

邊緣簡支等邊三角形板 平衡問題的影響函數*

潘立宙

(北京鋼鐵工業學院)

一. 引言

過去研究過邊緣簡支等邊三角形板平衡問題的作者有：納達埃^[1]、富諾斯基-克里格^[2]、孫^[3]、斯蒂芬生^[5]、賽斯^[6,7]等。其中多數作者僅討論了均佈載荷的問題，只有納達埃^[1]及富諾斯基-克里格^[2]兩位作者曾經論述集中載荷的問題。關於簡支等邊三角形板在其上任意一點有集中載荷作用時的平衡問題，納達埃^[1]建議用反映法把三角形板反映成一塊無限大板及十二類集中載荷網來解決，富諾斯基-克里格^[2]建議用反映法把三角形板反映成一條無限長板及六串集中載荷來解決。可是他們建議的這些方法所需要的數學運算十分繁複，因此他們在自己的著作中都沒有把這個問題的一般解答求出來。所以到目前為止，簡支等邊三角形板的平衡問題實際上是沒有完全解決的。

本文運用了類似前文^[10]所採用過的反映法，將三角形板反映成矩形板，很順利地解決了集中載荷下簡支等邊三角形板的平衡問題，給出了以重三角級數表示的影響函數。本文計算了當集中力作用於三角形形心時在形心處的撓度的數字結果，它與富諾斯基-克里格^[2]得到的結果完全符合。本文還利用影響函數討論了簡支等邊三角形板的穩定問題和振動問題，得到的結果與富諾斯基-克里格^[2]、孫^[3]、雪弗爾和哈佛斯^[4]、尚尼津^[9]、賽斯^[8]等作者的結果是一致的。

二. 集中載荷下三角形板的平衡問題

設有一邊緣簡支的等邊三角形板，高為 b ，受有側向力 N ，並在其上任意一定點 (ξ, η) 承擔集中載荷 P ，如圖 1 所示。本節問題在於求出它的撓度函數 $w(x, y)$ ，此函數除去集中載荷 P 的作用點外須滿足方程

* 1956 年 7 月 18 日收到。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1)$$

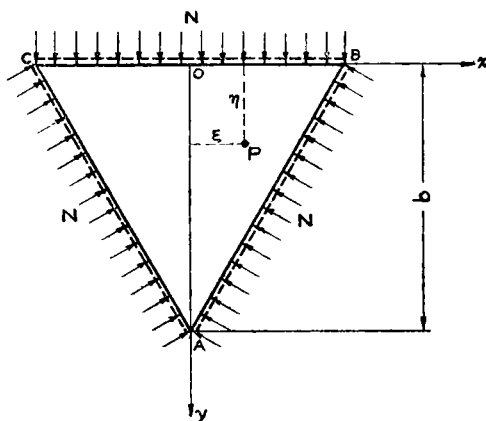


圖 1

及邊界條件

$$\left. \begin{aligned} \text{在邊界上} \quad w &= 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中, $N > 0$ 為側向壓力, $N < 0$ 為側向拉力; n 是指邊界的外法線方向.

方程 (1) 和邊界條件 (2) 都是線性的, 根據線性疊加原理, 上述問題的撓度 w 可以從兩塊邊緣簡支等邊三角形板在圖 2a 及圖 2b 所示載荷下的撓度 w_I 及 w_{II} 相加

