Acta Physica Sinica

低温蓝宝石微波谐振器的频率噪声测量*

钟恩才[1)]　洪金旭[1)]　刘洪力[1)]　陆泽晃[1)†]

1) (国家精密重力测量科学中心，华中科技大学物理学院，武汉　430074)

低温蓝宝石振荡器作为一种具有超低相位噪声的高性能微波源，当其振荡频率锁定于蓝宝石谐振器时，还展现出优异的频率稳定度。为探究该谐振器作为频率参考的稳定性极限，设计了一种差分相位噪声测量方案，对基于蓝宝石负载铜腔的低温微波谐振器的频率噪声进行了测量。该方案通过对本振噪声实施共模抑制，实现了对谐振器的附加频率噪声评估。实验中，对冷却至5.930 K的蓝宝石腔所激励的10.8013 GHz回音壁模式进行了测量，其3 dB线宽为30 Hz；测试信号在谐振器带宽内的相位噪声被共模抑制，测量本底低至−110 dBc/Hz@1 Hz，评估得到蓝宝石谐振器的相对频率稳定度可达2×10^{-14}@0.01 ∼ 1 s。本方法实现了对微波谐振器频率噪声的直接测量，该实验方法亦可适用于同类谐振器以及有源或无源微波器件的附加噪声测量。

关键词: 频率稳定度, 相位噪声, 微波谐振器

PACS: 06.30.Ft, 84.40.Ua, 84.30.Ng, 07.05.Fb

1 引　言

随着科学技术的发展，服务于科学研究与工业生产的仪器设备对基准源的性能要求不断提高。其中，兼具高频率稳定度与超低相位噪声的信号源，是保障精密设备持续高性能运行的关键基础，在现代科技体系中占据重要地位。在无线通信领域，超低相位噪声信号源可作为收发机的本地参考源，保障数据链路的准确传输[1–3]；在雷达系统中，可作为参考信号源提升对目标物的探测能力[4]。在基础科学研究方面，具有超高频率稳定度的信号源不仅可用于检验基本物理定律[5,6]，还能服务于计量学[7]、量子信息技术[8,9]、暗物质探测以及天文学等多个方向的研究[10–13]。

† 通信作者. E-mail: zehuanglu@hust.edu.cn　(通信作者)

第一作者. E-mail: nacien2026@hust.edu.cn　(第一作者)

* 国家重点研发计划(批准号：No.2022YFB3904002).

录用稿件，非最终出版稿

近年来，得益于激光稳频与光学分频技术的进步，超高频率稳定度的光频信号可相干地分频至微波或射频段 [14]。这使基于超稳激光（Ultra-Stable Laser，USL）分频产生的微波信号成为当前最先进的微波射频源之一 [15]。作为高性能稳频微波源的候选者，低温蓝宝石振荡器（Cryogenic Sapphire Oscillator，CSO）也能达到10^{-16}量级的频率稳定度，且具有优异的相位噪声 [16]。除此之外，CSO的系统构架更为简单，可直接产生微波信号，避免了光学分频引入的附加噪声，其相位噪声有望逼近热噪声极限。

基于Fabry–Pérot（F-P）腔稳频的超稳激光，采用PDH（Pound-Drever-Hall）技术探测激光频率相对于F-P腔共振腔模的失谐，并将误差信号反馈至激光器，从而实现频率锁定 [17]。对于CSO，则借助Pound鉴频技术提取振荡信号与蓝宝石负载腔（Sapphire-loaded Cavity, SLC）高阶回音壁模式之间的频率误差，进而通过控制振荡环路的相位来维持频率稳定 [18]。上述两种稳频方案所依托的光学或微波鉴频器，其自身频率稳定度直接影响锁定后载波信号的频率稳定度与相位噪声性能。对鉴频器频率稳定度的研究，通常采用间接评估方式，例如，通过测量鉴频器对温度、功率、振动或磁场等环境扰动的响应灵敏度，再结合环外实际噪声水平，间接估计其对频率稳定度的贡献 [19–22]。然而，这类间接方法的准确性有赖于各项噪声与鉴频器频移之间保持稳定且已知的传递关系，否则难以实现精确评估。

从 SLC 与 CSO 的关系来看，SLC 仅为整个振荡器中的一个二端口微波器件，用于选频和鉴频。因此，可将 SLC 视为一个具有附加相位噪声的待测器件（device under test, DUT），于是直接评估 SLC 的稳频性能便可转化为对其附加噪声的测量。在微波射频领域，测量器件附加噪声最常用的方法是双路对称差分法，该方法常用于测量低噪声放大器（low-noise amplifier, LNA）等电子器件的附加相位噪声 [23,24]。该方法可有效共模抑制载波信号的绝对相位噪声，并在输出端解算出 DUT 的附加噪声。基于该原理发展的测试技术可应用于高达百 GHz 微波器件附加噪声的测量，甚至可应用于光电混合系统 [25–27]。为满足更高要求的测试场景，互相关技术也被引入双路差分链路，以进一步降低测试系统的本底噪声 [28–30]。这些技术不仅解决了微波器件附加噪声的测量问题，也促进了现代相位噪声分析仪的发展 [31]。

