第 14 卷 第 6 期　　物 理 學 報　　Vol. 14, No. 6
1958 年 11 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　November, 1958

原子核電八極 γ 躍遷*†

李 揚 國

(中 國 科 學 院)

提　　要

本文用綜合模型理論, 討論 $\left(\frac{7}{2}+\right)\longleftrightarrow\left(\frac{1}{2}-\right)$ 能級之間的 E3 γ 躍遷. 組態混合是由激發 $\lambda=2$ 聲子和核力引起的. 計算的結果表明組態混合主要是由 $\lambda=2$ 聲子引起的. 不利因子 F 約在 0.01 和 0.1 之間. 與其他種類躍遷的不利因子具有同一數量級.

一、引　　言

原子核的 E3 γ 躍遷, 大部分發生在核子數 (N 或 Z) 爲 43, 45 和 47 的原子核. 躍遷發生在 $\left(\frac{7}{2}+\right)\longleftrightarrow\left(\frac{1}{2}-\right)$ 能級之間. 實驗觀察到的 E3 γ 躍遷幾率顯示出這樣的現象: 奇中子核和奇質子核的躍遷幾率同一數量級. 苟哈伯和山耶(Goldhaber 與 Sunyar)[1], 莫佐夫斯基 (Moszkowski)[2] 曾用單粒子模型定性地估計過單個質子在 $g_{\frac{7}{2}}\longleftrightarrow p_{\frac{1}{2}}$ 能級間的躍遷幾率. 結果躍遷幾率比實驗值大 10^2 到 10^3 倍; 即不利因子 F 約在 0.01 到 0.001 之間. 他們指出, 利用壳模型理論能够解釋奇質子核的 F 因子爲什麽這麽小. 因爲 $\left(\frac{7}{2}+\right)$ 能級是 $(g_{\frac{9}{2}})^{3,5,7}_{\frac{7}{2}}$ 組態 $\left(\text{下標 }\frac{7}{2}\text{ 表示總角動量}\right)$. $\left(\frac{1}{2}+\right)$ 能級是 $(g_{\frac{9}{2}})^{2,4,6}_{0}p_{\frac{1}{2}}$ 組態. 一個粒子從 $g_{\frac{9}{2}}$ 能級跳到 $p_{\frac{1}{2}}$ 能級引不起 E3 γ 躍遷, 因爲 $\Delta j=4>3$. 這稱之爲 j 禁戒. j 禁戒使得 F 因子很小. 但是用殼模型理論不能够解釋奇中子核的 E3 γ 躍遷. 因爲中子不帶電荷, 所以由中子的跳動引起的 E3 γ 躍遷幾率很小, 它主要是由原子核的反衝引起的. 這樣, 單個中子的躍遷幾率比單個質子的躍遷幾率應小 $\left(\frac{Z}{A^3}\right)^2$ 倍, Z 爲質子數, A 爲核子數. 對我們所考慮的原子核, ($A\sim100$, $Z\sim40$) 這個因子約爲 10^{-8}. 實驗上奇中子核和奇質子核的躍遷幾率同一數量級, 而沒有發現過有這樣的差異.

波爾 (Bohr)[3] 曾利用集體模型估計由於表面振盪引起的 γ 躍遷(可以稱它爲聲子的 γ 躍遷). 它對於奇中子核和奇質子核的電多極躍遷幾率是相等的. 由此可見, 由於 $\lambda=3$ 核表面振盪所引起的 E3 γ 躍遷可能是很重要的. 它對於躍遷幾率的貢獻可能很大.

$\lambda=3$ 聲子的 γ 躍遷矩陣元也依賴於核子的組態. 如果只是 $(g_{\frac{9}{2}})^{3,5,7}_{\frac{7}{2}}$ 組態, 那麽, 仍然引不起聲子的 E3 γ 躍遷. 因此, 無論是聲子或粒子躍遷, 都應當考慮組態混合.

* 1958 年 8 月 5 日收到.

† 爲向中國共產黨的卅七周年生日獻禮而作.

