

# 一種解電路網絡的方法\*

鄒 銳

(華 中 工 學 院)

## 提 要

本文提出一種解電網的方法,用這種方法來解電網,可以避免解聯立方程之麻煩,以節省勞動力。

本文分下列兩部分:

1. 一般電網解法——凡是一切直線律電網,不論其中含有若干電動勢,都可應用這解法。這解法是首先將電網中的電動勢代換以等值的電源電流,其次將電網中的結點逐點化去,使電網化簡為一等值支路,以求該支路兩端點的電勢差,然後再返原為原來的電網,以求其中各結點的電勢,如此,最後就很易計算出各支路的電流。

2. 只含一個電動勢電網的特殊解法——凡是一切直線律電網,若其中只含有一個電動勢,則用這解法更為簡便。這解法與一般電網解法所不同的地方就是可將電網返原的這一步驟省去。為了要省去這一步驟,只須在電網化簡前,電網各結點上均虛設一定量的電源電流,如此,當電網化簡為一等值支路時,就能直接求得原來電網中各結點的電勢。

再者,本文所提出的解電網方法對於交流電網及直流電網均能適用,而本文是按解交流電網的方式敘述。

## 一. 一般電網解法

### (一) 原理

根據諾頓 (Norton) 定理,電網(本文所述電網均指有恆定參數的直線律電網)中每

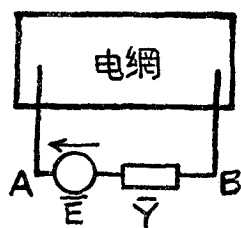


圖 1 甲

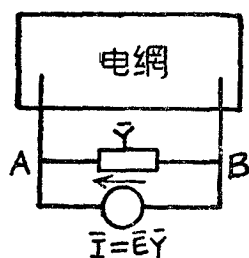


圖 1 乙

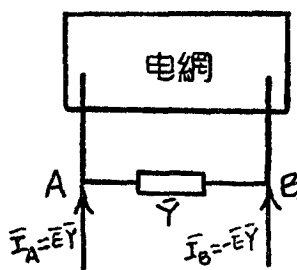


圖 1 丙

\*1954 年 9 月 24 日收到。

一個電動勢都可用一個等值的電流來源代換。如圖 1 甲電網,其中  $AB$  支路含一電動勢  $\bar{E}$  及一導納  $\bar{Y}$  ( $\bar{Y} \neq \infty$ , 因電動勢必定有內部阻抗),而電網其餘部分則不論有無其他的電動勢,按照諾頓定理,這電動勢可移去,而於  $AB$  支路兩端用一並聯的電流來源  $\bar{I}$  代換,其值為  $\bar{E}\bar{Y}$ ,其方向與  $\bar{E}$  的方向相同,均自  $B$  向  $A$ ,如圖 1 乙所示,結果電網中各結點的電勢均保持不變。

由於這電流來源  $\bar{I}$  的作用是以一定量的電流  $\bar{E}\bar{Y}$  自  $A$  點輸入電網後再從  $B$  點流出,因此我們可將它拆開為  $A, B$  二點上的電源電流  $\bar{I}_A$  和  $\bar{I}_B$ ,如圖 1 丙所示,  $\bar{I}_A = \bar{E}\bar{Y}$ ,  $\bar{I}_B = -\bar{E}\bar{Y}$  (本文圖中電源電流的方向均假設進入電網,若實際方向與所設方向相同時則為正值,否則為負值)。如此,我們就可用這兩個電源電流來直接代換  $AB$  支路中的電動勢  $\bar{E}$ ,其結果同樣是電網中各結點的電勢均保持不變。

下面討論電網中某一結點上的電源電流應按何種規律分移至與其相連的各結點上,才能使電網中除該結點外其餘各結點的電勢均不變動;以及經過分移後,該結點本身的電勢因而引起的變化。

設圖 2 甲電網中  $O$  點為所要討論的結點,其上有電源電流  $\bar{I}_0$ ,與  $O$  點相連的各

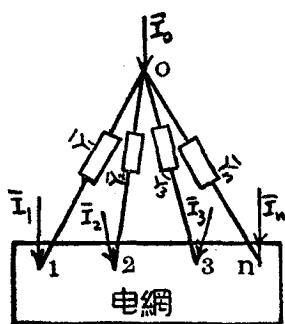


圖 2 甲

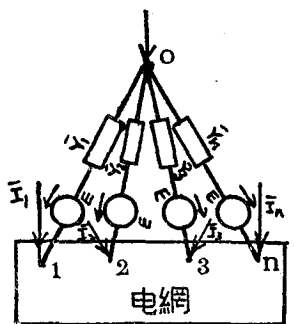


圖 2 乙

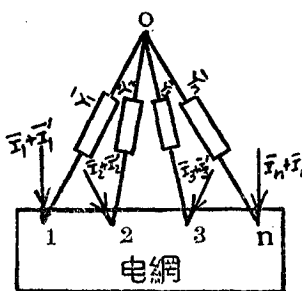


圖 2 丙

結點為  $1, 2, 3, \dots, n$  等點,  $O1, O2, O3, \dots, On$  等支路中的導納各為  $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \bar{Y}_3, \dots, \bar{Y}_n$ , 電網的其餘部分用矩形表示。

茲分兩步討論。

第一步討論  $\bar{I}_0$  如何分移。試在  $O1, O2, O3, \dots, On$  等各支路中均加入一電動勢  $\bar{E}$ , 令  $\bar{E} = \bar{I}_0 / \sum_{k=1}^n \bar{Y}_k$ , 其方向一致自  $O$  向  $1, 2, 3, \dots, n$ , 如圖 2 乙所示, 然後按照諾頓定理,再將圖 2 乙電網中這些新加入的電動勢一概用其等值的電源電流代換,則  $1, 2, 3, \dots, n, O$  各點上各增加電源電流  $\bar{I}'_1, \bar{I}'_2, \bar{I}'_3, \dots, \bar{I}'_n, \bar{I}'_0$ , 其值如下:

