

原子核电荷分布半径及结合能*

曾 谨 言

(北京大学物理系)

提 要

从分析各方面实验结果(高能电子被核散射, μ^- 介原子的 X 谱) 表明原子核电荷分布半径 R_p 很接近于和 $z^{1/3}$ 成正比 ($R_p = r_{op} z^{1/3}$)。按照这看法修改了原子核结合能半经验公式 (Bethe-Weizsäcker 公式), 把原来公式中库仑能项 $\frac{3}{5} \frac{z^2 e^2}{r_0 A^{1/3}} = a_3 \frac{z^2}{A^{1/3}}$ 换成 $\frac{3}{5} \frac{z^2 e^2}{r_{op} z^{1/3}} = a'_3 z^{5/3}$, 结果改进了公式与实验符合的程度, 并且按照新公式可以很正确地计算各元素中对 β 衰变最稳定的同位素的质量数。

近年来有不少实验用来测定原子核大小。在不同的实验中所涉及的半径的意义是不一样的。在有一类实验中, 例如高能电子被核散射^[1,2,3], μ^- 介原子的 X 谱^[4,5], 以及原子光谱超精细结构中的同位移动^[6,7]等, 所测得的半径是电荷分布半径 R_p , 通常采用下列的半径公式:

$$R_p = r_0 \cdot A^{1/3} \quad (1)$$

其中 A 是原子核质量数, $r_0 \cong 1.20 \times 10^{-13} \text{cm}$ 。

但从下面进一步的分析实验及计算结果表明, 原子核内质子分布半径(即电荷分布半径)很接近于和 $z^{1/3}$ 成正比。如果这一看法是正确的, 它将会表现在相关的问题中, 我们就原子核结合能半经验公式加以讨论, 可以得到这样的结果: 按照新的看法修改了半经验公式后, 就改善了公式与实验符合的程度。一方面得到了一个较好的结合能半经验公式, 并能够很正确地计算出对于 β 衰变最稳定的同位素的质量数。另一方面也给予了原子核内质子分布半径与 $z^{1/3}$ 成正比的假设一定的支持。

一. 原子核电荷分布半径

从下面分析实验数据结果可以看出, 原子核电荷分布半径很接近于下式:

$$R_p = r_{op} z^{1/3}, \quad (2)$$

其中 z 表示原子核内质子数目; r_{op} 表示电荷分布半径常数。在 $\frac{A}{z}$ 变化不大范围内,

* 1957年1月12日收到。

公式(1)和(2)完全等效,例如在輕核中, $A^{1/3} \sim (2z)^{1/3}$, 故只比例常数有所不同, 即 $r_{op} \sim 2^{1/3} \cdot r_0$. 但是对于从輕到重所有原子核來說, 因为 $\frac{A}{z}$ 变化比較大, 于是公式(1)和(2)便有所不同了.

下面我們先对最近得到的高能电子散射实验結果的分析^[3]进行討論. 这些实验材料及分析結果都較为可靠和完整(見表1). 表1中第二行所列数据是符合于高能电子散射角分布的电荷分布半徑的方均根值, 即

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = \left[\frac{\int \rho r^2 d\tau}{\int \rho d\tau} \right]^{1/2},$$

其中 $\rho(r)$ 表示核电荷分布密度. 表1中第三行所列乃相当的均匀分布的电荷分布半徑, 即

$$R_p = \sqrt{\frac{5}{3}} \cdot \langle r^2 \rangle^{1/2} \cong 1.291 \langle r^2 \rangle^{1/2}.$$

第六行所列乃按公式(1)計算出来的 r_0 ; 第七行是按公式(2)計算出来的 r_{op} . 可以明显地看出, r_{op} 很接近于常数而 r_0 的变化則是頗大的. 因此原子核电荷分布半徑很接近于和 $z^{1/3}$ 成正比.