本文討論了由組態的混合所引起的 E3 γ 躍遷．組態混合的比例是不大的．因此微擾法能够適用．下面將具體地計算出一切可能引起聲子和粒子 E3 γ 躍遷的組態．計算出躍遷幾率，拿它與實驗比較，結果能够和實驗數據大致相符合．

二、躍遷幾率公式

電 2^L 極的輻射躍遷幾率是

$$\Gamma^{(L)} = \frac{8\pi(L+1)}{L((2L+1)!!)^2}\frac{1}{\hbar}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1}\mathfrak{M}^2, \tag{1}$$

其中 E_γ 是輻射出 γ 光子的能量，$\mathfrak{M}$ 爲矩陣元：

$$\mathfrak{M}^2 = \frac{1}{2I_i+1}\sum_{M_f}\sum_{M_i}\sum_{\mu}|\langle I_iM_i|\mathfrak{M}_E(L,\mu)|I_fM_f\rangle|^2, \tag{2}$$

$$\mathfrak{M}_E(L,\mu) = R_0^L\sum_i Y_{L\mu}(\theta_i,\varphi_i)\left\{e_i\left(\frac{r_i}{R_0}\right)^L + \frac{3}{4\pi}Ze\frac{k}{C_L}\frac{(\hbar\omega_L)^2}{(\hbar\omega_L)^2-(E_i-E_f)^2}\right\}. \tag{3}$$

(2)式中 I_i 及 I_f 分別爲初態及末態的總角動量；M_i, M_f 是它的 Z 分量．(3)式是對所有核子求和，其中 e_i 對質子等於電荷 e，對中子等於零．Z 爲質子數；k 爲核子和表面振動之間的耦合常數，約爲 40Mev；C_L 爲 L 階核表面硬度常數；$\hbar\omega_L$ 爲 L 階表面振盪能量；E^i 和 E_f 分別爲初態和末態的能量；R_0 爲原子核的平均半徑．(3)式中第一項是由於粒子的 γ 躍遷所引起的；第二項是由於聲子的 γ 躍遷所引起的；第一項對奇中子核的 E3 γ 躍遷不作貢獻．矩陣元可以約化爲：

$$\mathfrak{M}^2 = \frac{1}{2I_i+1}\sum_{M_iM_f\mu}|\langle I_i||\mathfrak{M}_E(L)||I_f\rangle C^{I_iM_i}_{I_fM_fL\mu}|^2 = |\langle I_i||\mathfrak{M}_E(L)||I_f\rangle|^2. \tag{4}$$

$\langle I_i||\mathfrak{M}_E(L)||I_f\rangle$ 稱爲約化矩陣元，$C^{I_iM_i}_{I_fM_fL\mu}$ 是克萊必西-戈登 (Clebseh-Gordon) 係數．

當在滿壳層外只有單獨一個核子的時候，電 2^L 極躍遷約化矩陣元很易求出，它的平方是

$$\left|\langle I_i||\mathfrak{M}_E(L)||I_f\rangle\right|^2 = \frac{e^2}{4\pi}\left|\left\langle i\left|r^L+\frac{3}{4\pi}\frac{ZkR_0^L}{C_L}\frac{(\hbar\omega_L)^2}{(\hbar\omega_L)^2-(E_i-E_f)^2}\right|f\right\rangle\right|^2 S_{EL}, \tag{5}$$

$$S_{EL} = (2l_i+1)(2l_f+1)(2L+1)(2j_f+1)|W(l_ij_il_fj_f;\tfrac{1}{2}L)|^2|V(l_fLl_i;000)|^2, \tag{6}$$

其中 W 是拉卡 (Racah) 係數；$V(l_fLl_i;000) = \dfrac{(-1)^L}{\sqrt{2L+1}}C^{L0}_{l_i0l_f0}$.