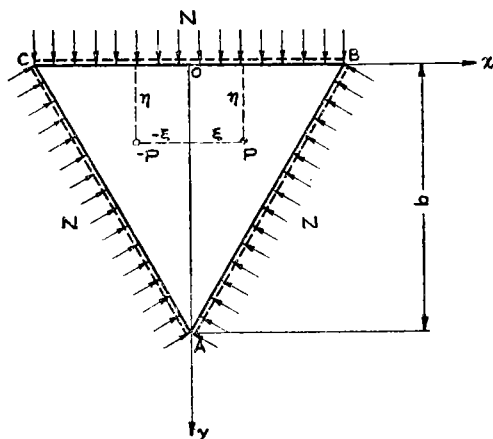


圖 2a

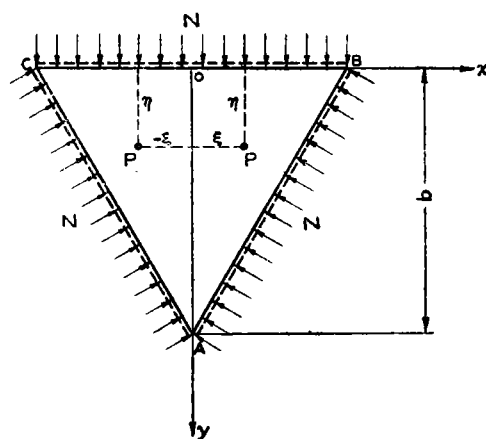


圖 2b

之和折半而得, 即

$$w = \frac{1}{2} (w_1 + w_{II}). \quad (3)$$

以下我們將分別討論圖 2a 和圖 2b 三角形板的撓度。現在我們先注意圖 2a 給出的那塊三角形板，由於載荷是反對稱的，它在 OA 線上的撓度 w_1 和撓矩 M_x 都等於零。因此 $\triangle OAB$ 與 $\triangle OAC$ 可以看作兩塊相互反映的邊緣簡支的 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 三角形板，它們的撓度已在作者前一篇文章^[10]中給出。於是我們需要的圖 2a 所示三角形板的撓度 w_1 為

$$w_1 = \frac{8P}{\pi^4 abD} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{mn}(\xi, \eta)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{N}{\pi^2 D}\right)} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (4)$$

其中 a 與 b 的比值為 $\sqrt{3}$ ，即

$$a = \sqrt{3} b; \quad (5)$$

$\alpha_{mn}(\xi, \eta)$ 由下列的表 1 給出。

表 1

(I) 當 $m \neq n$ 及 $m \neq 3n$ 時，

(A) 若 m, n 皆為奇數，並且適合：

$$(1) \quad \left. \begin{matrix} m=4\alpha+1 \\ n=4\beta+1 \end{matrix} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{matrix} m=4\alpha+3 \\ n=4\beta+3 \end{matrix} \right\}, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} = & \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} - \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) + \\ & + \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta); \end{aligned}$$

$$(2) \quad \left. \begin{matrix} m=4\alpha+1 \\ n=4\beta+3 \end{matrix} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{matrix} m=4\alpha+3 \\ n=4\beta+1 \end{matrix} \right\}, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} = & \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} + \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) - \\ & - \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta). \end{aligned}$$

(B) 若 m, n 皆為偶數，並且適合：

$$(1) \quad \left. \begin{matrix} m=4\alpha \\ n=4\beta \end{matrix} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{matrix} m=4\alpha+2 \\ n=4\beta+2 \end{matrix} \right\}, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} = & \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} - \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) + \\ & + \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta); \end{aligned}$$

$$(2) \quad \left. \begin{array}{l} m = 4\alpha \\ n = 4\beta + 2 \end{array} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{array}{l} m = 4\alpha + 2 \\ n = 4\beta \end{array} \right\}, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\alpha_{mn} = \sin \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} + \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) - \\ - \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta).$$

(II) 當 m, n 屬於其他情形時,

$$\alpha_{mn} = 0.$$

我們再觀察圖 2b 給出的三角形板,由於載荷是對稱的,它在 OA 線上的傾角 $\frac{\partial w_{II}}{\partial x}$ 和剪力 Q_x 都等於零。因此 $\triangle OAB$ 與 $\triangle OAC$ 可以看作兩塊相互對照的 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 三角形板 (圖 3), 每塊三角形板的斜邊與 30° 角的對邊是簡支的, 而 60° 角的對邊被一定分佈的撓矩約束着滿足邊界條件

$$\left. \begin{array}{l} \text{在邊界 } OA \text{ 上} \quad \frac{\partial w_{II}}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w_{II}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_{II}}{\partial y^2} \right) = 0. \end{array} \right\} \quad (6)$$