表1. 高能电子散射求出的核电荷分布半徑^[3]

核	$\langle r^2 \rangle^{1/2} (10^{-13}\text{cm})$	$R_p (10^{-13}\text{cm})$	$A^{1/3}$	$z^{1/3}$	$r_0 (10^{-13}\text{cm})$	$r_{op} (10^{-13}\text{cm})$
$^{14}\text{Si}^{28}$	3.04	3.92	3.037	2.410	1.29	1.63
$^{16}\text{S}^{32}$	3.19	4.12	3.175	2.520	1.30	1.64
$^{23}\text{V}^{51}$	3.59	4.63	3.708	2.844	1.25	1.63
$^{27}\text{Co}^{59}$	3.83	4.94	3.893	3.000	1.27	1.65
$^{51}\text{Sb}^{122}$	4.63	5.97	4.960	3.708	1.20	1.61
$^{79}\text{Au}^{197}$	5.32	6.87	5.819	4.291	1.18	1.60
$^{82}\text{Pb}^{208}$	5.42	7.00	5.925	4.345	1.18	1.61
$^{83}\text{Bi}^{209}$	5.52	7.13	5.935	4.362	1.20	1.63

高能电子散射实验和 μ^- -介子 X 譜的測量是目前測量核电荷分布的最好的方法. μ^- -介子的 $2p \rightarrow 1s$ 躍迁能量和核电荷分布有較灵敏的关系(特别是重核). 表2中第二行所列乃 $2p_{3/2} \rightarrow 1s_{1/2}$ 躍迁能量的实验值^[4], 实验值精确度相当高(誤差小于1%), 特别是重核更为精确. 假设 μ^- 介子遵守狄拉克方程, $m_\mu = 210m_e$ (m_e, m_μ 分别表示电子及 μ^- 介子的静止質量), 则可以計算出在不同电荷分布情形下 $2p_{3/2} \rightarrow 1s_{1/2}$ 躍迁能量^[4,5], 表2中第三行是假设 $R_p = 0$ (点电荷)的理論計算值^[4] (按狄拉克方程精确解出), 第四、五、六行分别列出

$R_p = 1.30 \times 10^{-13}\text{cm} \cdot A^{1/3}$, $R_p = 1.20 \times 10^{-13}\text{cm} \cdot A^{1/3}$ 及 $R_p = 1.60 \times 10^{-13}\text{cm} \cdot z^{1/3}$ 三种电荷分布情形下的理論計算值^[5]. 第四、五行乃 Cooper 及 Henley 的計算結果^[5].

第六行是根据他們的結果內插得来的。可以看出，在 $R_p = 1.60 \times 10^{-13} \text{cm} \cdot z^{1/3}$ 分布情形下的計算值更符合实验。因此我們也看出原子核电荷分布半徑很接近于和 $z^{1/3}$ 成正比。

表 2. μ^- -介原子 $2p_{3/2} \rightarrow 1s_{1/2}$ 躍迁能量^[4,5] (MeV)

元 素	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
²² Ti	0.955	1.0455	0.935	0.950	0.948
²⁹ Cu	1.55	1.8277	1.52	1.55	1.55
³⁰ Zn	1.60	1.9579	1.60	1.63	1.62
⁵¹ Sb	3.50	5.8332	3.41	3.52	3.53
⁸² Pb	6.02	16.414	5.48	5.89	6.02

- (1) 实验測量值。
 (2) $R_p = 0$ (点电荷) 下, 狄拉克方程的精确解。
 (3) $R_p = 1.30 \times 10^{-13} \text{cm} \cdot A^{1/3}$ 均匀分布的計算值。
 (4) $R_p = 1.20 \times 10^{-13} \text{cm} \cdot A^{1/3}$ 均匀分布的計算值。
 (5) $R_p = 1.60 \times 10^{-13} \text{cm} \cdot z^{1/3}$ 均匀分布的計算值。