基于上述考虑，本研究提出基于差分相位噪声测量原理的方案，旨在表征超低温条件下 SLC 的附加频率噪声，相对于超稳微波源之间直接比对 [32]，可高效地实现对CSO输出的微波信号所能达到的频率稳定度极限的预评估。原理上，向 SLC 注入低噪声微波信号并使其与回音壁模式共振，透射的测试信号与同源非同频的参考信号在差分结构中实现大部分相位噪声的共模抑制（common mode rejection, CMR）；从而将微波段的附加噪声测量转换至射频段，采用商用射频相位噪声分析仪可在超低本底噪声下进行测量。基于该方法，对插入损耗达 16 dB 的 SLC 的附加频率稳定度进行评估，且测试本底频率稳定度

（Allan 偏差）在平均时间 0.01~1 s 处达到 8×10^{-15}。在双路非同频差分结构中，下变频得到的 10 MHz 射频信号可作为时域观测窗口，验证基于 SLC 的差分共模测试平台具有超高的频率稳定度，可作为现代精密测量学的实验平台。

2 实验原理与方法

待测SLC的结构如图 1(e)所示。该腔体由一直径50 mm、厚度30 mm的圆柱形蓝宝石晶块置于内径80 mm、高度50 mm的无氧铜腔内构成。晶块底部设有直径10 mm的支节，通过该支节将其固定于铜腔底座的基座上，以确保蓝宝石晶块位于铜腔中心。铜腔对称两侧各开有直径2 mm的孔，孔内分别安装SMA接口的环形磁场探针，以此耦合高阶回音壁模式 $\mathrm{WGH}^{\pm}_{15,0,0}$ 的磁场分量 H_ϕ [33]。SLC被安装于脉冲管制冷机的4 K冷盘上，经数小时冷却，温度可降至约4 K。利用矢量网络分析仪测量SLC的双端口S_{21}参数，可扫描得到高阶回音壁模式的共振峰及其线宽。

在低温条件下，SLC耦合的$\mathrm{WGH}^{\pm}_{15,0,0}$双模式如图 1(a)所示，其共振频率在10.8013 GHz附近，双模式频率间隔为15 kHz。在图 1(b)中，$\mathrm{WGH}^{+}_{15,0,0}$模式的插入损耗约为16 dB，3 dB带宽仅有30 Hz，对应的Q值为3.6×10^8，可备选为CSO的工作模式。在共振频率点处，SLC的频率特性可以表示为 [34]

$$S_{21}(f)=\frac{2\sqrt{\beta_1\beta_2}}{1+\beta_1+\beta_2+jQ\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)}, \tag{1}$$

$$S_{11}(f)=\frac{\beta_1-\beta_2-1-jQ\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)}{1+\beta_1+\beta_2+jQ\left(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f}\right)}. \tag{2}$$

其中f_0是SLC的共振频率。β_i是对应端口磁探针对回音壁模式的耦合深度，由吸收率α_i=$10^{\Delta S_{ii}/20}$以对比度的形式定义为β_i=$(1-\alpha_i)/(1+\alpha_i)$，其中$\Delta S_{ii}$是$i$端口在共振和非共振频率点处反射参数（dB）的差异值。S_{21}参数的相位响应可以表示为（$\arctan\left[\mathbf{Im}S_{21}/\mathbf{Re}S_{21}\right]$），理论曲线和图 1(b)中的实际测量到的相位响应曲线吻合。当注入信号频率与SLC共振时，透射信号的插入损耗最小，且不引入额外偏置相位；若出现频率失谐，便会附加额外的相位偏移。

在SLC的线宽（$\Delta f_{0.5}$）范围内，共振频率（f_0）相较于载波频率（f_c）的抖动将转变为附加相位噪声，根据(1)式可将SLC的相位响应$\mathbf{arg}(S_{21}(\delta f))$ 表示为 $\Phi(\delta f)=\dfrac{\delta f}{\Delta f_{0.5}}$，其中$\delta f=f_c-f_0$表示频率失谐，$\Delta f_{0.5}=\frac{2Q}{f_0(1+\beta_1+\beta_2)}$表示的是SLC的共振线宽。如此，SLC的频率抖动噪声δf_{SLC}转变为相位抖动而附加至微波信号上。其中引起频率抖动的最主要的两项噪声源是温度抖动噪声和微波功率噪声，通过对应的温度敏感系数κ（Hz/K）和频移系数η（Hz/mW）进行传递 [18]。为了实现SLC的最佳频率稳定性，通

