

湍流和带状流在托卡马克等离子体中的非线性能量传递与能量耗散

沈 勇^{1)†} 董家齐,¹⁾²⁾ 赵开君,³⁾ 石中兵,¹⁾ 程 钧,⁴⁾ 韩明昆¹⁾

1) (核工业西南物理研究院, 成都 610041)

2) (新奥科技发展有限公司, 廊坊 065001)

3) (东华理工大学核科学与工程学院, 南昌 330013)

4) (西南交通大学物理科学与技术学院 聚变科学所, 成都 610031)

摘要: 带状流和湍流阻尼是等离子体流(flow)演化中常见的物理现象, 湍流中的非线性能量传递是驱动流发展的基本机制. 本文基于 HL-2A 托卡马克边缘等离子体湍流与带状流实验, 利用双谱分析方法分析两点法测量的浮动电势数据, 从非线性能量函数分析的角度, 揭示了托卡马克边缘等离子体中, 带状流与湍流间以及湍流内部的非线性能量传递和湍流能量耗散共存的物理图景和机理. 研究表明, 湍流可在耗散的背景等离子体中存在和发展. 一方面观测到显著的带状流阻尼, 同时揭示了从测地声模(GAM)带状流向高频湍流的能量级联过程. 其中, GAM 驱动的对流导致内部的波能量从低频向高频传递. 在另一类放电中, 发现了湍流阻尼与能量级联共存的现象. 能量级联导致大涡旋转变为小涡旋, 最终线性耗散. 在上述两种情况下, 仅有部分(约 30%-40%)能量参与能量传递, 而大部分能量则因带状流和湍流的非线性阻尼作用而耗散. 注意上述比率估计值随具体放电参数的不同而有所变化. 湍流可因黏性与碰撞阻尼作用而自然衰减. 在 HL-2A 边缘等离子体湍流分析中也观察到了能量逆级联, 同时伴随着显著的湍流阻尼现象. 当湍流中参与逆级联的能量占比有限时, 湍流中的能量逆级联可以增强低频湍流, 但还不足以驱动带状流等大尺度结构.

关键词: 非线性能量传递; 带状流阻尼; 湍流阻尼; 能量耗散

PACS: 52.35.Mw, 52.35.Ra, 52.35.Kt

*国家重点研发计划(批准号: 2022YFE03180200, 2024YFE03190001, 2024YFE03180001), 四川省科技技术项目(批准号: 2025ZNSFSC0832)和国家自然科学基金(批准号: 12305232, 12575230)资助的课题.

†通信作者. E-mail: sheny@swip.ac.cn

1. 引言

聚变界普遍认为, 漂移波湍流是导致托卡马克等离子体反常输运的主要原因^[1], 而带状流在调节漂移波强度与输运方面发挥着关键作用^[2]. 湍流发生在远离热力学平衡的耗散系统中, 具有多重自由度^[3]. 带状流由雷诺应力产生^[4,5], 可视为与湍流中能量逆级联相关的非线性调制不稳定性^[6]. 众多研究聚焦于带状流的特性^[7-9], 一般观点认为带状流是由湍流驱动与碰撞阻尼间的平衡所决定的^[10]. 带状流在湍流的时间与空间尺度上演化, 其驱动机制源于非线性波相互作用过程. 湍流通过非线性耦合驱动带状流, 而带状流则通过涡旋剪切稳定化作用降低湍流强度^[11]. 初始带状流因无碰撞过程^[12,13]和碰撞过程^[14]而衰减. 其他因素如由动量输运引起的阻尼^[15]也会导致带状流衰减. 另一方面, 由于粘性和碰撞效应, 湍流本身也可受到抑制. 作为湍流研究的两个热点, 湍流驱动和湍流耗散一直广受关注^[16,17], 它们都跟湍流非线性能量变化有关. 本文对湍流和带状流阻尼以及共存的非线性能量传递过程进行了研究, 以加深对带状流和湍流关键物理行为的理解. 非线性能量传递反映了湍流不同波动之间以及湍流与带状流之间的物理关系. 因此, 本研究从非线性能量分析的角度, 重点研究带状流和湍流中非线性阻尼和能量级联与逆级联的联合场景.

Ritz 等人^[18,19]首先提出了定量分析非线性能量传递的数学方法. Kim 等人^[20]扩展了这种方法. Ritz 和 Kim 方法都是单场模型, 可以用于研究等离子体湍流中的非线性能量传递^[21-23], 其改进算法可以用于更一般的湍动系统建模与分析^[24]. Ritz 等^[18]研究了一般的充分发展湍流的谱动力学, 这是 Ritz 方法的首次应用. Manz 等^[21]应用 Kim 方法研究线型圆柱形装置 CSDX 上的非线性能量传递, 揭示大多数三波相互作用将动能从较小的空间尺度转移到较大的空间尺度. 通过与湍流逆级联产生的大规模潜在扰动的耦合, 小尺度密度波动可以获得背景密度梯度的自由能. Xia 等^[22]研究了 H-1 环形装置实验中观察到的能量逆级联导致带状流生成的现象. 在 DIII-D^[25]、JT-60U^[26]和 EAST^[27]等装置的湍流研究中, 双谱分析被用于非线性波耦合研究, 其中报告了测地声模(GAM)与带状流或湍流之间的非线性相互作用的观测结果. Shen 等^[28]应用 Kim 方法研究并揭示了 HL-2A 装置边缘湍流波动之间的三种非线性能量传递方式, 即能量级联、逆级联和双级联. 但文献^[28]不涉及带状流的能量级联, 也没有详细讨论能量耗散问题. 本文将补充

研究这两个问题, 同时进一步研究湍流的级联和逆级联问题. 本文将利用 Kim 方法对 HL-2A 边缘等离子体湍流进行非线性能量分析, 主要涉及以下三个方面.

首先, 湍流可以在具有背景阻尼的流体系统中变化发展. 尽管存在由碰撞等因素引起的阻尼力, 但能量级联和逆级联仍然可能会发生. 有必要在 HL-2A 托卡马克等特定装置中提供这种现象的实验证据. Holland 等^[29]发现, 在 DIII-D 等离子体的边缘区域, 湍流-GAM 对流导致内部波能量从低频向高频转移. 作为本文的第一项工作, 我们将在 HL-2A 等离子体中进行相关验证, 证实上述情况确实存在.

其次, 一个更重要的问题是, 非线性能量传递是否总是涉及所有能量. 边缘等离子体中的碰撞率高, 碰撞会导致带状流和湍流阻尼. 可以推断, 带状流和湍流阻尼可以单独存在, 也可以与非线性能量传递结合存在. 然而, 这一物理现象尚未得到研究, 其具体特征和相关物理值得探索.