用這個式子，計算從 $g_{\frac{7}{2}}\longleftrightarrow p_{\frac{1}{2}}$ 的粒子 E3 γ 躍遷，得出的躍遷幾率比實驗值大 10^2 到 10^3 倍，這便是苟哈伯和山耶[1]，莫佐夫斯基[2] 的結果．

三、組 態 混 合

以後我們採用類似於沙諾 (Sano)[4] 原子核波函數的符號：$|j^n(J);NR;IM\rangle$ 或 $|j^{n-1}(J_0)j'(J);NR;IM\rangle$．它表示 n 個粒子耦合成角動量爲 J 再與 N 個耦合成角動量爲 R 的聲子耦合成爲總角動量爲 I，它的 Z 分量爲 M 的原子核波函數．

一般地，在滿壳層外存在着 $n\,(>1)$ 個核子，在我們所考慮的這類原子核，按照壳模型理論，$\left(\frac{7}{2}+\right)$ 狀態的零級波函數是

$$|(g_{\frac{9}{2}})^n\left(\frac{7}{2}\right);\,00\,;\,\frac{7}{2}M\rangle\,;\ n\text{ 是奇數}.$$

$\left(\frac{1}{2}-\right)$ 狀態的零級波函數是

$$|(g_{\frac{9}{2}})^n(0)\,p_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right);\,00;\,\frac{1}{2}M\rangle\,.$$

這兩個組態對 $L=3$ 的(2)式矩陣元，由於 j 禁戒而不作貢獻．因此，要求出 $\left(\frac{7}{2}+\right)\longleftrightarrow\left(\frac{1}{2}-\right)$ 狀態之間的 E3 γ 躍遷幾率，必需考慮到這些組態與其他組態的混合． 有兩種因素引起組態的混合． 第一，通過滿壳層外的核子與核表面的相互作用引起核表面二級聲子的激發，便混合了新的組態．相互作用的哈密頓量爲[3]

$$H_i=-\sum_i k_i\sum_\mu \alpha_{2\mu}Y_{2\mu}(\theta_i,\varphi_i). \tag{7}$$

(7)式對滿壳層外所有核子求和，$\alpha_{2\mu}$ 是集體坐標．第二，由滿壳層外核子與核子之間的相互作用引起了組態混合．假設相互作用的力是二體力，相互作用的哈密頓量爲

$$\boldsymbol{V}=\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}V_{ij}(\mathbf{r}_i,\,\mathbf{r}_j), \tag{8}$$

$\sum\limits_{i\neq j}$ 是對滿壳層外的核子求和．

爲了計算方便，我們假設所考慮的這類原子核都是滿壳層外只有三個粒子．這樣，加上了組態混合後的 $\left(\frac{1}{2}-\right)$ 和 $\left(\frac{7}{2}+\right)$ 狀態的波函數可以寫爲

$$\begin{aligned}\Psi\left(\frac{1}{2}M\right)=&\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\,p_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right);\,00;\,\frac{1}{2}M\right\rangle+\\&+\sum_{jJI}\beta_{jIJ}\left(\frac{1}{2}\right)\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(J)j(I);\,12;\,\frac{1}{2}M\right\rangle\end{aligned} \tag{9}$$

和

$$\begin{aligned}\Psi\left(\frac{7}{2}M\right)=&\left|(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{7}{2}\right);\,00;\,\frac{7}{2}M\right\rangle+\alpha\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\,g_{\frac{7}{2}};\,00;\,\frac{7}{2}M\right\rangle+\\&+\beta'\left|(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{9}{2}\right);\,12;\,\frac{7}{2}M\right\rangle+\\&+\sum\beta_{j'IJ}\left(\frac{7}{2}\right)\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(J)j'(I);\,12;\,\frac{7}{2}M\right\rangle.\end{aligned} \tag{10}$$

(9)式中第二項對 E3 γ 躍遷可能有貢獻的組態是：

$$|(g_{\frac{9}{2}})^2(2)\,p_{\frac{1}{2}}(I);\,12;\,\frac{1}{2}M\rangle\,;\ I=\frac{3}{2},\,\frac{5}{2}, \tag{9a}$$

$$|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\,p_{\frac{3}{2}}\left(\frac{3}{2}\right);\,12;\,\frac{1}{2}M\rangle\,, \tag{9b}$$

$$|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, f_{\frac{5}{2}}\left(\frac{5}{2}\right);\, 12;\, \frac{1}{2}M\rangle\,. \tag{9c}$$