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}'_1 &= \bar{E}\bar{Y}_1 = \frac{\bar{I}_0\bar{Y}_1}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}, \\ \bar{I}'_2 &= \bar{E}\bar{Y}_2 = \frac{\bar{I}_0\bar{Y}_2}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}, \\ \bar{I}'_3 &= \bar{E}\bar{Y}_3 = \frac{\bar{I}_0\bar{Y}_3}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}, \\ &\dots\dots\dots \\ \bar{I}'_n &= \bar{E}\bar{Y}_n = \frac{\bar{I}_0\bar{Y}_n}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\bar{I}'_0 = -\bar{E}\bar{Y}_1 - \bar{E}\bar{Y}_2 - \bar{E}\bar{Y}_3 \dots - \bar{E}\bar{Y}_n = -\bar{E} \sum_{K=1}^n \bar{Y}_K = -\bar{I}_0.$$

因  $O$  點上原有電源電流  $\bar{I}_0$ ，故  $O$  點總的電源電流是

$$\bar{I}_0 + \bar{I}'_0 = \bar{I}_0 - \bar{I}_0 = 0.$$

這樣便化成了如圖 2 丙所示的電網。今將它與原來圖 2 甲電網比較，可見原來  $O$  點上的電源電流  $\bar{I}_0$  已按式 (1) 的比例分移至與  $O$  點相連的各結點上。

然後第二步討論如此分移後電網中各結點電勢之變化，即圖 2 甲電網改變為圖 2 丙電網後各結點電勢之變化。

由於圖 2 乙電網中的各電動勢化成圖 2 丙電網中的各等值電源電流是按諾頓定理代換的，電網中各結點的電勢均未變動，因此現在剩下來需要討論的只是從圖 2 甲電網改變為圖 2 乙電網後各結點電勢之變化。

根據重疊定理，圖 2 乙電網中各結點的電勢都可以看作是兩部分電勢之和，其中一部分是由原來電網中各電源所產生的各該結點的電勢（如圖 2 甲電網），另一部分是由這些新加入的電動勢所產生的各該結點的電勢（如圖 2 丁電網），因此，圖 2 甲電網改變為圖 2 乙電網後各結點電勢所增加的數值就等於圖 2 丁電網中各該結點的電勢。

今應用迴路電流法來分析圖 2 丁電網，在這電網中的各迴路只能有下面的兩種情況：凡是不通過  $O$  點的迴路

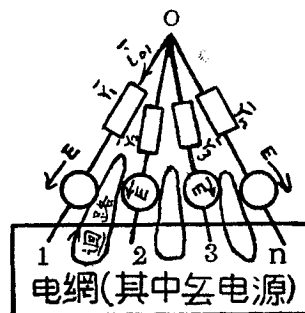


圖 2 丁

(圖中未畫出) 都不含電動勢; 凡是通過  $O$  點的迴路 (如  $1 O 2 \cdots 1$  等迴路) 均含有數值相等而方向相反 (依迴路的方向) 的兩個電動勢, 其作用結果互相抵消. 因此, 若該電網中有  $m$  個獨立迴路, 則我們按基爾霍夫第二定理將列出  $m$  個無電源的迴路方程. 要解這聯立方程, 無疑問地各迴路的電流都必為零. 因此, 各支路中的電流以及導納上的電壓降都必為零. 於是圖 2 丁電網中各結點的電勢就可找出:

$$\text{由 } O1 \text{ 支路: } \bar{V}_0 - \bar{V}_1 = \frac{\bar{I}_{O1}}{\bar{Y}_1} - \bar{E} = 0 - \bar{E} = -\bar{E}$$

同樣由  $O2, \cdots, On$  等支路, 可知  $\bar{V}_0$  都比  $\bar{V}_2, \bar{V}_3, \cdots, \bar{V}_n$  等低了  $\bar{E}$  值.

這時電網其餘部分 (如矩形所示) 中各結點 (包括  $1, 2, 3, \cdots n$  以及圖中未畫出的其他結點) 的電勢均應相等, 因其中既無電動勢, 又無電壓降.

今設以結點 1 為參考點, 令其電勢為零, 則  $O$  點的電勢為  $-\bar{E}$ , 而  $2, 3, \cdots n$  以及電網中其他結點的電勢均應為零.

由此證得, 圖 2 甲電網改變為圖 2 乙電網後, 只有  $O$  點的電勢增加  $-\bar{E}$ , 換句話說, 即是降低  $\bar{E}$ , 亦即降低  $\frac{\bar{I}_0}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}$  (前面假設  $\bar{E} = \frac{\bar{I}_0}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}$ ), 而其餘各結點的電勢均不變.

歸納上面的討論, 可得下面的定理.

**定理 1.** 電網中任一結點  $O$  的電源電流  $\bar{I}_0$  如果按照  $\frac{\bar{I}_0 \bar{Y}_1}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}, \frac{\bar{I}_0 \bar{Y}_2}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K},$

$\frac{\bar{I}_0 \bar{Y}_3}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}, \cdots, \frac{\bar{I}_0 \bar{Y}_n}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}$  (即式 1) 的比例分移至與該點相連的  $1, 2, 3, \cdots n$ , 等各結點上 ( $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2, \bar{Y}_3, \cdots, \bar{Y}_n$ , 各為  $O1, O2, O3, \cdots, On$  支路中的導納), 則電網中只有  $O$  點的電勢降低  $\frac{\bar{I}_0}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}$ , 而其餘各結點的電勢均保持不變.

這一定理對於解電網有下面兩點應用:

(1) 含電源電路的變形——電路變形的目的在使電網簡化, 以便求解. 要使電網中結點的數目減少, 就須將電網中的星形電路改變為網形電路, 變形的條件是: 除變形部分的結點外, 電網中所有其他結點的電勢均須保持不變.