第三, 从上述研究中得出的一个重要问题是如何全面理解湍动系统的能量耗散. 这项研究证明, 能量耗散有两种来源. 一种是能量级联, 导致内部波能量从低频转移到高频, 然后线性耗散; 二是碰撞阻尼等非线性过程直接引起的非线性耗散.

本项研究对上述三个问题进行全面的验证和分析, 揭示了托卡马克边缘等离子体中带状流与湍流非线性耗散与非线性能量传递共存的物理图景及其机理.

2. 数据分析方法

2.1 实验数据测量

在实验中, 使用快速往复式静电探针阵列测量边缘等离子体参数^[30,31]. 在实际处理中, 将两个极向相邻的探针固定在装置的两个空间点(设为 x_1 和 x_2)上, 间距为 3.5-4.0 mm, 并假设一个是波的输入, 另一个是输出. 具体而言, 由于漂移波沿极向传播, 因此将波上游测量点的信号作为输入, 将沿极向的波下游测量点的信号作为输出. 根据确定的频率分辨率, 测量两个空间点处波的时间特性, 即连续一段时间内的浮动电势 $\varphi(x_1, t)$ 和 $\varphi(x_2, t)$ ($t = t_1, t_2, \dots, t_N$). 基于这一思想, 从 HL-2A 托卡马克实验中可获得等离子体湍流谱的源数据, 经作傅里叶变换, 得到谱数据 $\{X_j\}$ 和 $\{Y_j\}$ ($j = 1, 2, \dots$).

2.2 非线性能量传递分析

在湍流中,波动之间的谱能量交换是流的非线性特性作用的结果.通过控制波动速度场的时间傅里叶变换可以展示这个结果.为描述线性和非线性机制所引起的谱分量的变化,可以引入如下波耦合方程^[18]:

$$\frac{\partial \phi(f, x)}{\partial x} = \Lambda_f^L \phi(f, x) + \frac{1}{2} \sum_{f=f_1+f_2} \Lambda_f^Q(f_1, f_2) \times \phi(f_1, x) \phi(f_2, x). \quad (1)$$

式中, $\phi(f, x)$ 是给定波动信号的傅里叶谱, Λ_f^L 是线性耦合系数, 其实部对应于线性增长率 γ_f . Λ_f^Q 是非线性耦合系数, 它给出了模式 f_1 , f_2 和 f 之间的耦合强度. 方程(1)描述了三波耦合激发的湍流. 该方程表明, 扰动场的时间傅里叶谱的变化仅由线性和二次非线性相互作用决定. 谱功率 $P_f = \langle \phi(f, x) \phi^*(f, x) \rangle$ 的扩展方程可以写成如下形式^[19]:

$$\frac{\partial P_f}{\partial x} \cong 2\gamma_f P_f + \sum_{f=f_1+f_2} T_f(f_1, f_2), \quad (2)$$

式中 $T_f(f_1, f_2) = \text{Re}[\Lambda_f^Q(f_1, f_2) \langle \phi(f_1, x) \phi(f_2, x) \phi^*(f, x) \rangle]$ 表示非线性谱功率转移. $T_f(f_1, f_2)$ 表示频率 f 处的模式从模式 f_1 和 f_2 的耦合中获得能量, 而负的 $T_f(f_1, f_2)$ 表示在频率 f 处的能量损失. 于是, 该方法提供了谱功率传输的方向和大小. 与势扰动相关的能量密度可以写成 $\varepsilon_f = (1 + k_\perp^2 \rho_s^2) |\phi(f, x)|^2$, 能量传递函数可以改写为 $W_{NL}^f = (1 + k_\perp^2 \rho_s^2) \sum_{f=f_1+f_2} T_f(f_1, f_2)$, 其中 $\rho_s = \sqrt{T_e m_i / e B}$. 垂直波数 $k_\perp$ 与频率 f 近似线性对应, 详情参见实验^[32]. 通过测量二阶、三阶和四阶矩的统计平均值, 可以估算增长率和阻尼率 γ_f 以及能量传递函数 W_{NL}^f .

2.3 双谱分析技术

频率 f 和波数 k 处的功率谱密度分布 $s(k, f)$ 是描述湍流的主要特征量之一. 估计 $s(k, f)$ 的主要方法是使用两点测量法^[32]. 首先, 使用两组静电探针获得湍流流场传播方向上两个空间点的波动信号 $\{X_j\}$ 和 $\{Y_j\}$ ($j = 1, 2, \dots$). 然后将信号分为

n 段(每段通常有 2^n 个数据点), 并对每个段进行快速傅里叶变换(FFT), 以获得谱信号 $X_j(f)$ 和 $Y_j(f)$. 在给定的频率 f 下, 为了获得模的能量级联和线性增长率, 将方程(1)的空间导数替换为有限差分. 如果谱 $\phi(f, x)$ 是一个复数, 可以用振幅和相位表示为 $\phi(f, x) = |\phi(f, x)|e^{i\theta(f, x)}$, 则可以使用有限差分法估计谱随空间位移的变化:

$$\frac{\partial \phi(f, x)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{|\phi(f, x+\Delta x)| - |\phi(f, x)|}{\Delta x} \frac{1}{|\phi(f, x)|} + i \frac{\theta(f, x+\Delta x) - \theta(f, x)}{\Delta x} \right) \phi(f, x). \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)并作简化, 得到

$$Y_f = L_f X_f + \sum_{f=f_1, f_2}^{f_1 \geq f_2} Q_f^{f_1, f_2} X_{f_1} X_{f_2}, \quad (4)$$

式中,

$$\begin{aligned} X_f &= \phi(f, x), \quad Y_f = \phi(f, x + \Delta x), \\ L_f &= \frac{\Lambda_f^L \Delta x + 1 - i[\theta(f, x + \Delta x) - \theta(f, x)]}{e^{-i[\theta(f, x + \Delta x) - \theta(f, x)]}}, \\ Q_f^{f_1, f_2} &= \frac{\Lambda_f^{Q(f_1, f_2)} \Delta x}{e^{-i[\theta(f, x + \Delta x) - \theta(f, x)]}}. \end{aligned}$$

方程(4)模拟了一个具有任意线性传递函数 L_f 和二次非线性传递函数 $Q_f^{f_1, f_2}$ 的非线性系统. 将方程(4)乘以 X_f 的复共轭 X_f^* , 并作系综平均(尖括号 $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均), 得到

$$\langle Y_f X_f^* \rangle = L_f \langle X_f X_f^* \rangle + \sum_{f=f_1+f_2}^{f_1 \geq f_2} Q_f^{f_1, f_2} \langle X_{f_1} X_{f_2} X_f^* \rangle, \quad (5)$$