录用稿件，非最终出版稿

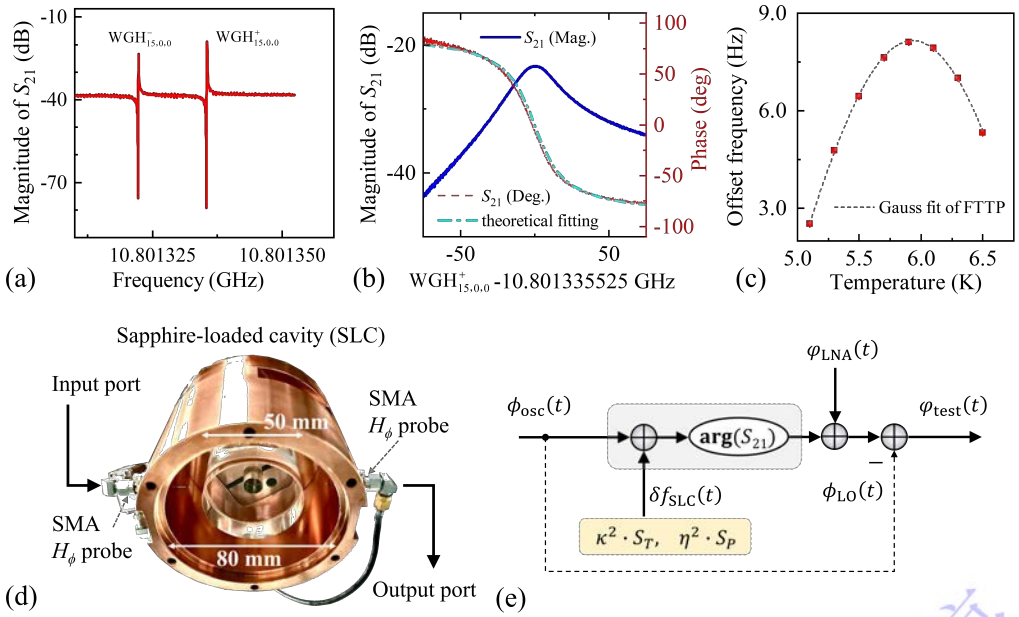


图 1　蓝宝石负载腔体（SLC）的物理特征。(a)低温条件下，SLC耦合的回音壁双模式：$WGH^{\pm}_{15,0,0}$。(b)S_{21}参数的幅度和相位响应。(c)SLC频率温度转折点测量。(d)SLC的实物图片。(e)SLC频率噪声测量的信号流。

Fig. 1. Characteristics of the sapphire-loaded cavity (SLC). (a) The dual modes of $WGH^{\pm}_{15,0,0}$ at cryogenic. (b) The frequency characteristics of S_{21} parameter of the SLC. (c) The measurement of frequency temperature turnning point (FTTP) of the SLC. (d) Photograph of the SLC. (e) Signal flow diagram for the frequency-noise measurement of the SLC.

录用稿件，非最终出版稿

常将它的温度控制到频率温度转折点（FTTP）处，可最大程度抑制温度抖动噪声对共振频率的影响[35]。如图 1(c)所示，该SLC的频率温度转折点在5.930 K，在频率温度转折点的测量不确定度小于3 mK的情况下，经过高斯线型拟合，可计算出共振频率对温度变化的敏感度为20 mHz/K。

一般地，可将馈入到SLC的微波信号可以表示为$A_i e^{j\{2\pi f_0 t+\phi_{\rm osc}(t)\}}$，其中$\phi_{\rm osc}(t)$是微波信号的时域相位抖动噪声，$A_i$是微波信号幅度。根据图 1(e)示意，经过SLC共振透射后的载波信号相位抖动可以表示为：$\mathcal{F}(\phi_{\rm osc})+\frac{\delta f_{\rm SLC}}{\Delta f_{0.5}}$，其中$\mathcal{F}$是SLC对相位噪声的传递函数，在频域上可以表示为$\mathcal{F}=1/\left(1+jf/\Delta f_{0.5}\right)$[36]。该信号与同源参考信号$e^{j\{2\pi f_{\rm LO}t+\phi_{\rm LO}(t)\}}$进行下混频解调，其中$f_0=f_{\rm LO}+f_{\rm RF}$，$\phi_{\rm LO}(t)$是参考信号的相位噪声，以此可将SLC的频率抖动噪声转移到频率为$f_{\rm RF}$的差分射频检测信号上，可以表示为

$$\varphi_{\rm test}(t)=\mathcal{F}(\phi_{\rm osc}(t))+\frac{\delta f_{\rm SLC}(t)}{\Delta f_{0.5}}+\varphi_{\rm LNA}(t)-\phi_{\rm LO}(t). \tag{3}$$

由于参考信号与馈入微波信号并非同频信号，仅有微波频率部分的相位噪声可被共模抑制，差频部分需要单独考虑。根据(3)式可将检测信号以功率谱密度的形式表示为

$$S_\varphi^{\rm test}=\frac{f^2}{\Delta f_{0.5}^2+f^2}S_\varphi^{\rm LO}\oplus S_\varphi^{\rm RF}\oplus S_\varphi^{\rm LNA}\oplus\frac{1}{\Delta f_{0.5}^2}S_f^{\rm SLC}. \tag{4}$$

这里的$S_\varphi^{\rm test}$为检测信号的相位噪声，它主要由非相关加和“$\oplus$”的四部分组成，其中第一项为经同源本振微波信号借条后的残余相位噪声；$S_\varphi^{\rm RF}$是差分产生的射频信号的相位噪声；$S_\varphi^{\rm LNA}$为实验过程中起中继放大作用的低噪声放大器（LNA）的相位噪声；最后一项$S_f^{\rm SLC}$是SLC附加的频率噪声。由(4)式可知，经过共模抑制后的本振信号的相位噪声，LNA附加的相位噪声连同差分射频信号的相位噪声共同形成直接测量SLC频率噪声实验方案的本底噪声。

