第 14 卷 第 6 期
1958 年 11 月

物 理 學 報
ACTA PHYSICA SINICA

Vol. 14, No. 6
November, 1958

原子核內的自旋軌道耦合*†

儲 連 元

(中 國 科 學 院)

提 要

本文用二體相移計算了反雙重態能級的間隔，結果與實驗相當好地符合．同時也得出了由於核內的自旋軌道耦合現象二體力所必須滿足的條件．

一、引 言

自從 1949 年 J. H. D. Jensen[1] 和 M. G. Mayer[2] 用强自旋軌道耦合相當好地解釋了“幻數”以後，尤其隨着自旋軌道耦合模型一系列的成功，人們對核內自旋軌道耦合的來源問題發生了很大的興趣．一般地說，其來源有三：1. J. Frenkel[3]，Thomas[4]，進動或相對論效應；2. 二體的非中心力；3. 多體力．但相對論效應比起實驗值來太小了[5]，而多體力是否存在着可觀的大小，現在還難以肯定，加上現在還未發現多體力非有不可的現象，所以我們嘗試的認為來源確是二體的非中心力．在本文中計算了一些能級的分裂和實驗作了比較．

另一個有意義的問題是：由結合能和核體積正比於質量數，而得出了核力的飽和性．現在由核內强自旋軌道耦合現象，能得出核力的什麽性質呢？我們在本文中也給予了相當的考慮．

本文計算用于敏[6] 的分波計算法，及約束相移來繞過我們目前對核力的認識還不完善的困難．

由於不相容原理，約束相移是兩核子的總角動量 J 和質心運動的軌道角動量 N 的函數．本文為計算簡單起見，近似地忽略了這種函數關係．

二、計 算 公 式

根據文獻[6]中(13)式，兩核子間的相互作用能為

$$\Delta E = \int \psi^* K \psi d\tau_1 d\tau_2, \tag{1}$$

ψ 為兩核子的波函數，K 為一算符，其意義見文獻[6]．若

$$\psi^M_{Jj_1j_2} = \frac{2k_1k_2}{R} \sum_{m_1m_2v_1v_2} C^{JM}_{j_1m_1+v_1j_2m_2+v_2} C^{j_1m_1+v_1}_{n_1m_1s_1v_1} C^{j_2m_2+v_2}_{n_2m_2s_2v_2} \times$$
$$\times Y^{m_1}_{n_1}(\widehat{r_1z}) Y^{m_2}_{n_2}(\widehat{r_2z}) f_{n_1}(k_1r_1) f_{n_2}(k_2r_2) x_{v_1}(1) x_{v_2}(2). \tag{2}$$

* 1958 年 8 月 5 日收到．

† 為向中國共產黨的卅七周年生日獻禮而作．

利用文獻[6]的附錄，同時考慮到非中心力，可以得到

$$\Delta E_{Jj_1j_2}(k_1, k_2) = \int \psi^{M*}_{Jj_1j_2} K \psi^{M}_{Jj_1j_2} d\tau_1 d\tau_2 = \Delta E_0 + \Delta E_1 + \Delta E_x.$$

其中單態部分

$$\Delta E_0 = -\frac{16\pi^4\hbar^2}{\mu R^2}(2j_1+1)(2j_2+1)U^2\begin{pmatrix} n_1 & s_1 & j_1 \\ n_2 & s_2 & j_2 \\ J & 0 & J \end{pmatrix} \times$$

$$\times \int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} \sum_{nm} \left| \sum_{m'} C^{Jm}_{n_1m'n_2m-m'} Y^m_n(\mu, 0)\ Y^{m}_{n_1}(\mu_1, 0)\ Y^{m-m'}_{n_2}(\mu_2, \pi) \right|^2 \frac{\tan\delta_n}{k} dK;$$

三態的相對軌道角動量不交叉部分

$$\Delta E_1 = -\frac{16\pi^4\hbar^2}{\mu R^2} 3(2j_1+1)(2j_2+1)\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} dK \sum_{nNj}(2N+1)(2j+1)\frac{\tan\delta_{nj}}{k} \times$$

$$\times \left| \sum_{Lmm'} C^{Lm}_{N0nm}\, C^{Lm}_{n_1m'n_2m-m'}(-1)^L W(LJnj; 1N)\, U\begin{pmatrix} n_1 & s_1 & j_1 \\ n_2 & s_2 & j_2 \\ L & 1 & J \end{pmatrix} Y^m_n(\mu, 0) \times \right.$$

$$\left. \times\, Y^{m'}_{n_1}(\mu_1, 0)\ Y^{m-m'}_{n_2}(\mu_2, \pi) \right|^2;$$