类似地, 可以得到另外两个矩方程:

$$\langle Y_f Y_f^* \rangle = L_f \langle X_f Y_f^* \rangle + \sum_{f=f_1+f_2}^{f_1 \geq f_2} Q_f^{f_1, f_2} \langle X_{f_1} X_{f_2} Y_f^* \rangle, \quad (6)$$

$$\langle Y_f X_{f_1}^* X_{f_2}^* \rangle = L_f \langle X_f X_{f_1}^* X_{f_2}^* \rangle + \sum_{f=f_1'+f_2'=f_1+f_2}^{f_1 \geq f_2, f_1' \geq f_2'} Q_f^{f_1, f_2} \langle X_{f_1} X_{f_2} X_{f_1'}^* X_{f_2'}^* \rangle. \quad (7)$$

根据 Kim 方法的假定条件^[20], 将谱 (X_f, Y_f) 写成理想谱 (u_f, v_f) 和不参与波耦

合过程的非理想谱 (X_f^{ni}, Y_f^{ni}) 之和:

$$X_f = u_f + X_f^{ni}, Y_f = v_f + Y_f^{ni}.$$

可以合理地假定非理想谱 (X_f^{ni}, Y_f^{ni}) 与理想波谱 (u_f, v_f) 完全无关^[20]. 这样, 矩方程(5)和(6)可以改写为:

$$\langle Y_f X_f^* \rangle = L_f \langle u_f u_f^* \rangle + \sum_{f=f_1+f_2}^{f_1 \geq f_2} Q_f^{f_1, f_2} \langle X_{f_1} X_{f_2} X_f^* \rangle, \quad (8)$$

$$\langle v_f v_f^* \rangle = L_f \langle X_f Y_f^* \rangle + \sum_{f=f_1+f_2}^{f_1 \geq f_2} Q_f^{f_1, f_2} \langle X_{f_1} X_{f_2} Y_f^* \rangle, \quad (9)$$

在充分发展湍流中, 可以假定输入与输出谱的系综平均是相等的, 于是有第四个方程式:

$$\langle v_f v_f^* \rangle = \langle u_f u_f^* \rangle (\equiv w_f), \quad (10)$$

上述矩方程组(7)-(10)可以使用矩阵形式来表征. 其中, $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 表示三阶矩的向量, 表示自谱和互谱, $\mathbf{F}$ 表示四阶矩的矩阵. 离散化二次耦合系数使用以下公式计算:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{B}^*)^T \cdot \mathbf{F}^{-1} - L_f (\mathbf{A}^*)^T \cdot \mathbf{F}^{-1}, \quad (11)$$

同时得到两个关于 L_f 的表达式:

$$L_f = \frac{\langle Y_f X_f^* \rangle - (\mathbf{B}^*)^T \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{A}}{w_f - (\mathbf{A}^*)^T \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{A}}, \quad (12)$$

$$L_f = \frac{w_f - (\mathbf{B}^*)^T \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{B}}{\langle X_f Y_f^* \rangle - (\mathbf{A}^*)^T \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{B}}. \quad (13)$$

在求得 $\mathbf{Q}$ 和 L_f 值后, 就可以进一步计算增长率和二次非线性耦合系数, 进而得到非线性能量传递函数. 详细的求解过程可参见文献[23].

3. 结果

3.1 带状流阻尼与能量级联

在 HL-2A 放电中观察到了测地声模(GAM)带状流. 典型等离子体参数如下: 等离子体电流 $I_p \approx 240$ kA, 环形磁场 $B_t \approx 2.31$ T, 边缘安全系数 $q_a = 4.0 - 5.1$, 线平均电子密度 $\bar{n}_e \approx 1.9 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$. 等离子体核心区域的典型电子温度(T_e)和离子温度(T_i)为 $750 - 900$ eV, 在距离边缘约 3cm 的区域, $T_e = 20 - 70$ eV. 边缘区域中的离子温度约等于电子温度, 表明边缘区域中离子-离子碰撞相对较高. 图 1(a)显示了输入和输出信号的功率谱密度. 一个突出的特征是在 $f = 7.8$ kHz 处有一个谱峰, 被确定为 GAM, 计算可得其相干系数大于 0.8, 相位差为 0, 表明有 $m=0$ 的特征; 计算的环形模式数也为 0^[30]. 在 $0 < f < 12$ kHz 的频率区域, 输出功率低于输入功率, 而在 $12 < f < 60$ kHz 区域, 输出功率高于输入功率. 使用第 2 节中描述的双谱分析方法, 我们计算了线性增长率和非线性能量传递函数, 结果如图 1(b)和(c)所示. 图示表明, 在 $f = 0 - 12$ kHz 的频率区域, 线性增长率为正, 而 W_{NL}^f 为负, 表明 GAM 带状流会损失能量. 在 $f > 12$ kHz 区域, 线性增长率为负, 对应于正的 W_{NL}^f , 说明在频率高于 GAM 带状流的较高频率 ($12 < f < 60$ kHz)区域, 背景湍流获得能量, 表明能量从 GAM 带状流反向流入背景湍流. 高频区域($f > 60$ kHz)的背景湍流能量变化很小, 与低频区域相比, 可以认为其非线性能量函数保持不变. 值得注意的是, 线性增长率是通过使用双谱分析方法求解波耦合方程(1)获得的, 简单地反映了由于能量增益或损失导致的带状流或湍流中的波在特定频率下的增长或阻尼, 这通常与回旋动力学模拟得出的增长率不可类比^[33,34].

然而, 我们注意到, 带状流中损失的能量中只有一小部分(约 30%)级联到高频湍流中, 而大部分(约 70%)的能量是非线性耗散的. 这里, 我们用公式 $W_{dis} = \sum_f (W_{NL}^f > 0) / |\sum_f (W_{NL}^f < 0)|$ 来计算贡献给能量级联的能量份额. 其误差主要取决于具体放电参数. 观察到带状流阻尼是该图给出的最重要的结果. GAM 带状流中的大部分能量由于碰撞阻尼^[35]和各种次级结构的非线性效应或平行动量的

径向输运效应^[15]而耗散. 特别是, 在这里研究的 HL-2A 等离子体的边缘区域, 离子-离子碰撞率高, 碰撞阻尼可能对观察到的带状流和能量级联过程产生重大影响. 在环形几何中, 流最终会受到离子-离子碰撞和可能的非线性效应的抑制. 大多数碰撞阻尼是通过被捕获和通过的粒子之间的摩擦力发生的. 离子温度梯度 (ITG) 湍流的离子热输运取决于具有代表性的托卡马克核心等离子体参数的离子-离子碰撞^[4,36]. 湍流输运的碰撞依赖性源于带状流的新经典阻尼. 碰撞引起的摩擦阻力通常用于抑制带状流, 降低其抑制湍流和增强传输的能力. 然而, 应该指出的是, 即使没有碰撞过程, 带状流也可能受到抑制^[36].

