分数涡旋的实验突破及拓扑涡旋电子学展望

吴宜家 [1)2)†] 谢心澄 [1)3)4)] 王熠华 [2)5)6)†]

1)（复旦大学，理论物理与信息科学交叉中心，上海 200438）

2)（复旦大学，应用表面物理全国重点实验室，上海 200438）

3)（北京大学，量子材料科学中心，北京 100871）

4)（合肥国家实验室，合肥 230088）

5)（复旦大学，物理学系，上海 200438）

6)（上海量子科学中心，上海 201315）

摘要

Zheng 等最近在 Science 报道，KFe_2As_2 的电子掺杂表面上，单量子涡旋核可逆地分裂为两个或三个部分核；部分核谱学、过量核计数、畴壁链状结构及多带计算共同支持多分量涡旋分数化和具有非零$\mathbb{C}P^2$拓扑荷的手征斯格明子。这一结果不仅把一个磁通量子分解为多个分数核，更在于它把超导涡旋重新放回二维任意子理论的历史主线。本文以 Science 工作为实验中心，梳理从分数磁通、分数涡旋核到非阿贝尔束缚态的逻辑阶梯，并展望分数磁通涡旋在拓扑涡旋电子学上的可能应用。

关键词： 分数涡旋；任意子；Majorana 零模；Dirac 费米子模；$\mathbb{Z}_3$ parafermion；涡旋电子学

基金: 国家重点研发计划（批准号：2021YFA1400100，2024YFA1409000）、国家自然科学基金(批准号：12150003，12304194，12574171)、上海市科技委员会（批准号：2019SHZDZX01，24DP2600100）、“量子通信与量子计算机”国家科技重大专项（批准号：2021ZD0302400）资助的课题。

† 通信作者.E-mail: yijiawu@fudan.edu.cn；wangyhv@fudan.edu.cn

1 引言

磁通量子化曾经为超导凝聚的宏观相干性提供了最直接的证据之一。Zheng 等近期

在 Science 报道的可逆涡旋核分裂实验[1]为分数化磁通提供了有力证据。磁通涡旋是超导体中的拓扑缺陷。在第二类超导体中，Abrikosov 涡旋对应于超导序参量的2π相位绕转。远离边界时，每个孤立涡旋通常携带$\Phi_0 = \frac{h}{2e}$的整数倍磁通[2-6]。涡旋电子学（vortextronics 或 fluxonics）正是利用这种粒子性，以涡旋的有无、位置、极性、内部态和动力学承载信息。在这一框架中，分数涡旋首先意味着更丰富的可写入状态和更细的磁通颗粒度。

涡旋核分裂的实验报道还为任意子的研究提供了新的思路。任意子统计的根源是二维空间中全同粒子交换操作的辫群结构。在二维空间中，点状激发的交换轨迹不能像三维中那样总能连续收缩，粒子因而可在交换后获得任意相位，或通过交换实现简并态空间中不对易的幺正变换。任意子统计本身并不必须依赖于涡旋或磁通的分数化，但是分数涡旋是实现任意子统计结构的一类重要候选载体，因为它把可操控的磁通缺陷与涡旋核附近的局域束缚态结合在同一对象中。本文将梳理上述体系中三个和分数化有关的概念：“磁通份额的分数化”，“分数涡旋核束缚的局域态”，以及“交换统计的分数化”，并详细阐释它们之间的内在联系。

2 任意子与分数磁通

2.1 Wilczek 电荷磁通复合体

玻色子统计和费米子统计是三维空间中两类基本的粒子统计。当一个玻色子围绕另一个玻色子，或者一个费米子围绕另一个费米子运动一周形成闭合路径时（这等价于两个玻色子或费米子的空间位置互换两次），其对应的量子态不会发生变化。这是因为在三维空间中，上述闭合路径可以连续地收缩为一个点，从而在拓扑上等价于两个粒子均未发生运动。在低维体系中，全同粒子的交换则可以展现出更加丰富的统计特性，即任意子统计。当一个任意子围绕另一个任意子运动一周形成闭合路径时，这两个任意子所对应的量子态可以获得不同于玻色子和费米子的统计相位。对于非阿贝尔任意子而言，上述过程甚至可以使量子态在简并的基态空间中发生非平凡的幺正变换。这种利用非阿贝尔任意子编织所实现的幺正变换，被认为可用于拓扑量子计算[7]。

诺贝尔物理学奖得主 Frank Wilczek 提出了一个任意子的直观物理图像：任意子可以视为由带电粒子与磁通绑定形成的复合粒子[8,9]。如图 1 所示，假设一个携带电荷q的粒子与磁通Φ绑定形成复合粒子。当该复合粒子沿闭合路径绕另一个相同的复合粒子运动一周

时，它通过 Aharonov–Bohm 效应（AB 效应）积累$\frac{q\Phi}{\hbar}$相位。若$\frac{q\Phi}{\hbar} = 2\pi m$，其中$m \in \mathbb{Z}$，量子态只获得平凡相位；否则便获得非平凡的统计相位。因此，与该复合粒子统计性质有关的相位由电荷q和磁通Φ的乘积$q\Phi$所决定。换言之，当磁通Φ的大小为$\frac{h}{q}$的整数倍时，量子态只获得平凡相位，因此我们把$\frac{h}{q}$称为磁通量子。本文主要对超导体系开展讨论，其中的库伯对电荷为$2e$。因此，下文统一记$\Phi_0 = \frac{h}{2e}$为超导磁通量子，并以Φ_0为单位表述分数磁通。