三態的相對軌道角動量的交叉部分

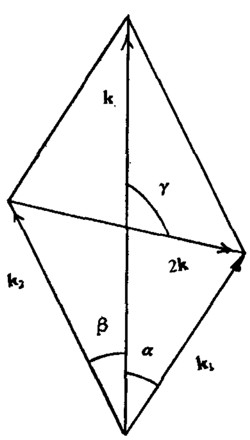
$$\Delta E_x = -\frac{16\pi^4\hbar^2}{\mu R^2} 3(2j_1+1)(2j_2+1)\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} dK \sum_{jN}(2N+1)(2j+1)\frac{\tan\delta_{xj}}{k} \times$$

$$\times \sum_{L_1L_2m_1m_2m'_1m'_2} (-1)^{L_1+L_2} U\begin{pmatrix} n_1 & s_1 & j_1 \\ n_2 & s_2 & j_2 \\ L_1 & 1 & J \end{pmatrix} U\begin{pmatrix} n_1 & s_1 & j_1 \\ n_2 & s_1 & j_2 \\ L_2 & 1 & J \end{pmatrix} W(L_1Jj-1j; 1N) \times$$

$$\times W(L_2Jj+1j; 1N)\, C^{L_1m_1}_{N0j-1m_1}\, C^{L_2m_2}_{N0j+1m_2}\, C^{L_1m_1}_{n_1m'_1n_2m_1-m'_1}\, C^{L_2m_2}_{n_1m'_2n_2m_2-m'_2} \times$$

$$\times Y^{m_1}_{j-1}(\mu, 0)\, Y^{m_2}_{j+1}(\mu, 0)\, Y^{m'_1}_{n_1}(\mu_1, 0)\, Y^{m'_2}_{n_1}(\mu_1, 0)\, Y^{m_1-m'_1}_{n_2}(\mu_2, \pi) \times$$

$$\times Y^{m_2-m'_2}_{n_2}(\mu_2, \pi); \tag{3}$$



其中

$$\mu = \frac{k_1^2 - k_2^2}{2Kk},\ \mu_1 = \frac{K^2 + k_1^2 - k_2^2}{2Kk_1},\ \mu_2 = \frac{K^2 + k_2^2 - k_1^2}{2Kk_2},$$

$$k^2 = \frac{1}{2}(k_1^2 + k_2^2) - \frac{K^2}{4}$$

或

$$\mu = \cos\gamma,\ \mu_1 = \cos\alpha,\ \mu_2 = \cos\beta.$$

γ, α, β 見左圖． δ_n 爲單態的相移．

$$\tan\delta_{jj} = \tan\delta_{jj},$$

$$\tan\delta_{j-1j} = \cos\varepsilon_j \tan\delta_{j\alpha} + \sin^2\varepsilon_j \tan\delta_{j\beta},$$

$$\tan\delta_{j+1j} = \sin^2\varepsilon_j \tan\delta_{j\alpha} + \cos^2\varepsilon_j \tan\delta_{j\beta},$$

$$\tan\delta_{xj} = \sin 2\varepsilon_j(\tan\delta_{j\beta} - \tan\delta_{j\alpha}); \tag{4}$$

其中 δ_{jj}，$\delta_{j\alpha}$，$\delta_{j\beta}$ 爲三態本徵相移，ε_j 爲混合參數[7]．也就是

$$\frac{\tan\delta_n}{k} = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\langle Y_n^m(\widehat{rz})f_n(kr)|K|Y_n^m(\widehat{rz})f_n(kr)\rangle,$$

$$\frac{\tan\delta_{jj}}{k} = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\langle y_{jj1}^M f_j(kr)|K|y_{jj2}^M f_j(kr)\rangle,$$

$$\frac{\tan\delta_{j\alpha}}{k} = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\langle \psi_{\alpha j}^M|K|\psi_{\alpha j}^M\rangle,$$

$$\frac{\tan\delta_{j\beta}}{k} = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\langle \psi_{\beta j}^M|K|\psi_{\beta j}^M\rangle,$$

$$\psi_{\alpha j}^M = \cos\varepsilon_j f_{j-1}Y_{jj-11}^M + \sin\varepsilon_j f_{j+1}Y_{jj+11}^M,$$

$$\psi_{\beta j}^M = -\sin\varepsilon_j f_{j-1}Y_{jj-11}^M + \cos\varepsilon_j f_{j+1}Y_{jj+11}^M. \tag{4'}$$