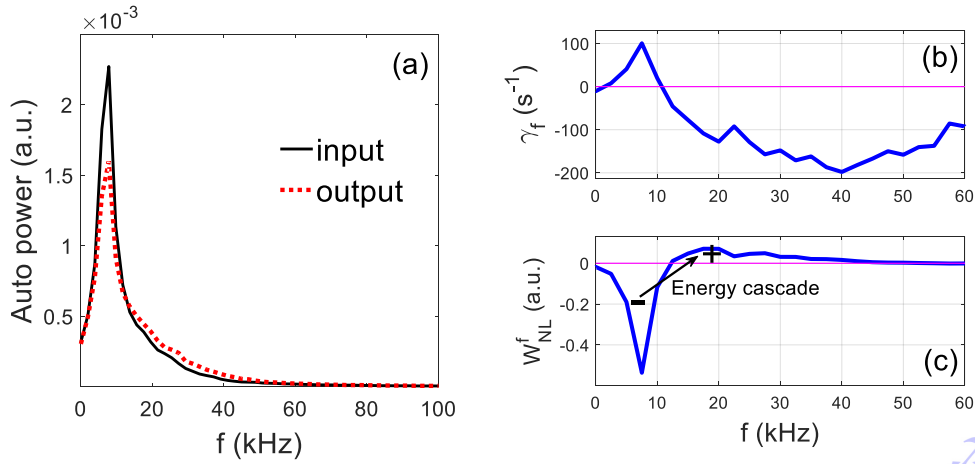


图 1. GAM 带状流阻尼和能量级联: (a) 功率谱密度, (b) 增长率 γ_f , (c) 非线性能量传递函数

W_{NL}^f .

Figure 1. In the case with GAM zonal flow damping and energy cascading, (a) power spectral density, (b) growth rate γ_f , and (c) nonlinear energy transfer function W_{NL}^f .

此外, GAM 带状流驱动不同频率的内部波能量的正向传输, 将能量从低频 (~ 7.8 kHz) 传输到高频 (12 – 60 kHz). 这表明, 由于能量级联, 一些能量回流到湍流中. 换句话说, 带状流引起的漂移波剪切导致非线性能量传递到较小的径向尺度, 在那里能量线性耗散了.

图2显示了二次非线性传递函数 $Q_f(f_1, f_2)$ 的等值线和二次非线性耦合系数 $A_f^Q(f_1, f_2)$ 在 $f_1 - f_2$ 平面上的三维投影, 其中 $-60 \leq f_1, f_2 \leq 60$ kHz. 在图中呈现出许多离散和集中的三波耦合区域. 请注意, 实际的三波耦合不仅发生在 $-60 \leq$

$f_1, f_2 \leq 60$ kHz的场中, 而且发生在 $-500 \leq f_1, f_2 \leq 500$ kHz的整个频率空间中. 我们还以图2(a)中的插图形式突出显示了 $-30 < f_1, f_2 < 30$ kHz区域中 $Q_f(f_1, f_2)$ 的等值线图. 从图2(a)和(b)中可以看出, 在三波耦合区域, 最显著的耦合满足匹配关系 $f_1 + f_2 = \pm f_{GAM} = \pm 7.8$ kHz, 表明能量传递围绕着GAM 带状流中的能量增益和损失而发生.

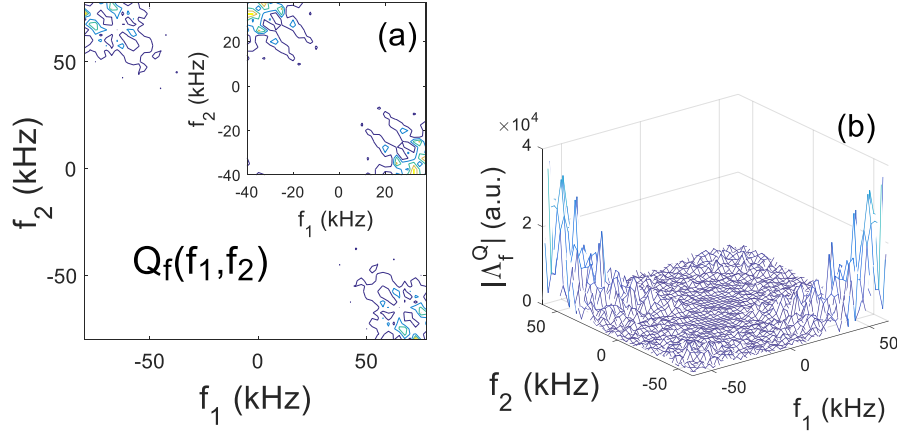


图 2. GAM 带状流阻尼和能量级联: (a) 二次非线性传递函数 $Q_f(f_1, f_2)$, (b) 二次耦合系数 $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$.

Figure 2. In the case with GAM zonal flow damping and energy cascading, (a) Contour plot of quadratic nonlinear transfer function $Q_f(f_1, f_2)$, and (b) three-dimensional view of quadratic coupling coefficient $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$.

3.2 湍流阻尼与非线性能量传递

在另一种类型的放电中, 观察到宽带湍流中湍流阻尼和能量级联的混合演化过程. 典型的等离子体参数为 $I_p \approx 160$ kA, $B_t \approx 1.38$ T, $q_a = 3.5 - 4.0$, 以及 $\bar{n}_e \approx 1.4 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$. 探头靠近边缘. 在这种具有强摩擦阻力的边缘湍流中, 带状流很弱. 边缘等离子体中低频湍流的衰减和高频湍流的发展是同步发生的. 图3(a)显示了输入和输出信号的功率谱密度. 结果表明, 在低频($0 < f < 9$ kHz)区域, 输出功率低于输入功率, 而在高频($9 < f < 40$ kHz)区域, 输出功率超过输入

功率. 非线性能量传递计算的结果如图3(b)和(c)所示. 双谱分析结果表明, 能量级联与湍流阻尼同时发生. 通过结合图3(b)所示的线性增长率和图3(c)中的非线性能量传递函数, 我们发现在低频区域($0 < f < 9\text{kHz}$), 线性增长率为正, 而非线性能量传递函数为负(即 $W_{NL}^f < 0$ 成立), 这意味着湍流失去了能量. 相比之下, 在高频区域($9 < f < 40\text{kHz}$), 线性增长率为负, 相应地 $W_{NL}^f > 0$, 表明湍流获得了能量. 因此, 发生了能量级联, 一些能量从低频区域转移到高频区域. 此外, 在低频范围内($0 < f < 9\text{kHz}$)观察到显著的非线性阻尼. 应用公式 $W_{dis} = \Sigma_f(W_{NL}^f > 0) / |\Sigma_f(W_{NL}^f < 0)|$ 来计算贡献给能量级联的能量份额, 发现阻尼诱导耗散的能量份额与参与能量级联的能量份额比率约为0.6:0.4. 随着放电参数的不同, 这个比率也会有一定程度的变化.

