

中子躍遷時放出的電多極輻射*

朱 洪 元

(中國科學院物理研究所)

魏斯考勃夫^[1]、莫斯科夫斯基^[2]和斯得舒^[3]按照單粒子模型討論了原子核放出 γ 光子的躍遷幾率。斯得舒詳細地討論了核子的反常磁矩在 γ 衰變過程中的作用。運動着的磁矩呈現與 $\frac{v}{C}$ 成正比的電矩，其中 v 為運動着的磁矩的速率， C 為光速。反常磁矩的作用可以在哈密頓量中加入如下的附加項：

$$\frac{e\mu\hbar}{2MC} \{-\beta\sigma\cdot\mathbf{H} + i\beta\alpha\cdot\mathbf{E}\}, \quad (1)$$

加以現象性的描述。其中 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 代表電磁場強度； e 代表電子電荷； M 代表核子質量； $\hbar$ 代表蒲朗克常數除以 2π ； 2μ 代表反常迴轉磁比率； α 、 β 、 σ 為狄拉克電子理論中常用的矩陣。由於這一相互作用的存在，中子不僅能放出磁多極輻射，也能夠放出電多極輻射。

魏斯考勃夫在考慮反常磁矩對電磁輻射的影響時，祇考慮了表式 (1) 中前面一部分

$$-\frac{e\mu\hbar}{2MC}\beta\sigma\cdot\mathbf{H} \quad (2)$$

的作用，而沒有考慮到表式 (1) 中後面一部分

$$\frac{ie\mu\hbar}{2MC}\beta\alpha\cdot\mathbf{E} \quad (3)$$

的作用。斯得舒認為：在中子躍遷而放出電多極輻射時，表式 (3) 所起的作用遠大於表式 (2) 所起的作用。因此用表式 (1) 求得的中子躍遷幾率大於魏斯考勃夫用表式 (2) 求得的中子躍遷幾率。

應該指出：斯得舒的估計是不正確的。在斯得舒的估計中，由於表式 (3) 中的相互作用項而產生的躍遷矩陣元以二項之差的形式出現。這二項的數量級相同，因此斯

* 1957 年 2 月 15 日收到。

得舒認為這二項之差也應該具有相同的數量級。事實上這二項幾乎相互消去，留下的剩餘項遠較原來二項中的任何一項為小，和表式 (2) 中的相互作用項所作的貢獻屬於相同的數量級。而且由於表式 (2) 和表式 (3) 中的相互作用項所作的貢獻符號相反，用表式 (1) 計算出的中子躍遷幾率並不比單用表式 (2) 計算出的中子躍遷幾率為大，這一結論可用下面的例子證實。

應用阿罕壽和別列斯捷茨基^[4]所採用的符號，代表角動量為 $L\hbar$ ，角動量在 z 軸方向的分量為 $M\hbar$ 的電多極光子，磁多極光子，縱光子和標量光子的四元矢位各為：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a}_{L,M}^{(1)} &= \sqrt{\frac{L}{2L+1}} g_{L+1}(kr) \mathbf{Y}_{L,L+1,M} + \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} g_{L-1}(kr) \mathbf{Y}_{L,L-1,M}, \\ \mathbf{a}_{L,M}^{(2)} &= g_L(kr) \mathbf{Y}_{L,L,M}, \\ \mathbf{a}_{L,M}^{(3)} &= -\sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} g_{L+1}(kr) \mathbf{Y}_{L,L+1,M} + \sqrt{\frac{L}{2L+1}} g_{L-1}(kr) \mathbf{Y}_{L,L-1,M}, \\ \mathbf{a}_{L,M}^{(4)} &= g_L(kr) Y_{L,M}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 k 代表光波的波數； $\mathbf{Y}_{L,M}$ 代表歸一化的球諧函數， $\mathbf{Y}_{L,L,M}(\theta, \varphi)$ 代表歸一化的立體球諧函數，而

$$g_L(kr) = (2\pi)^{\frac{3}{2}} (i)^L \frac{J_{L+\frac{1}{2}}(kr)}{\sqrt{kr}}, \quad (5)$$

