

電 子 和 X 射 綫 激 發 原 子 核*

何 國 柱

(南 開 大 學)

摘 要

本文研究了關於電子激發原子核的理論。對當原子核由於各多極核矩和電子的電磁相互作用而引起的激發截面進行了一些估計，並且導出表示電子和 X 射綫對原子核激發現象相互關係的公式。這公式僅是原子核能級躍遷中的能量、角動量、和宇稱的函數，而不因其他原子核性質而變。

把理論的結果和激發 In^{115} 的試驗測量作了一些比較，不過因為缺乏充分的實驗測量數據，沒能從這比較上得到肯定的結論。於是建議了一些可能進行的研究原子核能級的試驗方法。

一. 引 言

當高速度粒子和原子核碰撞時，粒子常常被非彈性散射出來，同時使原子核形成激發狀態。於是研究原子核的能量級。在用電子激發原子核方面已經進行過很多研究。理論方面的工作有例如貝塔和祕魯司^[1]的關於電偶極子的激發截面公式。偉克^[2]和斯耐敦和道史克^[3]的電四極截面公式。替義，莫倫和古斯^[4]並且求出了對電多極截面的一個普遍公式。以上工作都用包恩近似法，同時考慮了相對論。近年來因為發現用比電子重的帶電粒子，例如質子，射擊原子核，即使質子的能量不够大，不能穿透原子核的庫倫場時，也能引起原子核激發，可見引起原子核激發的作用主要是由於電磁場的影響。當質子速度不高時，在理論上可不必考慮相對論。所以在不考慮相對論的情況下，用帶電粒子激發原子核方面也進行了很多工作^[5]。但是包恩近似法不適用於在庫倫場內能量低的帶電粒子，於是最近又有很多工作，企圖用準確的庫倫波函數代替平面波函數表示帶電粒子。

雖然在用電子激發原子核方面已經進行了這麼多有系統的理論研究，並且得到了很多有用的激發截面公式。不過因為到現在為止，尚不能準確地知道原子核構造，而寫出準確的原子核波函數來，以上所得到的截面公式都包含有原子核波函數，因此就不能根據這些理論公式準確地計算出激發截面來和實驗結果比較。現在提供幾種方法，設法避免使用原子核波函數而根據理論對激發截面進行些計算和估計，使能和實驗直接比較，然後推論出原子核的能量級的一些性質來。

第一，如果把電子激發原子核截面和 X 射綫激發原子核截面相比較，因為這兩種激發現象都是由於電磁場的影響所引起的，對原子核的激發應該是類似的。若求這兩種激發現象中對應的多極截面的比值，這比值應該不含有原子核波函數。於是對這比值可以進

* 1957 年 1 月 18 日收到。

行準確的計算，可以獲得些當原子核能級躍遷時的角動量和宇稱的變化數據。我們求出了表示這兩個激發截面比值的公式，也把這比值按電子初能量的變化畫出曲線來。用這曲線與電子和 X 射線激發 In^{115} 原子核試驗結果相比較。理論的計算和試驗的結果在數量級方面是一致的，可惜現有的試驗數據祇給出數量級而沒能得到準確的數字，於是不能把理論和試驗結果作更進一步的比較而得出肯定的結論來。

第二，如果假定核矩的近似值是：電 2^l 極矩和（核半徑） l 的數量級相同，磁偶矩的近似值是一個核磁子，就可以計算出電子多極激發全截面的數量級來。理論結果預測電子激發全截面的數量級如下：

電偶極截面 $< 10^{-28}$ 平方厘米，

電四極和磁偶極截面 $\sim 10^{-32}$ 平方厘米，

電八極和磁四極截面 $\sim 10^{-38}$ 平方厘米。

因為在實際測量中，也祇能估計出大概的數量級來，所以這樣求出的數量級，除電偶極截面外，準確度可以和實際測量相比較。電偶極矩通常比核半徑小一個或兩個數量級，於是理論的估計可以看為上限。

第三，按理論公式，描繪出電子的非彈性散射截面的角分佈來。由於經過各極躍遷後的電子角分佈形狀的不同，也能得到關於原子核多極躍遷的強度和角動量變化的數據。最近有些試驗證明可以很準確地測量出高速度電子對原子核散射的散射截面的角分佈，並且利用電子彈性散射截面的角分佈來推測原子核內靜電密度在徑向上的變化情況^[6]。當測量儀器分辨力不強時，常常不能把電子的非彈性和彈性散射截面分開，於是按彈性散射理論推出的靜電密度在徑向上的變化就不很準確。所以很需要知道非彈性散射的角分佈，才能得到改正。當測量儀器的分辨力強時，以致能將電子的彈性和非彈性散射截面分開，於是就可以直接按電子的非彈性散射截面的角分佈的形狀不同來判斷原子核的多極躍遷。這方法的優點是祇需要測量按角變化的相對散射強度，而不必要估計數量級。不過實際按非彈性散射三個最低極的微分截面畫出的三個角分佈曲線形狀很類似，僅按形狀的不同很難區別出是何種多極躍遷來。但是如果在一給定角度下，把微分截面按電子初能量的變化描繪出來的曲線，形狀的區別就比較顯著了。可惜到現在為止，這方面還沒有實驗結果可以用來作比較。