二. 原子核結合能

在广泛被采用的原子核結合能半經驗公式 (Bethe-Weizsäcker) 中^[8,9], 假設了中子及質子均匀分布于核中。設 $M(A, z)$ 表示原子序数为 z , 質量数为 A 的原子的質量, $N = (A - z)$ 表示核內中子数目, M_n 及 M_H 分别表示中子及氫原子質量, $B(A, z)$ 表示原子核結合能, 則对于偶偶核¹⁾ (N, z 均为偶数)^[9],

$$M(A, z) = zM_H + NM_n - a_1A + a_2A^{2/3} + a_3z^2/A^{1/3} + a_4(N-z)^2/A \quad (3)$$

或

$$B(A, z) = zM_H + NM_n - M(A, z) = a_1A - a_2A^{2/3} - a_3z^2/A^{1/3} - a_4(N-z)^2/A, \quad (4)$$

其中 a_1, a_2, a_3 及 a_4 为待定参数。

有不少人用各种不同方法, 根据实验測量的原子質量或原子核結合能定出了很多組参数 (見表 3)。但根据这些参数計算出来的結合能, 和实验符合得不很好。例如用 Bethe 参数計算出来的結合能对于輕核及中等質量原子核符合得較好, 但对于重核則計算值远大于測量值^[9]; 如对于重核符合得較好, 則对中等質量核及輕核符合得不很好。可見这是不能靠改进参数来完全解决的。

按照上节討論, 原子核电荷分布半徑很接近于和 $z^{1/3}$ 成正比, 因此我們把庫倫能改为

1) 关于奇偶效应有两种表示方式: 第一种方式 (如 Weizsäcker 和 Bethe)^[8,9] 对于偶偶核結合能采用 (4) 式, 而对于奇 A 核則减掉一項对能 (pairing energy) $\delta(A)$, 对于奇奇核 (更不稳定) 則减去 $2\delta(A)$ 。第二种方式 (如 Fermi 和 Green)^[10], 則对奇 A 核取其对能为零, 而对偶偶核則加上一項对能 $\delta(A)$, 对于奇奇核則减去一項 $\delta(A)$ 。而 Fermi 采取 $\delta(A) = 36A^{-3/2} \text{mMU}$, Green 采取 $\delta(A) = 12A^{-1/2} \text{mMU}$ 。当我们引用表 3 中参数时要注意这点。

$$\frac{3}{5} \frac{z^2 e^2}{R_p} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_{op}} \cdot \frac{z^2}{z^{1/3}} = a'_3 z^{5/3}.$$

至于表面能由于其来源复杂,我们暂不予以更正,于是公式(3)及(4)改为:

$$M(A, z) = zM_H + NM_n - a'_1 A + a'_2 A^{2/3} + a'_3 z^{5/3} + a'_4 (N-z)^2/A \quad (5)$$

或

$$B(A, z) = a'_1 A - a'_2 A^{2/3} - a'_3 z^{5/3} - a'_4 (N-z)^2/A. \quad (6)$$

表3. 结合能参数表^[10,12]

作 者	$A_n^{1)}$	A_H	a_1	a_2	a_3	$a_4^{2)}$
Bethe-Bacher	8.450	8.070	14.885	14.176	0.623	20.943
Fermi	8.930	8.123	15.04	14.0	0.627	20.75
Mattauch-Flugge	8.945	8.131	15.74	16.5	0.647	22.06
Feenberg	8.920	8.130	15.035	14.069	0.627	19.439
Pryce	8.930	8.123	15.089	15.035	0.655	21.050
Metropolis-Reitweiser	8.982	8.142	15.0825	14.0	0.627	20.743
Fowler	8.930	8.132	16.432	17.989	0.741	24.218
Green-Engler	8.982	8.142	16.720	18.500	0.750	25.000
Green	8.982	8.142	16.9177	19.120	0.7628	25.445

1) $A_n = M_n - 1$, $A_H = M_H - 1$, M_n 及 M_H 分别表示中子及氢原子质量.