關於電網中不含電源的星形電路, 如圖 3 甲所示的  $O-1 2 3 \cdots n$  星形電路 (其中  $n$  可為 2 以上的任何整數), 根據電路變形法<sup>1)</sup>, 可用圖 3 乙所示的等值網形電路代換,

1) 參考克魯克著俞大光等譯電工原理下冊第 128 頁.

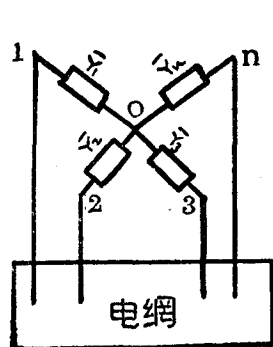


圖 3 甲

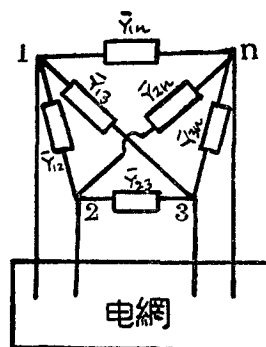


圖 3 乙

其中每二結點間均有一等值導納，其值如下：

$$\bar{Y}_{uv} = \frac{\bar{Y}_u \bar{Y}_v}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}; \quad (2)$$

式中  $\bar{Y}_{uv}$  為等值網形電路中任意二結點  $u, v$  間等值導納， $\bar{Y}_u, \bar{Y}_v$  為星形電路中  $uO, vO$  結點間導納， $\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \cdots + \bar{Y}_n$ 。

至於含電源的星形電路的變形：由於電網中的電動勢都可按諾頓定理用等值的電源電流代換，在代換後的電網中，各支路中將不再含電源，而在結點上才有電源。因此，星形電路中唯一可能含有的電源就是星形中點  $O$  上的電源電流  $\bar{I}_0$ ，如圖 2 甲所示情形。在變形時，可先將它按式 (1) 分移至  $1, 2, 3, \cdots n$  各結點上，這樣做是合着變形的條件，因為根據定理 1，除變形部分的  $O$  點外，電網中其餘各結點的電勢均未變動。而在  $\bar{I}_0$  分移後，於是如圖 2 丙所示情形，該星形電路中就變為不含電源了，然後可按上述電路變形法將它改變為網形電路，使星形中點化去。

(2) 求變形前電網中星形中點的電勢——在不含電源的星形電路改變為網形電路時（如圖 3），星形中點的電勢與網形各頂點的電勢有如下的關係<sup>1)</sup>：

$$\bar{V}_0 = \frac{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K \bar{V}_K}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}. \quad (3)$$

至於含電源的星形電路變形時，因星形中點的電源電流  $\bar{I}_0$  須按 (1) 分移至網形各頂點上，根據定理 1，該結點電勢因而降低  $\frac{\bar{I}_0}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}$ ，因此，變形前電網中該結點電勢

1) 參考克魯克著俞大光等譯電工原理下冊第 128 頁。

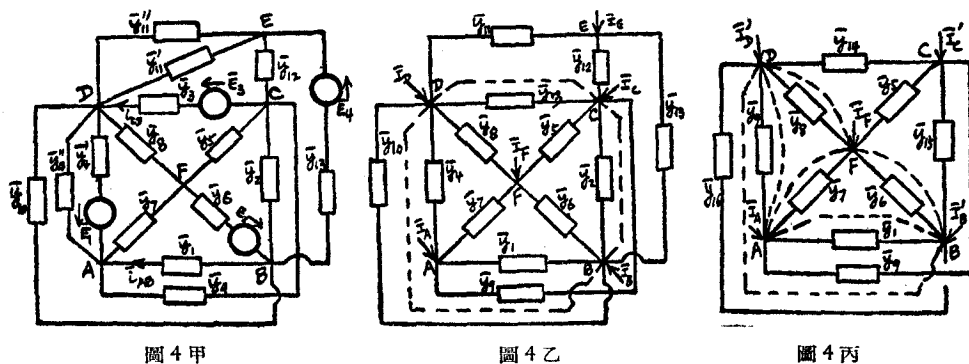
$$\bar{V}'_0 = \bar{V}_0 + \frac{\bar{I}_0}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K} = \frac{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K \bar{V}_K + \bar{I}_0}{\sum_{K=1}^n \bar{Y}_K}. \quad (3)'$$

用此式，電網返原時就可求得變形時被化去結點的電勢。

## (二) 解法

根據上面的原理，可得一種對於一切直線律電網都能普遍適用的解法。下面敘述這種解法的各步驟，並用圖 4 甲電網為例說明。

第一步：按照諾頓定理，將電網中電動勢一概用其等值的電源電流代替。如圖 4



甲電網中各電動勢化成圖 4 乙電網中各電源電流，其值：

$$\begin{aligned} \bar{I}_A &= \bar{E}_1 \bar{y}'_4, \quad \bar{I}_B = \bar{E}_2 \bar{y}_6 - \bar{E}_4 \bar{y}_{13}, \quad \bar{I}_C = -\bar{E}_3 \bar{y}_3, \quad \bar{I}_D = \bar{E}_3 \bar{y}_3 - \bar{E}_1 \bar{y}'_4, \\ \bar{I}_E &= \bar{E}_4 \bar{y}_{13}, \quad \bar{I}_F = -\bar{E}_2 \bar{y}_6. \end{aligned}$$

第二步：將電網化簡為任意二結點間的一等值支路，以求這兩結點的電勢差——化簡的方法是首先將電網中所有的並聯支路合併：

如圖 4 甲電網，將其中  $AD$  及  $DE$  間並聯支路合併。

其等值導納（圖 4 乙中所示）： $\bar{y}_4 = \bar{y}'_4 + \bar{y}'_4$        $\bar{y}_{11} = \bar{y}'_{11} + \bar{y}'_{11}$ 。