从物理上讲, 当流阻尼很强时, 湍流能量由流阻尼决定, 粒子之间的相互作用很强, 导致湍流能量级联^[11]. 即使在存在背景阻尼力的情况下, 湍流能量级联仍然可以观察到. 由于 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 剪切作用于大尺度湍流, 涡流尺寸减小, 向小尺度湍流的非线性能量传递增加, 从而促使小尺度湍流发展. 通过 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 非线性与大尺度势涨落的耦合, 宽带湍流自由能被传递到更小的尺度. 或者, 一小部分低频湍流被剪切力抑制, 涡流收缩, 转化为高频湍流. 特别是要注意, 低频湍流的能量并不完全级联到高频范围; 由于平行粒子耗散效应和离子碰撞等阻尼效应, 大部分能量被非线性耗散了.

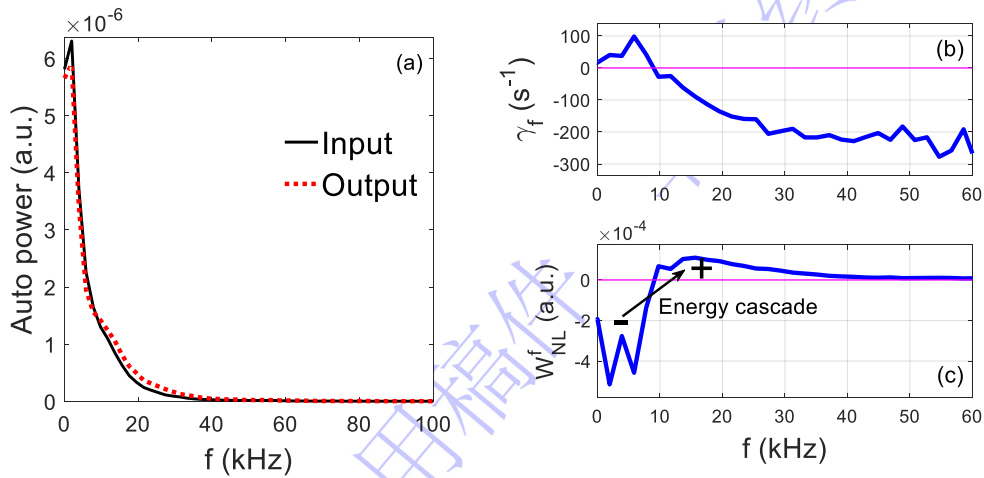


图 3. 湍流阻尼和能量级联: (a) 功率谱密度, (b) 增长率 γ_f , (c) 非线性能量传递函数 W_{NL}^f .

Figure 3. In the case with turbulence damping and energy cascading, (a) power spectral density, (b) growth rate γ_f , and (c) nonlinear energy transfer function W_{NL}^f .

图 4 所示的二次非线性传递函数 $Q_f(f_1, f_2)$ 的二维轮廓图和二次非线性耦合系数 $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$ 三维投影图表明, 三波耦合区域围绕 f_1 - f_2 平面的对角线区域. 一般来说, 能量传递围绕低频区域的能量增益和损耗展开, 其涉及的物理过程包括能量级联和非线性能量耗散.

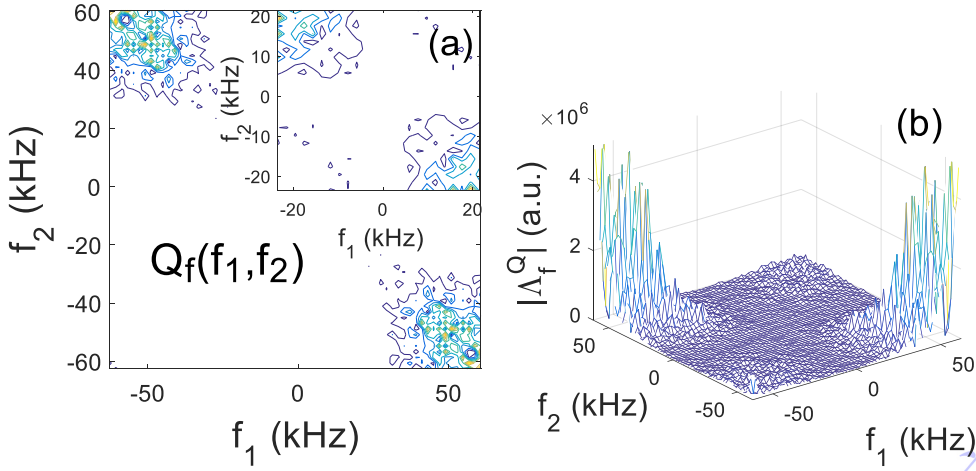


图 4. 湍流阻尼和能量级联: (a) 二次非线性传递函数 $Q_f(f_1, f_2)$, (b) 二次耦合系数 $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$.

Figure 4. In the case with turbulence damping and energy cascading, (a) Contour plot of quadratic nonlinear transfer function $Q_f(f_1, f_2)$, and (b) three-dimensional view of quadratic coupling coefficient $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$.

在相似的参数条件下, 还可以观察到湍流阻尼伴随着能量逆级联的发生. 输入和输出信号的自功率谱如图 5(a)所示. 湍流在频率范围($0 \leq f < 4$ kHz)内的输出功率高于输入功率, 而在较高频率范围($4 < f < 60$ kHz)内, 输出功率低于输入功率, 如图 5(a)所示. 前者对应的线性增长率为负, 后者对应的线性生长率为正, 如图 5(b)所示. 相应地, 如图 5(c)所示, 前者的非线性能量传递函数 W_{NL}^f 为正,

而后者的非线性能量传递函数 W_{NL}^f 为负. 经计算, 一部分(约6%)能量从约12 kHz的不稳定区域传递到更大的尺度. 这是一个典型的逆能量级联, 另外 90%以上非线性耗散了. 当然, 随着放电参数的不同, 参与逆级联的能量比率估计值可能会有或大或小的变化. 比如, 在极端情况下, 可能会有接近 100%的能量参与逆级联^[22, 28]. 这种情况一般会导致大尺度结构如带状流的生成.