实验方案如图 2所示，测试中采用一套独立的CSO作为本振信号源，以尽可能降低由本振微波信号贡献的本底噪声。CSO输出频率为10.7885 GHz的超稳微波信号，如图 3(a)所示，其在1 Hz偏移频率处的相位噪声可低至−95 dBc/Hz[18]。考虑到待测SLC的共振频率为10.8013 GHz，将该10.7885 GHz微波信号与一路低噪声的12.8 MHz射频RF信号进行上混频，即可产生与SLC精确共振的探测信号。为避免过度恶化微波信号的近端相位噪声，本实验采用高频信号源E8257D产生的11.520 GHz微波信号，经900次分频后获得一路超低相位噪声的12.8 MHz射频信号。如图 3(a)所示，该射频信号在1 Hz偏移频率处的相位噪声可达−120 dBc/Hz，远低于超稳微波信号源相位噪声，可满足上变频实验对RF信号的噪声要求。

上变频产生的微波信号功率仅为−8 dBm，经带通滤波器（BPF）和LNA滤波放大后，可获得功率为10 dBm的10.8013 GHz微波信号。该信号馈入SLC后将经历16 dB的衰减，又需采用两级LNA进行增益

录用稿件，非最终出版稿

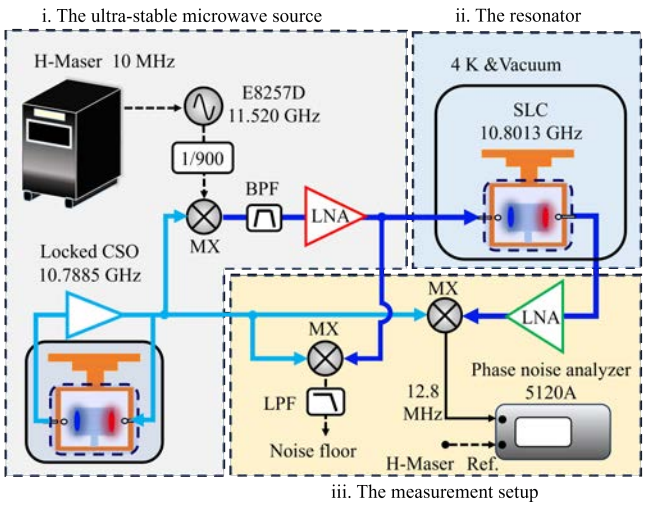


图 2　测量 SLC 频率噪声的实验装置，由超稳微波源、待测器件 SLC 与相位噪声测量模块组成。

Fig. 2. Experimental setup for frequency noise measurement of the SLC, consisting of an ultra-stable microwave source, the device under test (SLC), and phase noise measurement assembly.

补偿，其代价是额外引入(4)式所述LNA的相位噪声$S_{\varphi}^{\mathrm{LNA}}$。一共采用了三个独立的LNA进行逐级放大，其中单个LNA的附加相位噪声如图 3(a)所示，在傅利叶频率1 Hz处可以达到-117 dBc/Hz，并且在近频处表现为1/f类型的相位噪声。与SLC共振后的微波信号（10.8013 GHz）将与另一路同源的参考微波信号（10.7885 GHz）下混频，得到12.8 MHz的中频检测信号，其相位噪声谱中包含的SLC频率噪声以及本振微波信号附加的相位噪声等均由相位噪声分析仪一并测量。

根据(4)式以及图 3(a)测量的噪声，对三项噪声谱进行非相关加和，可以预测本实验方案所能达到的本底噪声。如图 3(b)所示，预期的本底噪声在SLC的线宽外主要由本振微波信号的相位噪声贡献。在线宽（$\Delta f_{0.5}$）内，预期的本底噪声在1 Hz偏置频率处达到−106 dBc/Hz，并且主要由三个独立的LNA的近端1/f相位噪声贡献，它们串联起来的噪声相较于单个要恶化9 dB。受到共模抑制的效果，基于CSO的本振微波信号在近端的相位噪声并不占主导，在偏置频率1 Hz的贡献量仅有−118 dBc/Hz。

作为对比，倘若使用频率参考到主动式氢钟（H-maser）的商业微波源信号源产生10.8013 GHz的本振微波，则不需要使用12.8 MHz的RF信号，其噪声本底仅由LNA和本振微波信号的相位噪声构成。相较于CSO，H-maser的技术优势在更长观测时间内体现，对应傅利叶频率要至少低于10 mHz。如图 3(c)所示，同样受到共模抑制效果，参考至H-maser的本振微波信号贡献的相位噪声在偏置频率0.1~10 Hz处任然保持一个较高的值，达到−80 dBc/Hz。而在偏置频率低于0.1 Hz处，LNA将贡献随环境变化游走的噪声，而不再保持为1/f类型的相位噪声，这将成为直接测量SLC的长期间附加频率噪声的一个主要限制。