同樣(10)式中第三四項對 E3 γ 躍遷可能有貢獻的組態是:

$$|(g_{\frac{9}{2}})^2(2)\, g_{\frac{7}{2}}(I);\, 12;\, \frac{7}{2}M\rangle\,;\, I=\frac{3}{2},\,\frac{5}{2},\,\cdots\frac{11}{2}, \tag{10a}$$

$$|(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{9}{2}\right);\, 12;\, \frac{7}{2}M\rangle\,, \tag{10b}$$

$$|(g_{\frac{9}{2}})^2(2)\, d_{\frac{5}{2}}(I);\, 12;\, \frac{7}{2}M\rangle\,;\, I=\frac{3}{2},\,\frac{5}{2},\,\cdots,\,\frac{9}{2}. \tag{10c}$$

(9)和(10)式中所有的 β 和 α 是組態混合的係數. 所有的 β 都是由核子與 $\lambda=2$ 核表面相互作用引起的

$$\beta_{jIJ}\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, p_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right);\, 00;\, \frac{1}{2}M|H_i|(g_{\frac{9}{2}})^2(J)j(I);\, 12;\, \frac{1}{2}M\rangle}{\hbar\omega_2+\Delta_{jj_0}}, \tag{11a}$$

$$\beta_{j'IJ}\left(\frac{7}{2}\right)=\frac{\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\,|H_i|\,(g_{\frac{9}{2}})^2(J)j'(I);12;\frac{7}{2}M\rangle}{\hbar\omega_2+\Delta_{j'j_0'}}. \tag{11b}$$

Δ_{jj_0} 是 j 和 j_0 能級的距離.

兩種相互作用對 α 都有貢獻.

(I) 和 β 一樣, 通過核子與核表面相互作用引起了組態混合;即由 H_i 二級微擾引起的. 這部分的貢獻寫爲 α_s:

$$\begin{aligned}\alpha_s=\sum_I&\frac{\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\,|H_i|\,(g_{\frac{9}{2}})^2(2)\, g_{\frac{7}{2}}(I);\, 12;\, \frac{7}{2}M\rangle}{\hbar\omega_2+\Delta_{j'j_0}}\times\\&\times\frac{\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^2(2)\, g_{\frac{7}{2}}(I);\, 12;\, \frac{7}{2}M\,|H_i|\,(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\rangle}{\hbar\omega_2}+\\&+\frac{\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\,|H_i\,|(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{9}{2}\right);\, 12;\, \frac{7}{2}M\rangle}{\hbar\omega_2}\times\\&\times\frac{\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{9}{2}\right);\, 12;\, \frac{7}{2}M|H_i\,|(g_{\frac{9}{2}})^3(0)\, g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\rangle}{\hbar\omega_2+\Delta_{j_0j_0'}},\end{aligned} \tag{12}$$

它相當於兩個 β 乘積的和. 計算出來的 α_s 列在表 1 中. 在計算 α_s 和 β 時, 所用的常數 $C_2, \hbar\omega_2$ 是用波爾[3]從流體動力學近似計算出來的數值. $g_{\frac{9}{2}}$ 與 $g_{\frac{7}{2}}$ 的能級距離用 1.5 Mev (奇質子核)和 2 Mev (奇中子核). $g_{\frac{9}{2}}$ 與 $d_{\frac{5}{2}}$ 能級距離用 2 Mev.

(II) 由於核力所引起的混合, 它是

$$\langle\,(g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\left|\,\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}V_{ij}\,\right|\,(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right);\, 00;\, \frac{7}{2}M\rangle\,. \tag{13}$$

表 1. 由表面相互作用引起 $|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right); 00; \frac{7}{2}\, M\rangle$ 組態混合的係數

原 子 核	α_s	原 子 核	α_s
${}_{34}\mathrm{Se}^{77}_{43}$	0.123	${}_{38}\mathrm{Sr}^{85}_{47}$	0.113
${}_{34}\mathrm{Se}^{79}_{45}$	0.106	${}_{43}\mathrm{Tc}^{99}_{56}$	0.127
${}_{34}\mathrm{Se}^{81}_{47}$	0.116	${}_{45}\mathrm{Rh}^{103}_{58}$	0.13
${}_{36}\mathrm{Kr}^{79}_{43}$	0.112	${}_{45}\mathrm{Rh}^{105}_{60}$	0.13
${}_{36}\mathrm{Kr}^{81}_{45}$	0.11	${}_{47}\mathrm{Ag}^{107}_{60}$	0.137
${}_{36}\mathrm{Kr}^{83}_{47}$	0.108	${}_{47}\mathrm{Ag}^{109}_{62}$	0.132