二. 電子對原子核的激發截面

在單位時間內原子核由於和電子的電磁場的互相作用而引起從初態 a 到終態 b 的躍遷幾率可按式求得^[7]

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle b | v' | a \rangle|^2 \rho_{EN} \rho_{Ee}, \quad (1)$$

其中 v' 是電磁攝動。 ρ_{Ee} 和 ρ_{EN} 是電子和原子核終態的密度。當祇是一個單獨能級吸收的情況下， $\rho_{EN} = 1$ 。在一單位立體角內和一給定的自旋排列情形下，電子能量級的數目是

$$\rho_{Ee} = k_f E_f / 8\pi^2 \hbar^2 c^2,$$

k_f 和 E_f 分別是被散射電子的波數和能量。把式(1)變成從能量級 A 到能量級 B 的躍遷

截面, 可得以下公式

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{k_f E_f}{8\pi^2 \hbar^2 c^2} \frac{E_i}{c^2 k_i \hbar} \frac{1}{2(2j_A + 1)} \sum_{ab} \sum_{sp} |\langle b | v' | a \rangle|^2, \quad (2)$$

其中 k_i 和 E_i 分別是射入電子的波數和能量, $2j_A + 1$ 是原子核初態 A 中的多重性, $\sum_{sp}$ 是表示累加自旋的排列方向. 電磁力的攝動可寫為

$$v' = \sum_j \left\{ -\frac{q_i}{2Mc} (\bar{A}_j \cdot \bar{P}_j + \bar{P}_j \cdot \bar{A}_j) + q_j \phi_j - \mu_j \cdot (\nabla \times \bar{A}_j) \right\}, \quad (3)$$

A_j , ϕ_j 是在第 j 個核子處的慕樂磁位和電位; P_j , q_j 和 μ_j 分別是第 j 個核子的動量, 電量和磁矩. 慕樂電位和磁位可按級數展開寫成

$$\phi_j = -B(x_f, x_i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\bar{K} \cdot \bar{R}_j)^n}{n!}; \quad \bar{A}_j = B(x_f, \bar{a}x_i) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(i\bar{K} \cdot \bar{R}_j)^n}{n!}, \quad (4)$$

其中 $B = 4\pi e e^{i\omega t} / \left(K^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)$; $k\hbar$ 和 $\hbar\omega$ 是電子的動量和能量的消失. (x_f, x_i) 和 (x_f, ax_i) 是笛拉克電子理論中的自旋矩陣元把(3)和(4)式代入(2)式, 然後進行累加自旋的排列方向, 結果可以得到電激發和磁激發原子核的普遍公式^[4]. 爲了和將來計算的結果對照方便, 現在把最低四個多極躍遷微分截面寫在下面:

(i) 電偶極躍遷

$$\frac{d\sigma_{E1}^e}{d\Omega} = \frac{1}{3(2j_A + 1)} \frac{e^4}{\hbar^2 c^2} \frac{p_f}{p_i} \left\{ -1 + \frac{E_i^2 + E_f^2}{mc^2 Q} - \frac{\hbar^2 \omega^2}{Q^2} \right\} P_{AB}^2, \quad (5)$$

$$\text{其中 } Q = \frac{1}{mc^2} (E_i E_f - c^2 \bar{p}_i \cdot \bar{p}_f - m^2 c^4) = \frac{1}{2m} \left[(\bar{p}_i - \bar{p}_f)^2 - \left(\frac{E_i - E_f}{c} \right)^2 \right],$$

$$P_{AB}^2 = \sum_{ab} \left| \sum_j \langle b | \frac{q_j}{e} \bar{R}_j | a \rangle \right|^2;$$

(ii) 電四極躍遷

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{E2}^e}{d\Omega} = & \frac{1}{120(2j_A + 1)} \frac{e^4}{\hbar^4 c^4} \frac{p_f}{p_i} \left\{ \left[-8mc^2 Q + 16E_i E_f + 3\hbar^2 \omega^2 + \right. \right. \\ & + 3 \frac{\hbar^2 \omega^2}{mc^2} (E_i^2 + E_f^2 - 2m^2 c^4) \frac{1}{Q} - \frac{3\hbar^4 \omega^4}{Q^2} \left. \right] Q_{AB}^2 + \left[-4mc^2 Q + \right. \\ & \left. + (8E_i E_f - \hbar^2 \omega^2) - \hbar^2 \omega^2 \left(\frac{E_i^2 + E_f^2}{mc^2} - 2mc^2 \right) \frac{1}{Q} + \frac{\hbar^4 \omega^4}{Q^2} \right] I_{AB}^2 \right\}, \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $Q_{AB}^2 = \sum_{ab} \sum_{ln} \left| \sum_j \langle b | \frac{q_j}{e} Q_{jln} | a \rangle \right|^2$, $Q_{jln} = x_{jl} x_{jn}$, 而 x_{jl} , x_{jm} , 和 x_{jn} 是 $\bar{R}_j$

的直角坐標, 即 $\bar{R}_j = x_{jl} \bar{l} + x_{jm} \bar{m} + x_{jn} \bar{n}$, $I_{AB}^2 = \sum_{ab} \left| \sum_j \langle b | \frac{q_j}{e} \sum_l x_{jl} x_{jl} | a \rangle \right|^2$;