录用稿件，非最终出版稿

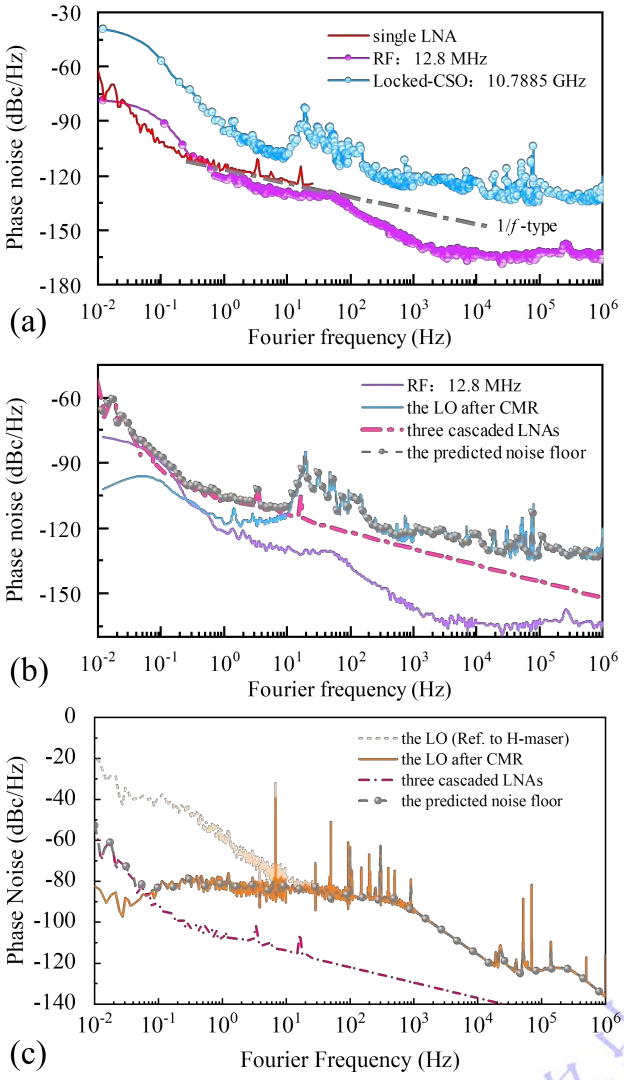


图 3　SLC频率噪声测量方案的主要噪声，以及采用基于CSO与主动氢钟（H-maser）的超稳微波源时测试系统的噪声本底。(a) 测量方案的主要噪声来源；(b) 实验装置预期噪声本底；(c) 参考主动氢钟的微波源对应的测试系统噪声本底。

Fig. 3. Main noise contributions in the SLC frequency-noise measurement scheme and the noise floor of the test system using an ultra-stable microwave source based on CSO and active hydrogen maser (H-maser). (a) Main noise contributions of the measurement setup; (b) Predicted noise floor of the experimental setup; (c) Noise floor of the test system with the microwave source referenced to an active hydrogen maser.

录用稿件，非最终出版稿

3 实验结果与讨论

按照如图 2所示的实验方案，当微波信号不经过SLC而直接级联LNA进行测试时，亦可测得频率为12.8 MHz的中频检测信号，该信号可作为本实验方案的系统本底噪声，其相位噪声可等价为$S_\varphi^{\mathrm{floor}} \approx o\left(S_\varphi^{\mathrm{osc}}\right) \oplus S_\varphi^{\mathrm{LNA}} \oplus S_\varphi^{\mathrm{RF}}$。这是因为按照图 3(b)的预测，在偏置频率小于$\Delta f_{0.5}$时，本振微波信号贡献的噪声并不占主导。如图 4(a)所示，未接入SLC时，测得的近端相位噪声为$-110\ (\mathrm{Hz}/f)$ dBc/Hz，按照预测这是由LNA贡献的$1/f$相位噪声。接入SLC后，测得的相位噪声达到$-100\ (\mathrm{Hz}/f)$ dBc/Hz，在偏置频率1.4 Hz处可观察到由脉冲制冷机贡献的振动噪声。测试中，相位噪声分析仪（Microchip 5120A）的本底噪声在1 Hz偏置频率处可低于−120 dBc/Hz，不影响测试结果。

由(4)式，SLC贡献的频率噪声经由鉴相系数$1/\Delta f_{0.5}$进行传递，其中$\Delta f_{0.5}$为15 Hz。这意味着实测相位噪声实际为SLC频率噪声经缩小1/15后的结果。因此，SLC的频率噪声可表示为$S_f^{\mathrm{SLC}} = \Delta f_{0.5}^2 S_\varphi^{\mathrm{test}}$。根据频率噪声与Allan方差之间的关系 [37]，可将SLC的相对频率稳定度表示为

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty \frac{2S_f^{\mathrm{SLC}}}{f_0^2} \cdot \frac{\sin^4(\pi\tau f)}{(\pi\tau f)^2} \mathrm{d}f. \tag{5}$$

按照(5)式的评估，SLC的频率稳定度如图 4(b)所示，在平均时间1 s处的Allan偏差为2×10^{-14}，该结果和自由运转的CSO频率稳定度相对应。测试结果可经过施加微波功率伺服来抑制近端的$1/f$频率噪声来进一步改善。

按照(4)式，LNA的附加相位噪声同样是主要噪声源之一，在低频处呈现为$1/f$谱特性，这对本实验通过测相位噪声来表征SLC频率噪声的方法并不友好。究其原因，所测检测信号的相位噪声需经过鉴频传递关系才能换算为SLC的频率噪声。在此过程中，LNA贡献的$1/f$相位噪声会转变为$1/f$型频率噪声，即闪烁频率噪声。该类噪声在时域Allan偏差中表现为一条水平线，无法通过延长平均时间予以压低。如图 4(b)所示，系统本底噪声在平均时间0.01 ∼ 1 s处的贡献也达到了8×10^{-15}。为了获得更优的测量结果，采用具有更低近端相位噪声的LNA，以及进一步压窄SLC线宽$\Delta f_{0.5}$，是两种值得考虑的方案：前者可直接降低系统噪声基底，后者则等效于提升了鉴频灵敏度。