我們選用 $\delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ 型的短程力.

$$V_{ij} = [V_0 + V_1(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j)]\, \delta(r_i - r_j)\delta(\cos\theta_i - \cos\theta_j)\delta(\varphi_i - \varphi_j)/r_i^2, \quad (14)$$

其中 σ 是包里自旋矩陣,用這樣核力計算出來的組態混合係數爲零(見附錄). 也就是說與 $(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, g_{\frac{7}{2}}$ 組態的混合主要是由聲子所引起的. 我們近似地認爲 $\alpha = \alpha_s$.

從(9)和(10)式看到 $\left(\frac{7}{2}+\right) \longleftrightarrow \left(\frac{1}{2}-\right)$ 狀態之間的 E3 γ 躍遷是發生在下面這些組態之間:

(i) $\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right); 00; \frac{7}{2}\, M\right\rangle \longleftrightarrow \left|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, p_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right); 00; \frac{1}{2}\, M\right\rangle$,

(ii) (9a) $\longleftrightarrow$ (10a), (10c) 之間,

(iii) (9b) 和 (9c) $\longleftrightarrow$ (10b) 之間.

在我們所討論的這些原子核, $1f_{\frac{5}{2}}$ 和 $2p_{\frac{3}{2}}$ 殼層都是充滿的. (9b) 和 (9c) 中的 $f_{\frac{5}{2}}, p_{\frac{3}{2}}$ 能級實際上是從 $1f_{\frac{5}{2}}, 2p_{\frac{3}{2}}$ 能級中激發一核子與 $2p_{\frac{1}{2}}$ 中的另一核子耦合爲角動量 $I=0$ 而得的. 實際上波函數(9c)應寫爲

$$|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\,(p_{\frac{1}{2}})^2_0\,(f_{\frac{5}{2}})^2\left(\frac{5}{2}\right); 12; \frac{1}{2}\, M\rangle \quad (9c')$$

它跳到 (10b) 要二個粒子躍遷,可以說幾率小得很. 同理 (9b) 到 (10b) 也是這樣. 所以 (iii) 的情况可以忽略. 只有情况 (i) 和 (ii) 才是眞正能引起 $\left(\frac{7}{2}+\right) \longleftrightarrow \left(\frac{1}{2}-\right)$狀態之間的 E3 γ 躍遷. 在這種情况下,多個粒子體系的約化矩陣元可以化爲單個粒子的約化矩陣元的函數[4]. 我們所需要的有下面兩種情况:

$$\langle (g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right); 00; \frac{7}{2} \| \mathfrak{M}_E(3) \| (g_{\frac{9}{2}})^2(0)\, p_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right); 00\, \frac{1}{2} \rangle =$$
$$= \sqrt{2\cdot 8}\cdot W\left(3\,\frac{1}{2}\,\frac{7}{2}\,0 \Big/ \frac{7}{2}\,\frac{1}{2}\right) \langle\, g_{\frac{7}{2}} \| \mathfrak{M}_E(3) \| p_{\frac{1}{2}} \rangle, \quad (15)$$

$$\langle (g_{\frac{9}{2}})^2(2) j(J); 12; \frac{7}{2} \| \mathfrak{M}_E(3) \| (g_{\frac{9}{2}})^2(2) j'(J'); 12; \frac{1}{2} \rangle =$$
$$= (-)^{3+J'-J}\sqrt{2\cdot(2J+1)(2J'+1)(2j+1)}\; W(3j'J2/jJ') \times$$
$$\times\, W\left(3J'\,\frac{7}{2}\,2 \Big/ J\,\frac{1}{2}\right) \langle j \| \mathfrak{M}_E(3) \| j' \rangle\,. \quad (16)$$