(iii) 磁偶極躍遷

$$\frac{d\sigma_{M1}^e}{d\Omega} = \frac{1}{3(2j_A + 1)} \frac{e^2}{\hbar^2 c^2} \frac{p_f}{p_i} \left\{ 1 + \frac{E_i^2 + E_f^2 - 2m^2 c^4}{mc^2 Q} - \frac{\hbar^2 \omega^2}{Q^2} \right\} M_{AB}^2, \quad (7)$$

其中 $M_{AB}^2 = \sum_{ab} \left| \sum_j \langle b | \mu_j | a \rangle \right|^2$;

(iv) 磁四極躍遷

$$\frac{d\sigma_{M2}^e}{d\Omega} = \frac{4}{81(2j_A+1)} \frac{e^2}{\hbar^4\omega^4} \frac{1}{mc^2} \frac{p_f}{p_i} \left\{ 2m^2c^4Q + 4mc^2E_iE_f - 4m^2c^6 + \right. \\ \left. + 3mc^2\hbar^2\omega^2 + (2\hbar^2\omega^2E_iE_f + \hbar^4\omega^4 - 4m^2c^4\hbar^2\omega^2) \frac{1}{Q} - mc^2 \frac{\hbar^4\omega^4}{Q^2} \right\} N_{AB}^2, \quad (8)$$

$$\text{其中 } N_{AB}^2 = \sum_{ab} \sum_{ln} \left| \sum_j \langle b | \mu_{jl} x_{jn} | a \rangle \right|^2.$$

布勒爾^[8]曾經指出雖然斯耐敦和道史克^[3]所求出的電偶極及磁偶極躍遷截面公式與偉克^[4]所獲得的相應公式完全一樣，可是他們求出的電四極截面公式與偉克求出的相應公式有差異。我們求得的電四極躍遷截面公式與偉克的公式相符合。

在以後電四極躍遷的計算中，把 I_{AB}^2 看成零。因為 I_{AB}^2 是因單極作用而產生，適應它的選擇定律是 $\Delta j = 0$ ，沒有宇稱變換。 I_{AB}^2 產生的原因是由於在 $e^{i\vec{k}\cdot\vec{R}_j}$ 的泰勒式展開中按數量級而區分，不是按選擇定律區分的緣故。

如果把以上四個微分截面按 Q 作變數積分，很容易得到相對應的全截面公式如下：

(i) 電偶極躍遷全截面

$$\sigma_{E1}^e = \frac{4\pi}{3} \frac{e^4}{\hbar^2c^2} \frac{1}{2j_A+1} \left[\frac{E_i^2 + E_f^2}{c^2p_i^2} \ln \frac{E_iE_f + c^2p_ip_f - m^2c^4}{mc^2\hbar\omega} - 2 \frac{p_f}{p_i} \right] P_{AB}^2; \quad (9)$$

(ii) 電四極躍遷全截面

$$\sigma_{E2}^e = \frac{\pi}{10} \frac{e^4}{\hbar^2c^2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{2j_A+1} \left[\frac{8}{3} \frac{p_f}{p_i} \frac{E_iE_f + m^2c^4}{\hbar^2\omega^2} + \frac{p_i^2 + p_f^2}{p_i^2} \ln \frac{E_iE_f + c^2p_ip_f - m^2c^4}{mc^2\hbar\omega} \right] Q_{AB}'^2; \quad (10)$$

$$\text{其中 } Q_{AB}'^2 = \sum_{ab} \sum_{ln} \left| \sum_j \langle b | Q_{jln}' | a \rangle \right|^2; \quad Q_{jln}' = Q_{jln} - \frac{1}{3} I_j \delta_{ln},$$

$$I_j = \sum_l Q_{jll} = \sum_l x_{jl}x_{jl}.$$

(iii) 磁偶極躍遷全截面：

$$\sigma_{M1}^e = \frac{4\pi}{3} \frac{e^4}{\hbar^2c^2} \frac{1}{2j_A+1} \frac{p_f^2 + p_i^2}{p_i^2} \ln \frac{E_iE_f + c^2p_ip_f - m^2c^4}{mc^2\hbar\omega} \left(\frac{M_{AB}}{e} \right)^2; \quad (11)$$

(iv) 磁四極躍遷全截面：

$$\sigma_{M2}^e = \frac{16\pi}{81} \frac{e^2}{\hbar^4\omega^4} \frac{1}{2j_A+1} \frac{p_f}{p_i} \left\{ 2\hbar^2\omega^2 - 6m^2c^6 + 6E_iE_f + \right. \\ \left. + \frac{\hbar^2\omega^2(E_i^2 + E_f^2 - 4m^2c^4)}{c^2p_ip_f} \ln \frac{E_iE_f + c^2p_ip_f - m^2c^4}{mc^2\hbar\omega} \right\} N_{AB}^2. \quad (12)$$

三. 電子和 X 射綫對原子核激發截面的比較

爲了容易比較電子和 X 射綫對原子核激發現象，我們可以設想當電子激發原子核時，採取兩個步驟：由於電子和原子核的電磁場互相作用的影響，電子先發射虛量子，這些虛量子再和實際光子一樣激發原子核。於是電子激發截面可以用光子激發截面來表示。