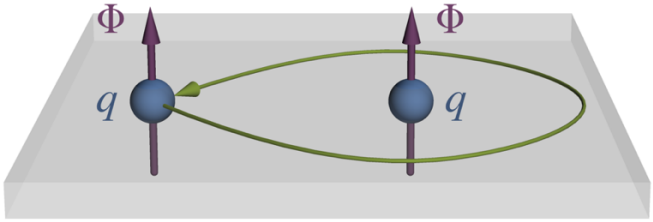


图 1：一个由电荷q和磁通Φ绑定所形成的复合粒子，沿闭合路径绕另一个相同的复合粒子运动一周，会积累一个大小为$\frac{q\Phi}{\hbar}$的 Aharonov–Bohm 相位。

Fig. 1. A composite particle carrying charge q and bound flux Φ acquires an Aharonov–Bohm phase of $\frac{q\Phi}{\hbar}$ when it completes a closed path around another identical composite particle.

2.2 Majorana 零模与 Dirac 费米子模

上述物理图像为理解超导体系中的任意子激发提供了一个重要视角。超导体中的涡旋本身携带磁通，同时涡旋处还可以存在局域的低能束缚态。占据这些低能束缚态的带电粒子与涡旋中的磁通共同构成了前述 Wilczek 所讨论的、具有任意子统计的复合粒子激发。在不同类型的超导体系中，涡旋所允许携带的磁通大小以及涡旋束缚态的物理性质均可能不同，因此“磁通+束缚态”构成的复合粒子可呈现出丰富的统计性质。本节讨论手征$p_x + ip_y$超导体涡旋中的 Majorana 零模，在第 5 节中我们将讨论多分量超导体中的分数磁通束缚态。

Majorana 零模是当前受到最广泛关注的非阿贝尔任意子之一。Ivanov 在他的开创性工作中，讨论了半量子涡旋附近的自旋三重态：库伯对通过绕转磁通为$\frac{\Phi_0}{2} = \frac{h}{4e}$的半量子涡旋积累$\pi$相位，同时自旋空间的转动补足了周期性边界条件所要求的剩余π相位。因此，参与配对的单一自旋分量仍经历等效的单位量子涡旋，即我们可以得到一个简化的等效模型：在无自旋的手征$p_x + ip_y$超导体中，序参量相位绕转2π的奇数涡旋携带一个超导磁通

量子Φ_0[10]。

这样的涡旋核所束缚的局域态是 Majorana 零模[10-12]。Majorana 零模是由电荷为e的电子组分和电荷为$-e$的空穴组分叠加形成的零能激发模。当一个由涡旋束缚的 Majorana 零模绕另一个由涡旋束缚的 Majorana 零模运动一周时，其中的电子和空穴组分通过对超导磁通量子Φ_0的一次完整绕行分别获得π与$-\pi$的 Aharonov‐Bohm 相位（AB 相位）。注意到π相位与$-\pi$相位是模2π等价的，因而 Majorana 算符在绕行后变号。具体来说，设两个涡旋束缚的 Majorana 算符分别为γ_{i}和γ_{j}，交换两个涡旋的空间位置（等价于 1/2 次完整绕行）时有$\gamma_{\mathrm{i}} \to \gamma_{\mathrm{j}}, \gamma_{\mathrm{j}} \to -\gamma_{\mathrm{i}}$，对应幺正算符$U_{\mathrm{ij}} = \exp(\frac{\pi\gamma_{\mathrm{i}}\gamma_{\mathrm{j}}}{4})$[10]。由于不同交换算符一般不对易，多涡旋简并空间因此承载非阿贝尔辫群表示。由此可见，Majorana 零模的非阿贝尔编织特性可以通过 Wilczek 的复合粒子图像进行阐述，即 Majorana 零模的非阿贝尔统计性质与其所绑定的超导磁通量子Φ_0密切相关。

由此可以进一步想到：只要一个带电粒子与磁通Φ_0相绑定，那么即使这个粒子不是 Majorana 费米子，而是具有复数波函数的 Dirac 费米子，那么这样的复合粒子同样可以满足任意子统计特性。这种与磁通Φ_0关联的低能 Dirac 束缚态[13]被称为 Dirac fermionic mode。解析和数值研究表明，在额外的幺正或晶体对称性保护下，这类 Dirac 零模可以形成受保护的简并空间并呈现非阿贝尔编织，且这类 Dirac 零模的编织过程可以等效地视作两组由对称性保护的 Majorana 零模同时进行编织[14-18]。这一结果具有直观的物理意义：Dirac 零模和 Majorana 零模的任意子统计特性具有共同的物理起源——均源自其所绑定的超导磁通量子Φ_0，因此两者可以表现出相互对应的统计性质。