四、躍遷幾率的計算結果

在計算中,常數 C_3 和 $\hbar\omega_3$ 同樣的用波爾流體動力學的近似值. 徑向波函數我們採用諧振子的波函數. 從(11)式計算出所有的 β 和從(15), (16)分別計算出約化矩陣元. 代入公式(1)便求出了 E3 γ 躍遷幾率. 根據我們計算的結果,看到情况(ii)中(9a)與(10a)之間對躍遷幾率的貢獻與情况 (i) 中的貢獻同一數量級,但比它略小一二倍. 而 (9a) 與(10c)之間的躍遷幾率,每一項的貢獻雖不算很小,但計算出來的約化矩陣元有正值,也有負值,總的貢獻比起(i)來小得很多,可以忽略不計.

躍遷幾率的實驗值爲

$$\Gamma_{\text{實驗}} = \frac{\ln 2}{\tau_{\frac{1}{2}}(1+\alpha)}, \tag{17}$$

$\tau_{\frac{1}{2}}$ 是半衰期, α 是內轉換係數. 理論計算數值和實驗數值的比較列在表 2 中. 表中 F 是不利因子. 按定義

$$F = \frac{\Gamma_{\text{實驗}}}{\Gamma_{\text{理論}}}. \tag{18}$$

從表 2 中可以看到奇中子核和奇質子核的 F 因子同一數量級. F 因子約在 0.1 與 0.01 之間. 奇中子核由於粒子躍遷所出現的困難被克服了. 在其他的 γ 躍遷或 β 衰變中,我們看到也同樣存在着同一數量級的 F 因子. 這說明了 E3 γ 躍遷並沒有突出的與其他躍遷不同的地方,因此我們認爲理論與實驗符合得相當好. F 因子與我們所用的常數

表 2. $\left(\frac{7}{2}+\right) \longleftrightarrow \left(\frac{1}{2}-\right)$ 狀態之間的 E3 γ 躍遷

原 子 核	E_γ Kev	$I_i\pi$	$I_f\pi$	F $\gamma_0=1.45\cdot10^{-13}$	F $\gamma_0=1.25\cdot10^{-13}$
${}_{34}Se^{77}_{43}$	60	$\frac{7}{2}+$	$\frac{1}{2}-$	0.053	0.134
${}_{34}Se^{79}_{45}$	80	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.037	0.091
${}_{34}Se^{81}_{47}$	98	$\frac{7}{2}+$	$\frac{1}{2}-$	0.002	0.005
${}_{36}Kr^{79}_{43}$	127	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.01	0.026
${}_{36}Kr^{81}_{45}$	187	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.007	0.018
${}_{36}Kr^{83}_{47}$	32	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.004	0.010
${}_{38}Sr^{85}_{47}$	7.5	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.033	0.08
${}_{43}Tc^{99}_{56}$	2	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.014	0.035
${}_{45}Rh^{103}_{58}$	40	$\frac{7}{2}+$	$\frac{1}{2}-$	0.008	0.02
${}_{45}Rh^{105}_{58}$	130	$\frac{1}{2}-$	$\frac{7}{2}+$	0.019	0.046
${}_{47}Ag^{107}_{60}$	94	$\frac{7}{2}+$	$\frac{1}{2}-$	0.033	0.08
${}_{47}Ag^{109}_{62}$	88	$\frac{7}{2}+$	$\frac{1}{2}-$	0.049	0.11

有很大關係．如我們所用的 C_2, C_3 是流體動力學所得的近似值．這些數值都可能太小．較大的 C 值能增大 F 因子． F 因子的漲落也較大，約有一個數量級．這也不足爲奇的．因爲我們考慮得還不够仔細，它與原子核的硬度 C 有很大的關係． C 的漲落也定引起 F 的漲落．

另外，從第三節的討論及具體的計算可以看到集體運動對 E3 γ 躍遷起了决定性的作用．(1) 在核力是 $\delta(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)$ 型的假設下，所有組態的混合都是由 $\lambda=2$ 聲子所引起的．(2) 奇中子核的 E3 γ 躍遷全部是由 $\lambda=3$ 的聲子所作的貢獻；它對奇質子核同樣地作出了大部分的貢獻．