2) 这里的 a_4 是原来文献中 a_4 的 $1/4$, 因为我们把 $(N-z)^2/4A$ 换成 $(N-z)^2/A$ 形式的缘故.

由于 $a'_3 z^{5/3}$ 比 $a_3 z^2/A^{1/3}$ 随原子质量数增加而增加得快些(对于重核 $A > 2z$), 故对于轻核及中等质量原子核, 如果(4)式和(6)式计算结果差不多, 则对于重核, (6)式计算值将小于(4)式计算值, 因而就更符合于实验结果了.

下面我们采取 Bethe 所用方法来定(6)式中参数. 因为按照 Bethe 参数的计算值对于轻核及中等质量核符合得较好(见表4)^[10,11]. 我们希望通过(6)式, 并参考 Bethe 参数, 使对于重核的计算值也能较好地符合于实验. 我们先取 $a'_3 = 0.52$ mMU ($\sim r_{op} = 1.78 \times 10^{-13}$ cm), 或者在轻核情形下, $\sim a_3 = 0.64$ mMU, 而 Bethe 参数是 $a_3 = 0.62$ mMU)^[9,10].

对于 β 衰变最稳定的同位素要满足

$$\left(\frac{\partial M}{\partial z}\right)_A = M_H - M_n + \frac{5}{3} a'_3 z^{2/3} - 4a'_4 (N-z)/A = 0. \quad (7)$$

取 $M_n = 1.008985$ MU, $M_H = 1.008146$ MU^[15], 并取 ${}_{74}\text{W}^{184}$ 为极稳定的同位素, 则得到

$$a'_4 = 18.447 \text{ mMU}.$$

再取 a'_1 及 a'_2 使公式(6)计算值符合于 ${}_{14}\text{Si}^{28}$ 及 ${}_{74}\text{W}^{184}$ 的结合能测量值 (Si^{28} , $B = 254.03$ mMU^[15], W^{184} , $B = 1583.0$ mMU^[13]), 则

$$a'_1 = 15.757 \text{ mMU}, \quad a'_2 = 15.711 \text{ mMU}.$$

1) 若 r_{op} 取小些, 即 a'_3 取大些, 则会使公式增加符合实验程度; 本文因着重在和 Bethe 参数的计算值比较, 故取 $r_{op} \sim 1.78 \times 10^{-13}$ cm.

表 4. 原子核结合能 (单位:mMU)