其次，在電網中選擇一個準備化去的結點，這點可為電網中任一點，但為運算簡便起見，應選擇一個星形支路最少的結點（如圖 4 乙中的  $E$  點），如果所選擇的結點上有電源電流，就將它按式 (1) 分移至與該結點相連的各結點上，同時再將該結點為中心的星形電路改變為等值的網形電路，如此就可將該點化去，然後將變形後所形成的各並聯支路合併。再應用同樣的方法，可以將電網中其他的結點逐點化去，直至最後只剩下兩個結點和其間的一等值支路為止。

如圖 4 乙電網，化去其中  $E$  點：

按式 (1):  $\bar{I}_E$  分移至  $B$  點值  $\bar{I}_{EB} = \frac{\bar{y}_{13}\bar{I}_E}{\bar{y}_E}$ ; ( $\bar{Y}_E = \bar{y}_{11} + \bar{y}_{12} + \bar{y}_{13}$ )

$\bar{I}_E$  分移至  $C$  點值  $\bar{I}_{EC} = \frac{\bar{y}_{12}\bar{I}_E}{\bar{y}_E}$ ;

$\bar{I}_E$  分移至  $D$  點值  $\bar{I}_{ED} = \frac{\bar{y}_{11}\bar{I}_E}{\bar{y}_E}$ .

於是  $B, C, D$  各點上電源電流總值 (如圖 4 丙所示) 如下:

$$\bar{I}'_B = \bar{I}_B + \bar{I}_{EB}, \quad \bar{I}'_C = \bar{I}_C + \bar{I}_{EC}, \quad \bar{I}'_D = \bar{I}_D + \bar{I}_{ED}.$$

再將星形  $E-BCD$  化成網形  $BCD$ .

按式 (2) 可求得各等值導納 (圖 4 乙中虛線):

$$\bar{y}_{BC} = \frac{\bar{y}_{12}\bar{y}_{13}}{\bar{y}_E}, \quad \bar{y}_{CD} = \frac{\bar{y}_{12}\bar{y}_{11}}{\bar{y}_E}, \quad \bar{y}_{BD} = \frac{\bar{y}_{11}\bar{y}_{13}}{\bar{y}_E}.$$

再將  $BC, CD, BD$  間並聯支路合併:

$$\bar{y}_{15} = \bar{y}_2 + \bar{y}_{BC}, \quad \bar{y}_{14} = \bar{y}_3 + \bar{y}_{CD}, \quad \bar{y}_{16} = \bar{y}_{10} + \bar{y}_{BD}.$$

於是化成圖 4 丙電網. 再化去其中  $C$  點:

按式 (1),  $\bar{I}'_C$  分移至  $A, B, D, F$  等點值:

$$\bar{I}_{CA} = \frac{\bar{y}_9\bar{I}'_C}{\bar{y}_C}, \quad \bar{I}_{CB} = \frac{\bar{y}_{15}\bar{I}'_C}{\bar{y}_C}, \quad \bar{I}_{CD} = \frac{\bar{y}_{14}\bar{I}'_C}{\bar{y}_C}, \quad \bar{I}_{CF} = \frac{\bar{y}_5\bar{I}'_C}{\bar{y}_C}.$$

$$(\bar{y}_C = \bar{y}_9 + \bar{y}_{15} + \bar{y}_{14} + \bar{y}_5).$$

於是  $A, B, D, F$  各點上電源電流總值 (如圖 4 丁所示) 如下:

$$\bar{I}''_A = \bar{I}_A + \bar{I}_{CA}, \quad \bar{I}''_B = \bar{I}_B + \bar{I}_{CB}, \quad \bar{I}''_D = \bar{I}_D + \bar{I}_{CD}, \quad \bar{I}''_F = \bar{I}_F + \bar{I}_{CF}.$$

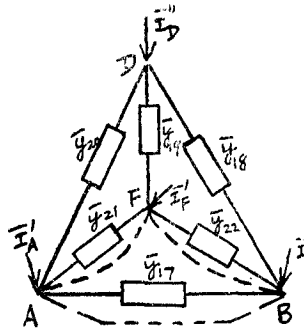


圖 4 丁

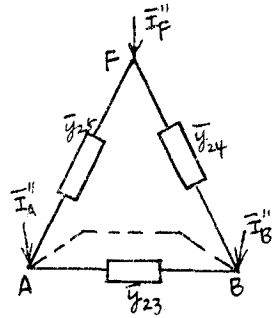


圖 4 戊

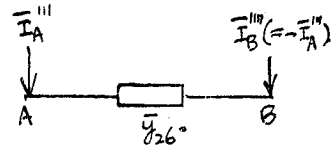


圖 4 己

再將星形  $C-ABDF$  化成網形  $ABDF$ .

按式 (2) 可求得各等值導納 (圖 4 丙中虛線) 如下:

$$\begin{aligned}\bar{y}_{AB} &= \frac{\bar{y}_9 \bar{y}_{15}}{\bar{y}_C}, & \bar{y}_{BD} &= \frac{\bar{y}_{15} \bar{y}_{14}}{\bar{y}_C}, & \bar{y}_{DF} &= \frac{\bar{y}_{14} \bar{y}_5}{\bar{y}_C}, \\ \bar{y}_{AD} &= \frac{\bar{y}_9 \bar{y}_{14}}{\bar{y}_C}, & \bar{y}_{AF} &= \frac{\bar{y}_9 \bar{y}_5}{\bar{y}_C}, & \bar{y}_{BF} &= \frac{\bar{y}_{15} \bar{y}_5}{\bar{y}_C}.\end{aligned}$$