J 代表 Bessel 函數。中子躍遷放出電多極輻射的幾率為：

$$W = \frac{\omega}{8\pi} \cdot \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \left(\frac{\mu_N \hbar k}{MC} \right)^2 |\langle \beta \boldsymbol{\sigma} \mathbf{a}_{L,M}^{(2)*} \rangle + \langle \beta \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle|^2, \quad (6)$$

其中 $\mu_N = -1.91$ ， ω 代表光波的週率。

設中子的始態和終態的角動量各為 $J_1\hbar$ 和 $J_2\hbar$ ，而且 $J_1 > J_2$ 。設相應的軌道角動量各為： $L_1\hbar = \left(J_1 - \frac{1}{2}\right)\hbar$ 和 $L_2\hbar = \left(J_2 - \frac{1}{2}\right)\hbar$ ，放出光子的角動量為 $L\hbar = (L_1 - L_2)\hbar$ 。並以

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \chi_1 \end{pmatrix} \quad \text{和} \quad \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \chi_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

代表中子始態和終態的波函數，則

$$\begin{aligned} \langle \beta \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle &= \int \varphi_2^* \sqrt{\frac{L}{2L+1}} g_{L+1}^*(kr) \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_{L,L+1,M}^* \chi_1 d\tau - \\ &\quad - \int \chi_2^* \sqrt{\frac{L}{2L+1}} g_{L+1}^*(kr) \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Y}_{L,L+1,M}^* \varphi_1 d\tau - \end{aligned}$$

$$- \int \chi_2^* \sqrt{\frac{L+1}{2L+1}} g_{L-1}^*(kr) \sigma Y_{L, L-1, M}^* \varphi_1 d\tau. \quad (8)$$

不難看出，式(8)右方前二項較後一項小一個因子 $(kR)^2$ 。其中 R 代表原子核的半徑。假使略去這種遠較主要項為微小的項不計，則

$$\begin{aligned} \langle \beta \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle &\cong - \langle \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle \cong \\ &\cong - \sqrt{\frac{L+1}{L}} \langle \mathbf{a}_{L,M}^{(3)*} \rangle = \\ &= - \sqrt{\frac{L+1}{L}} \langle \mathbf{a}^{(4)*} \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

在式(9)最後一步推論中應用了哈密頓量的規範不變性^[5]。從式(9)可以看出 $\langle \beta \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle$ 並不遠大於 $\langle \beta \sigma \mathbf{a}_{L,M}^{(2)*} \rangle$ 。二者具有同一數量級。

將中子的波函數分解為徑向部分和角的部分，然後將代表矩陣元的積分中的角的部分積分，使得：

$$\langle \beta \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle \cong - \frac{L+1}{L} \langle \beta \sigma \mathbf{a}_{L,M}^{(2)*} \rangle, \quad (10)$$

式(10)在 $J_{1,2} = L_{1,2} - \frac{1}{2}$ 或 $J_2 > J_1$ 時亦成立。式(10)具體地證明了 $\langle \beta \mathbf{a}_{L,M}^{(1)*} \rangle$ 和 $\langle \beta \sigma \mathbf{a}_{L,M}^{(2)*} \rangle$ 具有同一數量級，而且符號相反。因此根據表式(1)計算所得的中子躍遷幾率並不大於根據表式(2)計算所得的躍遷幾率。

參 考 文 獻

- [1] Weisskopf, V. F., *Phys. Rev.* **83** (1951), 1073.
- [2] Moszkowski, St. A., *Phys. Rev.* **89** (1953), 474.
- [3] Stech, B., *Zeits. Naturf.* **7a** (1952), 401; **9a** (1954), 1.
- [4] Ахизер, А. И. и Бэрестецкий, В. Б., *Квантовая электродинамика*.
- [5] Sachs, R. & Austern, N., *Phys. Rev.* **81** (1951), 705.

THE ELECTRIC MULTIPOLE RADIATION EMITTED BY A NEUTRON

TZU HUNG-YÜAN

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

It is pointed out, that the estimation made by Stech about the transition probability of a neutron emitting electric multipole radiation is not correct. The actual value of the transition matrix is not larger than that estimated by Weisskopf.