在非超导体系中稳定地实现磁通Φ_0通常较为困难。然而，与这类磁通联系的 Dirac 零模可以等价地以其他拓扑束缚态出现。例如，它可以作为 Su–Schrieffer–Heeger 链等一维拓扑绝缘体的端态[15,19,20]，也可以作为高阶拓扑绝缘体的角态[16]。这些与磁通Φ_0束缚态具有共同拓扑来源的束缚态，为研究非阿贝尔任意子提供了不同于超导涡旋的路径[21]。从任意子分类的角度看，Majorana 零模与这类 Dirac 零模具有相同的 Ising 任意子融合规则[15]，因而均可实现 Ising 任意子所对应的非阿贝尔编织操作。此外，两者的编织操作均可在相应的拓扑能隙保护下实现，从而对局域扰动具有一定的鲁棒性。其中，Majorana 零模通常依托拓扑超导体实现，而 Dirac 零模可利用一维拓扑绝缘体的端态或高阶拓扑绝缘体

的角态实现，其拓扑能隙在适当的材料体系和参数条件下有望更大，从而为提高编织操作的速度与稳定性提供新的可能[21]。

3 多分量超导中的分数涡旋与手征斯格明子

在具有N个凝聚分量$\psi_{\mathrm{i}} = |\psi_{\mathrm{i}}|\exp(i\theta_{\mathrm{i}})$的超导体中，各能带相位$\theta_{\mathrm{i}}$可以具有不同绕转数$n_{\mathrm{i}}$。在 London 近似下，孤立缺陷携带的磁通可写成各分量相位刚度$\rho_{\mathrm{i}}(T)$加权的结果：

$$\Phi(\{n_{\mathrm{i}}\}) = \Phi_0 \frac{\Sigma_{\mathrm{i}}\rho_{\mathrm{i}}(T)n_{\mathrm{i}}}{\Sigma_{\mathrm{i}}\rho_{\mathrm{i}}(T)}$$

当所有n_{i}相同，缺陷是携带整数Φ_0的复合涡旋；当相位绕转只出现在部分能带，磁通份额由材料参数与温度决定，因此既不必是简单有理数，也不必随温度保持不变[22-24]。这种现象并没有破坏整体磁通量子化，而是把一个整数复合涡旋分解为多个分别对应于不同超导分量的相位奇点。

困难在于带间 Josephson 耦合倾向锁定相对相位。分离不同能带的相位奇点会拉出具有张力的相对相位畴壁，使能量近似随距离线性增长，产生类似夸克禁闭的有效吸引[23-27]。在候选$s + is$态中[28-30]，体系除$U(1)$规范对称性外还破缺离散的$\mathbb{Z}_2$时间反演对称性，因而可形成连接$s + is$与$s - is$畴的畴壁。复合涡旋落在这类畴壁上时，分裂可释放部分相位挫折能；钉扎、热涨落及沿畴壁的反向流电流则可能继续拉开并稳定分数分量。

三分量体系还引入一个重要层次：三个不重合的分量奇点沿畴壁组成的整体，可具有非零$\mathbb{C}P^2$拓扑荷，成为手征超导斯格明子[25-27]。它不是通常磁矩S^2纹理的简单翻版，而是归一化三分量复序参量在二维空间中的拓扑映射。分数涡旋是构成纹理的局域奇点，斯格明子则是这些奇点、相对相位畴壁与环流共同形成的整体。

4 Zheng 等的 Science 实验

Zheng 等在 2026 年 Science 报道的工作选择了 KFe_2As_2 的1×1 K 终止表面[1]。该终止面比常见的$\sqrt{2} \times \sqrt{2}$重构多保留一半 K 原子，表面电荷转移使近表层电子结构接近 $Ba_{1-x}K_xFe_2As_2$ 中$x \approx 0.75$的重空穴掺杂区。扫描隧道显微镜及谱学（STM/STS）显示，表面超导能隙在约 16 K 闭合，远高于 KFe_2As_2 约 3.4 K 的体超导转变；20 mK 谱学还分辨出 2.9、2.1、1.1 meV 三个表面能隙及 0.6 meV 的体能隙。当外场超过体上临界场时，实验因

而获得了一个近似二维、至少三分量且可能破缺时间反演对称性的表面超导平台。

作者通过温度循环中的可逆核分裂建立起直观图象（图 2）。在 2 T 外场下，一部分低温时呈单核的星形涡旋在升温过程中变形，并在 4.2 K 分裂为两个或三个零偏电导峰；降温后，这些部分核重新并合。不同样品和两套 STM 重复了该过程，统计上约 16%—30% 的涡旋出现清晰分裂。低温时核数与总磁通对应的$\frac{\Phi}{\Phi_0}$基本一致，而 4.2 K 时观测核数明显超出该预期。这里的“过量核”是关键：若每个核都是一个完整 Abrikosov 涡旋，核数便不应在固定外场下超过总磁通所允许的数目。