核	Bethe	Fermi	Green	本文計算值	实验測量值
${}^6\text{C}_6^{12}$	98.19	102.29	94.30	96.42	98.97(±2)
${}^8\text{O}_8^{16}$	137.22	140.95	132.96	135.73	137.05(±2)
${}^{14}\text{Si}_{14}^{28}$	254.40	255.62	250.53	254.03	254.03(±7)
${}^{16}\text{S}_{16}^{32}$	292.98	293.54	289.38	293.04	291.87(±6)
${}^{22}\text{Ti}_{22}^{50}$	471.57	468.63	469.66	471.52	470.12(±3)
${}^{24}\text{Cr}_{24}^{52}$	490.74	487.84	489.62	490.95	490.02(±10)
${}^{26}\text{Fe}_{26}^{54}$	505.25	502.41	503.88	506.40	506.58(±5)
${}^{26}\text{Fe}_{26}^{56}$	528.04	524.61	527.27	528.51	528.61(±10)
${}^{28}\text{Ni}_{28}^{62}$	585.56	581.06	585.25	585.85	586.4(±2)
${}^{30}\text{Zn}_{30}^{66}$	622.27	617.26	622.25	622.69	621.5(±2)
${}^{32}\text{Ge}_{32}^{72}$	678.24	672.21	678.44	678.47	675.1(±2)
${}^{34}\text{Se}_{34}^{78}$	765.43	757.23	764.14	765.87	765.1(±4)
${}^{36}\text{Kr}_{36}^{84}$	786.60	778.30	786.62	786.58	786.26(±10)
${}^{38}\text{Sr}_{38}^{88}$	804.32	796.08	804.8	804.2	803.8(±1)
${}^{40}\text{Zr}_{40}^{94}$	875.15	865.49	875.04	874.61	874.72(±32)
${}^{42}\text{Mo}_{42}^{96}$	892.41	882.75	892.75	891.75	891.62(±25)
${}^{44}\text{Ru}_{44}^{100}$	925.93	916.2	926.60	925.4	925.7(±10)
${}^{44}\text{Ru}_{44}^{102}$	944.78	934.10	944.77	943.45	943.40(±13)
${}^{46}\text{Pd}_{46}^{106}$	978.63	967.37	978.45	977.14	977.06(±14)
${}^{46}\text{Pd}_{46}^{108}$	996.29	984.6	995.76	994.62	993.77(±12)
${}^{48}\text{Cd}_{48}^{110}$	1011.82	1000.1	1011.3	1010.1	1010.0(±1)
${}^{48}\text{Cd}_{48}^{112}$	1029.98	1017.7	1029.3	1027.9	1027.4(±2)
${}^{50}\text{Sn}_{50}^{116}$	1063.0	1050.2	1062.0	1060.5	1061.1(±1)
${}^{50}\text{Sn}_{50}^{118}$	1097.04	1083.2	1095.0	1094.2	1095.9(±2)
${}^{52}\text{Te}_{52}^{120}$	1095.43	1082.1	1094.0	1092.55	1091.9(±2)
${}^{54}\text{Xe}_{54}^{126}$	1145.62	1131.3	1143.5	1141.93	1141.97(±15)
${}^{56}\text{Ba}_{56}^{138}$	1243.0	1226.2	1238.0	1238.3	1242.0(±9)
${}^{64}\text{Gd}_{64}^{150}$	1386.1	1366.5	1378.3	1377.6	1376.6(±4)
${}^{72}\text{Hf}_{72}^{178}$	1553.0	1529.8	1539.7	1539.8	1544.8(±10)
${}^{74}\text{W}_{74}^{184}$	1597.4	1573.1	1582.2	1583.0	1583.0(±4)
${}^{76}\text{Os}_{76}^{192}$	1655.7	1629.9	1637.7	1639.6	1639.0(±6)
${}^{78}\text{Pt}_{78}^{194}$	1670.0	1644.1	1651.7	1652.6	1653.8(±11)
${}^{78}\text{Pt}_{78}^{196}$	1684.7	1658.3	1665.5	1667.3	1668.9(±6)
${}^{80}\text{Hg}_{80}^{198}$	1698.1	1671.6	1678.5	1679.3	1682.2(±6)
${}^{80}\text{Hg}_{80}^{200}$	1713.7	1686.2	1692.8	1694.1	1693.3(±6)
${}^{82}\text{Pb}_{82}^{204}$	1740.9	1713.4	1719.3	1720.5	1727.1(±5)
${}^{82}\text{Pb}_{82}^{208}$	1770.1	1741.7	1746.7	1749.4	1759.7(±3)
${}^{90}\text{Th}_{90}^{234}$	1878.0	1847.0	1848.6	1851.0	1845.1(±6)
${}^{90}\text{Th}_{90}^{232}$	1935.6	1902.8	1902.5	1907.8	1897.4(±7)
${}^{92}\text{U}_{92}^{238}$	1903.5	1872.0	1872.3	1874.6	1868.3(±6)
${}^{92}\text{U}_{92}^{235}$	1975.8	1942.0	1940.2	1945.8	1936.4(±6)