於是尋找圖 2b 所示三角形板的撓度的問題就轉變為尋找圖 3b 所示三角形板的撓度的問題了。

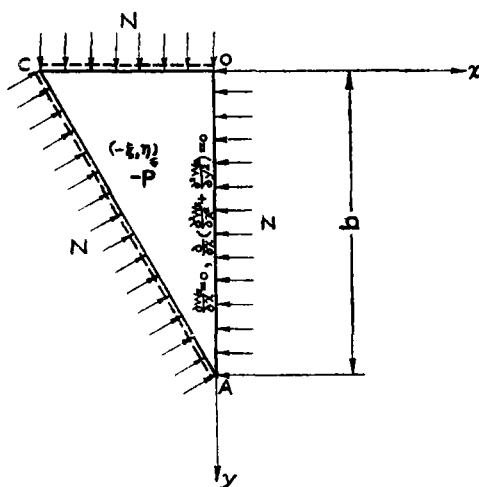


圖 3a

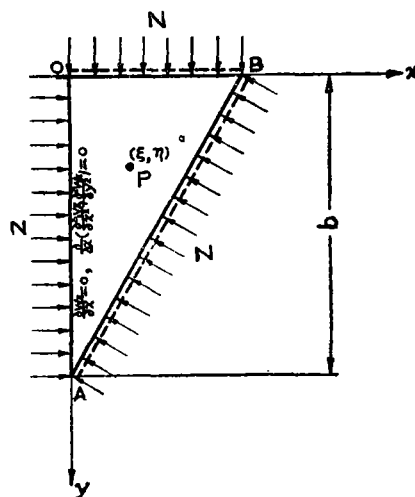


圖 3b

利用反映和對照的方法,我們把圖 3b 所示的三角形板反映成一塊如圖 4 所示載荷下的矩形板。板的長邊 a 與短邊 b 之比值即 (5) 式。它的一雙對邊 OE, AF 是簡

支的,另一雙對邊 OA, EF 被一定分佈的撓矩約束着而滿足邊界條件

$$\left. \begin{aligned} \text{在邊界 } OA, EF \text{ 上} \quad \frac{\partial w^*}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 $w^*(x, y)$ 是矩形板的撓度函數.

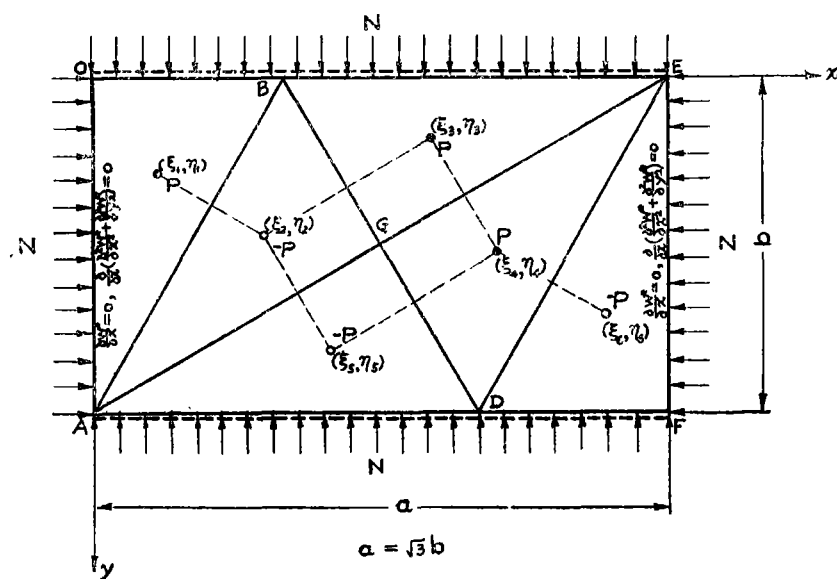


圖 4

板面各集中載荷的作用點的坐標如下:

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \xi, \\ \eta_1 &= \eta; \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_2 &= \frac{1}{2} (a - \xi - \sqrt{3} \eta), \\ \eta_2 &= \frac{1}{2} (b - \sqrt{3} \xi + \eta); \end{aligned} \right\} \quad (8b)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_3 &= \frac{1}{2} (a - \xi + \sqrt{3} \eta), \\ \eta_3 &= \frac{1}{2} (b - \sqrt{3} \xi - \eta); \end{aligned} \right\} \quad (8c)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_4 &= \frac{1}{2} (a + \xi + \sqrt{3} \eta), \\ \eta_4 &= \frac{1}{2} (b + \sqrt{3} \xi - \eta); \end{aligned} \right\} \quad (8d)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_5 &= \frac{1}{2} (a + \xi - \sqrt{3} \eta), \\ \eta_5 &= \frac{1}{2} (b + \sqrt{3} \xi + \eta); \end{aligned} \right\} \quad (8e)$$

$$\left. \begin{aligned} \xi_6 &= a - \xi, \\ \eta_6 &= b - \eta. \end{aligned} \right\} \quad (8f)$$