除了多个核对应的扫描隧道能谱峰，该工作还通过多条证据链来证明涡旋分数化。第一，分裂核具有清晰而稳定的涡旋束缚态，并非普通缺陷；其次，与整数涡旋相比，其核内束缚态强度更弱而相干峰保留更强，符合只有部分序参量在核内消失的“部分奇点”；再次，快速扫描、时间稳定性、退钉扎能和含无序的动力学模拟排除了多种简单的涡旋运动或钉扎解释；最后，分数核沿零偏态密度增强的链状结构排列，三带计算将这些链识别为畴壁装饰的手征斯格明子，其$\mathbb{C}P^2$拓扑荷非零。几何形貌、局域谱学、统计计数和序参量计算由此互相约束，这正是该工作相对于单纯异常涡旋图像的决定性进步。

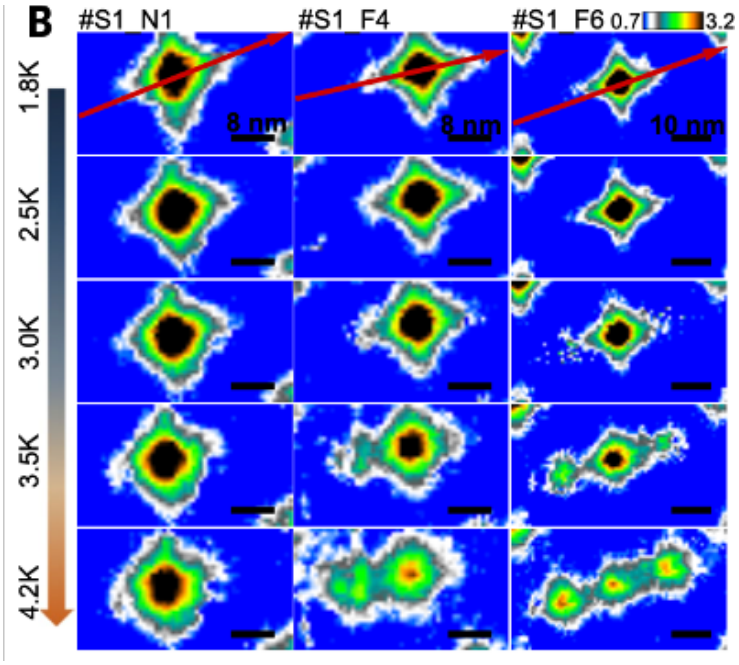


图 2 升温过程中涡旋核的演化。三列从左至右分别对应样品 S1 中的涡旋 N1、F4 和 F6；自上而下的温度依次为 1.8、2.5、3.0、3.5 和 4.2 K。N1 保持单核，F4 和 F6 分别分裂为两个和三个部分核。图示为零偏电导分布，标尺与色标见图中。摘自文献[1]。

Fig. 2. Evolution of vortex cores upon warming. From left to right, the columns show vortices N1, F4, and F6 in sample S1; from top to bottom, the temperatures are 1.8, 2.5, 3.0, 3.5, and 4.2 K. N1 remains a single core, whereas F4 and F6 split into two and three partial cores, respectively. The maps show zero-bias conductance; scale bars and the color scale are indicated in the figure. Reproduced from Ref. [1].

STM 直接探测局域电子态和核奇点，却不测量每个部分核的绝对磁通；作者同时指出，复杂钉扎势分布中的快速涡旋运动仍不能被彻底排除。此外，1×1表面是否确实形成$s+is$态，也需要相位敏感测量或局域磁学的独立验证。因此，现有结果有力支持量子涡旋核的分数化和手征斯格明子的形成，并显示多分量涡旋的内部自由度可以随温度可逆重构。至于每个核携带的磁通量、核内是否存在受拓扑保护的零模以及编织操作会产生怎样的幺正演化，仍是尚待回答的问题。

5 分数磁通束缚态与$\mathbb{Z}_3$ parafermion

$Ba_{1-x}K_xFe_2As_2$、UPt_3 及具有高阶配对迹象的笼目超导器件等体系的实验进展，正使得分数磁通或部分涡旋的实验研究范围迅速扩展[1,31-36]。这些分数磁通所对应的局域束缚态被电子占据后，便可形成由磁通与束缚态电子共同构成的复合粒子，从而表现出任意子统计特性，这一物理图像已在多篇相关文献得到讨论[33,35,36]。尽管如此，多分量超导体能够

支持更为丰富的分数涡旋，这些新颖的分数涡旋核将束缚何种复合粒子？其具体将展现何种任意子统计性质？这些问题尚未得到充分、全面的研究。

Parafermion 是 Majorana 费米子的$\mathbb{Z}_d$推广。Parafermion 算符α_{j}满足$\alpha_{\mathrm{j}}^{d}=1$，不同 parafermion 算符之间还满足交换关系$\alpha_{\mathrm{j}}\alpha_{\mathrm{k}}=\omega\alpha_{\mathrm{k}}\alpha_{\mathrm{j}}\ (j<k)$，其中$\omega=e^{\frac{2\pi i}{d}}$。可见，当$d=2$时，parafermion 算符退化为 Majorana 算符[37-42]。对$d=3$，四个$\mathbb{Z}_3$ parafermion 可以编码一个 qutrit。相比于由两个正交基态组成的量子比特（qubit），qutrit 是具有三个正交基态的量子三能级系统。基于 Majorana 零模的量子比特仅靠编织操作无法生成完整的 Clifford 群[43,44]。相比之下，$\mathbb{Z}_3$ parafermion 仅靠编织操作就可以在多 qutrit 生成完整的 Clifford 群[45]；在此基础上，只需再额外引入一个非 Clifford 门，便可实现通用量子计算[46-49]。因此，$\mathbb{Z}_3$ parafermion 提供了更丰富的拓扑量子计算实现途径。