根据上面简单地定出来的参数及公式(6)可以计算偶偶核结合能(见表4第五行)。应当指出,这里定出的参数是较为粗糙的,尚可以根据更好的方法(如最小二乘法)来定参数。

表4中第六行是结合能实验值,取自Кравцов等人的文章^[13-15],数据是较为完整可靠的。第二行所列乃根据Bethe参数及公式(4)的计算值。第三行乃按Fermi参数的计算值[计算时已考虑到奇偶效应,加上了一项 $\delta(A)=36A^{-3/4}\text{mMU}$]。第四行所列乃按Green参数的计算值[加上了 $\delta(A)=12A^{-1/2}\text{mMU}$ 一项]。在计算中,我们并注意到各组参数所取 Δ_n 和 Δ_H 不一样,我们在计算时已加以校正,一律以 $\Delta_n=8.985\text{mMU}$, $\Delta_H=8.146\text{mMU}$ 为准,以便于和实验比较。

从表4可以看出:按照Bethe参数的计算值对于轻核及中等质量核符合得较好,但对于重核则计算值远大于测量值,而按本文所定参数及公式(6)的计算值,则大大改善了在重核的情况。例如 ${}_{78}\text{Pt}^{194}$,Bethe参数计算值 $B=1670.0\text{mMU}$,本文计算值 $B=1652.6\text{mMU}$,实验值是 1653.8mMU 。又如 ${}_{92}\text{U}^{238}$,Bethe参数计算值 $B=1975.8\text{mMU}$,本文计算值 1945.8mMU ,实验值是 1936.4mMU 。按照Fermi参数的计算值对于很重核较好,但对于中等质量核则计算值远小于实验值。Green参数乃表3中最好的一组,是用最小二乘法定出的。

在满壳层时,原子核结合能显示出间断的跳跃^[6],实验值稍大于计算值。表5中列举50-中子壳层及50-质子壳层附近核的结合能计算值和实验值。从表中可以看出实验值稍大于计算值。

表5. 结合能与壳层效应(单位:mMU)

(a) 50- 中子壳层			(b) 50- 质子壳层		
核	结合能计算值	结合能实验值	核	结合能计算值	结合能实验值
${}_{34}\text{Se}_{50}^{82}$	765.9	765.1	${}_{48}\text{Cd}_{50}^{98}$	971.29	972.49
${}_{36}\text{Kr}_{50}^{86}$	786.6	786.3	Cd_{50}^{100}	991.19	991.90
${}_{38}\text{Sr}_{50}^{90}$	804.2	803.8	Cd_{50}^{102}	1010.1	1010.0
${}_{36}\text{Kr}_{50}^{86}$	802.9	804.5	Cd_{50}^{104}	1027.9	1027.4
${}_{38}\text{Sr}_{50}^{90}$	822.3	824.9	Cd_{50}^{106}	1044.8	1044.4
${}_{40}\text{Zr}_{50}^{94}$	838.83	841.65	Cd_{50}^{108}	1060.9	1060.1
${}_{42}\text{Mo}_{50}^{98}$	852.8	855.8	${}_{50}\text{Sn}_{50}^{100}$	1060.5	1061.1
${}_{40}\text{Zr}_{50}^{94}$	857.64	858.69	Sn_{50}^{102}	1077.8	1078.9
${}_{42}\text{Mo}_{50}^{98}$	872.8	874.2	Sn_{50}^{104}	1094.3	1095.9
${}_{44}\text{Ru}_{50}^{102}$	885.7	887.0	Sn_{50}^{106}	1109.8	1112.0
			Sn_{50}^{108}	1124.6	1127.4
			${}_{52}\text{Te}_{50}^{102}$	1110.2	1110.8
			Te_{50}^{104}	1127.0	1128.1
			Te_{50}^{106}	1143.0	1144.7
			Te_{50}^{108}	1158.2	1160.4

还可以指出:按照公式(7)及上面定出的参数可以很准确地计算出最稳定的同位

素的質量數。按公式(7)最穩定的同位素的質量數為

$$A^* = \frac{8a_4 z}{[4a_4 + (\Delta_n - \Delta_p) - \frac{5}{3} a_3 z^{2/3}]} \quad (8)$$