如果讓 $N^v(h\nu)d(h\nu)$ 表示在 $h\nu$ 附近單位能量內電子所發射出虛量子數目，於是在 $d(h\nu)$ 中間，由於虛量子所引起的激發便是

$$d\sigma^e = N^v(h\nu)\sigma^v(h\nu)d(h\nu),$$

σ^e 和 σ^r 分別是電子和光子的激發截面。由於整個虛量子譜而產生的全激發截面將是

$$\sigma^e = \int_0^\infty N^v(h\nu) \sigma^r(h\nu) d(h\nu).$$

當原子核被激發到一個單獨能量級時, $\sigma^r(h\nu)$ 便在激活能 $h\nu_a$ 附近有很尖銳的共振峯, 因之這積分在 $h\nu = h\nu_a$ 的附近貢獻很大, 在其他區域就相對地很小, 可以把這積分寫成

$$\sigma^e = N^v(h\nu_a) \sigma^r(h\nu_a). \quad (13)$$

σ^e 的多極躍遷截面公式已經由理論求出來了。光子激發截面 σ^r 也可以按同樣方法求出。對非極化光其結果如下:

(i) 電偶極子躍遷全截面

$$\sigma_{E1}^r = \frac{4\pi^2}{3} \frac{e^2}{2j_A + 1} \frac{\omega}{c} P_{AB}^2;$$

(ii) 電四極躍遷全截面

$$\sigma_{E2}^r = \frac{\pi^2}{10} \frac{e^2}{2j_A + 1} \frac{\omega^3}{c^3} Q_{AB}^{\prime 2};$$

(iii) 磁偶極子躍遷全截面

$$\sigma_{M1}^r = \frac{4\pi^2}{3} \frac{e^2}{2j_A + 1} \frac{\omega}{c} \left(\frac{M_{AB}}{e} \right)^2;$$

(iv) 磁四極躍遷全截面

$$\sigma_{M2}^r = \frac{16\pi^2}{81} \frac{1}{2j_A + 1} \frac{\omega^3}{c^3} N_{AB}^2;$$

其中 ω 是光子的角速度, $\hbar\omega$ 是入射光子的能量。僅當 $\hbar\omega$ 等於原子核的激活能 $h\nu_a$ 時, 原子核才能被光子激發。將以上各 σ^r 公式與公式(9)至(12)相比較, 便可以求出虛量子數 $N^v(h\nu)$ 。替義, 莫倫和古斯^[4]求出了在電偶極子, 電四極, 電八極情況下 $N^v(h\nu)$ 的公式。我們現在把磁偶極子及磁四極的公式也求出寫在下面:

(i) 電偶極子

$$N_{E1}^v = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\hbar\omega} \left\{ \frac{E_i^2 + E_f^2}{c^2 p_i^2} \ln \frac{E_i E_f + c^2 p_i p_f - m^2 c^4}{m c^2 (E_i - E_f)} - 2 \frac{p_f}{p_i} \right\}; \quad (14)$$

(ii) 電四極

$$N_{E2}^v = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\hbar\omega} \left\{ \frac{8}{3} \frac{p_f}{p_i} \frac{E_i E_f + m^2 c^4}{\hbar^2 \omega^2} + \frac{p_i^2 + p_f^2}{p_i^2} \ln \frac{E_i E_f + c^2 p_i p_f - m^2 c^4}{m c^2 \hbar\omega} \right\}; \quad (15)$$

(iii) 磁偶極子

$$N_{M1}^v = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\hbar\omega} \frac{p_i^2 + p_f^2}{p_i^2} \ln \frac{E_i E_f + c^2 p_i p_f - m^2 c^4}{\hbar\omega m c^2}; \quad (16)$$

(iv) 磁四極

$$N_{M2}^v = \frac{1}{\pi} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\hbar\omega} \left\{ \frac{p_f}{p_i} \left(2 - \frac{6m^2 c^4}{\hbar^2 \omega^2} + \frac{6E_i E_f}{\hbar^2 \omega^2} \right) + \frac{\hbar^2 \omega^2 + 2E_i E_f - 4m^2 c^4}{c^2 p_i^2} \ln \frac{E_i E_f + c^2 p_i p_f - m^2 c^4}{\hbar\omega m c^2} \right\}. \quad (17)$$

由塞赫和奧斯特^[9]的文章知道磁激發截面, 還有進一步研究的必要。

以上這些結果, 雖然使我們瞭解了電子和光子對原子核激發截面間的關係, 也求出了

電子放射出虛量子數的能量分佈,可是很難實際在實驗室中去驗證和應用。因為在實驗室內用以激發原子核的光子普通都是由 X 射綫譜而獲得的,很少能利用單色光。所以我們應當考慮電子和 X 射綫激發原子核截面的比較。於是便牽涉到 X 射綫內實光子能量分佈問題。

