

静电旋行聚束系统中电子运动的分析*

刘 威 綱

(成都电讯工程学院)

提 要

本文从基本概念出发,对于电子在静电旋行聚束系统中的运动情况加以分析。第一部分讨论不考虑空间电荷效应时的情况,第二部分讨论考虑空间电荷效应时的情况。文中指出,通过等效聚束电压的概念,可以把两种情况统一起来。对于考虑空间电荷效应时电子运动的稳定情况进行了讨论。在两种情况下电子进入系统时的初始条件对系统工作的影响在文中都作了较详细的讨论。

在附录中研究了保证系统完全平衡所要求的空间电荷分布。证明:在完全平衡的条件下,系统总是稳定的。最后,将完全平衡条件下的情况与前面假定空间电荷分布为常数下的情况进行了比较。

一、引 言

随着行波管¹⁾的蓬勃发展,长流电子束的聚束问题的研究有着巨大的实际与理论上的意义。到目前为止,已出现了很多不同的聚束系统^[1]。电子束的静电聚束系统以它的结构轻巧及无需消耗大量功率等优点长久以来就吸引着人们广泛的注意。苏联学者在这方面有极大的贡献^[2]。其中所谓电子束的静电旋行聚束系统更有着明显的实用价值及发展前途^[3]。它不仅代替沉重的其他类型的聚束系统,使行波管装置的重量大为减轻,而且在行波管中采用了这种聚束系统后,由于它能建立起空心圆柱电子束,因而将提高电子与场相互作用的效率,并且在某种程度上使行波管的工作频带可以更加增宽^[4]。毫无疑问,这种聚束系统的进一步研究将促进行波管的应用更加发展。因而,它已引起了各国学者们的广泛注意,并且已开始应用于各式各样的行波管中去了^[5,6]。不仅如此,旋行聚束概念的进一步发展可以导致一种新型微波电子器件的诞生^[7]。

虽然如此,对于静电旋行聚束系统中电子运动情况的研究无论是在理论上或是在实际上都进行得非常不够。在文[3]中仅研究了电子在上述系统中运动稳定的一般问题,正如后面将要指出的那样,文[3]中所提出的稳定的普遍条件 $E_r' + \frac{3E_z}{r} > 0$ 也只有在一定的条件下才是准确的。因此,尚有很多问题需要加以进一步的研究,例如,电子进入系统时所具有的初始条件对系统的工作有何影响,考虑空间电荷效应时,电子的平衡条件应作哪些修正,电子的运动情况如何等等。因此,本文就企图对电子在上述系统中的运动情况作较深入的理论分析。这些分析结果对于更好的了解上述系统中的物理过程及正确地解

* 1959年6月8日收到。

1) 这里行波管有着广泛的意义,以下均同。

决其设计问题可能有所帮助。

二、不考虑空间电荷效应时静电旋行 聚束系统中电子的运动

1. 不必去研究电子的轴向运动¹⁾, 如图 1 所示, 电子在上述系统中的运动可由下述方程表示:

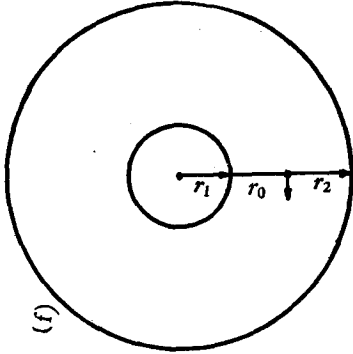


图 1

$$m \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] = F_r, \quad (1)$$

$$m \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = F_\theta, \quad (2)$$

式中所用符号具有通常的意义。

考虑到在旋行聚束系统中仅有加在内外导体间的直流电压, 并且不考虑空间电荷效应, 由方程(1), (2), 即可得

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = P_\theta = \text{常数}, \quad (3)$$

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{m P_\theta^2}{r^3} - \frac{e U_0}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot \frac{1}{r}, \quad (4)$$