我們將利用上面的相互作用能表示式來計算滿殼層外一核子或其內一孔所在能級的分裂，因爲在 $j_2 = n_2 + \frac{1}{2}$ 和 $j_2 = n_2 - \frac{1}{2}$ 態上的核子（或孔）對殼層內核子的總相互作用能，由於非中心力的效應是不相同的，故使能級分裂．

在角動量爲 j_1、軌道角動量爲 n_1 能級上的全部核子，和角動量爲 j_2、軌道角動量爲 n_2 能級上一個核子的相互作用能爲

$$\begin{aligned}\Delta E &= \sum_{m_1}\int \psi_{j_1}^{m_1^*}\psi_{j_2}^{m_2^*}K\psi_{j_1}^{m_1}\psi_{j_2}^{m_2}d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \sum_J\sum_M\sum_{m_1}\left|C_{j_1m_1j_2m_2}^{JM}\right|^2\int\psi_{Jj_1j_2}^{M^*}K\psi_{Jj_1j_2}^M d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \sum_J\left(\sum_M\sum_{m_1}\left|C_{j_1m_1j_2m_2}^{JM}\right|^2\right)\int\psi_{Jj_1j_2}^{o^*}K\psi_{Jj_1j_2}^o d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \sum_J\left(\frac{2J+1}{2j_2+1}\right)\int\psi_{Jj_1j_2}^{o^*}K\psi_{Jj_1j_2}^o d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \sum_J\left(\frac{2J+1}{2j_2+1}\right)\Delta E_{Jj_1j_2}(k_1,k_2).\end{aligned} \tag{5}$$

(5)式也可用來求一孔對其所在能級其他核子的相互作用能，因爲有不相容原理在 $\sum_{m_1}$ 中還可以對各個 m_1 值求和．

設零級近似時能級不分裂，就是 $j_1 = n_1 + \frac{1}{2}$ 和 $j_1 = n_1 - \frac{1}{2}$ 的能量相等，這時由(5)可推得下面各式：$j_1 = n_1 + \frac{1}{2}$ 及 $j_1 = n_1 - \frac{1}{2}$ 中全部核子和 $j_2 = n_2 - \frac{1}{2}$ 中一核子的相互作用能爲

$$\Delta E\left(j_2 = n_2 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi\hbar^2}{\mu R^2}\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1}\sum_{nn_1}\frac{2(2n-1)}{n_2 n(n_2+1)(2n+1)}\times$$

$$\times Y_{n_1n_2(=j_2+\frac{1}{2})n}\frac{\tan\delta(3n)}{k}dK + \Delta E_c; \tag{6}$$

和 $j_2 = n_2 + \frac{1}{2}$ 中一核子的相互作用能為

$$\Delta E\left(j_2 = n_2 + \frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi\hbar^2}{\mu R^2}\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} \sum_{nn_1} \frac{2(2n-1)}{n_2 n(n_2+1)(2n+1)} \times$$

$$\times Y_{n_1 n_2 (=j_2-\frac{1}{2}) n} \frac{\tan\delta(3n)}{k}\, dK + \Delta E_c. \tag{7}$$

而

$$\Delta E_c = -\frac{\pi\hbar^2}{\mu R^2}\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} \sum_{n_1 n} Y_{n_1 n_2 n c} \frac{\tan\delta(n)}{k}\, dK, \tag{8}$$

其中

$$\frac{\tan\delta(3n)}{k} = \frac{\tan\delta_{nn-1}}{k} + \frac{2n+1}{(n+1)(2n-1)}\frac{\tan\delta_{nn}}{k} -$$

$$-\frac{n(2n+3)}{(n+1)(2n-1)}\frac{\tan\delta_{nn+1}}{k},$$

$$\frac{\tan\delta(n)}{k} = (2n-1)\frac{\tan\delta_{nn-1}}{k} + (2n+1)\frac{\tan\delta_{nn}}{k} +$$

$$+ (2n+3)\frac{\tan\delta_{nn+1}}{k} + (2n+1)\frac{\tan\delta_{n}}{k},$$

$$Y_{n_1 n_2 (=j_2+\frac{1}{2}) n} = \frac{n_2+1}{2n_2+1} Y_{n_1 n_2 n}, \quad Y_{n_1 n_2 (=j_2-\frac{1}{2}) n} = \frac{-n_2}{2n_2+1} Y_{n_1 n_2 n},$$

$$Y_{n_1 n_2 n} = \sum_{m_2=1}^{n_2}\sum_{m}\Big\{ m_2 m \left| \overline{P_{n_1}^{m-m_2}}(\mu_1)\, \overline{P_{n_2}^{m_2}}(\mu_2)\, \overline{P_n^m}(\mu) \right|^2 -$$