能量从小尺度结构反向级联到大尺度结构. 逆能量级联增强了低频湍流. 然而, 注意到高频湍流贡献给能量逆级联的份额相对较小, 90%以上的能量被非线性耗散了, 如图 5(c)所示. 由于湍流能量的绝大部分直接耗散了, 而参与能量逆级联的非线性能量比例很小, 所以这里的能量逆级联似乎还不足以诱导出带状流等大尺度结构, 但可以使高频湍流减弱, 低频湍流增强.

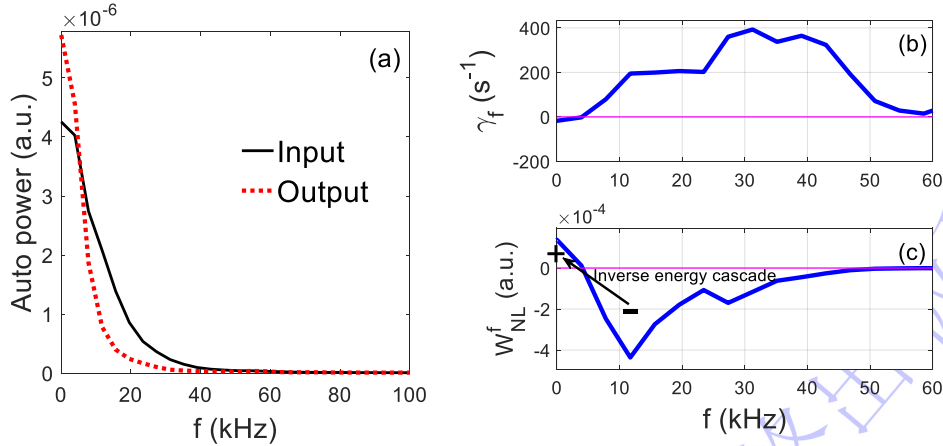


图 5. 湍流阻尼和能量逆级联: (a) 功率谱密度, (b) 增长率 γ_f , (c) 非线性能量传递函数 W_{NL}^f .

Figure 5. In the case with turbulence damping and inverse energy cascading, (a) power spectral density, (b) growth rate γ_f , and (c) nonlinear energy transfer function W_{NL}^f .

图 6 显示了二次非线性传递函数 $Q_f(f_1, f_2)$ 的二维轮廓图和二次非线性耦合系数 $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$ 的三维投影图, 其结果与图 4 中的结果相似. 这表明三波耦合区域围绕 f_1 - f_2 平面的对角线区域. 这些结果表明, 一般来说, 能量传递主要发生在低频区域, 以满足匹配关系 $f_1 + f_2 < 20\text{kHz}$ 的三波耦合为主.

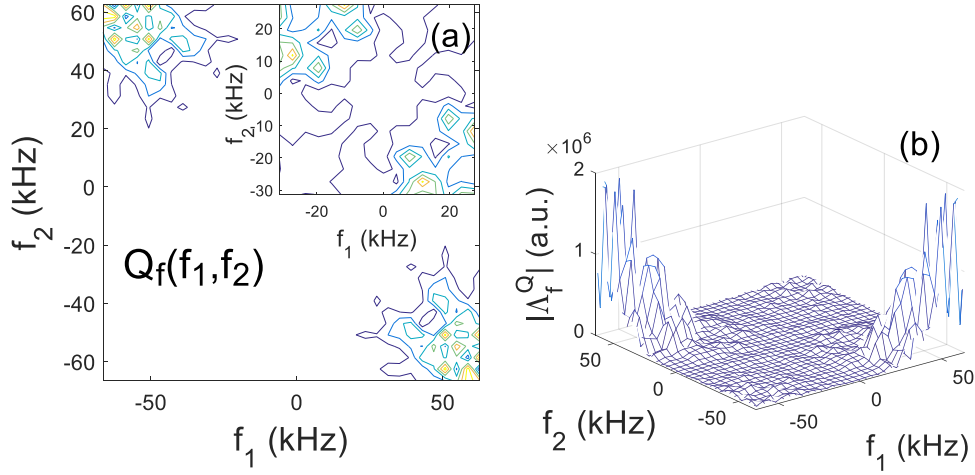


图 6. 湍流阻尼和能量逆级联: (a) 二次非线性传递函数 $Q_f(f_1, f_2)$, (b) 二次耦合系数 $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$.

Figure 6. In the case with turbulence damping and inverse energy cascading, (a) Contour plot of quadratic nonlinear transfer function $Q_f(f_1, f_2)$, and (b) three-dimensional view of quadratic coupling coefficient $\Lambda_f^Q(f_1, f_2)$.

4. 结论与讨论

基于 HL-2A 实验数据分析, 我们研究了托卡马克边缘等离子体湍流和带状流的非线性能量传递和能量耗散. 带状流和湍流阻尼是等离子体流演化中常见的物理现象, 非线性能量传递在带状流和湍流的发展中起着重要作用. 本文从数据分析的角度, 深入探讨了上述两个物理主题在托卡马克实验上的表现及其机理. 主要结果总结如下:

- 1) 观测到带状流阻尼现象显著. 同时发现了从 GAM 带状流到高频湍流的能量级联, 其中湍流-GAM 对流导致了内部波能量从低频转移到高频, 然后线性耗散.
- 2) 湍流中可能出现能量级联和逆级联, 伴随着非线性阻尼. 湍流中弱的能量逆级联不足以驱动大尺度结构, 但可以导致高频湍流减弱, 低频湍流增强. 湍流中的能量级联可以将一部分大涡旋转化为小涡旋, 然后线性耗散. 同

时,由于碰撞阻尼和其他阻尼效应,大部分低频湍流能量可以直接非线性耗散。“线性耗散”对应的是粘性/碰撞在小尺度上的直接耗散,而“非线性耗散”是由三波耦合过程中伴随的阻尼效应导致的能量损失(不经过级联路径)。与非线性能量传递相比,带状流和湍流阻尼导致了更多的能量耗散,这是等离子体流中熵增加的过程。

- 3) 因此,带状流和湍流能量耗散包括非线性耗散和线性耗散两种形式.由于带状流和湍流的阻尼,大部分能量非线性耗散了.这些阻尼涉及许多方面的影响,包括湍流中的粘性和碰撞效应,以及带状流中的碰撞和无碰撞阻尼以及动量输运引起的阻尼^[15].特别是,离子碰撞阻尼可能起着重要作用.碰撞会导致湍流能量耗散,降低能量约束性能.同时,能量级联使低频湍流转化为高频湍流,然后线性耗散了.

