.809	4.290	0.630	0.394
10	40	46.633	34.903	0.748	12.287	7.078	0.576	0.330
12	45	47.940	35.723	0.745	11.429	6.484	0.567	0.318
13	45	55.075	37.200	0.675	10.461	6.197	0.592	0.338
13	45	49.749	28.999	0.583	10.067	5.626	0.559	0.308
13	46	48.342	33.027	0.683	10.609	5.967	0.562	0.314
13	46	48.945	32.079	0.655	11.017	6.206	0.563	0.315
13	48	48.055	31.403	0.653	12.637	7.345	0.581	0.337
13	48	48.744	35.104	0.720	10.576	5.835	0.552	0.301
13.5	40	47.035	28.536	0.607	10.244	5.827	0.569	0.321
13.5	44	50.955	31.382	0.616	10.268	5.717	0.557	0.306
13.5	50	52.462	30.069	0.573	10.251	5.997	0.585	0.341
14	48	49.146	27.495	0.559	9.890	5.771	0.583	0.339

参考文献

- [1] Choueiri E Y 2001 *Phys. Plasmas* **8** 1411
- [2] Oh D Y, Snyder J S, Goebel D M, Hofer R R, Randolph T M 2014 *J. Spacecr. Rockets* **51** 1822
- [3] Hamada Y, Bak J, Kawashima R, Koizumi H, Komurasaki K, Yamamoto N, Egawa Y, Funaki I, Iihara S, Cho S, Kubota K, Watanabe H, Fuchigami K, Tashiro Y, Takahata Y, Kakuma T, Furukubo Y, Tahara H 2017 *Trans. Jpn. Soc. Aeronaut. Space Sci.* **60** 320
- [4] Wei L Q, Han L, Yu D R, Guo N 2015 *Chin. Phys. B* **24** 055201
- [5] Brown N P, Walker M L R 2020 *Appl. Sci.* **10** 3775
- [6] Leporini L, Giannetti V, Saravia M M, Califano F, Camarri S, Andreussi T 2022 *Front. Phys.* **10** 951960
- [7] Fife J M, Martinez-Sanchez M, Szabo J 1997 *33rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit* Seattle, WA, July 6—9, 1997 AIAA-97-3052
- [8] Boeuf J P, Garrigues L 1998 *J. Appl. Phys.* **84** 3541
- [9] Lafleur T, Chabert P, Bourdon A 2021 *J. Appl. Phys.* **130** 053305
- [10] Petronio F, Alvarez-Laguna A, Bourdon A, Chabert P 2024 *J. Appl. Phys.* **135** 073301
- [11] Dale E T, Jorns B A 2019 *36th International Electric Propulsion Conference* Vienna, Austria, September 15—20, 2019 IEPC-2019-354

- [12] Yang S X, Guo N, Jia Y H, Geng H, Gao J, Liu J T, Liu S Y, Yang S L 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 085201 (in Chinese) [杨三祥, 郭宁, 贾艳辉, 耿海, 高俊, 刘家涛, 刘世勇, 杨升林 2023 物理学报 **72** 085201]
- [13] Barral S, Ahedo E 2009 *Phys. Rev. E* **79** 046401
- [14] Hara K, Sekerak M J, Boyd I D, Gallimore A D 2014 *Phys. Plasmas* **21** 122103
- [15] Raitses Y, Staack D, Keidar M, Fisch N J 2005 *Phys. Plasmas* **12** 057104
- [16] Raitses Y, Smirnov A, Staack D, Fisch N J 2006 *Phys. Plasmas* **13** 014502
- [17] Raitses Y, Kaganovich I D, Khrabrov A, Sydorenko D, Fisch N J, Smolyakov A 2011 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **39** 995
- [18] Barral S, Kaczmarczyk J, Kurzyna J, Dudeck M 2011 *Phys. Plasmas* **18** 083504
- [19] Romadanov I, Raitses Y, Smolyakov A 2018 *Plasma Sources Sci. Technol.* **27** 094006
- [20] Yu D R, Wang C S, Wei L Q, Gao C, Yu G 2008 *Phys. Plasmas* **15** 113503
- [21] Li P, Wang W, Liu W, Li Y, Zhang G, Tang H 2025 *Plasma Sources Sci. Technol.* **34** 045002
- [22] Kuo S M, Morgan D R 1999 *Proc. IEEE* **87** 943
- [23] Elliott S J, Stothers I M, Nelson P A 1987 *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* ASSP-35 1423
- [24] Snyder S D, Hansen C H 1994 *IEEE Trans. Signal Process.* **42** 950
- [25] Elliott S J, Nelson P A 1993 *IEEE Signal Process. Mag.* **10** 12