传统方案期待通过耦合分数量子霍尔边缘态与超导体以形成 parafermion 激发[39]。这一方案在实验上具有较高的实现难度，至今尚未得到实验验证。此外，一维链模型中的$\mathbb{Z}_d$ parafermion 也提供了更丰富的理解 parafermion 的理论视角，但是这些一维可解模型的实现同样颇具难度[37,38]。相比之下，近年来多分量超导体的实验进展，为通过其中的$\frac{2\Phi_0}{3}$分数磁通构建$\mathbb{Z}_3$ parafermion 统计提供了一条不同于传统方案的新路径[50]。实验上，这种量子化的$\frac{2\Phi_0}{3}$磁通有望借助具有C_3晶格旋转对称性的超导体实现[34,51]：在近似C_3对称且$|\Delta_1|=|\Delta_2|=|\Delta_3|$的三分量超导体[50]中，绕转向量$(w_1,w_2,w_3)=(1,1,0)$产生磁通$\frac{h}{3e}=\frac{2\Phi_0}{3}$，并在分数涡旋核束缚低能的 Caroli–de Gennes–Matricon（CdGM）费米态[52]。（原文[50]沿用$\frac{h}{e}$作为磁通单位，因而称该束缚态为$\frac{1}{3}-$flux bound state；本文统一采用$\Phi_0=\frac{h}{2e}$，因此按物理磁通将其记为$\frac{2\Phi_0}{3}$。保留原名仅用于与文献术语对应。）在强库仑排斥作用禁止费米子双占据的条件下，两个这样的$\frac{2\Phi_0}{3}$分数磁通束缚态之间的连续两次编织操作，可以等价于两个$\mathbb{Z}_3$ parafermion 之间的一次编织操作。进一步的，我们可以利用四个这样的$\frac{2\Phi_0}{3}$分数磁通束缚态编码一个 qutrit。此外，parafermion 的编织结果需要通过其对应的宇称（parafermion parity）进行测量，而后者是一个非局域物理量。在$\frac{2\Phi_0}{3}$分数磁通束缚态中，

原本较难测量的$\mathbb{Z}_3$ parafermion 宇称可以转化为对局域电子占据数的测量[50]，从而为相关非阿贝尔编织的实验探测提供便利。

然而，这一对应目前仍停留在理论构造。它要求近C_3对称和近等幅能隙、足够局域且彼此可分辨的 CdGM 态、强库仑作用实现禁双占据、交换过程中保持谱隙，以及对交叉 Andreev 过程和四费米子相互作用的独立调控。Science 工作证明了部分核可以在真实多带材料中形成并重排，因而提供了构造分数磁通束缚态的实空间前提；但它尚未测出$\frac{h}{3e}=\frac{2\Phi_0}{3}$磁通，也未尝试对这些分数磁通束缚态进行任何编织操作。

值得一提的是，多分量超导体所能够支持的分数磁通并不局限于$\frac{2\Phi_0}{3}$。在具有不同分量数目以及体系对称性的多分量超导体中，还可能出现更多种类的分数磁通束缚态，甚至允许出现无理数分数磁通束缚态。这些丰富的分数磁通束缚态，为探索更加丰富有趣的任意子提供了新的平台和广阔的想象空间。

6 磁通成像与拓扑涡旋电子学

把部分核的局域谱与绝对磁通逐一对应，是当前最直接也最困难的实验检验。Zheng 等在 2 T 下工作时，理想三角涡旋晶格间距只有$a_0=\sqrt{\frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}B}}\approx 35\ \mathrm{nm}$；这一尺度与部分纳米磁探针的有效尺寸相当，而且相邻涡旋的杂散磁场显著重叠。传统微米级扫描超导量子干涉器件（scanning SQUID）因而难以在该磁通密度下把每个部分核的磁通独立反演出来。现有 SQUID-on-tip 已实现约 46 nm 环径并在 1 T 保持高灵敏度，低温扫描氮-空位中心（NV）磁力计则已在约 10 nm 探针距离上定量成像单个涡旋[53,54]；但尚无平台可同时满足 20 mK、2 T、超高真空、原子级谱学和定量磁成像等面临的技术挑战。

扫描 SQUID 在相关铁基超导体 $Ba_{0.23}K_{0.77}Fe_2As_2$ 中观察到温度依赖的分数磁通涡旋，并发现了单量子涡旋分裂后两个分量的磁通反相关变化、总磁通近似守恒和钉扎稳定[31,33]。这些结果说明部分涡旋在真实钉扎景观中可以携带并保存可测的分数磁通，但由于样品、尺度和观测量均不同，尚不能替代在同一样品上的绝对磁通测量，更不能单独支持 Majorana 或 parafermion 统计。因此，未来开展 STM—磁通成像的联合实验将对确定这些新奇粒子的统计特性非常重要。