將所定參數值代入,則

$$A^* = \frac{z}{0.506 - 0.00587z^{2/3}} \quad (9)$$

利用(9)式的計算結果列於表6中,表中 A' 是和 A^* 緊鄰的整數。第四行是最穩定同位素及其在自然界中含量的相對豐度^[16]。表6指出:公式(9)的計算值很符合於實際情況。表6中所列元素多系奇 z 核,這是因為奇 z 核穩定同位素較少,很容易鑒別公式(9)的正確性。至於偶 z 元素,因穩定同位素數目較多,按照公式(9)計算出來的 A^* 總是毫無例外地在那些穩定同位素的質量數之間,不容易看出公式(9)的優劣來。因此我們只舉了几个偶 z 元素的例子: ${}_2\text{He}$, ${}_6\text{C}$, ${}_{26}\text{Fe}$, ${}_{42}\text{Mo}$ 等,其餘不再一一列舉。注意計算奇 z 核時,要考慮到奇偶效應;由於奇奇核最不穩定(奇偶效應),如果對於奇 z 核計算出來的 A' 是偶數(奇奇核),則可能最穩定的核是 $A' \pm 1$, 這樣就變成奇偶核,因而就更為穩定些。例如: ${}_{17}\text{Cl}$ 求出的 $A' = 36$, 但自然界穩定的 Cl 同位素是 ${}_{17}\text{Cl}^{35}$ 及 ${}_{17}\text{Cl}^{37}$, 因為 ${}_{17}\text{Cl}^{36}$ (奇奇核)不穩定。同樣情況發生在 ${}_{29}\text{Cu}$, ${}_{63}\text{Eu}$, ${}_{81}\text{Ti}$ 等元素的穩定同位素中。

表6.

z	A^*	A'	最穩定同位素相對豐度 ^[16]	z	A_*	A	最穩定同位素相對豐度 ^[16]
2	4.02	4	${}_2\text{He}^4$ (99.999%)	42	96.6	97	${}_{42}\text{Mo}^{92,94,96,97,98,100}$ 均穩定
3	6.07	6	${}_3\text{Li}^6$ (7.3%)	49	114.7	115	${}_{49}\text{In}^{115}$ (100%)
5	10.2	10	${}_5\text{B}^{10}$ (19%)	59	141.4	141	${}_{59}\text{Pr}^{141}$ (100%)
6	12.3	12	${}_6\text{C}^{12}$ (99%)	63	152.4	152	${}_{63}\text{Eu}^{151}$ (48%), ${}_{63}\text{Eu}^{153}$ (52%)
7	14.4	14	${}_7\text{N}^{14}$ (99.6%)	69	169.4	169	${}_{69}\text{Tm}^{169}$ (100%)
9	18.7	19	${}_9\text{F}^{19}$ (100%)	73	180.9	181	${}_{73}\text{Ta}^{181}$ (100%)
11	23.0	23	${}_{11}\text{Na}^{23}$ (100%)	77	192.6	193	${}_{77}\text{Ir}^{193}$ (62%), ${}_{77}\text{Ir}^{191}$ (38%)
13	27.4	27	${}_{13}\text{Al}^{27}$ (100%)	81	204.4	204	${}_{81}\text{Ti}^{203}$ (90%), ${}_{81}\text{Ti}^{205}$ (70%)
17	36.4	36	${}_{17}\text{Cl}^{35}$ (75%), ${}_{17}\text{Cl}^{37}$ (25%)	(以下元素無穩定同位素,表中所列同位素半壽期最長)			
21	45.4	45	${}_{21}\text{Sc}^{45}$ (100%)	半壽期及相對豐度			
25	54.8	55	${}_{25}\text{Mn}^{55}$ (100%)	43	99.1	99	${}_{43}\text{Tc}^{99}$ (β^- , $\tau \sim 5 \times 10^5$ 年)
26	57.2	57	${}_{26}\text{Fe}^{54,56,57,58,59}$ 均穩定	61	147.0	147	${}_{61}\text{Pm}^{147}$ (β^- , $\tau \sim 3.7$ 年)
29	64.2	64	${}_{29}\text{Cu}^{63}$ (69%), ${}_{29}\text{Cu}^{65}$ (31%)	88	225.8	226	${}_{88}\text{Ra}^{226}$ ($\tau \sim 1622$ 年)
35	79.0	79	${}_{35}\text{Br}^{79}$ (51%), ${}_{35}\text{Br}^{81}$ (49%)	90	232.0	232	${}_{90}\text{Th}^{232}$ ($\tau \sim 1.4 \times 10^{10}$ 年, 100%)
39	88.9	89	${}_{39}\text{Y}^{89}$ (100%)	92	238.0	238	${}_{92}\text{U}^{238}$ ($\tau \sim 4.5 \times 10^9$ 年, 99.3%)

