

F^{19} 的轉动能譜*

沈洪濤 阮圖南 李揚國

(中国科学院原子能研究所)

提 要

本文用轉动微扰的方法,計算了 F^{19} 的能級。結果与实验大致符合。把 F^{19} 看做大变形核并把它低激发能譜解釋为轉动能級是没有什么矛盾的。

一. 引 言

近来有人分析輕原子核的能譜,发现有些原子核的能譜似乎可以解釋为轉动能譜,如 Na^{28} , Al^{26} , $Mg^{24,26}$ 和 $Si^{29[1]}$ 等。說明这些輕原子核的形狀也与稀土族元素和超鈾元素一样,可能不是球形的。在另一文^[2]中,我們利用了尼尔森^[3]計算出来的單粒子在橢球平均势中运动的能級曲綫討論了 O^{17} — Si^{29} 这些輕原子核的内禀組态和变形的关系,发现在 F^{19} 以上的原子核变形便很大了(見[2]中图1—13和表1)。我們在另一文^[2]中还討論了由于剩余力所产生的对能和轉动微扰对能級的影响,結果发现轉动微扰的影响很大。例如 O^{17} 就是由于轉动微扰的影响而使它的基态变形大大减小的(見[2]图14)。

近来对 F^{19} 原子核的討論,有的人^[4]認為 F^{19} 变形很大,它的能譜是由 $K=\frac{1}{2}$ 轉动能帶混合 $K=\frac{3}{2}$ 轉动能帶而得的;也有的人^[5]認為变形不大,核子与核实的相互作用是弱耦合。本文进一步討論了这个原子核的变形情况;特别是轉动微扰对原子核的变形和能級次序及間距的影响。計算的結果表明轉动微扰不足以使原子核变为球形。原子核的变形仍然很大。計算出来的能級也与实验互合。在下一节中我們將討論轉动微扰对 F^{19} 能級的影响。第三节將与实验比較和分析。

二. 轉动微扰对 F^{19} 能譜的影响

在图1中給出了已經測量到的 F^{19} 能譜和一些 γ 跃迁分支比。文[2]中我們單考虑 F^{19} 内禀能量和变形的关系([2]中图3),得出了这个原子核变形很大以及基态的总角动量和宇称是 $\frac{1}{2}^+$ 。由于原子核可能变形很大及基态的总角动量和宇称是 $\frac{1}{2}^+$,可認為有一串 $K=\frac{1}{2}$ 的轉动能譜, K 是总角动量在原子核对称軸上的投影。这样,在忽略轉动微扰情况下, $K=\frac{1}{2}$ 轉动能譜的排列应为

$$E_I = E_0 + \frac{\hbar^2}{2J} \left[I(I+1) + a(-1)^{I-\frac{1}{2}} \left(I + \frac{1}{2} \right) \right] \quad I = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, \quad (1)$$

其中 J 为轉动慣量, a 为退耦(decoupling)常数, I 为总角动量。

* 1959年5月21日收到。

为了进一步討論 F^{19} 各条能級与变形的关系和能級的相对位置, 我們进一步考虑了轉动微扰对它的影响。在我們的計算中, 核子的内部波函数还是用尼尔森^[6]所計算出来在变形坊中的結果, 而且用和文[2]同样的符号来标明核子所处的状态。例如 (6^3) 表示 F^{19} 中有三个核子填在尼尔森第 6 条曲綫相应的粒子态上 (我們認為 O^{16} 双滿壳組成核实; 那么 F^{19} 是 8 个質子和 8 个中子滿壳层外还帶有三个核子的原子核体系), 如果忽略去核表面的振动。壳外存在着多粒子体系的原子核的哈密頓函数为下面的形式:

$$H = \sum_i H_p^{(i)} + \frac{\hbar^2}{2J} \left[I(I+1) - K^2 + \sum_i \left\{ j_i(j_i+1) - j_{i3}^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i \neq m} (j_m - \Omega_m)(j_m + \Omega_m + 1) \delta(j_i, j_m) \delta(\Omega_m, \Omega_i - 1) \right\} + \right. \\ \left. + a(-1)^{I-\frac{1}{2}} \left(I + \frac{1}{2} \right) \delta_{K, \frac{1}{2}} \delta_{\Omega, \frac{1}{2}} \right] + U, \quad (2)$$

$$U = U_0 + U_1, \quad (3)$$

$$U_0 = (1-D) \left(\frac{\hbar^2}{2J} \right) \sum_{i \neq m} j_i j_{m1} + j_{i2} j_{m2}, \quad (3.1)$$

$$U_1 = -(1-D) \frac{\hbar}{J} \left(I_1 \sum_i j_{i1} + I_2 \sum_i j_{i2} \right). \quad (3.2)$$