容易證明, 這塊矩形板的撓度函數 w^* 在其定義域 $\triangle OAB$ 內就是圖 3b 所示三角形板的撓度函數。

現在我們來求出撓度函數 w^* , 為此我們先要求出一塊和上述矩形板邊界條件相同的、受有側向力 N 作用的、並在其上任意一點 (ξ, η) 承擔集中載荷 P 的矩形板 (圖 5) 的撓度 w' 。我們採用重三角級數並稍事運算後得到

$$w' = \frac{4P}{\pi^4 abD} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{mn}(\xi, \eta)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{N}{\pi^2 D}\right)} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}; \quad (9)$$

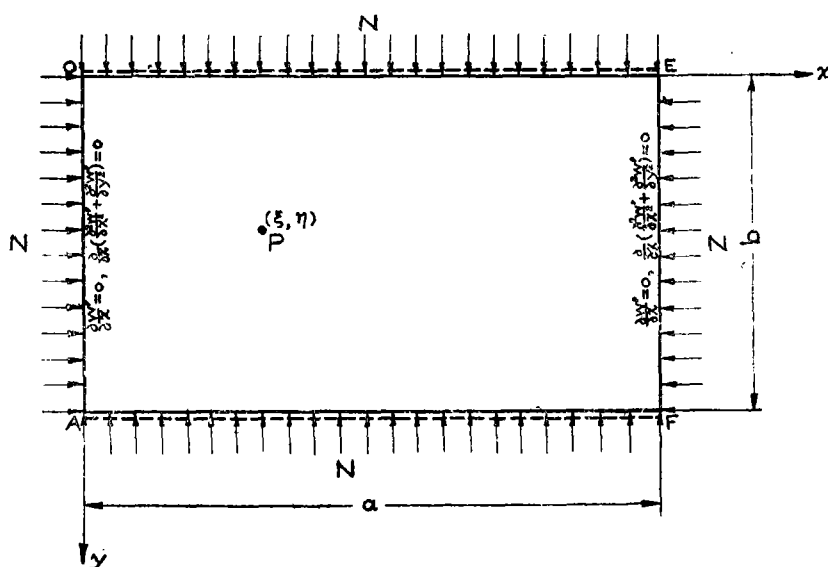


圖 5

其中
$$f_{mn}(\xi, \eta) = \cos \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b}, \quad m \neq 0; \quad (10a)$$

$$f_{mn}(\xi, \eta) = \frac{1}{2} \cos \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b}, \quad m = 0. \quad (10b)$$

根據 (9) 式並且利用疊加原理, 那末上述矩形板的撓度 w^* 可以寫出如下:

$$w^* = \frac{4P}{\pi^4 abD} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{N}{\pi^2 D}\right)} [f_{mn}(\xi_1, \eta_1) - f_{mn}(\xi_2, \eta_2) + f_{mn}(\xi_3, \eta_3) + f_{mn}(\xi_4, \eta_4) - f_{mn}(\xi_5, \eta_5) - f_{mn}(\xi_6, \eta_6)]. \quad (11)$$

(11) 式是變數 x 的偶函數, 我們由此看出, (11) 式不僅能表達圖 3b 所示的三角形板的撓度, 還能表達圖 3a 所示的三角形板的撓度。因此它就是我們所需要的 w_{II} , 即圖 2a 所示三角形板的撓度。

將 (10) 式及 (8) 式代入 (11) 式, 稍事運算, 我們就得到

$$w_{II} = \frac{8P}{\pi^4 abD} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{mn}(\xi, \eta)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{N}{\pi^2 D}\right)} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}; \quad (12)$$

其中 $\beta_{mn}(\xi, \eta)$ 由下列的表 2 給出。

表 2

(I) 當 $m \neq n$ 時,

(A) 若 m, n 皆為奇數, 並且適合:

$$(1) \quad \left. \begin{matrix} m=4\alpha+1 \\ n=4\beta+1 \end{matrix} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{matrix} m=4\alpha+3 \\ n=4\beta+3 \end{matrix} \right\}, \quad (\alpha, \beta=0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\begin{aligned} \beta_{mn} = & \cos \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} - \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) - \\ & + \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta); \end{aligned}$$

$$(2) \quad \left. \begin{matrix} m=4\alpha+1 \\ n=4\beta+3 \end{matrix} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{matrix} m=4\alpha+3 \\ n=4\beta+1 \end{matrix} \right\}, \quad (\alpha, \beta=0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\begin{aligned} \beta_{mn} = & \cos \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} + \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) - \\ & - \sin \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \cos \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta). \end{aligned}$$