同理,如果讓 $N^x(h\nu)d(h\nu)$ 表示在 $d(h\nu)$ 內 X 射綫的實光子數目, X 射綫的激發截面就是

$$d\sigma^x = N^x(h\nu)\sigma^r(h\nu)d(h\nu),$$

整個 X 光譜的激發截面便成為

$$\sigma^x = \int_0^\infty N^x(h\nu)\sigma^r(h\nu)d(h\nu);$$

同理,當原子核被激發到一個單獨能量級時, $\sigma^r(h\nu)$ 在 $h\nu_a$ 附近有共振峯,因之這積分在 $h\nu = h\nu_a$ 的貢獻最大,所以這積分可以寫成

$$\sigma^x = N^x(h\nu_a)\sigma^r(h\nu_a). \quad (18)$$

把(18)式和(13)式相比,得

$$\frac{\sigma^e}{\sigma^x} = \frac{N^v(h\nu_a)}{N^x(h\nu_a)}. \quad (19)$$

現在的問題是計算 N^x 。

由於軌致輻射現象在 $h\nu$ 到 $h\nu + d(h\nu)$ 範圍中放射出具有 $E_r = h\nu$ 的光子的截面可由下面著名的貝塔和海特勒公式表示^[10]

$$\begin{aligned} \phi(h\nu, E_i) = & \frac{z^2}{137} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{p_f}{p_i} \frac{dE_r}{E_r} \left\{ \frac{4}{3} - 2E_i E_f \frac{p_i^2 + p_f^2}{c^2 p_i^2 p_f^2} + \mu^2 \left(\frac{E_f \ln \epsilon_0}{c^3 p_i^3} + \right. \right. \\ & + \frac{E_i \ln \epsilon}{c^3 p_i^3} - \frac{\ln \epsilon_0 \ln \epsilon}{c^2 p_i p_f} \Big) + \left[\frac{8}{3} \frac{E_i E_f}{c^2 p_i p_f} + \frac{E_r^2}{c^6 p_i^3 p_f^3} (E_i^2 E_f^2 + \right. \\ & + c^4 p_i^2 p_f^2) \Big] \ln \eta + \frac{\mu^2 E_r}{2 p_i p_f c^2} \left[\frac{E_i E_f + c^2 p_i^2}{c^3 p_i^3} \ln \epsilon_0 - \right. \\ & \left. \left. - \frac{E_i E_f + c^2 p_f^2}{c^3 p_f^3} \ln \epsilon + \frac{2 E_r E_i E_f}{c^4 p_i^2 p_f^2} \right] \ln \eta \right\}, \end{aligned}$$

其中 $\mu = mc^2$, $\epsilon = \frac{E_f + cp_f}{E_f - cp_f}$, $\epsilon_0 = \frac{E_i + cp_i}{E_i - cp_i}$, 和 $\eta = \frac{c^2 p_i^2 + c^2 p_i p_f - E_i E_r}{c^2 p_i^2 - c^2 p_i p_f - E_i E_r}$; E_i , p_i 分別是入射電子的能量和動量; E_f 和 p_f 是射出電子的能量和動量。

X 射綫譜中在 $h\nu$ 和 $h\nu + d(h\nu)$ 之間的實光子數目 N^x , 可按下式求出

$$N^x d(h\nu) = d(h\nu) \int_{h\nu}^{E_i} \frac{N \phi(h\nu, E_0) dE_0}{-\frac{dE_0}{dx}},$$

其中 $-\frac{dE_0}{dx}$ 是每厘米距離中能量的丟失, N 是每單位體積內原子的數目。這是一個很繁複的積分。不過當用一個很薄的金屬箔作靶子時,僅有很小一部分電子能量丟失。在這種情形下就不須要積分了,可以寫成當光子的能量是 $h\nu_a$ 時,

$$N^x = \phi(h\nu_a, E_i) N \Delta x, \quad (20)$$

Δx 是金屬箔的厚度。

貝塔和海特勒公式是根據包恩近似法導出的。於是在閾能附近就不適用。古斯^[11]證明在非相對論情況下，如果把包恩近似法得到的公式乘一個因子 $f(z; v_i, v_f)$ ，就可以獲得索末菲的準確公式

$$f(z; v_i, v_f) = \left[\frac{1 - \exp(-2\pi n_i)}{1 - \exp(-2\pi n_f)} \right] \frac{v_f}{v_i},$$

其中 v_i, v_f 分別是電子碰撞前後的速度； $n_{i,f} = ze^2/\hbar v_{i,f}$ ， z 是原子序數。

假定這因子也能變換貝塔海特勒公式使能應用於閾附近，於是把

$$N^x = f(z; v_i, v_f) N^{x'}$$

代入(20)式，可得

$$N^x = f(z; v_i, v_f) \phi(\hbar v_a, E_i) N \Delta x. \quad (21)$$

現在 N^v 和 N^x 都知道了。代入(19)就可以求出 σ^e 和 σ^x 的比值。當然經古斯因子變換後的貝塔海特勒公式在閾附近究竟有多大正確度尚待進一步研究。這比值在試驗中也可以測量出來，凡有高速度電子源，即可使用電子產生 X 射綫，然後利用 X 射綫激發原子核。也可直接用電子激發原子核。測量出這兩種激發全截面之比，根據這比值和理論相比較，即可推論出原子核躍遷的多極性來。

四．與試驗的比較

當高速度電子碰撞原子核時，研究原子核激發的測量方法普通有兩種：一種方法是測量當原子核由激發狀態返回正常狀態時所發的 γ 射綫，或 γ 射綫引起的內變換電子。另一種方法是測量非彈性散射出來的電子，當被激發的原子核衰變時，如果能經過亞隱狀態而返回正常狀態時，第一種方法能被廣泛地利用，因為在這種情況下，原子核衰變的時間長，很容易被測量出來。相反，第二種方法就不受僅能研究長衰期狀態的限制。不過第二種方法在應用電子激發原子核時也有困難。因為電子被非彈性散射的截面比彈性散射截面一般小幾個數量級，所以必須要用分辨本領很强的儀器才能測量出非彈性散射電子來。