$$- [(n_2+m_2)(n_2+1-m_2)(n+m)(n+1-m)]^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \overline{P_{n_1}^{m-m_2}}^2(\mu_1)\, \overline{P_{n_2}^{m_2}}(\mu_2)\, \overline{P_{n_2}^{m_2-1}}(\mu_2) \overline{P_n^m}(\mu) \overline{P_n^{m-1}}(\mu) \Big\},$$

$$Y_{n_1 n_2 n c} = \frac{1}{(2n_2+1)(2n+1)} \sum_{m m_2} \left| \overline{P_{n_1}^{m-m_2}}(\mu_1)\, \overline{P_{n_2}^{m_2}}(\mu_2)\, \overline{P_n^m}(\mu) \right|^2. \tag{9}$$

$\overline{P_n^m}(\mu)$ 為歸一化的組合勒尙特函數.

那末 $j_1 = n_1 + \frac{1}{2}$ 和 $j_1 = n_1 - \frac{1}{2}$ 全部核子使 n_2 的能級分裂是

$$\Delta E(n_2) = \Delta E\left(j_2 = n_2 - \frac{1}{2}\right) - \Delta E\left(j_2 = n_2 + \frac{1}{2}\right) =$$

$$= -\frac{\pi\hbar^2}{\mu R^2}\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} dK \sum_{n_1 n \neq 0} \frac{2(2n-1)A(n_1,n)}{n_2 n(n_2+1)(2n+1)} Y_{n_1 n_2 n} \frac{\tan\delta(3n)}{k} =$$

$$= -\frac{4\pi\hbar^2}{\mu R^2}\int_{\frac{1}{2}|k_2-k_1|}^{\frac{1}{2}|k_2+k_1|} \sum_{n=1} Y_{n_2 n}(k) \frac{\tan\delta(3n)}{k}\, dk. \tag{10}$$

注意到 $\psi_{Jj_1j_2}^M$ 的反對稱化,引進 $A(n_1, n)$ 到(10)式中,得

$$A(n_1, n) = \begin{cases} \frac{1}{2}[1-(-1)^n]^2+1, & 當\ n_1\ 上中質子全有; \\ \frac{1}{2}[1-(-1)^n]^2, & 當\ n_1\ 上只有和\ n_2\ 上相同的粒子; \\ 1, & 當\ n_1\ 上只有和\ n_2\ 上不同的粒子. \end{cases}$$

因中心力和張量力一級微擾應對能級分裂不產生貢獻，由 (10) 看來應對 $\frac{\tan\delta(3n)}{k}$ 貢獻爲零，的確由此條件可求得 $\frac{\tan\delta(3n)}{k}$ 的三項係數的比值和上面 $\frac{\tan\delta(3n)}{k}$ 表式中完全一樣．

由 (10) 式看出分裂和單態相互作用無關，這從單態沒有非中心力考慮是很自然的．並且如果 $\varepsilon_1 = 0$，(10)式和 ^3s 波也無關係．

在另一個情況下，當 n_1 的 $j_1 = n_1 + \frac{1}{2}$ 能級全充滿核子，而 $j_1 = n_1 - \frac{1}{2}$ 能級中全無核子，這時他們使 n_2 的分裂不能用(10)式來計算．爲了計算簡便，又因爲這時 n_1 與 n_2 都在費米球表面，故近似地將其零級能量看成相同，即 $k_1 = k_2$． 現將充滿在 $j_1 = n_1 + \frac{1}{2}$ 內的核子使 n_2 的能級分裂的 s 和 p 波部分寫在下面：

$$\Delta E(n_1, n_2) = -\frac{\pi\hbar^2}{\mu R^2}\frac{1}{2n_2(n_2+1)(2n_1+1)}\int_{|k_2-k_1|}^{k_2+k_1} dK\left[Y_s\frac{\tan\delta(s)}{k} + Y_p\frac{\tan\delta(^3p)}{k} + \right.$$
$$\left. + Y_{p_a}\frac{\tan\delta(p_a)}{k} + Y_{p_b}\frac{\tan\delta(p_b)}{k} + Y_{sp}\frac{\tan\delta(sp)}{k}\right]A(n_1, n), \qquad (11)$$