式中 U_0 为聚束电压, $m P_\theta$ 是电子的角动量, r_1 及 r_2 表示内导体外径及外导体内径。

由方程(4)可见, 当满足平衡条件

$$\frac{m P_\theta^2}{r_0^3} = \frac{e U_0}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot \frac{1}{r_0} \quad (5)$$

时, 电子将在确定的轨道上旋转。(5)式中 r_0 即代表其平衡位置。

运动方程(4)的变更方程可写成²⁾

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = K \xi, \quad (6)$$

式中 ξ 表示微扰, 且有

$$K = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{m P_\theta^2}{r^3} - \frac{e U_0}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \cdot \frac{1}{r} \right)_{|r=r_0} < 0. \quad (7)$$

因此, (5)式所代表的平衡是稳定平衡。

2. 要更为深入地分析电子的运动情况, 特别是要研究电子在进入系统时的初始条件对系统工作的影响, 就必须求解电子的运动方程。让我们指出, 从实际的观点来看, 研究

1) 如果需要考虑电子与电磁行波的同步作用, 则仅须使 $V_z = V_\phi$, 这里 V_z 是电子运动速度的轴向分量, V_ϕ 表示电磁行波的相速。

2) 可以指出, 在这种情况下利用线性化的变更方程来讨论(4)式的运动稳定问题是正确的, 与借助于李雅普诺夫的方法所得结果一致。

电子的初始条件对于系統工作的影响是有着巨大的意义的。

解运动方程(4),并考虑到起始条件

$$r = r_0; \quad \frac{dr}{dt} = V_{0r},$$

可得

$$\frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{V_{0r}^2 + P_\theta^2 \left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{2eU_0}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \ln \left(\frac{r_0}{r} \right)}. \quad (8)$$

进一步积分上式,所得的解很复杂,不便于利用。其实,利用方程(8)即可进行我們的討論。

电子在上述系統中运动不致落到内外导体上去的普遍条件可表为

$r = r_1; \quad r = r_2$ 时,

$$\frac{dr}{dt} = 0 \quad (9)$$

及

$$\frac{d^2r}{dt^2} \begin{cases} < 0 & (r = r_2) \\ > 0 & (r = r_1) \end{cases}. \quad (10)$$

这样,我們就可以分成两种情况来进行討論:

首先,如果电子从电子枪射出而进入系統时,虽然角动量满足平衡条件(5)但却具有一径向速度 V_{0r} 。因而,如果 V_{0r} 是正的,则电子将向外导体运动,使 $r > r_0$, 則有

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = V_{0r}^2 - \frac{eU_0}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \left[2 \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) - \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right]. \quad (11)$$

如果 V_{0r} 是負的,将导致 $r < r_0$, 則有

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = V_{0r}^2 - \frac{eU_0}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \left[\left(\frac{r_0^2}{r^2} - 1 \right) - 2 \ln \frac{r_0}{r} \right]. \quad (12)$$

因此,根据方程(9),可得:

电子不致落到外导体上去的条件为

$$V_{0r}^2 \leq \frac{eU_0}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \left[2 \ln \left(\frac{r_2}{r_0} \right) - \left(1 - \frac{r_0^2}{r_2^2} \right) \right]^{1)}; \quad (13)$$

电子不致落到内导体上去的条件为

$$V_{0r}^2 \leq \frac{eU_0}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \left[2 \ln \left(\frac{r_0}{r_1} \right) - \left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1 \right) \right]. \quad (14)$$

如果令

1) 讓我們指出,在方程(13)中, V_{0r} 是正的,而在(14)中, V_{0r} 是負的。显然,当条件(13)及(14)中的不等式(而不是等式)滿足时,电子实际上将达不到 $r = r_2$ 及 $r = r_1$ 处。

$$V_{0r}^2 = \frac{2eU_r}{m},$$

則可写成

$$\frac{U_r}{U_0} \leq \frac{1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left[2\ln\left(\frac{r_2}{r_0}\right) - \left(1 - \frac{r_0^2}{r_2^2}\right) \right] \quad (15)$$

及

$$\frac{U_r}{U_0} \leq \frac{1}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left[2\ln\frac{r_0}{r_1} - \left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1\right) \right]. \quad (16)$$

可見,在聚束电压 U_0 为一定的条件下,系統对于径向偏差(由于电子枪的位置不正所引起的或者是由于电子的热运动)的抵抗能力就决定于电极的尺寸.