上式是在軸对称的情况下, 而且認為 $K = \Omega = \sum_i \Omega_i$ 得出的結果; Ω_i 为第 i 个核子的角动量 j_i 在对称軸上的投影; K 是总角动量 I 在对称軸上的投影。 $H_p^{(i)}$ 是第 i 个核子的哈密頓函数, 求和号是对所有核子进行的。(2)式中第二, 三項都是轉动的哈密頓函数, 我們把它分写为二項是因为第二項对 I_0 , j_{i3} 是对角綫的, 第三項 (即 U) 对 I_0 , j_{i3} 來說是非对角綫形的。在第二項中 $\delta(j_i, j_m) = 0$ 除非是 $(nlj)_i = (nlj)_m$; 这一項是由于波函数反对称化所貢獻的。因此我們作这样一个理解, 它只对相同粒子有所貢獻。 a 是退耦常数; U_0 和 U_1 中的 D 是在 I_0 , j_{i3} 表象中的投影算符; j_i 和 j_{i1} , j_{i2} , j_{i3} 分别是第 i 个核子的总角动量和在 1, 2, 3 軸上的分量。式中的求和号只是对壳外核子进行的。

在总的哈密頓量中, 由于存在着 U 这一項, 它要將各种不同的 I_0 和 j_{i3} 本征函数混合起来。这样在求解 H 的本征函数和本征值时便要求解一久期方程。对 F^{19} 而言, 壳外有三个核子; 能級有正、負宇称兩組轉动能級。我們先討論宇称为

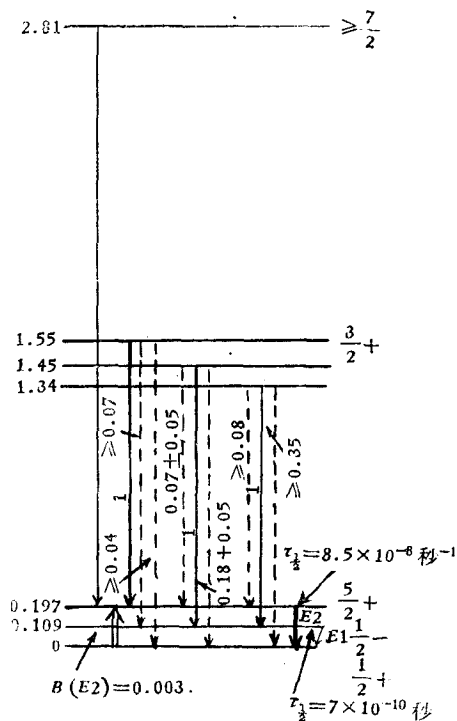


图1 已知的 F^{19} 小于 3 Mev 的能級

正的情况。

在文献[2]图3中, F^{19} 壳外的核子可能是正宇称的, 最低能量组态是

$$(6^8) \left(\Omega = \sum_i \Omega_i = \frac{1}{2}; \Omega = K \right); \quad (6^3 + 7) \left(\Omega = \frac{3}{2} \right) \text{ 和 } (6^2 + 5) \left(\Omega = \frac{5}{2} \right).$$

我們假定只有这三个组态混合而忽略去其他组态的混合, 那么久期方程最多只是一个三行三列的行列式。

这时具有总角动量 I 和它的 z 分量为 M , 在第三轴分量为 $K = \Omega$ 零级近似波函数应为

$$\Psi_{MQ}^I = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^3}} \{ \chi_Q \mathcal{D}_{MQ}^I(\theta_i) + (-1)^{I-\sum j_i} \chi_{-Q} \mathcal{D}_{MQ}^I(\theta_i) \}. \quad (4)$$