根据传统的湍流理论^[37, 38],大尺度涡旋主要负责能量的输运,小尺度涡旋主要负责能量的耗散.湍流动能主要来源于大尺度涡旋.能量从大涡旋逐级破裂传递给更小的涡旋,称为能量级联,然后能量因粘性而线性耗散了.小尺度涡旋也可通过非线性相互作用而将能量传递给大涡旋,这就是能量逆级联^[21, 22].能量逆级联可以导致大尺度结构如带状流等的形成.本文研究发现 HL-2A 边缘等离子体中带状流与湍流都存在能量级联现象,导致能量从大涡旋传递给小涡旋,最终线性耗散了.研究也发现湍流存在弱的能量逆级联现象,可以增强低频湍流.另一方面,本文还研究揭示带状流和湍流存在一种独立于能量传递过程的能量转换方式,即非线性阻尼,它导致非线性能量耗散.非线性能量耗散的实质是湍流(及带状流)运动因粘性和摩擦(碰撞)阻尼而出现的能量衰减过程.这里需要说明的是,在边缘等离子体中,由于离子温度低,碰撞作用强.碰撞阻尼是导致能量耗散的重要物理机制,其核心在于通过非弹性碰撞或摩擦作用将系统的宏观动能转化为微观热能或其他形式的内能.

总之,文献[28]首次揭示了在 HL-2A 装置的不同放电条件下,边缘等离子体湍流波动之间可能出现三种非线性能量传递现象,即能量级联、逆级联和双级联.本文进一步揭示了在某些放电条件下,HL-2A 托卡马克放电可能出现带状流(或湍流)阻尼与能量级联或逆级联并存的情况.本文有关带状流阻尼的结果是 Lin

等^[36]讨论的带状流阻尼在实验上的具体表现, 湍流阻尼和能量耗散的结果是传统湍流能量转换理论^[37, 38]在托卡马克边缘等离子体中的表现. 本文与[28]一起, 共同揭示了 HL-2A 托卡马克边缘等离子体湍流发展过程中的非线性能量变化的全貌.

参考文献

- [1] Horton W 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 735
- [2] Diamond P H, Itoh S-I, Itoh K, Hahm T S 2005 *Plasma Phys. Control. Fusion* **47** R35
- [3] Bajaj P, Ivlev A, R  th C, Schwabe M 2023 *Phys. Rev. E* **107** 064603
- [4] Lin Z, Hahm T S, Lee W W, Tang W M, Diamond P H 1999 *Phys. Rev. Lett.* **18** 3645
- [5] Rosenbluth M N, Hinton F L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 724
- [6] Hasegawa A, Wakatani M 1987 *Phys. Rev. Lett.* **59** 1581
- [7] Gurcan C D, Diamond P H 2015 *J. Phys. A: Math. Theor.* **48** 293001
- [8] Guo Z B, Hahm T S, Diamond P H 2015 *Phys. Plasmas* **22** 122304
- [9] Guo Z B, Diamond P H 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 125002
- [10] Diamond P H, Rosenbluth M N, Hinton F L, Malkov M, Fleischer J, Smolyakov A 1998 17th IAEA Fusion Energy Conference, IAEA-CN-69/TH3/1 (International Atomic Energy Agency, Vienna)
- [11] Li J C, Diamond P H 2018 *Phys. Plasmas* **25** 042113
- [12] Hinton F L, Rosenbluth M N 1999 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **41** A653
- [13] Sugama H, Watanabe T-H 2006 *Phys. Plasmas* **13** 012501
- [14] Falchetto G L, Ottaviani M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 025002
- [15] Seiferling F, Peeters A G, Buchholz R, Grosshauser S R, Rath F, Weikl A 2018 *Phys. Plasmas* **25** 022505
- [16] Hu Y, Zhao K, Li J, Yan L, Xu J, Huang Z, Yu D, Xie Y, Ding X, Wen S 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 055202 (in Chinese) [胡莹欣, 赵开君, 李继全, 严龙文, 许健强, 黄治辉, 余德良, 谢耀禹, 丁肖冠, 温思宇 2025 *物理学报* **74** 055202]
- [17] Wang Y, Yang J, Wang J, Zhou Y, Liu F 2025 *Acta Phys. Sin.* **74** 174703 (in Chinese) [王宇杰, 杨君圣, 王杰, 周彦宏, 刘锋 2025 *物理学报* **74** 174703]
- [18] Ritz Ch P, Powers E J, Miksad R W, Solis R S 1988 *Phys. Fluids* **31** 3577
- [19] Ritz Ch P, Powers E J, Bengtson R D 1989 *Phys. Fluids B* **1** 153
- [20] Kim J S, Durst R D, Fonck R J, Fernandez E, Ware A, Terry P W 1996 *Phys. Plasmas* **3** 3998
- [21] Manz P, Xu M, Thakur S C, Tynan G R 2011 *Plasma Phys. Control. Fusion* **53** 095001
- [22] Xia H, Shats M G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 155001
- [23] Shen Y, Dong J Q, Zhao K J, Shi Z B, Li J Q 2022 *Chin. Phys. B* **31** 065206
- [24] Shen Y, Shen Y-H, Dong J-Q, Li J, Shi Z-B, Zong W-G, Pan L, Li J-Q 2024 *Acta Phys. Sin.* **73** 184701 (in Chinese) [沈勇, 沈煜航, 董家齐, 李佳, 石中兵, 宗文刚, 潘莉, 李继全 2024 *物理学报* **73** 184701]
- [25] Hillesheim J C, Peebles W A, Carter T A, Schmitz L, Rhodes T L 2012 *Phys. Plasmas* **19**