表6中最后所列五个元素沒有穩定的同位素。但按公式(9)計算出來的 A' 相當於那些元素中半壽期最長的同位素的質量數。其中 ${}_{43}\text{Tc}$ 及 ${}_{61}\text{Pm}$ 是仅有的比 ${}_{82}\text{Pb}$ 輕的無穩定同位素的元素。 ${}_{43}\text{Tc}^{99}$ (β^- , $\tau \sim 5 \times 10^5$ 年) 及 ${}_{61}\text{Pm}^{147}$ (β^- , $\tau \sim 3.7$ 年) 的半壽

期远較其余同位素半寿期为長。

最后,作者对楊立銘教授表示衷心的感謝。在工作中他給了我很多建議和指导以及热心的帮助。

参 考 文 献

- [1] Hofstadter, et al., *Phys. Rev.* **95** (1954), 512.
- [2] Yennie, Ravenhall and Wilson, *Phys. Rev.* **95** (1954), 500.
- [3] Hofstadter, R., *Rev. Mod. Phys.* **28** (1956), 214.
- [4] Fitch, V. L. and Rainwater, J., *Phys. Rev.* **92** (1953), 789.
- [5] Cooper, L. N. and Henley, E. M., *Phys. Rev.* **92** (1953), 801.
- [6] Mayer and Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (1955).
- [7] Ford, K. W. and Hill, D. L., *Ann. Rev. Nuc. Science* **5** (1955), 25.
- [8] Weizsäcker, C. F., *Z. Physik* **96** (1935), 431.
- [9] Bethe, H. A. and Bacher, R. F., *Rev. Mod. Phys.* **7** (1936), 165.
- [10] Green, A. E. S. and Engler, N. A., *Phys. Rev.* **91** (1953), 40.
- [11] Green, A. E. S., *Phys. Rev.* **95** (1954), 1006.
- [12] Green, A. E. S., *Nuclear Physics* (1955).
- [13] Кравцов, В. А., *УФН.* **54** (1954), 1.
- [14] Кравцов, В. А., *УФН.* **47** (1952), 341.
- [15] Джелепов, В. и Зылянова, Л., *УФН.* **48** (1952), 465.
- [16] Шполюский, Э. В., *Атомная физика* (1950).

RADIUS OF NUCLEAR CHARGE DISTRIBUTION AND NUCLEAR BINDING ENERGY

TSENG CHIN-YUEN

(Peking University)

ABSTRACT

From the analysis of the experimental results (high energy electron scattering, X-ray spectra of μ -mesonic atoms), it is pointed out that the radius of nuclear charge distribution, R_p , is very nearly proportional to the cubic root of the atomic number $Z^{1/3}$, instead of the usually accepted relation $R_p \propto A^{1/3}$. Under this assumption, we have modified the semi-empirical mass formula. The Coulomb energy term is now assumed to be of the form $\frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r_0 Z^{1/3}}$. The agreement of the nuclear binding energies calculated from the new formula with the experimental data is definitely better than that of the old Bethe-Weizsäcker formula. Also the mass numbers of the most beta-stable nuclei are very correctly predicted by the new formula.