近期较可行的方案是多种模式的相关测量。我们可以先在带有纳米定位标记的同一

解理面上用 STM/STS 确定部分核位置，在不跨越退钉扎温度并保持磁场历史的条件下，再用 SQUID-on-tip 或扫描 NV 测量杂散场；数据分析时以 STM 给出的核位置为先验，对重叠场分布进行全局拟合。另一条路线是在应变或人工钉扎定义的畴壁上先制备彼此分离的分数涡旋，随后降低外场以增大涡旋间距，再做绝对磁通测量。长期目标是把隧道探针与纳米磁传感器集成到同一低温平台。相位敏感 Josephson 测量及 μ 子自旋旋转/弛豫（μSR）可独立检验时间反演对称性破缺，但不能替代对单个部分核磁通的定量测量。

已实现的实验中的相对相位畴壁是在温度循环后随机形成的，多个部分核还会相互吸引，因此当前体系并不适合直接应用于编织操作与拓扑量子比特读出。较现实的第一步是把之前随机产生的磁通涡旋个体，变为可控的涡旋阵列。我们可以利用局域应变、聚焦加热或电流脉冲选择畴壁，用反点阵、纳米沟道或局域缺陷定义其路径，再通过洛伦兹力或局域磁力移动被钉扎的涡旋。磁性针尖 STM 已经展示了对涡旋阵列的可控移动，并通过针尖退磁实现单涡旋释放与再捕获[55]。

器件化还面临当前的金属材料体系特有的控制瓶颈。KFe_2As_2 对静电场具有强屏蔽，传统半导体栅极难以在体内建立势垒或调节涡旋零模之间的隧穿；依靠 STM 针尖机械位移也难以达到测量型编织所需的快速、可重复耦合切换。一种可检验的混合路线是固定涡旋位置，把快速开关放在外部器件：用可栅控量子点、半导体弱连接或相位偏置超导岛耦合选定零模，通过电脉冲改变隧穿耦合，并以电路量子电动力学谐振器读取宇称[56,57]。这一方案尚未在铁基分数涡旋中实现，原因是它要求界面不关闭拓扑能隙、开关时间短于宇称寿命且长于绝热时间，并抑制准粒子毒化。现有扫描 nano-SQUID、局域相位写入和涡旋定位技术虽然为操控与读出提供了技术基础[58-60]，但还未实现面向分数涡旋零模的可扩展器件。总之，要利用分数化磁通涡旋实现拓扑量子比特，在实验上须实现表面物理量测到可控器件读出的跨越。

7 结论

Zheng 等的工作改变了分数涡旋研究的实验起点：过去主要讨论多分量序参量能否容纳分数奇点，现在可以进一步追问这些奇点束缚什么、如何控制以及能否读出。Wilczek 给出了用电荷—磁通复合体的统计相位解释任意子的直观图像，在这样的物理图像下我们可以很方便地理解 Majorana 零模的非阿贝尔编织特性。近期针对多分量超导体

中$\frac{2\Phi_0}{3}$分数磁通的研究沿用了此思路，尝试以分数涡旋束缚态构建$\mathbb{Z}_3$ parafermion 的分数统计并编码 qutrit。Zheng 等的实验提供了可在原子尺度生成、分辨并重构多分量部分涡旋的材料平台，而未来的工作包括对绝对磁通、受保护零模、确定性控制和器件集成。只有当这些自由度能够被稳定写入、快速耦合、无损读出并在受控路径上交换时，分数涡旋才会从新颖的超导物理现象走向拓扑涡旋电子学的工作单元。

参考文献

[1] Zheng Y, Hu Q X, Yu X, Ji H J, Timoshuk I, Garaud J, Xu H X, Li Y W, Gao Y, Lu X Y, Grinenko V, Babaev E, Yuan N F Q, Wu R, Lv B Q, Yim C M, Ding H 2026 *Science* **393** 80
[2] Meissner W, Ochsenfeld R 1933 *Naturwissenschaften* **21** 787
[3] London F 1948 *Phys. Rev.* **74** 562
[4] Abrikosov A A 1957 *Sov. Phys. JETP* **5** 1174
[5] Deaver B S, Fairbank W M 1961 *Phys. Rev. Lett.* **7** 43
[6] Doll R, Näbauer M 1961 *Phys. Rev. Lett.* **7** 51
[7] Nayak C, Simon S H, Stern A, Freedman M, Das Sarma S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1083
[8] Wilczek F 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1144
[9] Wilczek F 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 957
[10] Ivanov D A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 268
[11] Kitaev A Y 2001 *Phys.-Usp.* **44** 131
[12] Alicea J 2012 *Rep. Prog. Phys.* **75** 076501
[13] Shan W Y, Lu J, Lu H Z, Shen S Q 2011 *Phys. Rev. B* **84** 035307
[14] Yasui S, Itakura K, Nitta M 2012 *Nucl. Phys. B* **859** 261
[15] Wu Y, Liu H, Liu J, Jiang H, Xie X C 2020 *Natl. Sci. Rev.* **7** 572
[16] Wu Y, Jiang H, Liu J, Liu H, Xie X C 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 036801
[17] Liu X J, Wong C L M, Law K T 2014 *Phys. Rev. X* **4** 021018
[18] Hong J S, Poon T F J, Zhang L, Liu X J 2022 *Phys. Rev. B* **105** 024503
[19] Klinovaja J, Loss D 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 126402
[20] Boross P, Asbóth J K, Széchenyi G, Oroszlány L, Pályi A 2019 *Phys. Rev. B* **100** 045414
[21] Wu Y, Liu J, Xie X C 2023 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **66** 267004
[22] Babaev E 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 067001
[23] Smiseth J, Smørgrav E, Babaev E, Sudbø A 2005 *Phys. Rev. B* **71** 214509
[24] Babaev E, Jäykkä J, Speight M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 237002
[25] Garaud J, Carlström J, Babaev E 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 197001
[26] Garaud J, Carlström J, Babaev E, Speight M 2013 *Phys. Rev. B* **87** 014507
[27] Garaud J, Babaev E 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 017003
[28] Grinenko V, Sarkar R, Kihou K, Lee C H, Morozov I, Aswartham S, Büchner B, Chekhonin P, Skrotzki W, Nenkov K, Hühne R, Nielsch K, Drechsler S L, Vadimov V L, Silaev M A, Volkov P A, Eremin I, Luetkens H, Klauss H H 2020 *Nat. Phys.* **16** 789