現在再来研究当电子射入时角向速度有所偏差,即不满足平衡条件(5)时(由于电子枪的加速电压与聚束电压 U_0 未調整好,或者是由于电子的热运动)系統的情况. 此时可令 $V_{0r} = 0$.

这样,根据方程(9),(10),可得:

当 $P'_\theta > P_\theta$, 即电子所具有的角动量比維持平衡 ($r = r_0$) 所需要的为大时,电子不致落到外导体上去的条件由方程(4)及(8)即得:

$$\left(\frac{P'_\theta}{P_\theta}\right)^2 \leq \ln\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2} \quad (17)$$

或

$$\left(\frac{P'_\theta}{P_\theta}\right)^2 \leq \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2. \quad (18)$$

同样, $P''_\theta < P_\theta$ 时, 即电子所具有的角动量不足以維持其在 $r = r_0$ 处平衡时而不致落到內导体上去的条件可写成:

$$\left(\frac{P''_\theta}{P_\theta}\right)^2 \geq \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 - 1} \quad (19)$$

或

$$\left(\frac{P''_\theta}{P_\theta}\right)^2 \geq \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2. \quad (20)$$

不难証明:

$$\begin{aligned} \left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 &\geq \ln\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2}, \\ \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 &\leq \ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 - 1}. \end{aligned}$$

因而,起主要作用的是方程(17)及(19).

方程(15),(16),(17),(19)表明了电子进入系统时的起始情况对系统工作的影响。

三、考虑空间电荷效应时静电旋行聚束系统中电子的运动

1. 象在其他任何电真空器件中一样, 静电旋行聚束系统中空间电荷效应是一个异常复杂的问题。然而, 对于空间电荷效应的研究将使我们对于上述系统中的物理本质有更为确切的认识。本节中将从感应电荷的基本概念出发来研究上述问题。

如图 2 所示, 电荷分布于薄层圆柱体上, r_a 及 r_b 是其内外边界。 E_1, E_2, E_3 分别表示如图所示区域内的电场强度。 ρ 表示空间电荷密度。为简单起见, 先假定 ρ 是常数。

如令 q 表示单位长度上的总的空间电荷, q_1 及 q_2 为其在内外导体上的感应电荷, Q 及 $-Q$ 则表示由于直流电压 U_0 所建立的电荷。根据高斯定律有下述方程¹⁾:

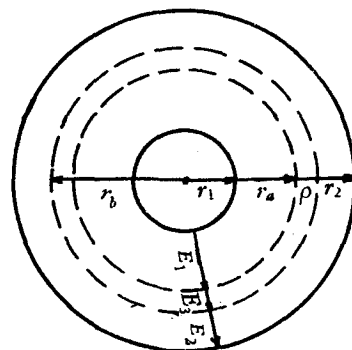


图 2

$$E_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} (Q + q_1) \quad (r_1 \leq r \leq r_a), \quad (21)$$

$$E_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} (Q - q_2) \quad (r_b \leq r \leq r_2), \quad (22)$$

$$E_3 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} [(Q + q_1) + \pi\rho(r^2 - r_a^2)] \quad (r_a \leq r \leq r_b). \quad (23)$$

根据电荷感应显然有

$$q_1 + q_2 + q = 0. \quad (24)$$

并且

$$\int_{r_1}^{r_a} E_1 \cdot dr + \int_{r_a}^{r_b} E_3 \cdot dr + \int_{r_b}^{r_2} E_2 \cdot dr = U_0, \quad (25)$$