χ_Q 是三个核子的内部波函数, 在我們的計算中, 用的是尼尔森的结果(对相同粒子要反对称化)。那么 H 的本征函数可展为

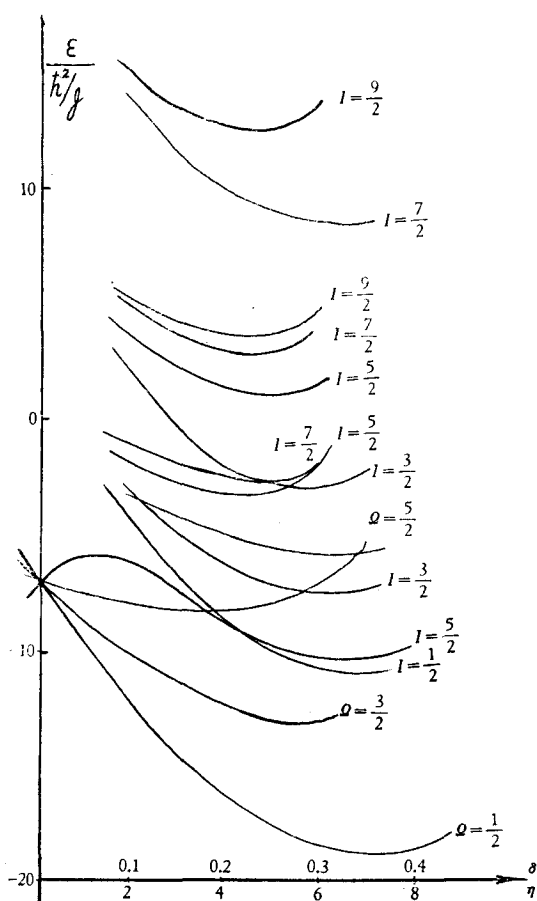


图2 F^{19} 转动微扰对能量曲线的影响(正宇称情形)。纵坐标表示能量, 单位是 $\frac{h^2}{2J} = 0.5 \text{ Mev}$, 横坐标是变形参数 η (或 δ) ($\Omega = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 和 $\frac{5}{2}$ 三条曲线是不考虑转动动能的结果)

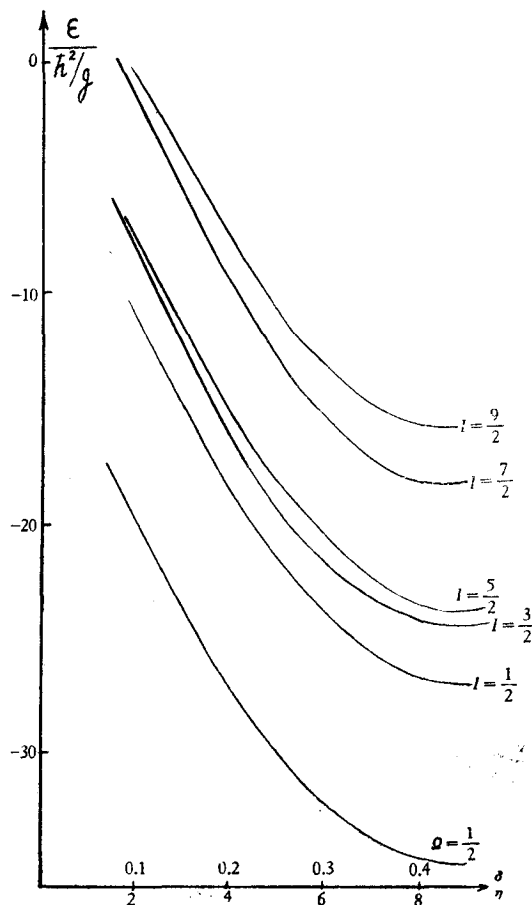


图3 F^{19} 转动微扰对能量曲线的影响(负宇称情形)(说明与图2同)

$$\psi_M^I = \sum_{\Omega} C_{\Omega} \Phi_{M\Omega}^I. \quad (5)$$

根据这个波函数就很容易求出 H 的久期方程。在計算过程中, 我們可以將粒子的哈密頓算符 $\sum_i H_p^{(i)}$ 写为 $\frac{3\hbar\omega}{4} \left\{ \sum \left(N + \frac{3}{2} \right) \frac{\varepsilon^2}{9} + \kappa \sum_i \gamma_i(\varepsilon) \right\}$ (見 [2] 附录二), 其中 ε 为形变参数, $\kappa=0.05$ 。这样, 对不同的 I 和变形点的本征值便能求出来了。計算出来的結果列在表 1 中, 表中的結果画成的曲綫如图 2 所示。

表 1 H 的本征能量 (單位 $\frac{\hbar^2}{J} = 0.5 \text{ Mev}$)

I. 不考虑轉動微扰

組 态	$\eta=0$	$\eta=2$	$\eta=4$	$\eta=6$
$(6^3)\Omega=\frac{1}{2}$	-6.912	-11.81	-16.03	-18.23
$(6^2+7)\Omega=\frac{3}{2}$	-6.912	-10.19	-12.34	-12.39
$(6^2+5)\Omega=\frac{5}{2}$	-6.912	- 8.23	- 8.36	- 6.04
a (退耦常数)	3	2.6	2.219	1.963