022301

- [26] Fujisawa A, Ido T, Shimizu A, Okamura S, Matsuoka K, Iguchi H, Hamada Y, Nakano H, Ohshima S, Itoh K, Hoshino K, Shinohara K, Miura Y, Nagashima Y, Itoh S-I, Shats M, Xia H, Dong J Q, Yan L W, Zhao K J, Conway G D, Stroth U, Melnikov A V, Eliseev L G, Lysenko S E, Perfilov S V, Hidalgo C, Tynan G R, Holland C, Diamond P H, McKee G R, Fonck R J, Gupta D K, Schoch P M [2007 Nucl. Fusion 47 S718](#)
- [27] Zhang X H, Liu A D, Zhou C, Hu J Q, Wang M Y, Feng X, Li C H, Yang X M, Sang L, Ai J Q [2018 Phys. Plasmas 25 092503](#)
- [28] Shen Y, Dong J Q, Zhao K J, Shi Z B, Cheng J [2026 Nucl. Fusion 66 076040](#)
- [29] Holland C, Tynan G R, Fonck R J, McKee G R, Candy J, Waltz R E [2007 Phys. Plasmas 14 056112](#)
- [30] Zhao K J, Dong J Q, Yan L W, Hong W Y, Li Q, Qian J, Cheng J, Liu A D, Zhao H L, Kong D F, Liu Yi, Huang Y, Song X M, Ding X T, Yang Q W, Duan X R, Liu Yong [2009 Nucl. Fusion 49 085027](#)
- [31] Liu A D, Lan T, Yu C X, Zhao H L, Yan L W, Hong W Y, Dong J Q, Zhao K J, Qian J, Cheng J, Duan X R, Liu Y [2009 Phys. Rev. Lett. 103 095002](#)
- [32] Zhao K J, Dong J Q, Yan L W, Hong W Y, Fujisawa A, Yu C X, Li Q, Qian J, Cheng J, Lan T, Liu A D, Zhao H L, Kong D F, Huang Y, Liu Yi, Song X M, Yang Q W, Ding X T, Duan X R, Liu Yong [2010 Plasma Phys. Control. Fusion 52 124008](#)
- [33] Shen Y, Dong J Q, Li J, Han M K, He H D, Zhang X R, Liu J Y [2025 Nucl. Fusion 65 086026](#)
- [34] Romanelli F [1989 Phys. Fluids B 1 1018](#)
- [35] Weigl A, Peeters A G, Rath F, Grosshauser S R, Buchholz R, Hornsby W A, Seiferling F, Strintzi D [2017 Phys. Plasmas 24 102317](#)
- [36] Lin Z, Hahm T S, Lee W W, Tang W M, White R B [2000 Phys. Plasmas 7 1857](#)
- [37] Pope S B, Turbulence [M] Science press 2025 (in Chinese) [Pope S B, 湍流[M] 科学出版社 2025]
- [38] Davidson P, Turbulence: an introduction for scientists and engineers [M] Oxford university press 2015

Nonlinear energy transfers and dissipation in zonal flows and turbulence in tokamak edge plasmas

SHEN Yong,^{1)*} DONG Jiaqi,¹⁾²⁾ ZHAO Kaijun,³⁾ SHI Zhongbing,¹⁾ CHENG Jun,⁴⁾ HAN Mingkun¹⁾

1)(Southwestern Institute of Physics, Chengdu 610041, China)

2)(ENN Science and Technology Development Co., Ltd., Langfang 065001, China)

3)(School of Nuclear Science and Engineering, East China University of Technology, Nanchang 330013, China)

Zonal flow and turbulence damping are two common physical phenomena in the evolution of plasma flows, and nonlinear energy transfer in turbulence is the fundamental mechanism of flow driving. Based on HL-2A tokamak edge plasma turbulence and zonal flow experiments, this study employs the two-point method to measure floating potential signal data and utilizes bispectral analysis for data processing. From the perspective of nonlinear energy function analysis, it revealed the physical picture and mechanisms of coexisting nonlinear dissipation and nonlinear energy transfer in zonal flows and turbulence in tokamak edge plasmas. The findings indicate that turbulence can evolve and develop within fluid systems featuring background dissipation. Notably, a significant damping of zonal flows is observed. The research uncovers an energy cascade process from geodesic acoustic mode (GAM) zonal flows to high-frequency turbulence, where GAM-induced turbulent fluctuations cause internal wave energy to transfer from low- to high-frequency regions. In another discharge type, the coexisting phenomena of turbulence damping and energy cascade are observed, as shown in figure A. Energy cascade transforms large vortices into small ones, ultimately dissipating linearly. In both cases, only a portion (approximately 30%-40%) of nonlinear energy participates in energy transfer, while the majority dissipates due to nonlinear damping effects of zonal flows and turbulence. Note that the estimated ratio values mentioned above may vary depending on the specific discharge parameters. This demonstrates that turbulence can naturally decay through viscous and collisional damping. Collisional and other damping effects can trigger nonlinear energy dissipation. Additionally, the inverse energy cascade phenomena are observed in HL-2A edge plasma turbulence, accompanied by a pronounced turbulence damping. When the energy fraction involved in inverse energy cascade is limited, the inverse energy cascade in turbulence becomes insufficient to drive large-scale structures like zonal flows. The study reveals that the energy dissipation of zonal flow and turbulence includes two forms. The energy cascade in turbulence can convert a portion of large eddies into small eddies, which then dissipate linearly. Meanwhile, due to collisional damping and other damping effects, most low-frequency energy directly dissipates nonlinearly.

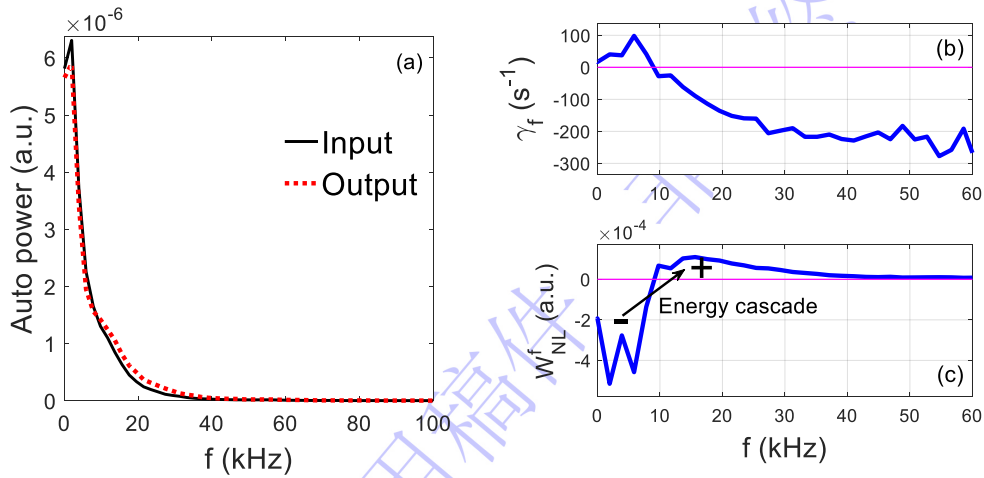


Figure A. The coexisting phenomena of turbulence damping and energy cascade are observed.

Key words : nonlinear energy transfer; zonal flow damping; turbulence damping; energy

dissipation

PACS: 52.35.Mw, 52.35.Ra, 52.35.Kt

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant Nos. 2022YFE03180200, 2024YFE03190001 and 2024YFE03180001), the Natural Science Foundation of Sichuan Province (Grant No. 2025ZNSFSC0832), and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12305232 and 12575230).

† Corresponding author. Email: sheny@swip.ac.cn

录用稿件，非最终出版稿