將  $AB, BD, DF, AD, AF, BF$  間並聯支路合併:

$$\begin{aligned}\bar{y}_{17} &= \bar{y}_1 + \bar{y}_{AB}, & \bar{y}_{18} &= \bar{y}_{16} + \bar{y}_{BD}, & \bar{y}_{19} &= \bar{y}_8 + \bar{y}_{DF}, \\ \bar{y}_{20} &= \bar{y}_4 + \bar{y}_{AD}, & \bar{y}_{21} &= \bar{y}_7 + \bar{y}_{AF}, & \bar{y}_{22} &= \bar{y}_6 + \bar{y}_{BF}.\end{aligned}$$

於是化成圖 4 丁電網。再化去其中  $D$  點:

按式 (1),  $\bar{I}_D''$  分移至  $A, B, F$  各點值:

$$\bar{I}_{DA} = \frac{\bar{y}_{20} \bar{I}_D''}{\bar{y}_D}, \quad \bar{I}_{DB} = \frac{\bar{y}_{18} \bar{I}_D''}{\bar{y}_D}, \quad \bar{I}_{DF} = \frac{\bar{y}_{19} \bar{I}_D''}{\bar{y}_D}. \quad (\bar{y}_D = \bar{y}_{18} + \bar{y}_{19} + \bar{y}_{20}).$$

於是, 如圖 4 戊所示,  $\bar{I}_A'' = \bar{I}_A' + \bar{I}_{DA}$ ,  $\bar{I}_B'' = \bar{I}_B' + \bar{I}_{DB}$ ,  $\bar{I}_F'' = \bar{I}_F' + \bar{I}_{DF}$ . 再將星形  $D-A B F$  化成網形  $A B F$ : 按式 (2), 各等值導納 (圖 4 丁中虛線):

$$\bar{y}_{AB} = \frac{\bar{y}_{18} \bar{y}_{20}}{\bar{y}_D}, \quad \bar{y}_{BF} = \frac{\bar{y}_{18} \bar{y}_{19}}{\bar{y}_D}, \quad \bar{y}_{AF} = \frac{\bar{y}_{19} \bar{y}_{20}}{\bar{y}_D}.$$

再將各並聯支路合併:

$$\bar{y}_{23} = \bar{y}_{17} + \bar{y}_{AB}, \quad \bar{y}_{24} = \bar{y}_{22} + \bar{y}_{BF}, \quad \bar{y}_{25} = \bar{y}_{21} + \bar{y}_{AF}.$$

於是化成圖 4 戊電網, 再化去其中  $F$  點:

按式 (1),  $\bar{I}_F''$  分移至  $A, B$  二點值:

$$\bar{I}_{FA} = \frac{\bar{y}_{25} \bar{I}_F''}{\bar{y}_{24} + \bar{y}_{25}}, \quad \bar{I}_{FB} = \frac{\bar{y}_{24} \bar{I}_F''}{\bar{y}_{24} + \bar{y}_{25}}.$$

於是  $AB$  兩點上電源電流總值 (如圖 4 戊所示) 如下:

$$\bar{I}_A''' = \bar{I}_A'' + \bar{I}_{FA}, \quad \bar{I}_B''' = \bar{I}_B'' + \bar{I}_{FB};$$

其中  $\bar{I}_B''' = -\bar{I}_A'''$  (因電網中各電源電流總和恆為零).

再將串聯之  $FA$  及  $FB$  支路合併 (相當於  $n=2$  的星形電路), 按式 (2), 其等值導納 (圖 4 戊中虛線):  $\bar{y} = \frac{\bar{y}_{24} \bar{y}_{25}}{\bar{y}_{24} + \bar{y}_{25}}$ , 再將  $AB$  間並聯導納合併 (圖 4 己所示):

$$\bar{y}_{26} = \bar{y}_{23} + \bar{y}$$

當電網最後化簡為一等值支路後, 其中將含一等值導納和一對數值相等而方向相反的等值電源電流 (如圖 4 己所示), 可設該支路的一端點電勢為零 (因解電網只須求



各結點電勢間的相互關係，故可設其中任一點的電勢為零，以使用此點為參考點來計算其他各結點的電勢），則另一點的電勢即可算出。

如圖 4 己的等值支路，設  $\bar{V}_B = 0$ ，則  $\bar{V}_A = \frac{\bar{I}_A''}{y_{26}}$ 。

第三步：將電網返原為原來電網，以計算其中各結點的電勢——這一步驟就是按照上一步驟內電網化簡的相反程序，應用式 (3)' 推算每次變形時被化去結點在變形前電網中的電勢，直至原來電網中各結點的電勢全部算出為止。

如圖 4 己至 4 戊。按式 (3)'，

$$\bar{V}_F = \frac{\bar{y}_{25}\bar{V}_A + \bar{y}_{24}\bar{V}_B + \bar{I}_F''}{\bar{y}_{24} + \bar{y}_{25}};$$

$$\text{圖 4 戊至圖 4 丁: } \bar{V}_D = \frac{\bar{y}_{20}\bar{V}_A + \bar{y}_{18}\bar{V}_B + \bar{y}_{19}\bar{V}_F + \bar{I}_D''}{\bar{y}_{18} + \bar{y}_{19} + \bar{y}_{20}};$$

$$\text{圖 4 丁至圖 4 丙: } \bar{V}_C = \frac{\bar{y}_9\bar{V}_A + \bar{y}_{15}\bar{V}_B + \bar{y}_5\bar{V}_F + \bar{y}_{14}\bar{V}_D + \bar{I}_C'}{\bar{y}_9 + \bar{y}_{15} + \bar{y}_5 + \bar{y}_{14}};$$

$$\text{圖 4 丙至圖 4 乙: } \bar{V}_E = \frac{\bar{y}_{11}\bar{V}_D + \bar{y}_{12}\bar{V}_C + \bar{y}_{13}\bar{V}_B + \bar{I}_E}{\bar{y}_{11} + \bar{y}_{12} + \bar{y}_{13}}.$$