[29] Grinenko V, Weston D, Caglieris F, Wuttke C, Hess C, Gottschall T, Maccari I, Gorbunov D, Zherlitsyn S, Wosnitza J, Rydh A, Kihou K, Lee C H, Sarkar R, Dengre S, Garaud J, Charnukha A, Hühne R, Nielsch K, Büchner B, Klauss H H, Babaev E 2021 *Nat. Phys.* **17** 1254
[30] Shipulin I, Stegani N, Maccari I, Kihou K, Lee C H, Hu Q, Zheng Y, Yang F, Li Y, Yim C M, Hühne R, Klauss H H, Putti M, Caglieris F, Babaev E, Grinenko V 2023 *Nat. Commun.* **14** 6734
[31] Iguchi Y, Shi R A, Kihou K, Lee C H, Barkman M, Benfenati A L, Grinenko V, Babaev E, Moler K A 2023 *Science* **380** 1244
[32] García-Campos P, Dolocan V O, Arfaoui M K, Aoki D, Huxley A D, Hasselbach K 2025 arXiv:2512.03908
[33] Zhou Q Z, Chen B R, Xiang B K, Timoshuk I, Garaud J, Li Y, Liang K Y, He Q S, Li Z J, Zhang P H, Yao K Z, Yao H X, Babaev E, Grinenko V, Wang Y H 2024 arXiv:2408.05902
[34] Ge J, Wang P, Xing Y, Yin Q, Wang A, Shen J, Lei H, Wang Z, Wang J 2024 *Phys. Rev. X* **14** 021025
[35] Tanaka Y, Crisan A 2009 *Physica B* **404** 1033
[36] Timoshuk I, Babaev E 2025 *New J. Phys.* **27** 123501
[37] Fradkin E, Kadanoff L P 1980 *Nucl. Phys. B* **170** 1
[38] Fendley P 2012 *J. Stat. Mech.* **2012** P11020
[39] Clarke D J, Alicea J, Shtengel K 2013 *Nat. Commun.* **4** 1348
[40] Mong R S K, Clarke D J, Alicea J, Lindner N H, Fendley P, Nayak C, Oreg Y, Stern A, Berg E, Shtengel K, Fisher M P A 2014 *Phys. Rev. X* **4** 011036
[41] Vaezi A 2014 *Phys. Rev. X* **4** 031009
[42] Alicea J, Fendley P 2016 *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **7** 119
[43] Bonderson P, Freedman M, Nayak C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 010501
[44] Das Sarma S, Freedman M, Nayak C 2015 *npj Quantum Inf.* **1** 15001
[45] Hutter A, Loss D 2016 *Phys. Rev. B* **93** 125105
[46] Campbell E T, Anwar H, Browne D E 2012 *Phys. Rev. X* **2** 041021
[47] Farinholt J M 2014 *J. Phys. A: Math. Theor.* **47** 305303
[48] Dua A, Malomed B, Cheng M, Jiang L 2019 *Phys. Rev. B* **100** 144508
[49] Benhemou A, Angkhanawin T, Adams C S, Browne D E, Pachos J K 2023 *Phys. Rev. Res.* **5** 023076
[50] Wu X Y, Wang Y H, Xie X C, Wu Y 2026 arXiv:2609.08326
[51] Jin J T, Jiang K, Yao H, Zhou Y 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 167001
[52] Caroli C, de Gennes P G, Matricon J 1964 *Phys. Lett.* **9** 307
[53] Vasyukov D, Anahory Y, Embon L, Halbertal D, Cuppens J, Neeman L, Finkler A, Segev Y, Myasoedov Y, Rappaport M L, Huber M E, Zeldov E 2013 *Nat. Nanotechnol.* **8** 639
[54] Thiel L, Rohner D, Ganzhorn M, Appel P, Neu E, Müller B, Kleiner R, Koelle D, Maletinsky P 2016 *Nat. Nanotechnol.* **11** 677
[55] Xia B, Chen H Y, Zheng J, Yang B, Cai J, Zhang Y, Yang Y, Yang H, Guan D D, Liu X X, Liu L, Li Y Y, Wang S Y, Liu C H, Zheng H, Jia J F 2025 *Chin. Phys. B* **34** 037402
[56] Nambisan A, Günzler S, Rieger D, Gosling N, Geisert S, Carpentier V, Zapata N, Field M, Milošević M V, Diaz Lopez C A, Padurariu C, Kubala B, Ankerhold J, Wernsdorfer W, Spiecker M, Pop I M 2026 *Nature* **653** 63
[57] Gharavi K, Hoving D, Baugh J 2016 *Phys. Rev. B* **94** 155417