其中

$$Y_s = \sum_m m^2\overline{P_{n_1}^m}^2(\mu_1)\,\overline{P_{n_2}^m}^2(\mu_1),$$

$$Y_p = (n_1+1)\sum_m (1-m)\overline{P_{n_1}^m}^2(\mu_1)\overline{P_{n_2}^{m-1}}^2(\mu_1),$$

$$Y_{p_a} = \sum_m m(m-1)\overline{P_{n_1}^m}^2(\mu_1)\overline{P_{n_2}^{m-1}}^2(\mu_1),$$

$$Y_{p_b} = \sum_m [(n_1-m)(n_1+m+1)(n_2+m)(n_2-m+1)]^{\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\overline{P_{n_1}^{m+1}}(\mu_1)\overline{P_{n_1}^m}(\mu_1)\,\overline{P_{n_2}^m}(\mu_1)\overline{P_{n_2}^{m-1}}(\mu_1),$$

$$Y_{sp} = \sum_{m=1}^{n_1, n_2\text{之較小者}} 2[(n_1+m)(n_2+m)(n_1-m+1)(n_2-m+1)]^{\frac{1}{2}}\times$$
$$\times\overline{P_{n_1}^m}(\mu_1)\overline{P_{n_2}^m}(\mu_1)\overline{P_{n_1}^{m-1}}(\mu_1)\overline{P_{n_2}^{m-1}}(\mu_1),$$

$$\frac{\tan\delta(s)}{k} = \frac{\tan\delta(^3s_1)}{k} - \frac{\tan\delta(^1s_0)}{k},$$

$$\frac{\tan\delta(p_a)}{k} = \frac{\tan\delta(^3p_0)}{k} + 2\frac{\tan\delta(^3p_2)}{k} - 3\frac{\tan\delta(^1p_1)}{k},$$

$$\frac{\tan\delta(p_b)}{k}=3\frac{\tan\delta(^1p_1)}{k}-\frac{3}{2}\frac{\tan\delta(^3p_1)}{k}-\frac{3}{2}\frac{\tan\delta(^3p_2)}{k},$$

$$\frac{\tan\delta(sp)}{k}=\frac{\tan\delta(^3p_0)}{k}-\frac{3}{2}\frac{\tan\delta(^3p_1)}{k}+\frac{1}{2}\frac{\tan\delta(^3p_2)}{k}-\frac{\tan\delta(s)}{k}.$$

如為相同粒子,應當令

$$\delta(^1p_1)=\delta(^3s_0)=0. \tag{12}$$

三、理 論 結 果

我們考慮到D波比p波貢獻小,故在我們初步計算中只計算了s波和p波部分,p波相移用的是 E. Clementel[8] 等由核子散射極化實驗分析出來的D類,而s波用于敏[9]考慮了不相容原理計算出來的約束相移.

我們用(13)和(11)式計算了 Pb^{207} 的 3p 態和 2f 態的分裂, k_1和k_2用無限高方阱的數值,取 $r_0=1.3\times10^{-13}$ cm, 結果見表 1.

表 1.

態	理 論 (Mev)			實 驗[10] (Mev)
	(10)式	(11)式	總 的	
3p	0.642	0.157	0.80	0.90
2f	1.209	0.686	1.895	1.78

計算 Ca^{41} 的 2p 態和 1f 態的分裂, k_1和k_2用諧振子數值(取 $r_0=1.34\times10^{-13}$cm), 其結果見表 2. 計算 N^{15} 的 1p 態 O^{17} 的 1d 態, k_1和k_2用諧振子的數值(取 $r_0=1.5\times10^{-13}$cm), 結果見表 3.

表 2.

態	理 論 (Mev)	實 驗[11] (Mev)
2p	1.68	2.003
1f	4.98	>4 4.76 ?

表 3.

態	理 論 (Mev)	實 驗[12] (Mev)
1p(N^{15})	6.6	6.33
1d(O^{17})	6.2	5.08

上面計算的 $Y(k)$ 函數對 $x=\frac{k}{k_0}$ 的曲綫如圖 1, 2, 3.

由 (10) 式的計算中, 可以看出 $n_1\leqslant n_2$ 的能級對 n_2 分裂的貢獻一般為正的, 且較大, $n_1>n_2$ 的能級對 n_2 分裂的貢獻一般為負的, 且較小. 當 n_1 和 n_2 態的能量靠近時一般貢獻較大. 在使 Pb^{207} 的 2f 態分裂中, 用(11)式算得 $i_{\frac{1}{2}}$ 和 $h_{\frac{9}{2}}$ 貢獻相當大, 故在計算分裂時這種 $j_1=n_1+\frac{1}{2}$ 充滿而 $j_1=n_1-\frac{1}{2}$ 空着的能級有注意的必要.

四、關於核力性質的討論

由圖 1, 2, 3 可以看到 Y 函數基本上是正的, 故要得到正確符號的 ΔE 必需要求 $\frac{\tan\delta(3_1)}{k}$ 在 k 小於 $1.3\times10^{13}\,\mathrm{cm}^{-1}$ 以內基本上是負的.