於是原來圖 4 甲電網中各結點的電勢均已求得。

第四步：計算原來電網中各支路中電流。

對於不含電動勢的支路，如圖 4 甲中  $AB$  支路， $\bar{i}_{AB} = (\bar{V}_A - \bar{V}_B)\bar{y}_1$

對於含電動勢的支路，如圖 4 甲中  $CD$  支路  $\bar{i}_{CD} = (\bar{V}_C - \bar{V}_D + \bar{E}_3)\bar{y}_3$

同樣可計算其他各支路中電流。

## 二. 只含一個電動勢電網的特殊解法

為了便利說明這種解法的特點及其所依據的原理起見，茲先解釋“分移係數”這一名詞的定義如下：

從一般電網解法的第二步驟中，可以看到：在電網化簡為一等值支路的過程中，除該支路的兩端點外，原來電網中其他各結點上的電源電流按式 (1) 分移過若干次，最後都必分移至該等值支路的兩端點上。今設該等值支路的兩端點為  $A, B$ ，原來電網中某結點  $K$  上有單位電源電流  $(1 + jo)$  安，如果在電網化簡的過程中，按照式 (1) 分移，其最後分移至  $A$  點的數值稱為  $K$  點（向  $AB$  分移）對  $A$  點的分移係數，以符號  $\bar{\delta}_{KA}$  表之；其最後分移至  $B$  點的數值稱為  $K$  點（向  $AB$  分移）對  $B$  點的分移係數，以符號  $\bar{\delta}_{KB}$  表之。

## (一) 原理

**定理 2.** 在只含一個電動勢的電網中, 設含電動勢支路的兩端點  $A, B$  中一點  $B$  的電勢為零, 則電網中任一點  $K$  的電勢就等於  $K$  點 (向  $A, B$  分移) 對  $A$  點的分移係數乘以  $A$  點的電勢. 即  $\bar{V}_K = \bar{\delta}_{KA} \bar{V}_A$ .

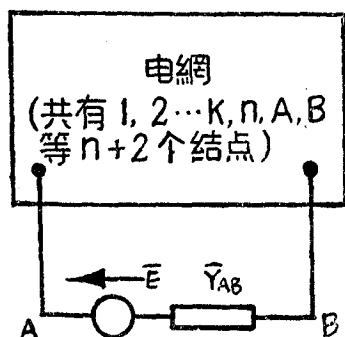


圖 5

[證明] 設圖 5 電網中只有  $AB$  支路含電動勢, 電網中共有  $1, 2, \dots, K, \dots, n, A, B$  等  $n+2$  個結點, 每二結點間有一導納, 令  $\bar{Y}_{12}$  表  $1, 2$  結點間導納, 餘類推. 令  $\bar{Y}_{11} = \bar{Y}_{12} + \dots + \bar{Y}_{1K} + \dots + \bar{Y}_{1n} + \bar{Y}_{1A} + \bar{Y}_{1B}$ , 餘類推.

今將證明分兩步進行.

第一步討論各結點 (向  $A, B$  分移) 對  $A$  點的分移係數.

設先討論結點 1, 假定該點上有單位電源電流, 按式 (1), 可將它分移至  $2, \dots, K, \dots, n, A, B$  各結點上, 其值各為  $\frac{\bar{Y}_{12}}{\bar{Y}_{11}}, \dots, \frac{\bar{Y}_{1K}}{\bar{Y}_{11}}, \dots, \frac{\bar{Y}_{1n}}{\bar{Y}_{11}}, \frac{\bar{Y}_{1A}}{\bar{Y}_{11}}, \frac{\bar{Y}_{1B}}{\bar{Y}_{11}}$ .

根據分移係數的定義, 當電網化為  $AB$  間的等值支路時, 結點 2 上單位電源電流最後分移至  $A$  點的數值為  $\bar{\delta}_{2A}$ , 今結點 2 上有電源電流  $\frac{\bar{Y}_{12}}{\bar{Y}_{11}}$ , 故其最後分移至  $A$  點值為  $\frac{\bar{Y}_{12} \bar{\delta}_{2A}}{\bar{Y}_{11}}$ .

其餘各點照此類推.

因此, 當電網化簡為  $AB$  等值支路時, 結點 1 上單位電源電流最後分移至  $A$  點的數值

$$\bar{\delta}_{1A} = \frac{\bar{Y}_{12} \bar{\delta}_{2A}}{\bar{Y}_{11}} + \dots + \frac{\bar{Y}_{1K} \bar{\delta}_{KA}}{\bar{Y}_{11}} + \dots + \frac{\bar{Y}_{1n} \bar{\delta}_{nA}}{\bar{Y}_{11}} + \frac{\bar{Y}_{1A} \bar{\delta}_{AA}}{\bar{Y}_{11}} + \frac{\bar{Y}_{1B} \bar{\delta}_{BA}}{\bar{Y}_{11}}. \quad (4)$$

因在電網化為  $AB$  等值支路的過程中,  $A, B$  二點上的電源電流始終不會移動, 故

$$\bar{\delta}_{AA} \equiv 1 \quad \bar{\delta}_{BA} \equiv 0. \quad (5)$$

將式 (5) 代入式 (4), 並加予整理, 得

$$\left. \begin{aligned} & \bar{Y}_{11} \bar{\delta}_{1A} - \bar{Y}_{12} \bar{\delta}_{2A} \dots - \bar{Y}_{1K} \bar{\delta}_{KA} \dots - \bar{Y}_{1n} \bar{\delta}_{nA} = \bar{Y}_{1A}; \\ & \text{同理, 討論結點 } 2 \dots K \dots n \text{ 可得下列各式:} \\ & -\bar{Y}_{21} \bar{\delta}_{1A} + \bar{Y}_{22} \bar{\delta}_{2A} \dots - \bar{Y}_{2K} \bar{\delta}_{KA} \dots - \bar{Y}_{2n} \bar{\delta}_{nA} = \bar{Y}_{2A}, \\ & \dots \dots \dots \\ & -\bar{Y}_{K1} \bar{\delta}_{1A} - \bar{Y}_{K2} \bar{\delta}_{2A} \dots + \bar{Y}_{KK} \bar{\delta}_{KA} \dots - \bar{Y}_{Kn} \bar{\delta}_{nA} = \bar{Y}_{KA}, \\ & \dots \dots \dots \\ & -\bar{Y}_{n1} \bar{\delta}_{1A} - \bar{Y}_{n2} \bar{\delta}_{2A} \dots - \bar{Y}_{nK} \bar{\delta}_{KA} \dots + \bar{Y}_{nn} \bar{\delta}_{nA} = \bar{Y}_{nA}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$