[58] Finkler A, Vasyukov D, Segev Y, Ne'eman L, Lachman E O, Rappaport M L, Myasoedov Y, Zeldov E, Huber M E 2012 *Rev. Sci. Instrum.* **83** 073702
[59] Pan Y P, Zhu J J, Feng Y, Lin Y S, Wang H B, Liu X Y, Jin H, Wang Z, Chen L, Wang Y H 2021 *Supercond. Sci. Technol.* **34** 115011
[60] Golod T, Iovan A, Krasnov V M 2015 *Nat. Commun.* **6** 8628

Experimental advances in fractional vortices and prospects for topological vortextronics

WU Yijia[1)2)†] XIE Xincheng[1)3)4)] WANG Yihua[2)5)6)†]

1 Interdisciplinary Center for Theoretical Physics and Information Sciences, Fudan University, Shanghai 200438, China
2 State Key Laboratory of Surface Physics, Fudan University, Shanghai 200438, China
3 International Center for Quantum Materials, Peking University, Beijing 100871, China
4 Hefei National Laboratory, Hefei 230088, China
5 Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200438, China
6 Shanghai Research Center for Quantum Sciences, Shanghai 201315, China

Abstract

Zheng et al. recently reported in Science the reversible splitting of a superconducting vortex core into two or three partial cores on the electron-doped surface of KFe_2As_2. On the 1 × 1 K-terminated surface, scanning tunneling microscopy and spectroscopy resolve three surface superconducting gaps and a transition temperature near 16 K, providing a nearly two-dimensional multicomponent platform. At a magnetic field of 2 T, temperature cycling transforms selected single cores into multiple partial cores at 4.2 K and recombines them upon cooling. The excess core count relative to the applied flux, distinct partial-core spectra, and chains of cores along enhanced zero-energy conductance are jointly consistent with partial singularities of different condensate components. Multiband calculations connect these chains to relative-phase domain walls and chiral skyrmions with nonzero $\mathbb{C}P^2$ topological charge.

To interpret these observations, we distinguish three notions that need not coincide: fractional magnetic flux, partial vortex-core singularities, and fractional or non-Abelian exchange statistics. We trace their connections from Wilczek's charge–flux composites to Ivanov's non-Abelian braiding of Majorana zero modes and to Dirac fermionic modes protected by additional symmetries. Throughout, the superconducting flux quantum is defined as $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$. In a multicomponent condensate, unequal phase windings yield stiffness-weighted fractional flux, whereas intercomponent Josephson coupling generally confines the separated components. Domain walls can stabilize their separation and expose internal vortex degrees of freedom. We further discuss a recent proposal in which low-energy fermions bound to vortices carrying $\frac{h}{3e} = \frac{2\Phi_0}{3}$ reproduce $\mathbb{Z}_3$ parafermion braiding within a constrained Hilbert space. This correspondence requires approximate C_3 symmetry, nearly equal gap amplitudes, localized and resolvable bound states, suppression of double occupancy, a maintained spectral gap, and controlled interactions. Parafermions offer multilevel encoding and richer braiding operations, but the discussed route to universal quantum computation still requires an additional non-Clifford gate.

The experiment does not yet measure the absolute flux of each partial core, establish protected zero modes, or demonstrate anyonic exchange. We therefore outline staged tests that correlate tunneling spectra with quantitative magnetic imaging in the same sample, independently identify time-reversal domain walls, and determine bound-state occupation and parity. Deterministic pinning and vortex manipulation must precede reproducible exchanges. For eventual quantum devices, metallic screening and the limited speed of mechanical tunneling probes motivate hybrid couplers controlled electrically or through superconducting phase, together with parity readout. These tests distinguish the demonstrated core fractionalization from the protected quantum operations required for topological vortextronics.

Keywords: fractional vortex; anyon; Majorana zero mode; Dirac fermionic mode; $\mathbb{Z}_3$ parafermion; vortextronics

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant Nos. 2021YFA1400100 and 2024YFA1409000), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12150003, 12304194, and 12574171), the Science and Technology Commission of Shanghai Municipality, China (Grant Nos. 2019SHZDZX01 and 24DP2600100), and the National Science and Technology Major Project for Quantum Communication and Quantum Computers, China (Grant No. 2021ZD0302400).

† Corresponding authors. E-mail: yijiawu@fudan.edu.cn; wangyhv@fudan.edu.cn