II. 考虑轉動微扰

I	$\eta=0$	$\eta=2$	$\eta=4$	$\eta=6$
$\frac{1}{2}$		-4.59	-8.67	-10.71
$\frac{3}{2}$ 最小值		-3.38	-6.16	- 7.55
最大值		2.02	-1.96	- 3.15
$\frac{5}{2}$ 最小值	-6.912	-5.98	-8.66	-10.15
次小值		-2.14	-3.29	- 2.35
最大值		+3.5	1.44	2.28
$\frac{7}{2}$ 最小值		-1.12	-2.47	- 2.33
次小值		5.05	2.85	3.67
最大值		13.55	9.87	8.54
$\frac{9}{2}$ 最小值		-2.65	-5.01	- 5.81
次小值		4.86	3.64	4.41
最大值		14.68	12.59	13.2

表2 H 的本征能量(單位 $\frac{\hbar^2}{J}=0.5 \text{ Mev}$)

	$\eta=0$	$\eta=2$	$\eta=4$	$\eta=6$
$Q=\frac{1}{2}$ 不考虑轉动	12.3	4.38	-3.01	-8.61
$I=\frac{1}{2}$ 考虑轉动		12.1	5.2	-0.3
$I=\frac{3}{2}$ 考虑轉动		15.2	7.6	1.9
$I=\frac{5}{2}$ 考虑轉动		15.6	8.5	3.1
$I=\frac{7}{2}$ 考虑轉动		22.0	14.3	8.4
$I=\frac{9}{2}$ 考虑轉动		22.8	15.7	10.6
a (退耦常数)	1	0.834	0.631	0.497

同理我們可以考慮負宇稱的情況。從尼爾森的曲綫中看出，負宇稱的組態主要是由核實中激發一個 $P_{\frac{1}{2}}$ 態質子所引起的(即[2]表1中 $(-4+6')$ 組態)。由於 $P_{\frac{1}{2}}$ 只有一條曲綫，所以我們認為零級近似的波函數便是 H 的本征函數。這樣它的本征能量也很易求出。計算結果列在表2中，表2的結果畫成的曲綫如圖3所示。

在計算中，退耦常數 a 我們用尼爾森的理論值。計算出來的結果也列在表1，表2中。 $\frac{\hbar^2}{J}$ 取做 0.5 Mev，我們是比較它附近偶-偶核的激發能級而選定的。計算的結果表明：由於轉動微擾的影響，能級的平衡位置變動了，而且是向變形較小的方向變動。但與 O^{17} 的情況不同，轉動微擾不足以把原子核變為球形。這一點也是可以理解的，由於核實外面的核子增多了，核子與殼的相互作用便增強了。這時由於轉動微擾要使核回復球形的效應不佔優勢，原子核仍然是變形的。從圖2，圖3中看到低激發態的變形很大， $\delta > 0.3$ ； δ 為尼爾森定義的形變參數。

三. 与实验比較和分析

1. F^{19} 的能級

從圖2,3 能量曲綫的最小值(即平衡變形位置)可以定出能級的次序和相對位置。由於尼爾森曲綫本身的精確度也有限，定出的正負宇稱轉動能帶之間的相對位置是很不可靠的，所以對負宇稱的轉動能帶我們認為 0.109 Mev 是它的基態。畫出來的能級圖列在圖4的左邊，其右邊是實驗的結果。由兩邊比較的結果，我們看到能級的次序和位置與實驗大致符合。 $\frac{5}{2}+$ 在 0.3 Mev 處，實驗值在 0.197 Mev 處； $\frac{3}{2}+$ 在 1.65 Mev 處，實驗值是 1.55 Mev。實驗上對於 1.34, 1.45 Mev 能級的自旋和宇稱都未定出來。正如拉卡味^[1] (Rakavy)所指出的：這兩條能級很可能是 $K=\frac{1}{2}$ 轉動能譜的 $\frac{3}{2}-$ 和 $\frac{5}{2}-$ 狀態。這兩條能