能求得  $A, B$  兩點的電勢差和各結點 (向  $A, B$  分移) 對  $A$  點的分移係數, 就能由式 (11) 直接算出電網中各結點的電勢。至於上面兩者的推求, 參考前面所述的一般電網解法, 我們可將電網化簡為  $A, B$  間的一等值支路, 以求得  $A, B$  兩點的電勢差, 若在電網化簡前, 在電網各結點上都假設一單位電源電流, 那麼當電網化簡為  $AB$  等值支路時, 這些電源電流最後都分移至  $A, B$  兩點上, 於是各結點 (向  $A, B$  分移) 對  $A$  點的分移係數也就可同時求得, 因此, 對於只含一個電動勢的電網, 我們就無須再將電網返原以求其中各結點的電勢, 這樣就使解法進一步簡化了。

下面用圖 6 甲電網為例以說明這種解法的具體進行步驟:

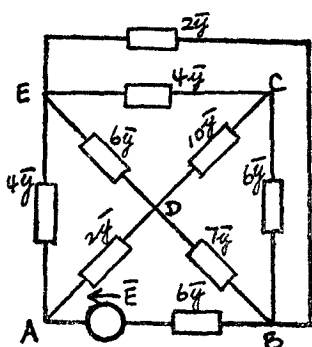


圖 6 甲

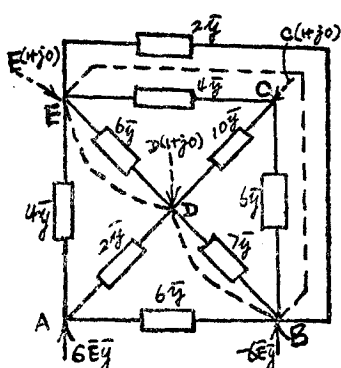


圖 6 乙

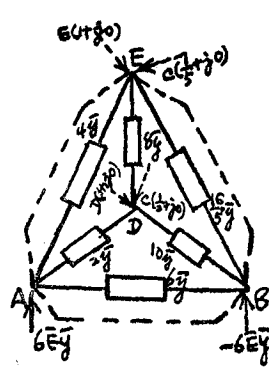


圖 6 丙

第一步按諾頓定理, 將  $AB$  支路中的電動勢  $\bar{E}$  化成  $A, B$  兩點上的電源電流, 於是

$$\bar{I}_A = \bar{E}(6\bar{y}) = 6\bar{E}\bar{y}, \quad \bar{I}_B = -6\bar{E}\bar{y},$$

並在其他  $C, D, E$  各結點上各設有一虛的單位電源電流, 並註以各點的符號, 寫成  $C(1+j0), D(1+j0), E(1+j0)$  如圖 6 乙所示。

第二步按照前面一般電網解法的第二步驟內所述的方法, 將圖 6 乙電網中  $C, D, E$  等點逐點化去, 使電網化簡為  $A, B$  間的一等值支路: 在化簡過程中, 當某結點要化去時, 其上的虛電源電流如真電源電流一樣仍按式 (1) 分移。此外, 在電網化簡前, 最好先設定  $B$  點 (若設  $A$  點亦可) 的電勢為零, 那麼在化簡過程中, 凡是分移到  $B$  點上的虛電源電流都不必計算, 因為根據定理 2, 各結點 (向  $A, B$  分移) 對  $B$  點 (電勢為零的一點) 的分移係數是不必求的。

如圖 6 乙電網, 化去其中  $C$  點:

$$\begin{aligned} \text{按式 (1): } C \text{ 點上虛電源電流分移至 } D \text{ 點值} &= \frac{10\bar{y}}{4\bar{y} + 10\bar{y} + 6\bar{y}} C(1+j0) = \\ &= C\left(\frac{1}{2} + j0\right); \end{aligned}$$

$$C \text{ 點上虛電源電流分移至 } E \text{ 點值} = \frac{4\bar{y}}{4\bar{y} + 10\bar{y} + 6\bar{y}} C(1 + jo) = C\left(\frac{1}{5} + jo\right);$$

於是  $D, E$  點上均有不同符號的兩個虛電源電流 (如圖 6 丙所示), 不可將其合併為一, 以免混淆。

再將星形  $C-BDE$  化成網形  $BDE$ , 按式 (2) 可求得各等值導納:

$$\bar{Y}_{BD} = 3\bar{y}, \quad \bar{Y}_{DE} = 2\bar{y}, \quad \bar{Y}_{EB} = \frac{6}{5}\bar{y}. \quad (\text{圖 6 乙虛線})$$

將  $BD, DE, EB$  間並聯導納合併, 其值各為  $10\bar{y}, 8\bar{y}, \frac{16}{5}\bar{y}$ .