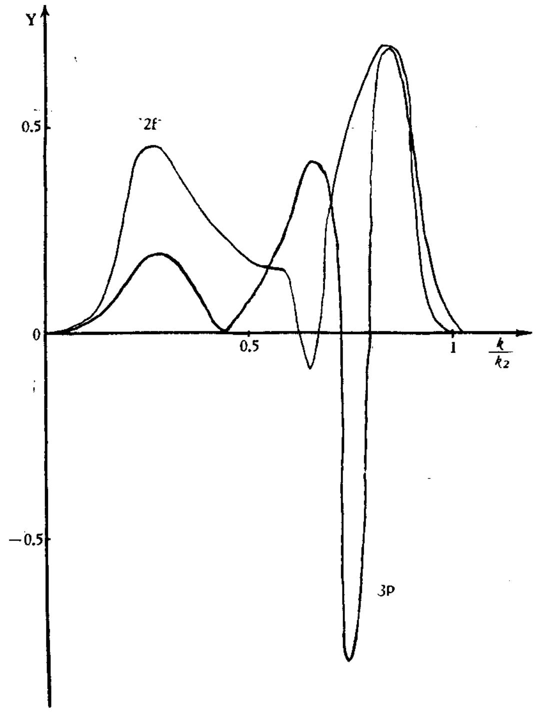


圖 1.　Pb^{207} 的 3p 態和 2f 態 Y 對 $\frac{k}{k_2}$ 的曲綫

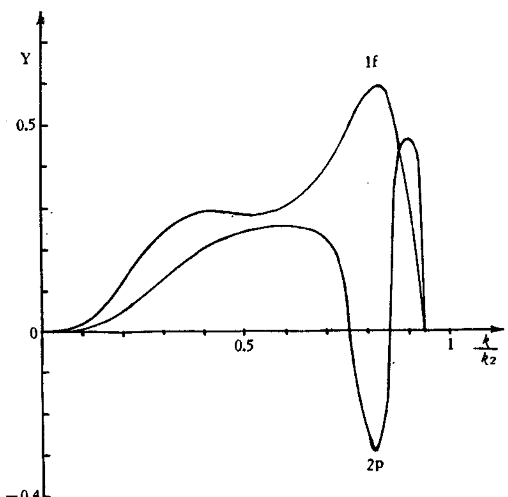


圖 2.　Ca^{41} 的 2p 和 1f 態 Y 對 $\frac{k}{k_2}$ 的曲綫

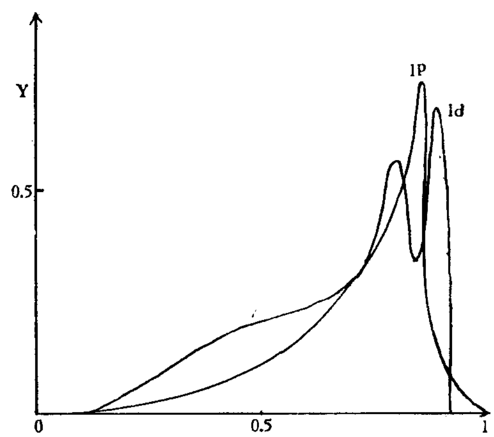


圖 3.　N^{15} 的 1p 態和 O^{17} 的 1d 態 Y 對 $\frac{k}{k_2}$ 的曲綫

哪些核力能滿足上述的要求呢？中心力使 $\frac{\tan\delta(^3p)}{k}$ 爲零當然不行，而非中心力有：

自旋軌道耦合力

一級的　　$v_1 = V_1(r)\sigma\cdot l$

和

二級的　　$v_2 = V_2(r)[\sigma_1\cdot L\sigma_2\cdot L + \sigma_2\cdot L\sigma_1\cdot L]$[13].

以及張量力

$$v_3 = V_3(r)\left[\frac{3(\sigma_1\cdot r)(\sigma_2\cdot r)}{r^2} - \sigma_1\cdot\sigma_2\right]. \tag{13}$$

v_1 的一級微擾貢獻爲

$$\frac{\tan\delta(3_1)}{k}(1)_1 = 12\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)\langle f_1(kr)\,|V_1(r)|\,f_1(kr)\rangle. \tag{14}$$

顯然 v_2 和 v_3 的一級微擾爲零.