五、討　論

沙諾[5] 最近也計算了這個範圍的 E3 γ 躍遷．他用核力引起組態的混合．但是根據我們的計算：

(1) 由於核力所引起的組態混合很小．在 $\delta(\mathbf{r}_i-\mathbf{r}_j)$ 型的近似下，它引不起與 $(g_{\frac{9}{2}})(0)\, g_{\frac{7}{2}}$ 組態的混合．沙諾用了高斯型位阱，因此引起一些混合，但總的結果還是很小．在他所考慮的情形中．核力的作用還應當引起更多中間狀態．

(2) 沙諾沒有考慮由於 $\lambda=2$ 聲子所引起的組態混合．從上面的計算中，我們覺得由於 $\lambda=2$ 聲子所引起的組態混合是起了决定性的作用，不能忽略．如所有的 β 和 α 係數可能都是由 $\lambda=2$ 聲子引起的．把它忽略去了，等於丢棄了主要項，因此沙諾計算出來的躍遷幾率要小得多．甚至實驗值比他的理論值還可以大上十幾倍，如 ${}_{34}\mathrm{Se}^{77}_{43}$, $F=13.96$. F 因子這麼大在理論上是很難解釋的．

本工作是在于敏同志指導下完成的，謹向于敏同志致衷心的感謝．

附　錄

計算由 δ 型的核力所引起的組態混合．(14)式的二體相互作用力是[6]

$$V_{ij}=[V_0+V_1(\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j)]\,\delta(r_i-r_j)\,\delta(\cos\theta_i-\cos\theta_j)\,\delta(\varphi_i-\varphi_j)/r_i^2, \qquad \text{(I)}$$

其中 $V_0=\dfrac{V_s+3V_t}{4}$, $V_1=\dfrac{V_t-V_s}{4}$, V_t, V_s 分別是獨態及三重態的位阱深度；引入

$$v_k(r_i, r_j)=\frac{2k+1}{2}\,\delta(r_i-r_j)/r_i^2,$$

$$t_i^{(0k,k)}=C_i^k=\left[\frac{4\pi}{(2k+1)}\right]^{\frac{1}{2}} Y_k(\theta_i, \varphi_i),$$

$$t_j^{(1,k;r)}=[\sigma^{(1)}\times C^{(k)}]_j^{(r)} \qquad r=k,\ k\pm 1.$$

這樣，V_{ij} 可以改寫爲

$$V_{ij}=\sum_{\kappa,kr}(-)^{k+\kappa-r}V_k v_k(r_i r_j)(t_i^{(\kappa k;r)}t_j^{(\kappa k;r)})\times$$

$$\times\left\langle (g_{\frac{9}{2}})^3\left(\frac{7}{2}\right);00;\frac{7}{2}M\right|\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}V_{ij}\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)\,g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right);00;\frac{7}{2}M\right\rangle=$$

$$=2\sqrt{3}\sum_J\left\langle (g_{\frac{9}{2}})^2(J)g_{\frac{9}{2}}\left(\frac{7}{2}\right);00;\frac{7}{2}M\,\right|V_{23}\left|(g_{\frac{9}{2}})^2(0)g_{\frac{7}{2}}\left(\frac{7}{2}\right);00;\frac{7}{2}M\right\rangle\times$$

$$\times\left(\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^2(J)\,g_{\frac{9}{2}}|\}\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^3,\ \frac{7}{2}\right)=$$

$\left(\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^2(J)g_{\frac{9}{2}}|\}\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^3,\ \frac{7}{2}\right)$ 稱爲派生因子 (fractional parentage)[7].