譜的理論值是比較分開的。這與理論上計算出來的退耦常數 a 變化很大很有關係。 a 在球形時為 $+1$ 而在變形很大時趨於零。隨着 a 的減少使得這兩條能譜分得更開。選擇較大的 a 值可以與實驗符合得更好。計算出來的 2.46 MeV , $\frac{9}{2}+$, 態對應於實驗的 2.81 MeV 能級。這裏的誤差較大與我們選用的 $\frac{\hbar^2}{J}$ 單位有關係, $\frac{\hbar^2}{J} = 0.5 \text{ MeV}$ 可能是太大了。實驗在 $3.91, 4$ 和 4.04 MeV 處發現三條能級, 而在 4 MeV 附近可以從理論上得到 $\frac{5}{2}+$, $\frac{3}{2}+$, $\frac{7}{2}+$ 和 $\frac{7}{2}-$ 能級。從理論上得到的更高激發態在圖中也畫出來了。

2. γ 躍遷

$\frac{5}{2}+$ 到基態 $\frac{1}{2}+$ 的 $E2 \gamma$ 躍遷是增大的。實驗上的躍遷几率比單粒子模型計算值大了 3.3 倍。我們知道, 在轉動能級之間的 $E2 \gamma$ 躍遷應當是增大的, 而且隨原子核變形的增大而增大。從 $\frac{5}{2}+$ 能級的半衰期測得躍遷的內稟四極矩 $Q_0 = 0.332 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ 。由它定出的變形參數為 $\delta = 0.36$, 這與曲線上的平衡位置 $\delta = 0.35$ 很接近。

$\frac{1}{2}-$ 到基態 $\frac{1}{2}+$ 的 $E1$ 躍遷几率實驗值比單粒子模型的計算值小大約 $1,400$ 倍。正如拉卡味所指出的, 在 $K = \frac{1}{2}-$ 與 $K = \frac{1}{2}+$ 之間的 $E1$ 躍遷如果用大變形的漸近本征函數是禁戒的, 因為 $E1$ 躍遷算符 $rY_{1\mu}(\theta, \varphi)$ 引不起從 $n_z = 0; A = 1$ 的狀態到 $n_z = 2; A = 0$ 狀態的躍遷。 n_z 和 A 分別為 z 分量的諧振子數和磁量子數。同樣, 如果 $K = \frac{1}{2}+$ 狀態混合了 $K = \frac{3}{2}+$ ($n_z = 1; A = 1$) 狀態也引不起 $K = \frac{1}{2}-$ 到 $K = \frac{3}{2}+$ 的 $E1$ 躍遷, 因為這是兩粒子躍遷, 躍遷矩陣元仍為零。對 $\frac{1}{2}+$ 狀態, 它根本也不混合 $K = \frac{3}{2}+$ 的狀態。我們用尼爾森的波函數計算了在 $\eta = 6$ 的躍遷几率, 結果比單粒子情況小 100 倍而比實驗值還大 14 倍。這一點可能是由於兩個狀態的平衡位置不同所引起的。

1.55 MeV $\frac{3}{2}+$ 到 $\frac{1}{2}+$ 的躍遷很弱, 它的強度幾乎只有 $\frac{3}{2}+$ 到 $\frac{5}{2}+$ 躍遷的 4% 。這兩個狀態都同樣是 $M1$ 躍遷。如果我們認為 $\frac{3}{2}+$, $\frac{5}{2}+$, 混合 $K = \frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ 的狀態不多而近似的認為是純 $K = \frac{1}{2}$ 轉動態的話 (事實上這兩個態包含 $K = \frac{1}{2}$ 的百分比是很大的, $\frac{5}{2}+$ 態佔有 85% , $\frac{3}{2}+$ 態佔有 72%)。那麼計算表明, $\frac{3}{2}+$ 到 $\frac{1}{2}+$ 的 $M1$ 躍遷幾乎為零。 $\frac{3}{2}+$ 到 $\frac{5}{2}+$ 的躍遷卻正常。 $\frac{3}{2}+$ 到 $\frac{1}{2}+$ 和 $\frac{5}{2}+$ 也可以是 $E2$ 躍遷, 如果認為它們是純 $K = \frac{1}{2}$