爲了簡單起見,近似地在二級及其以上的微擾中忽略了不相容原理的貢獻,並設 ϵ_2 爲零. 現在

v_1 的二級微擾爲

$$\frac{\tan\delta(3_1)}{k}(2)_1 = -\frac{24}{\pi}\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)^2 F_1(k), \tag{15}$$

v_2 的二級微擾爲

$$\frac{\tan\delta(3_1)}{k}(2)_2 = -\frac{120}{\pi}\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)^2 F_2(k); \tag{16}$$

v_3 的二級微擾爲

$$\frac{\tan\delta(3_1)}{k}(2)_3 = -\frac{216}{5\pi}\left(\frac{2\mu}{\hbar^2}\right)^2 F_3(k). \tag{17}$$

其中

$$F_x(k) = \int_0^\infty \frac{\langle f_1(k'r)|V_x(r)|f_1(kr)\rangle^2}{k^2-k'^2}\,k'^2dk'. \tag{18}$$

用哥西積分,可得

$$F_x(k) = \frac{\pi^3}{4k^5}\int_0^\infty d\rho\left[J_{-\frac{3}{2}}(\rho)J_{\frac{3}{2}}(\rho)V_x\left(\frac{\rho}{k}\right)\rho\int_0^\rho J^2_{\frac{3}{2}}(\rho')V_x\left(\frac{\rho'}{k}\right)\rho'd\rho'\right]. \tag{19}$$

因 $J_{-\frac{3}{2}}(\rho)$ 和 $J_{\frac{3}{2}}(\rho)$ 當 $\rho<2.8$ 時符號相反,故在 $l_xk<2.8$ 時 (l_x 爲核力程),也即是對普通的核力程來說 $k<10^{13}\,\mathrm{cm}^{-1}$ 時, $F_x(k)$ 爲負的. 故 v_1, v_2 和 v_3 的二級微擾都不能滿足上述的要求, L. S. Kisslinger[14] 用張量力算出合乎實驗的分裂方向是不正確的,我們認爲 v_1 的存在看來是非有不可的。

我們用方阱計算了(14)式和(15)式,得

$$\frac{\tan\delta(^3p)}{k}(1)_1 = -3l_1\left(\frac{2\mu l_1^2V_{10}}{\hbar^2}\right)g_1(s), \tag{20}$$

$$\frac{\tan\delta(^3p)}{k}(2)_1 = 3l_1\left(\frac{2\mu l_1^2V_{10}}{\hbar^2}\right)^2 g_2(s), \tag{21}$$

$$g_1(s) = \frac{1}{s^4}\left[2s^2 + s\sin 2s - 2(1-\cos 2s)\right],$$

$$g_2(s) = \frac{1}{2s^7}\Big[s^3(2\cos 2s - 1) + s^2\left(\frac{\sin 4s}{4} - 5\sin 2s\right) + $$
$$+ s(3 - 4\cos 2s + \cos 4s) + (2\sin 2s - \sin 4s)\Big].$$

其中 $s=l_1k$, l_1 和 V_{10} 爲 v_1 的力程和阱深. 其 $g_1(s)$ 和 $g_2(s)$ 的曲線見圖 4 及 5, $g_2(s)$ 在 $s<3.3$ 均爲正,故 $F_1(k)$ 在 $k<\frac{3.3}{l_1}$ 均爲負. $\frac{g_2}{g_1}\doteqdot\frac{1}{10}$, 如近似的用 H. S. Wassey[15]

的自旋軌道耦合勢, $\left(\frac{2\mu l_1^2 V_0}{\hbar^2}\right) \doteqdot \frac{1}{2}$, 故得二級比一級微攪小廿倍. 正如于敏[9] 所指出 p 波粗造的可用散射相移來代替約束相移.