$$=2\sqrt{3}\sum_{\kappa k r J}(-)^{\kappa+k-r}V_k(2k+1)I\left(\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^2(J)\,g_{\frac{9}{2}}|\}\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^3,\ \frac{7}{2}\right)\times$$

$$\times\left\langle \left(g_{\frac{9}{2}}\right)^2(J)\|t^{\kappa k;r}\|\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^2(0)\right\rangle\left\langle g_{\frac{9}{2}}\|t^{\kappa k;r}\|g_{\frac{7}{2}}\right\rangle W\left(J\frac{9}{2}0\frac{7}{2}\Big/\frac{7}{2}r\right)$$

$$=2\sqrt{3}\sum_{\kappa k r J}(-)^{\kappa+k-r}V_k(2k+1)I\left(\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^2(J)\,g_{\frac{9}{2}}|\}\left(g_{\frac{9}{2}}\right)^3,\ \frac{7}{2}\right)\times$$

$$\times\left\langle g_{\frac{9}{2}}\|t^{\kappa k;r}\|g_{\frac{9}{2}}\right\rangle\left\langle g_{\frac{9}{2}}\|t^{\kappa k;r}\|g_{\frac{7}{2}}\right\rangle\sqrt{2J+1}\,W\left(J\frac{9}{2}0\frac{7}{2}\Big/\frac{7}{2}r\right)\times$$

$$\times W\left(\frac{9}{2}J\frac{9}{2}0\Big/\frac{9}{2}r\right). \tag{II}$$

其中 $I=\frac{1}{2}\int R_{44}^4(r)r^2dr$; 上述關係見文獻[8]. $W\left(\frac{9}{2}J\frac{9}{2}0\Big/\frac{9}{2}r\right)$ 要求 $r=J$, 因爲 J 只能是偶數,所以 r 爲偶數. 由於

$$\langle j\|t^{\kappa k;r}\|j\rangle=\left\langle l\,\frac{1}{2};j\right\|[\sigma^\kappa\times C^k]^r\left\|l\,\frac{1}{2};j\right\rangle$$

$$\propto U\begin{pmatrix} l & \frac{1}{2} & j\\ k & \kappa & r\\ l & \frac{1}{2} & j\end{pmatrix}=0\quad \text{當 } \kappa+k-r \text{ 等於奇數.}$$

由於空間波函數的平方是偶函數, 所以 k 應爲偶數. 這樣 $\kappa=1$ 時矩陣元不作貢獻; 即 (I)式中 $V_1(\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\boldsymbol{\sigma}_j)$ 項不引起組態的混合[1]. 在 δ 型核力的近似下, $\langle\Psi(i)|\boldsymbol{\sigma}_j\cdot\boldsymbol{\sigma}_k\delta(\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_k)|\Psi(f)\rangle$ 只對相對運動的 s 波有所貢獻. 在相同粒子的情形下, s 波只有獨態的 ^1s 波. $\boldsymbol{\sigma}_j\cdot\boldsymbol{\sigma}_k=-3$. 這樣 V_0 所起的效果與 $V_1(\boldsymbol{\sigma}_i\boldsymbol{\sigma}_j)$ 一樣. 故 V_0 項也引不起組態的混合. 所以 (II) 式的結果爲零.

參考文獻

[1] Goldhaber, M. and Sunyar, A. W., *Phys. Rev.* **83** (1951), 906.
[2] Moszkowski, S. A., *Phys. Rev.* **89** (1953), 474.
[3] Bohr, A. and Mottelson, B. R., *Dan. Matt. Fys. Medd.* **27** (1953), No. 16.
[4] Sano, M., *Prog. Theor. Phys.* **14** (1955), 81.
[5] Sano, M., *Prog. Theor. Phys.* **18** (1957), 223.
[6] Arima, A. and Horie, H., *Prog. Theor. Phys.* **12** (1954), 623.
[7] Flowers, B. H., *Proc. Roy. Soc.* **215** (1952), 398.
[8] Racah, G., *Phys. Rev.* **62** (1942), 438.

1) 上面的結論不限於 δ 型力,任何中心力,張量力都可能.

E3 γ-ПЕРЕХОД В ЯДРЕ

Ли Ян-го

(*Академия наук Китая*)

Резюме

В настоящей работе при помощи обобщенной модели ядер рассматривается E3 γ-переход между ${}^7/_2{}^+ \longleftrightarrow {}^1/_2{}^-$. Благодаря ядерным силам и связи нуклонов с поверхностью ядер смешаны некоторые конфигурации. Вычисленный результат показывает, что $\lambda=2$ фононов играет главную роль. F-фактор лежит между 0.01 и 0.1. Он имеет такой же порядок, как и фактор для других переходов.