另一方面，尝试采用长期频率稳定度更优的主动式氢原子钟进行对比实验。按照图 2的方案，仅需将以主动式氢钟为频率参考的微波源替代CSO，即可完成实验验证。如图 4(c)所示，该微波源输出的10.8013 GHz载波在偏移频率1 Hz处的相位噪声为−55 dBc/Hz。将其馈入SLC后，透射信号在线宽$\Delta f_{0.5}$（15 Hz）范围内的相位噪声被保留，随后与同源参考信号混频，形成对本振微波信号的共模抑制。在该过程中，SLC线宽$\Delta f_{0.5}$内的$1/f^2$型相位噪声转换为相位白噪声，其在偏移频率1 Hz处的强度达到−85

录用稿件，非最终出版稿

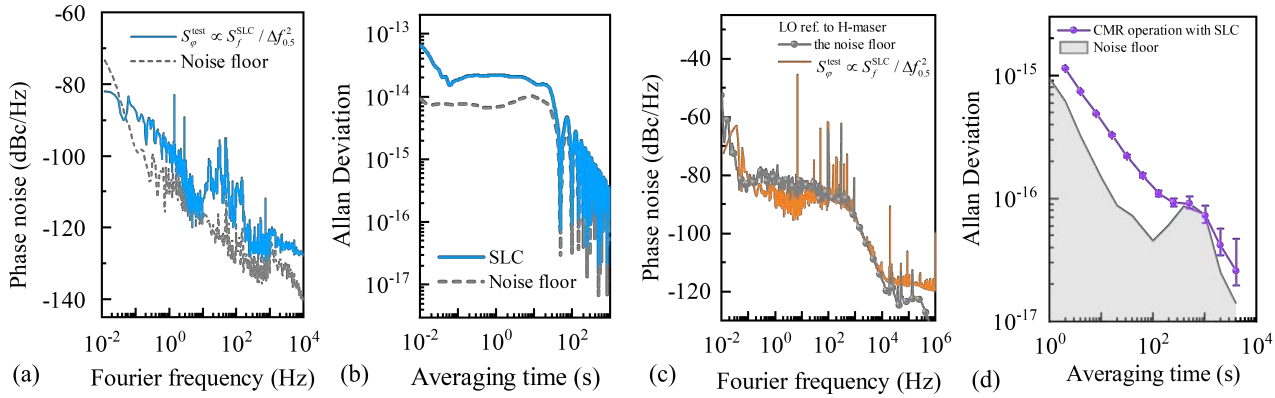


图 4　(a)SLC的附加相位噪声与测试本底噪声；(b)相应的频率稳定度；(c)基于主动式氢原子钟的测试结果；(d)基于SLC的差分共模测试平台的附加频率稳定度。

Fig. 4. (a)Residual phase noise of the SLC and the noise floor, (b)Corresponding frequency stability, (c)Results based on an active hydrogen maser, (d)Residual frequency stability of the SLC-based differential common-mode measurement platform.

dBc/Hz。相较于预测的−85 dBc/Hz，实测的噪声水平更低，可能是因为SLC的S_{21}参数并非完全关于中心频率对称，等效的共振线宽要比3 dB带宽要大，使得本振微波信号相位噪声的共模抑制带宽要比实际更大。本振相位噪声虽已大幅降低，但受限于SLC有限的线宽，噪声抑制效果仅在偏移频率低于15 Hz时才逐渐显现，因此在1 Hz处残余本振噪声尚无法降至足够低的水平，仍明显高于LNA贡献的相位噪声。在偏置频率低于0.05 Hz时，进入到氢钟频率稳定度高的优势频段，然而LNA贡献的$1/f$相位噪声已占主导，导致氢钟的优势难以发挥。

本实验采用差分共模测量方案，已将系统的测试噪声本底降至可观水平。然而，受限于SLC的线宽，当前鉴频灵敏度仍偏低，这在一定程度上制约了对其频率稳定度的精确评估。不过，若SLC的品质因数提升至10^9量级，鉴频灵敏度将大幅提高，测量噪声可进一步压低，从而有望实现对频率稳定度处于10^{-16}水平的SLC的准确评估。此外，得益于差分共模测量结构，本系统具备较高的共模抑制比。如图 4(d)所示，系统本底噪声可经共模抑制（CMR）达到白相位噪声水平，在时域Allan偏差中呈现$1/\tau$的下降趋势，并在平均时间2 ～ 30 s区间内实现10^{-17}量级的频率稳定度。引入SLC后，实验系统仍能保持良好的共模抑制运行，其频率稳定度随平均时间延长而持续改善，并趋于小数10^{-17}量级。同时低温下SLC具有极高的Q值，晶体内可束缚高能量密度的环绕微波，因而可作为具有超高频率稳定度的实验平台，在暗物质探测、基础物理精密测量等实验中展现出应用潜力 [6,10,13]。