電子被原子核非彈性散射的截面可由公式(5)到(8)估計出來。在計算當中，我們讓相當於核波函數矩陣的核矩

$$\text{電 } 2^l \text{ 極矩} \sim R^l,$$

$$\text{磁 } 2^l \text{ 極矩} \sim \frac{e\hbar}{2MC} R^{l-1},$$

其中 R 是原子核半徑，採取 $R = 1.42 A^{\frac{1}{3}} 10^{-13} \text{ cm}$ 於是估計出各多極激發截面的數量級來。以前討論過，按這方法估計出來的電偶極子激發截面可能比實際試驗結果大兩個到四個數量級。其他多極激發截面應當比較可靠。當入射電子的能量是 1.5—3 Mev，激活能是 1.0—1.4 Mev 時，對原子序數適中 ($z \sim 50$) 的原子核。按這方法估計出來的激發截面如下：電偶極子 $< 10^{-28} \text{ cm}^2$ ，磁偶極和電四極 $\sim 10^{-32} \text{ cm}^2$ ，磁四極和電八極 $\sim 10^{-35} \text{ cm}^2$ 。

舉一個可以用亞隱狀態方法研究原子核能量級的例子。由於 In^{115} 的激發試驗知道 In^{115} 有幾個激發能級。其中最低的一個能級比基級高 1.04 Mev，這能級與基級之間存在一比基級高 340 Kev 的亞隱能級，它的半衰期大約 4.5 小時。由這個亞隱能級至基級的

躍遷究竟屬於何種多極躍遷，尚不一致。古斯^[11]建議是電 2^4 極躍遷，如圖 1。由 $G \rightarrow A$ ，和 $A \rightarrow M$ 都是電四極躍遷，於是可指定基級的自旋是 $9/2$ ， A 和 M 分別是 $5/2$ 和 $1/2$ 。這三個能級都有同樣的字稱。

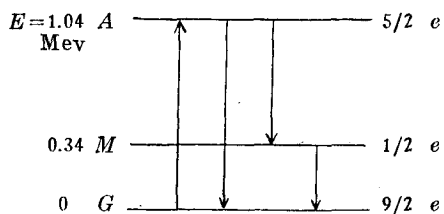


圖 1

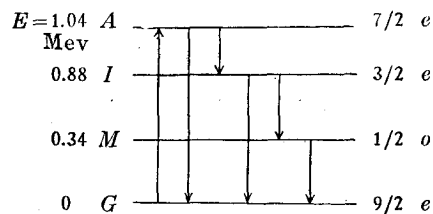


圖 2

可是根據衰期的估計^[12]，由 M 到 G 的躍遷應當屬於磁 2^4 極，因為基級的自旋已知是 $9/2$ ，字稱是偶，於是激發能級 M 的自旋應該是 $1/2$ ，字稱是奇。這種建議也和內變換試驗結果複合。為了避免這困難，古斯^[11]又建議由 G 到 A 可能是磁偶極或電偶極躍遷。在亞隱能級和激發級 A 之間已知存在一 0.88 Mev 的能級^[13]。於是可能的能級圖如圖 2 所示。由 G 到 A 是一磁偶極躍遷，“ e ”和“ o ”分別表示字稱是“偶”或是“奇”。

根據激發全截面數量級的計算，知道 In^{115} 由 G 到 A 的激發如果是電偶極，激發截面的數量級應當小於 10^{-28} cm^2 。磁偶極式電四極的激發截面有同樣的數量級 $10^{-32} - 10^{-33} \text{ cm}^2$ 。考林和渥德曼^[14]的實驗測量結果是 10^{-33} 平方厘米。所以由 G 到 A 的躍遷為電四極或磁偶極都是可能的，是電偶極的可能性比較小。

另一方法，以前討論過的，可以利用電子和 X 射線激發截面的比值來研究能量級。這比值可以從試驗測量出來，也可以按理論推論出來。 $\frac{\sigma^e}{\sigma^x} = \frac{N^e}{N^x}$ ， N^e 和 N^x 可以按公式 (14) 或 (17) 和 (21) 求出。為了研究 In^{115} 的激發，我們把 σ^e/σ^x 按入射電子能量（包括電子靜止能）變化畫了出來如圖 3 所示。理論結果知道在入射電子能量是 1.8 Mev 時，電偶極激發是 $(\sigma^e/\sigma^x)_{1.8 \text{ Mev}} = 4$ ，磁偶極激發是 $(\sigma^e/\sigma^x)_{1.8 \text{ Mev}} = 6$ ，電四極激發是 $(\sigma^e/\sigma^x)_{1.8 \text{ Mev}} = 10$ 。如果我們能準確地測量出這比值來，就可以斷定 In^{115} 激發由 G 到 A 究竟是電四極還是磁偶極躍遷。