(B) 若 m, n 皆為偶數, 以及

(a) $m \neq 0$, 並且適合

$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} m=4\alpha \\ n=4\beta \end{array} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{array}{l} m=4\alpha+2 \\ n=4\beta+2 \end{array} \right\}, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\beta_{mn} = \cos \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} + \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) - \\ - \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta);$$

$$(2) \quad \left. \begin{array}{l} m=4\alpha \\ n=4\beta+2 \end{array} \right\} \text{ 或 } \left. \begin{array}{l} m=4\alpha+2 \\ n=4\beta \end{array} \right\}, \quad (\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

則

$$\beta_{mn} = \cos \frac{m\pi\xi}{a} \sin \frac{n\pi\eta}{b} - \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi + \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi - \eta) + \\ + \cos \frac{m\pi}{2a} (\xi - \sqrt{3}\eta) \sin \frac{n\pi}{2b} (\sqrt{3}\xi + \eta);$$

$$(b) \quad m = 0,$$

則

$$\beta_{mn} = \sin \frac{n\pi\eta}{2b} \left[\cos \frac{n\pi\eta}{2b} + (-1)^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi\sqrt{3}}{2b} \xi \right].$$

(II) 當 m, n 屬於其他情形時,

$$\beta_{mn} = 0$$

於是,將(4)式及(12)式代入(3)式後,我們就得到了本節問題的解答:

$$w = \frac{4P}{\pi^4 abD} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} + \beta_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{N}{\pi^2 D} \right)} \sin \frac{n\pi y}{b}; \quad (13)$$

其中 α_{mn} 和 β_{mn} 已在表 1 和表 2 中給出。

邊緣簡支等邊三角形板平衡問題的影響函數, $G(\xi, \eta, x, y)$, 只須令(13)式中的 $P = 1$ 便可立即寫出, 即

$$G(\xi, \eta, x, y) = \frac{4}{\pi^4 abD} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} + \beta_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a}}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{N}{\pi^2 D} \right)} \sin \frac{n\pi y}{b}; \quad (14)$$

其中 α_{mn} 和 β_{mn} 由表 1 和表 2 給出。

在(13)式中以及在表 1 和表 2 中令 $\xi = 0$, $\eta = \frac{b}{3}$, $x = 0$, $y = \frac{b}{3}$, 我們就得到簡支等邊三角形板當集中力 P 作用於板的形心時在形心處的撓度 w_0 , 它是

$$w_0 = \left[\frac{27\sqrt{3}}{\pi^4} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{mn}}{(m^2 + 3n^2)^2} \right] \frac{Pb^2}{D}; \quad (15)$$

其中 λ_{mn} 的數值由下列表 3 給出。

表 3

- (I) $m \neq n$ 以及
- (A) $m \neq 0$, 又當 m, n 皆為奇數或皆為偶數並且 m 為 3 之倍數時,
- $$\lambda_{mn} = 1;$$
- (B) $m = 0$, 又當 n 為偶數並且非 3 之倍數時,
- $$\lambda_{mn} = \frac{1}{2}.$$
- (II) m, n 為其他情形時,
- $$\lambda_{mn} = 0.$$

今將數字計算的結果給出如下:

$$w_0 = (0.48009 \times 0.011893) \frac{Pb^2}{D} = 0.005710 \frac{Pb^2}{D}. \quad (16)$$

我們的結果與富諾斯基-克里格^[2]的完全符合。

三. 三角形板的穩定與振動問題

薄板有側向力 N 作用時的固有振動方程是

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{N}{D} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{\rho}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (17)$$

其中 ρ 是板中面單位面積內的質量; $N > 0$ 為側向壓力, $N < 0$ 為側向拉力. 如果板的邊緣是簡支的, 那末板在振動時的撓度 w 尚須滿足邊界條件:

$$\left. \begin{aligned} \text{在邊界上} \quad w &= 0, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial n^2} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