录用稿件，非最终出版稿

4 结论

本研究设计一种基于差分相位噪声测量的方法，用以直接测量SLC的频率噪声，进而评估其在平均时间0.01 ～ 1 s范围内的频率稳定度在2×10^{-14}。在理论上分析了该方案的主要噪声项，即LNA的附加相位噪声和本振相位噪声，并指出LNA的$1/f$相位噪声是限制系统性能的主导因素。在当前SLC线宽为15 Hz的条件下，该噪声将频率稳定度的测量本底限制在8×10^{-15}。本方法实现了对微波谐振器频率噪声的直接测量，相较于通过测量功率、温度等环境噪声灵敏度来间接评估SLC的方式，更为直接高效，可为评估稳频振荡器的系统噪声提供经验参考。此外，本研究还证实了低温SLC可作为具有超低附加噪声的频率测量实验平台。为进一步降低测试本底，采用具有更低$1/f$相位噪声的LNA或更高Q值的蓝宝石谐振器，是值得考虑的改进方案。

参考文献

[1] Akyildiz I F, Kak A, Nie S 2020 *IEEE Access* **8** 133995

[2] Ataloglou V G, Taravati S, Eleftheriades G V 2023 *Natl. Sci. Rev.* **10** nwad164

[3] Rappaport T S, Xing Y, Kanhere O, Ju S, Madanayake A, Mandal S, Alkhateeb A, Trichopoulos G C 2019 *IEEE Access* **7** 78729

[4] Horstmann J, Bödewadt J, Carrasco R, Cysewski M, Seemann J, Stre β er M 2021 *Sensors* **21** 7828

[5] Will C M 2014 *Living Rev. Relativ.* **17** 4

[6] Nagel M, Parker S R, Kovalchuk E V, Stanwix P L, Hartnett J G, Ivanov E N, Peters A, Tobar M E 2015 *Nat. Commun.* **6** 8174

[7] Guéna J, Weyers S, Abgrall M, et al. 2017 *Metrologia* **54** 348

[8] Ospelkaus C, Warring U, Colombe Y, Brown K R, Amini J M, Leibfried D, Wineland D J 2011 *Nature* **476** 181

[9] Satzinger K J, Zhong Y P, Chang H S, Peairs G A, Bienfait A, Chou M H, Cleland A Y, Conner C R, Dumur É, Grebel J, Gutierrez I, November B H, Povey R G, Whiteley S J, Awschalom D D, Schuster D I, Cleland A N 2018 *Nature* **563** 661

录用稿件，非最终出版稿

[10] Goryachev M, McAllister B T, Tobar M 2020 *Microwave Cavities and Detectors for Axion Research* (Springer International Publishing), 2020 pp147–153

[11] Nand N R, Hartnett J G, Ivanov E N, Santarelli G 2011 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **59** 2978

[12] Goryachev M, Campbell W M, Heng I S, Galliou S, Ivanov E N, Tobar M E 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 071102

[13] Campbell W M, McAllister B T, Goryachev M, Ivanov E N, Tobar M E 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 071301

[14] Fortier T M, Kirchner M S, Quinlan F, Taylor J, Bergquist J C, Rosenband T, Lemke N, Ludlow A, Jiang Y, Oates C W, Diddams S A 2011 *Nat. Photonics* **5** 425

[15] Sun S, Wang B, Liu K, Harrington M W, Tabatabaei F, Liu R, Wang J, Hanifi S, Morgan J S, Jahanbozorgi M, Yang Z, Bowers S M, Morton P A, Nelson K D, Beling A, Blumenthal D J, Yi X 2024 *Nature* **627** 540

[16] Hartnett J G, Locke C R, Ivanov E N, Tobar M E, Stanwix P L 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 203513

[17] Drever R W P, Hall J L, Kowalski F V, Hough J, Ford G M, Munley A J, Ward H 1983 *Appl. Phys. B* **31** 97

[18] Zhong E, Floch J M L, Liu H, Deng K, Zhang J, Lu Z 2025 *IEEE Access* **13** 110813

[19] Hachani M Y, Fluhr C, Dubois B, Têtu G L, Cabodevila G, Giordano V 2026 *arXiv:2605.06748*

[20] Ivanov E, Tobar M 2023 *IEEE Microw. Wireless Technol. Lett.* **33** 1090

[21] Giordano V, Fluhr C, Dubois B 2020 *J. Appl. Phys.* **127** 184101

[22] Zhong E, Zheng Y, Liu H, Liu M, Hong J, Luo Y, Deng K, Zhang J, Lu Z 2026 *Chinese Phys. B* **35** 070601

[23] Peng R, Fu Z, Ma J, Yang F 2024 *2024 IEEE MTT-S International Wireless Symposium (IWS)* 2024-05 pp1–3

[24] Breitbarth J, Koebel J 2008 *Microw. J.* **51** 66

[25] Howe D A, Ostrick J R 2003 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **51** 2235

录用稿件，非最终出版稿

[26] Larsson D, Yvind K, Hvam J M 2005 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **17** 2388

[27] Zhewei C, Chun Y 2014 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **26** 919

[28] Rubiola E, Giordano V 2000 *Rev. Sci. Instrum.* **71** 3085

[29] Dummott L, Bale S, Everard J 2024 *2024 European Frequency and Time Forum (EFTF)* 2024-06 pp314–317