- [26] Tian B, An B C, Xie K, Yang S L 2025 *Aero Weaponry* **32** 63 (in Chinese) [田滨, 安炳晨, 谢侃, 杨素兰 2025 航空兵器 **32** 63]
- [27] Park J, Doh G, Lee D, Kim Y, Shin C, Shin S J, Ghim Y C, Park S, Choe W 2025 *Adv. Intell. Syst.* **7** 2400555
- [28] Krishnan A, Vlahov B, Gibson J, Lev D, Saeedifard M, Theodorou E, Walker M L R 2025 *39th International Electric Propulsion Conference* London, United Kingdom, September 14—19, 2025 IEPC-2025-515
- [29] Hansen N, Ostermeier A 2001 *Evol. Comput.* **9** 159
- [30] Tobin J, Fong R, Ray A, Schneider J, Zaremba W, Abbeel P 2017 *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* Vancouver, Canada, September 24—28, 2017 p23
- [31] Peng X B, Andrychowicz M, Zaremba W, Abbeel P 2018 *IEEE International Conference on Robotics and Automation* Brisbane, Australia, May 21—25, 2018 p3803
- [32] Jaeger H 2007 *Scholarpedia* **2** 2330
- [33] Lukosevicius M, Jaeger H 2009 *Comput. Sci. Rev.* **3** 127
- [34] Bergstra J, Bardenet R, Bengio Y, Kégl B 2011 *Advances in Neural Information Processing Systems 24* Red Hook, NY: Curran Associates p2546
- [35] Akiba T, Sano S, Yanase T, Ohta T, Koyama M 2019 *Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining* Anchorage, AK, United States, August 4—8, 2019 p2623
- [36] Ushikoshi T D A, Aguirre L A 2023 *Int. J. Model. Identif. Control* **42** 105

[37] Haarnoja T, Zhou A, Abbeel P, Levine S 2018 *Proceedings of the 35th International Conference on Machine Learning* Stockholm, Sweden, July 10—15, 2018 p1861

录用稿件，非最终出版稿

Hall Thruster Breathing Oscillation Suppression Based on a 0D Physical Model and Hierarchical Active Control

Wang Bin-Hui Yang San-Xiang Guo Ning[†] Wang Shang-Min Wang Ji-Sen Bao Zhen-Ting Chen Xing-Kai

(Science and Technology on Vacuum Technology and Physics Laboratory, Lanzhou Institute of Physics, Lanzhou 730000, China)

Abstract

Suppressing breathing oscillations in Hall thrusters by superimposing a compensation voltage on the anode power-supply circuit generally requires discharge-current response data corresponding to the applied voltage. However, such response data are costly to obtain, and a limited number of experimental current waveforms are insufficient for direct controller training and validation. To enable controller training and offline evaluation under limited response data, this paper develops a breathing-oscillation suppression method that combines an experimentally constrained two-zone zero-dimensional (0D) model with fast-slow hierarchical active control.

The two-zone 0D model is used to describe the dominant coupling among neutral replenishment, ionization, electron transport, wall-related losses, and discharge-current formation. Its parameters are constrained by experimental current features, including the dominant frequency, mean current, AC root-mean-square value, band energy, and cycle-shape characteristics associated with the rise and recovery stages. The experimental dataset contains 17 discharge-current waveforms covering nine power conditions. After parameter identification and waveform screening, 13 representative experimental parameter anchors are retained. Constrained domain randomization

around these anchors generates 795 training samples while maintaining the experimental feature constraints. A local secondary-path model consisting of an equivalent gain, a first-order response, and a pure delay is further introduced to describe the discharge-current increment induced by the compensation voltage and to construct training samples containing control responses.

The controller adopts a fast-slow hierarchical structure. The fast loop employs an in-phase/quadrature filtered-x least-mean-square (I/Q-FXLMS) scheme to generate zero-mean AC compensation while accounting for the secondary-path dynamics. The slow loop uses an echo state network (ESN) to extract the oscillation state from recent discharge-current measurements and a soft actor-critic (SAC) policy to adjust the starting phase, duration, and strength of the compensation. This structure separates high-frequency compensation generation from the slower adjustment of the compensation window and intensity.

Final offline evaluation directly uses experimentally measured uncontrolled discharge-current waveforms as baseline signals. For the representative 3.5 kW condition, the controlled-to-uncontrolled ratios of the peak-to-peak current, AC root-mean-square current, and band energy are 0.580, 0.546, and 0.295, respectively. For the 13.5 kW condition, the corresponding ratios are 0.616, 0.557, and 0.307. In both cases, the spectral peaks near the dominant breathing-oscillation frequency are reduced, and the average operating point remains nearly unchanged. To further evaluate the influence of secondary-path mismatch, 323 representative response tests and 1275 full-factor tests are performed. With fixed nominal parameters, the joint pass rate in the 323

representative tests is 57.28%; after gain-and-delay correction and synchronous updating of the three secondary-path parameters, it increases to 99.07% and 99.69%, respectively, and reaches 100% when the predefined backup parameter set is enabled. In the 1275 full-factor tests, the joint pass rate is 99.76%. Only three cases fail to meet the prescribed 0.8 threshold at the combined boundary where the equivalent gain reaches 1.20 times its nominal value and the response time constant decreases to 0.70 times its nominal value.

These results show that the experimentally constrained 0D model and constrained parameter generalization can provide physically bounded samples for controller training, while the hierarchical control structure can suppress breathing-related current fluctuations under multiple operating conditions. The offline evaluation also demonstrates the sensitivity of the control performance to local voltage-current response mismatch and identifies its finite applicability boundary, thereby providing a methodological basis for subsequent closed-loop Hall-thruster experiments.

Keywords: Hall thruster; breathing oscillation; 0D model; hierarchical active control

* Project supported by the Science and Technology Leading Talent Project under the Gansu Provincial Science and Technology Innovation Talent Program (Grant No. 24RCKB012).

† Corresponding author. E-mail: guoninggaa@163.com