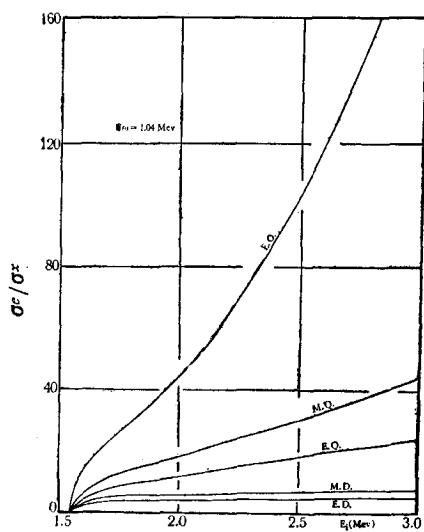


圖 3

在試驗方面， σ^x 曾被米勒和渥德曼測量過。他們用動能是 $1.0 - 1.4 \text{ Mev}$ 電子射擊一個金屬箔 (34 mg/cm^2)，把這樣產生的 X 射線再激發 In^{115} 到 1.04 Mev 激發能級。他們測量結果 $\sigma^x \sim 10^{-34} \text{ cm}^2$ 。電子激發 In^{115} 到激發能級的全截面是 $\sigma^e \sim 10^{-33} \text{ cm}^2$ 。於是由試驗結果知道這比值 $(\sigma^e/\sigma^x)_{1.8 \text{ Mev}} \sim 10$ 。在數量級上這比值和理論一致，可惜現有的試驗比值祇能得到數量級，而還沒有獲得準確的數值，使我們知道究竟是磁偶極還是電四極躍遷，這方面有待進一步的準確測量。這方法的主要優點是不必知道或是假設核波函數。

其他一個方法就是直接測量電子被非彈性散射後的角分佈。把測量得到的角分佈和理論分析結果比較。由非彈性散射的微分截面，可以預料各多極躍遷的角分佈形狀應當多少有些不同，由於角分佈的形狀不同，可能推論出是何種多極躍遷。這方法的優點是祇需要得角變化測量相對強度，而不必要估計截面的數量級。現在把 In^{115} 的非彈性散射的最低三個多極微分截面畫了出來，如圖 4, 5, 6 所示。不幸，這三種角分佈圖線的形狀很相似，僅靠形狀的區別不容易推論出是何種多極躍遷來。不過，如果在一定角度內，我們把微分截面按電子入射能量變化畫出圖線來，如圖 7, 8, 9 所示。這三種曲線的形狀的區別就比較顯著了。例如在 150° ，微分截面在電偶極躍遷下，從 1.7 Mev 起趨漸減小，而在磁偶極躍遷下，開始上昇。所以如果進行一個試驗，在一定角度小，測量非彈性散射電