[30] Wendler W, Roth A, Gäde B, Kornprobst J 2026 *2026 IEEE MTT-S Radio Frequency Systems and Applications Symposium (IMS RFSA)* 2026-06 pp235–238

[31] Grove J, Hein J, Retta J, Schweiger P, Solbrig W, Stein S R 2004 *Proceedings of the 2004 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition* pp287–291

[32] Fluhr C, Dubois B, Tetu G L, Soumann V, Paris J, Rubiola E, Giordano V 2022 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **72** 1005408

[33] Fan S C, Yang F, Ruan J 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 234101 (in Chinese) [范思晨, 杨帆, 阮军 2022 物理学报 **71** 234101]

[34] Galani Z, Bianchini M J, Waterman R C, Dibiase R, Laton R W, Cole J B 1984 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **32** 1556

[35] Tobar M E, Krupka J, Ivanov E N, Woode R A 1997 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **30** 2770

[36] Ivanov E N, Tobar M E 2021 *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.* **31** 405

[37] Rubiola E 2008 *Phase noise and frequency stability in oscillators* (Cambridge: Cambridge: Cambridge University Press)

录用稿件，非最终出版稿

Frequency Noise Measurement of Cryogenic Sapphire Microwave Resonators*

ZHONG Encai[1)] HONG Jinxu[1)] LIU Hongli[1)] LU Zehuang[1)†]

1) (*National Gravitation Laboratory, School of Physics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China*)

Abstract

Ultra-stable microwave sources combining high frequency stability with low phase noise are required in wireless communication, radar, metrology, quantum information processing and tests of fundamental physics. When its oscillation frequency is locked to a high-Q sapphire resonator by Pound frequency discrimination, the cryogenic sapphire oscillator (CSO) reaches a fractional frequency instability at the 10^{-16} level and delivers phase noise approaching the thermal-noise limit. In such a loop the sapphire-loaded cavity (SLC) acts as the frequency discriminator, so its own frequency fluctuations ultimately limit the stability of the locked carrier. This limit is usually assessed indirectly: the sensitivity of the resonance frequency to temperature, microwave power, vibration and magnetic field is measured first, and the ambient noise is then converted into a frequency-noise contribution. Such an estimate relies on transfer relations that must remain stable and precisely known, which is difficult to guarantee in practice. In this work the SLC is instead treated as a two-port device under test, and its residual frequency noise is measured directly, so that the stability limit of the CSO can be predicted without a direct comparison between two independent ultra-stable sources.

A differential phase-noise measurement scheme is designed accordingly. A low-noise 10.8013 GHz

* Project supported in part by the National Key Research and Development Program of China (Grant 2022YFB3904002).

† Corresponding author. E-mail: zehuanglu@hust.edu.cn
The First Author. E-mail: nacien2026@hust.edu.cn

录用稿件，非最终出版稿

probe is synthesized by up-converting the 10.7885 GHz output of an independent CSO with an ultralow-noise 12.8 MHz radio-frequency (RF) signal, and is fed into the SLC, which is held at 5.930 K, its frequency-temperature turning point, in a pulse-tube cryocooler. The transmitted signal is mixed with the same-source 10.7885 GHz reference down to 12.8 MHz, so that the phase noise of the common local oscillator (LO) is rejected in common mode, while the frequency jitter of the resonator is transferred to the beat note with a discrimination coefficient of $1/\Delta f_{0.5}$. The whispering-gallery mode $\mathrm{WGH}^{+}_{15,0,0}$ at 10.8013 GHz, with a 3 dB linewidth of 30 Hz ($Q = 3.6 \times 10^8$) and an insertion loss of 16 dB, is measured in this configuration. A noise model that includes the residual LO noise, the RF beat-note noise, the additive phase noise of three cascaded low-noise amplifiers (LNAs) and the SLC frequency noise predicts a measurement floor of -106 dBc/Hz at 1 Hz offset, dominated by the $1/f$ phase noise of the LNAs.

Experimentally, the phase noise of the test signal within the resonator bandwidth is rejected in common mode and a floor of -110 dBc/Hz at 1 Hz offset is obtained. Converted with $\Delta f_{0.5} = 15$ Hz, the measured frequency noise corresponds to a relative frequency stability (Allan deviation) of 2×10^{-14} at averaging times of 0.01–1 s, while the $1/f$ noise of the LNAs, sets a floor of 8×10^{-15}. Replacing the CSO with a microwave source referenced to an active hydrogen maser confirms that the common-mode rejection is bounded by the cavity linewidth, and that below 0.05 Hz the LNA noise prevails over the superior long-term stability of the maser. The differential common-mode platform itself reaches the 10^{-17} level between 2 s and 30 s and retains its rejection capability after the SLC is inserted.

These results provide a direct and efficient route to the frequency-noise characterization of microwave resonators and to the prediction of the stability limit of resonator-stabilized oscillators; the scheme is also applicable to residual-noise measurements of similar resonators and of active or passive microwave devices, and, with sapphire resonators of higher Q (up to 10^9) or LNAs of lower $1/f$ noise, the measurement floor can be further reduced, making the platform attractive for dark-matter detection and precision tests of fundamental physics.

Keywords: Frequency stability, Phase noise, Microwave resonator

录用稿件，非最终出版稿