其中 n 是指邊界的外法線方向。

邊緣簡支等邊三角形板穩定問題中的全部屈曲型式和全部臨界側向壓力都可以從上節所得的結果裏找出來。於是振動問題中的全部固有振模也得到了, 利用它們和方程 (17), 我們又可以求出邊緣簡支等邊三角形板全部固有頻率與側向壓力 N 的關係。這種方法要比雪弗爾和哈佛斯^[4]在 1936 年採用三角坐標 (die Dreieckskoordinaten) 的方法簡便得多。作為一個例子, 我們來求出基本的固有頻率與側向力 N 的關係, 為此, 我們從上節所得的結果裏找到穩定問題中屈曲的基本型式如下:

$$w = C \left(2 \cos \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \sin \frac{2\pi y}{b} \right); \quad (19)$$

其中 C 是任意常數。不難驗證上式是滿足邊界條件 (18) 的。

(19) 式也給出了振動問題中基本的固有振模, 因此, 如果板的振動是諧和的, 那末用複數來表達的基本的固有振動型式為

$$w = C \left(2 \cos \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \sin \frac{2\pi y}{b} \right) e^{i\omega t}; \quad (20)$$

其中 ω 是待定的基本的固有頻率, 將此式代入方程 (17) 後我們便得到 ω 與側向力 N 的關係式, 它是

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{\rho b^2} \left(\frac{4\pi^2 D}{b^2} - N \right). \quad (21)$$

如果 N 的值已經知道, 則 ω 就可從此關係式定出.

當 $\omega = 0$ 時, (21) 式給出穩定問題中最小的臨界側向壓力 N_{cr} :

$$N_{cr} = \frac{4\pi^2 D}{b^2}. \quad (22)$$

當 $N = 0$ 時, (21) 式給出沒有側向力 N 作用的振動問題中基本的固有頻率 ω_0 :

$$\omega_0^2 = \frac{16\pi^4 D}{\rho b^4}. \quad (23)$$

這裏的結果與其他作者用不同方法得出的結果是符合的.

作者在完成本文的過程中, 得到胡海昌同志的幫助, 謹此致謝.

參 考 文 獻

- [1] Nádai, A., Die elastischen Platten, Berlin, (1925), 162.
- [2] Woinowsky-Krieger, S., Berechnung der ringsum frei aufliegenden gleichseitigen Dreiecksplatte, *Ing.-Arch.* **4** (1933), 254—262.
- [3] Sen, B., Note on some Two Dimensional Problems of Elasticity connected with Plates having Triangular Boundaries. *Bull. Calcutta Math. Soc.* **26** (1934), 65—72.
- [4] Schaefer, H. u. Havers, A., Die Eigenschwingung der in ihrer Ebene allseitig gleichmäßig belasteten gleichseitigen Dreiecksplatte. *Ing.-Arch.* **7** (1936), 83—87.
- [5] Stevenson, A. C., On the Equilibrium of Plates. *Phil. Mag.* **33** (1942), 639—661.
- [6] Seth, B. R., Bending of an Equilateral Plate. *Proc. Indian Acad. Sci., Sec. A* **22** (1945), 234—238(未查到).
- [7] ———, Bending of Rectilinear Plates. *Bull. Calcutta Math. Soc.* **40** (1948), 36—40.
- [8] ———, Stability of Rectilinear Plates. *ZAMM* **35** (1955), 96—99.
- [9] Ржаницын, А. Р., Устойчивость Равновесия Упругих Систем, Москва, (1955), 463.
- [10] 潘立宙, “邊緣簡支 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 三角板的平衡、穩定與振動問題”, 物理學報, **12** (1956), 215—245.

NOTE ON THE INFLUENCE FUNCTION FOR THE DEFLECTION OF AN EQUILATERAL TRIANGULAR PLATE SIMPLY SUPPORTED AT THE EDGES

PAN LIU-CHOW

(Peking Institute of Iron and Steel Technology)

ABSTRACT

The influence function for the deflection of a simply-supported plate having the form of an equilateral triangle has not yet been found in literature, although some methods of solution were suggested by several authors. The main difficulty is that the operations and calculations involved in these suggested methods are too complex and cumbersome to be carried out in practice.

In this paper the influence function as mentioned above is successfully obtained by using the method of images in a special manner that reduces our problem to the static problem of a rectangular plate, the solution of which can be worked out without difficulty. The result is described by the double trigonometrical series which is presented in a very simple form.

The stability and vibration problems of an equilateral triangular plate simply supported at the edges are also discussed in this paper by taking advantage of the influence function just obtained. Our results completely coincide with those obtained by other authors taking different ways of approach.