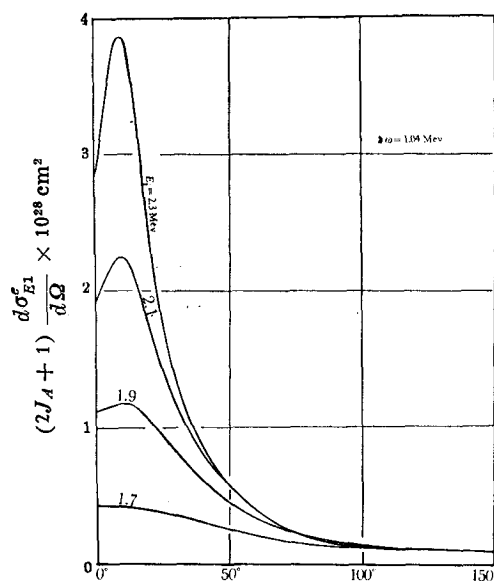


圖 4

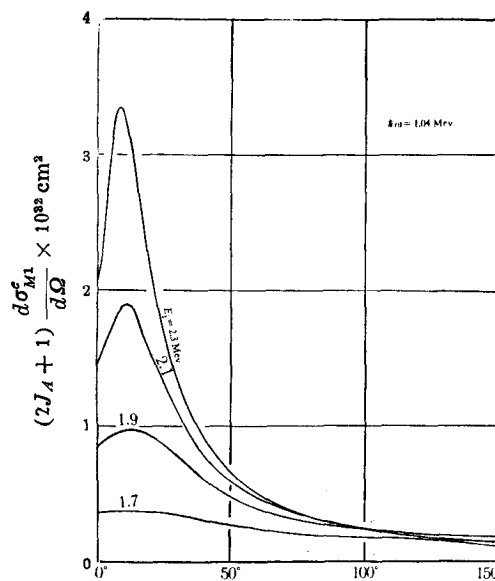


圖 5

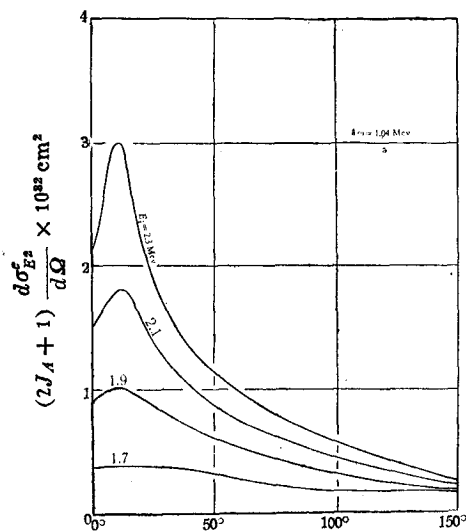


圖 6

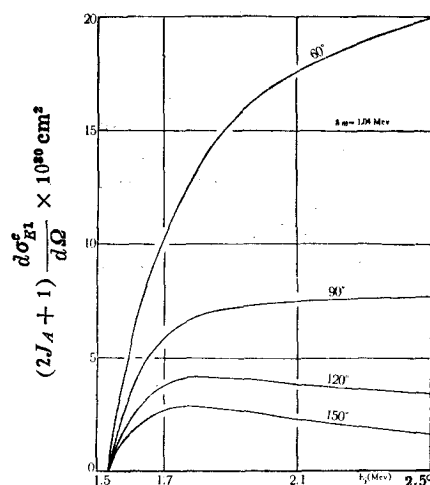


圖 7

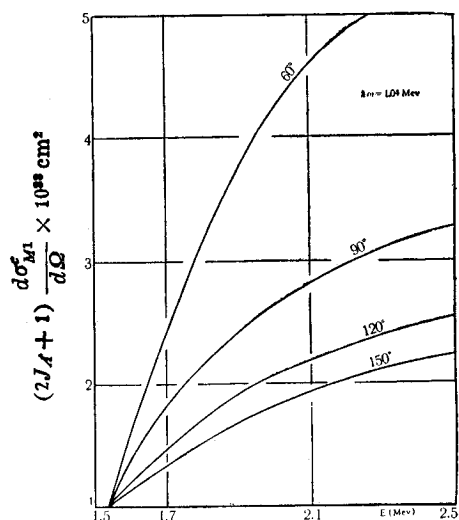


圖 8

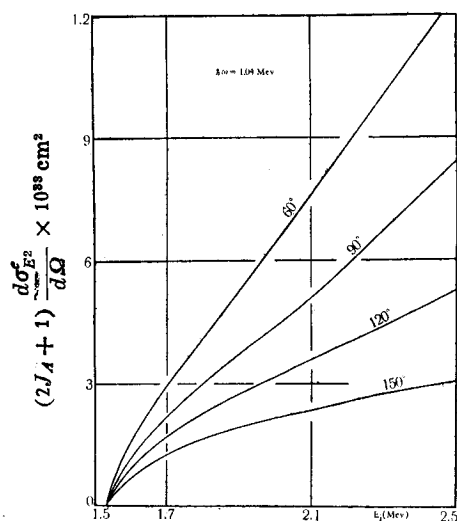


圖 9

子的微分截面按入射電子能量而變，可以得到些判斷原子核激發時屬於何種多極躍遷的數據。這種試驗應當在比較大的散射角度下進行測量，因為彈性散射主要部分多在沿電子入射方向，而非彈性散射的電子比較普遍地分佈在各方向，於是在比較大的散射角度下，非彈性散射的電子更容易被測量出，而少受彈性散射電子的干擾。

參 考 文 獻

- [1] Bethe, H. A. and Peierls, R., *Proc. Roy. Soc. (London)* **A148** (1935), 146.
- [2] Wick, G. C., *Ricerca Scient.* **11** (1940), 49.
- [3] Sneddon, I. N. and Touschek, B. F., *Proc. Roy. Soc. (London)* **A193** (1948), 344.
- [4] Thie, J. A., Mullin, C. J. and Guth, E., *Phys. Rev.* **87** (1952), 962.
- [5] Mullin, C. J. and Guth, E., *Phys. Rev.* **82** (1951), 141.
- [6] Hofstadter, Fechter and McIntyre, *Phys. Rev.* **92** (1953), 978.
Hofstadter, Hahn, Kundsén and McIntyre, *Phys. Rev.* **95** (1954), 512.
McIntyre, Hahn and Hofstadter, *Phys. Rev.* **94** (1954), 1084.
- [7] Heitler, W., *The Quantum Theory of Radiation*, Chapt. III, Oxford.
- [8] Blair, J. S., *Phys. Rev.* **75** (1949), 907.
- [9] Sachs, R. G. and Austern, N., *Phys. Rev.* **81** (1951), 705.
- [10] Bethe, H. and Heitler, W., *Proc. Roy. Soc.* **A148** (1934), 83.
- [11] Guth, E., *Phys. Rev.* **59** (1941), 325.
- [12] Blatt, J. M. and Weisskopf, V. F., *Theoretical Nuclear Physics*, p. 632. John Wiley, New York (1952).
- [13] Lawson, J. L. and Cork, J. M., *Phys. Rev.* **57** (1940), 982.
- [14] Collins, G. B. and Waldman, B., *Phys. Rev.* **57** (1940), 1088.

THE EXCITATION OF NUCLEI BY ELECTRONS AND X-RAYS

Ho KUO-CHU

(*Nan-Kai University*)

ABSTRACT

The theory of the excitation of nuclei by electrons of intermediate energy has been studied. Cross sections for the excitation of nuclei due to the interaction of the electromagnetic field of the electron with the electric dipole, quadrupole, and with the magnetic dipole and quadrupole moments of the nucleus have been evaluated explicitly in terms of these moments.

A relationship between the electro-excitation cross section and corresponding X-ray excitation cross section is established. This relationship is independent of all properties of the nucleus except for the change in the energy, angular momentum and parity involved in the transition.

The predictions of the theory are compared with the experimental measurements in the excitation of In^{115} . It is found that no definite information about the nuclear levels is obtained by this comparison because of insufficient precise experimental results. Measurements which would lead to information about the properties of the nuclear states are suggested.