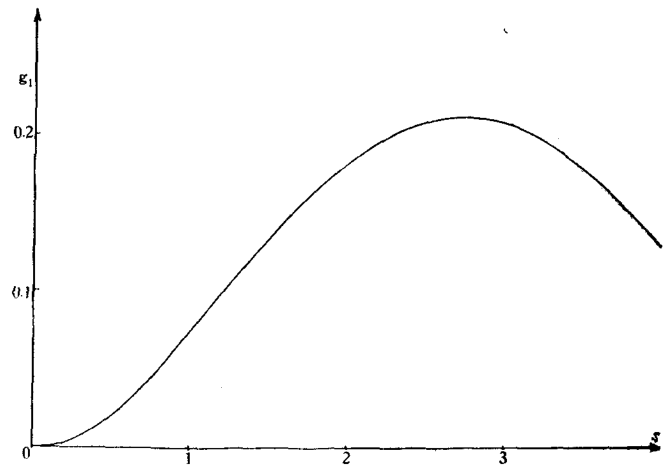


圖 4. $g_1(s)$ 對 s 的曲綫

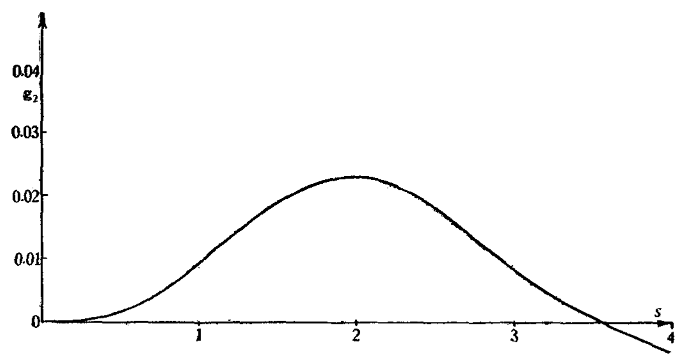


圖 5. $g_2(s)$ 對 s 的曲綫

五、討論與小結

由於理論數值和實驗相當好的符合, 我們可以認爲

(1) 核內能級分裂的主要原因是兩體的非中心力;

(2) 要解釋核內的自旋軌道耦合, 有一級的兩體自旋軌道耦合力是必要的.

(3) Ca^{41} 的 $1f_{\frac{5}{2}}$ 態看來可能是 4.76 Mev 的那個能級, 希望實驗上能進一步測量它的宇稱和總角動量;

(4) 雖然方阱波函數用到輕原子核 O^{17} 和 N^{15} 上是不大合適的, 但初步的看來理論可以和實驗符合, 並不存在 J. P. Ellit 和 Pearse[16] 所指出的, 用同一個位勢所得的 1d 和 1p 的分裂不能和實驗符合的困難. 還有用諧振子波函數再算一下的必要.

最後對于敏先生的指導與幫助表示深切的感謝, 對鄧稼先先生的幫助謹致謝意, 而對高中昌和田淑韻幫助數值計算一併致謝.

参 考 文 獻

[1] Haxel, O., Jensen, J. H. D. and Suess, H. E., *Phys. Rev.* **75** (1949), 1766.
[2] Mayer, M. G., *Phys. Rev.* **75** (1949), 1969; **78** (1950), 16.
[3] Frenkel, J., Zeits, F., *Physik* **37** (1926), 243.
[4] Thomas, *Phil. Mag.* **3** (1927), 1.
[5] Dancoff, S. M., *Phys. Rev.* **58** (1940), 326.
Inglis, D. R., *Rev. Modern Phys.* **25** (1953), 390.
Fermi, E., *Nuov. Cim.* **11** (1954), 407.
[6] 于敏, 物理學報, **13** (1957), 101.
[7] Blatt and Biedenhan, *Phys. Rev.* **86** (1952), 399.
[8] Clementel, E. and Villi, *Nuov. Cim.* **V** (1957), 1167.
Clementel, E., Villi, C. and Jess, L., *Nuov. Cim.* **V** (1957), 907.
[9] 于敏, 1958 年, 將在本學報發表.
[10] Alburger, D. E. and Sunyar, A. W., *Phys. Rev.* **99** (1955), 695.
[11] Nussbaum, Rudi H., *Rev. Modern Phys.* **28** (1956), 423.
Bockelnon, C. K. and Buechner, W. W., *Phys. Rev.* **107** (1957), 1366.
[12] Greem, T. S. and Middleton, R., *Proc. Phys. Soc.* **69 A** (1956), 28. Ajzenberg, F. and Lauritsen, T., *Rev. Modern Phys.* **27** (1955), 77.
[13] Feshbach, H., *Phys. Rev.* **107** (1957), 1626.
[14] Kisslinger, L. S., *Phys. Rev.* **104** (1956), 1077.
[15] Hochbery, S., Wassey, H. S., *Proc. Phys. Soc.* **A 68** (1955), 746.
[16] Ellit, J. P. and Lane, A. M., *Phys. Rev.* **96** (1954), 1160.
Cabell A. Pearse, *Phys. Rev.* **106** (1957), 544.

СПИН-ОРБИТАЛЬНАЯ СВЯЗЬ В ЯДРЕ

Чу Лян-юан

(Академия наук Китая)

Резюме

В настоящей работе при помощи фазовых сдвигов двух тел вычислены расстояния энергетических уровней обратных дублетных состояний. Полученные результаты довольно хорошо совпадают с опытом. Благодаря явлению в ядре спин-орбитальной связи в работе так же получено соотношение, которому необходимо удовлетворяют ядерные силы, действующие между двумя нуклоннами.