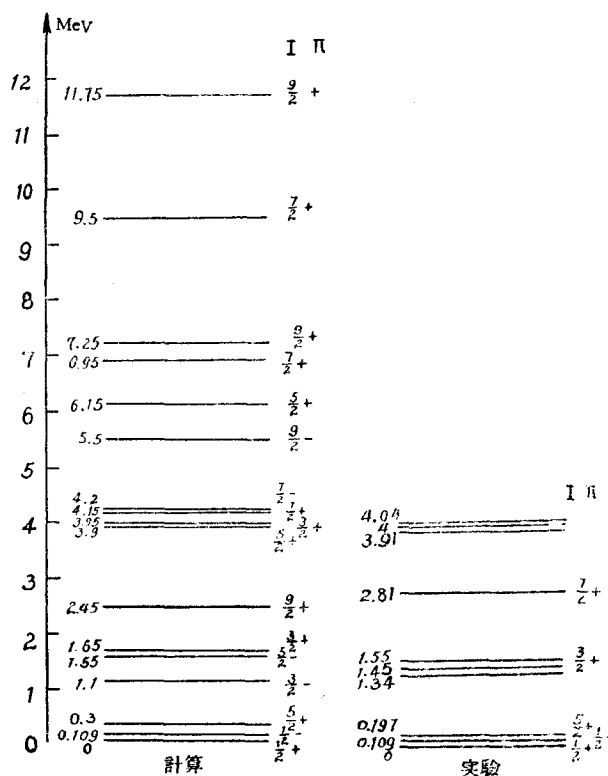


圖 4 F^{19} 實驗和理論能級的比較

轉动态的話,那末 $E2$ 跃迁分支比应为 $B\left(2; \frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}\right) : B\left(2; \frac{3}{2} \rightarrow \frac{5}{2}\right) = 7:3$. 所以在 $\frac{3}{2} + \rightarrow \frac{5}{2} +$ 的跃迁中, $E2$ 的混合比例不应当不超过 2%. 从实验上进一步测定混合比例是很有意思的. $\frac{3}{2} +$ 到 $\frac{1}{2} -$ 的 $E1$ 跃迁很弱,这与上面所说的道理相同.

如果认为 1.45 Mev 是 $\frac{5}{2} -$ 能级,那么它到 $\frac{1}{2} -$ 的 $E2$ 跃迁比到 $\frac{5}{2} +$ 的 $E1$ 跃迁约大 20 倍. 即 $E1$ 跃迁比单粒子模型计算的要小 $10^5 - 10^6$ 倍. 而 $\frac{5}{2} -$ 到 $\frac{1}{2} +$ 的跃迁为 $M2$ 跃迁,强度却与到 $\frac{5}{2} +$ 的 $E1$ 大约相等,这将是一个很突出的现象.

同样如果认为 1.34 Mev 是 $\frac{3}{2} -$ 能级,它到 $\frac{1}{2} -$ 的跃迁主要是 $M1$, 而到 $\frac{1}{2} +, \frac{5}{2} +$ 却是 $E1$ 跃迁. $E1$ 的禁戒因子也很大,所以比 $M1$ 的跃迁要弱得多. 以上两种 $E1$ 跃迁的禁戒因子都比 $\frac{1}{2} -$ 到 $\frac{1}{2} +$ $E1$ 跃迁的禁戒因子要大,原因何在,还不知道.

从能级和 γ 跃迁的情况看来,认为 F^{19} 是变形的,具有轉动能谱的原子核. 虽然还有些问题尚待解决,但是并没有太大的困难和矛盾.

参 考 文 献

- [1] Paul, E. B. and Hontague, J. H., *N. Phys.* **8** (1958), 61. Litherland, A. E., McManus, H., Paul, E. B., Brondey, D. A. and Grove, H. G., *Can. J. Phys.* **33** (1958), 378. Bromley, D. A., Gove, H. E. and Litherland, A. E., *Can. J. Phys.* **35** (1957), 1057. Пекер, Л. К., Гусева, Л. В., Чубянский, О. В., *Изв. АН. СССР, сер. физич.* **21** (1957), 2013.
- [2] 于敏、邓稼先、周孝谦、李揚国, *物理学报*, **14** (1958), 449.
- [3] Nillson, S. G., *Dan. Mat Fys. Medd.* **29** (1955), No. 16.
- [4] Paul, E. B. *Phil. Mag.* **2** (1957), 311. Rakavy, G., *N. Phys.* **4** (1957), 357.
- [5] Abraham, G., *N. Phys.* **8** (1958), 69.

ROTATIONAL SPECTRUM OF F^{19}

SHEN HUNG-TAO, YEUN TU-NAN, LEE YANG KOU

(Institute of Atomic Energy Research, Academia Sinica)

ABSTRACT

In the present paper, the level spectrum of F^{19} is calculated by the rotational perturbation method. Results are compared with experimental data, and they are found to be quite fit. It appears to be correct that the low energy level spectrum of F^{19} can be interpreted as the rotational band due to large deformation of the nucleus F^{19} .