於是化成圖 6 丙電網, 再化去其中  $D$  點:

按式 (1):  $D$  點上各虛電源電流分移至  $A$  點值

$$\begin{aligned} &= \frac{2\bar{y}}{2\bar{y} + 8\bar{y} + 10\bar{y}} \left[ D(1 + jo) + C\left(\frac{1}{2} + jo\right) \right] = \\ &= D\left(\frac{1}{10} + jo\right) + C\left(\frac{1}{20} + jo\right); \end{aligned}$$

$D$  點上各虛電源電流分移至  $E$  點值

$$\begin{aligned} &= \frac{8\bar{y}}{2\bar{y} + 8\bar{y} + 10\bar{y}} \left[ D(1 + jo) + C\left(\frac{1}{2} + jo\right) \right] = \\ &= D\left(\frac{2}{5} + jo\right) + C\left(\frac{1}{5} + jo\right). \end{aligned}$$

$E$  點上原有  $C\left(\frac{1}{5} + jo\right)$ , 今又分移來  $C\left(\frac{1}{5} + jo\right)$ , 合併為  $C\left(\frac{2}{5} + jo\right)$ , 再將星

形  $D-ABE$  化成網形  $ABE$ , 按式 (2) 可求得各等值導納:

$$\bar{Y}_{AB} = \bar{y}, \quad \bar{Y}_{BE} = 4\bar{y}, \quad \bar{Y}_{AE} = \frac{4}{5}\bar{y}.$$

(圖 6 丙虛線)

將  $AB, BE, AE$  間並聯導納合併, 其值各為

$$7\bar{y}, \frac{36}{5}\bar{y}, \frac{24}{5}\bar{y}.$$

於是化成圖 6 丁電網, 再化去其中  $E$  點:

按式 (1),  $E$  點上各虛電源電流分移至  $A$  點值

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{24}{5}\bar{y}}{\frac{24}{5}\bar{y} + \frac{36}{5}\bar{y}} \left[ E(1 + jo) + D\left(\frac{2}{5} + jo\right) + C\left(\frac{2}{5} + jo\right) \right] = E\left(\frac{2}{5} + jo\right) + \end{aligned}$$

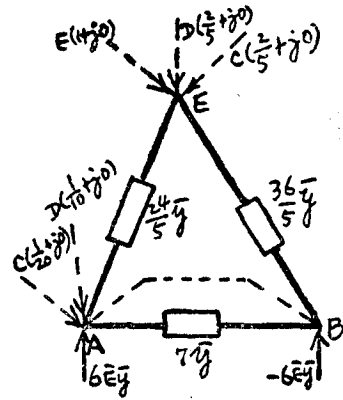


圖 6 丁

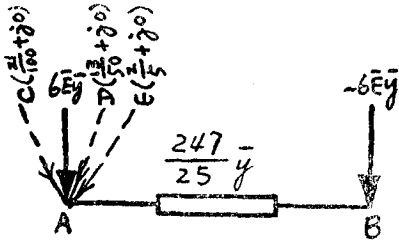


圖 6 戊

$$+ D \left( \frac{4}{25} + jo \right) + C \left( \frac{4}{25} + jo \right).$$

於是  $A$  點上總共之虛電源電流 (圖 6 戊中所示) 等於

$$\left[ D \left( \frac{1}{10} + jo \right) + C \left( \frac{1}{20} + jo \right) \right] + \left[ E \left( \frac{2}{5} + jo \right) + D \left( \frac{4}{25} + jo \right) + C \left( \frac{4}{25} + jo \right) \right] = E \left( \frac{2}{5} + jo \right) + D \left( \frac{13}{50} + jo \right) + C \left( \frac{21}{100} + jo \right).$$

再將  $EA$  及  $EB$  串聯導納合併, 按式 (2), 其等值導納為  $\frac{72}{25} \bar{y}$  (圖 6 丁虛線). 再將  $AB$  間並聯導納合併, 其值為  $\frac{247}{25} \bar{y}$ .

於是化成如圖 6 戊所示的等值支路, 其中含一等值導納和  $A, B$  兩點上的一對真電源電流. 此外,  $A$  點上還有各種符號的虛電源電流, 由於它們是由各結點上單位虛電源電流分移來的, 按照分移係數的定義,

$$\bar{\delta}_{CA} = \frac{21}{100}, \quad \bar{\delta}_{DA} = \frac{13}{50}, \quad \bar{\delta}_{EA} = \frac{2}{5}.$$

因前設  $\bar{V}_B = 0$ , 故

$$\bar{V}_A = 6\bar{E}\bar{y} \div \frac{247}{25} \bar{y} = \frac{150}{247} \bar{E}.$$

根據定理 2 (式 11), 可得

$$\bar{V}_C = \bar{\delta}_{CA} \bar{V}_A = \frac{63}{494} \bar{E}$$

$$\bar{V}_D = \bar{\delta}_{DA} \bar{V}_A = \frac{39}{247} \bar{E} \quad \bar{V}_E = \bar{\delta}_{EA} \bar{V}_A = \frac{60}{247} \bar{E}$$

第三步: 利用已求得的各結點電勢以計算原來圖 6 甲電網中各支路的電流.

## A METHOD FOR SOLVING ELECTRIC NETWORK

TsOU JUI

(Hua-Chung Engineering College)

### ABSTRACT

In this paper a method for solving electric network is suggested. By this method, the solution of the network may be found conveniently without solving simultaneous equations.

This paper consists of two parts. The first part deals with the method for solving the general linear network. The procedure of which is, firstly, to replace the e.m.f.s. in the network by an equivalent source of currents; secondly, to eliminate the joints of the network one by one until the network transforms into an equivalent branch for finding the potential difference between the terminals of this branch; thirdly, to restore the equivalent branch to original network for finding the potentials of all joints of the network; finally, we can calculate the currents of the branches of the network easily. The second part deals with the special method for solving the linear network which contains only one e.m.f. The difference between this method and the former one is that the proceeding of restoring the equivalent branch to original network in this method may be omitted. In order to omit this proceeding, it is necessary to assume a certain amount of current source on every joint of the network before the transformation of the network. Therefore, when the network transforms into an equivalent branch, we may find the potentials of all joints of a network which contains only one e.m.f.