而电荷 q 又可通过电流 I 来表示:

$$q = -\frac{I}{V_z}, \quad (26)$$

式中负号是考虑到电子带负电荷。

此外, 如果令

$$V_z^2 = \frac{2eU_z}{m},$$

及

$$\eta = 2\pi\epsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2e}{m}} \cong 33 \times 10^{-6}, \quad (27)^{1)}$$

1) 本文采用合理化 MKS 单位制。

則解方程(21)–(25)即可求得各区域内之电场强度:

$$E_1 = \frac{1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) + \frac{1}{2} - \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \right] \right\} \quad (r_1 \leq r \leq r_a), \quad (28)$$

$$E_2 = \frac{1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 - \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln\left(\frac{r_b}{r_1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \right] \right\} \quad (r_b \leq r \leq r_2), \quad (29)$$

$$E_3 = E_1 - \frac{(r^2 - r_a^2)}{r(r_b^2 - r_a^2)} \cdot \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \quad (r_a \leq r \leq r_b). \quad (30)$$

可見,由于空間电荷的作用,系統中之电场显著地改变. 由方程(29)可得: 当空間电荷將場完全屏蔽时,將使外层电子无法控制. 因而可得最大的极限电流为:

$$I_{\text{max}} = \frac{\eta \sqrt{U_x} \cdot U_0}{\ln\left(\frac{r_b}{r_1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}. \quad (31)$$

此式与文[3]中所得的相同.

2. 由方程(28)及(29)可得:

外层电子的运动方程为

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{m P_\theta^2}{r^3} - \frac{e}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 - \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln\left(\frac{r}{r_1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{r_a^2}{r^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r}{r_a}\right) \right] \right\}; \quad (32)$$

内层电子的运动方程为

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{m P_\theta^2}{r^3} - \frac{e}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) + \frac{1}{2} - \frac{r^2}{r_b^2 - r^2} \ln\left(\frac{r_b}{r}\right) \right] \right\}. \quad (33)$$

如果令

$$U_{\Phi\Phi} = U_0 - \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln\left(\frac{r_b}{r_1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \right], \quad (34)$$

$$U'_{\Phi\Phi} = U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) + \frac{1}{2} - \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \right], \quad (35)$$

則外层电子及内层电子的平衡条件分別可以写成下述形式:

外层电子:

$$\frac{m P_\theta^2}{r_b^3} = \frac{e U_{\Phi\Phi}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \frac{1}{r_b}; \quad (36)$$

内层电子:

$$\frac{m P_\theta^2}{r_a^3} = \frac{e U'_{\Phi\Phi}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \frac{1}{r_a}. \quad (37)$$

方程(36), (37)即与(5)式具有同样形式. 因而 $U_{\Phi\Phi}$ 及 $U'_{\Phi\Phi}$ 就有着明显的等效聚束电压的物理意义. 显然, 当 $I \rightarrow 0$ 时, 上述三方程即趋一致.

方程(36)及(37)表明:考虑到空间电荷效应时,内外层电子的平衡条件各不相同。实际上,在此种情况下,每一层电子的平衡条件都不相同,而且由方程(36), (37)可以看到:不同的平衡条件在一般情况下是不能同时满足的(见后)。

3. 电子运动的稳定情况仍然可以由其变更方程(6)来加以研究,此时有

$$K = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{mP_{\theta}^2}{r^3} - eE_i \right) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (38)$$

运动稳定的条件是

$$K < 0. \quad (39)$$

由方程(38)及(39)立即可得运动稳定的普遍条件为

$$\frac{3}{r} \cdot \frac{mP_{\theta}^2}{r^3} + e \frac{\partial}{\partial r} E_i > 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (40)$$

显然,只有在每层电子都能同时满足其平衡条件[例如外层及内层电子分别满足平衡条件(36)及(37)等等]的前提下,条件(40)才转化为

$$\frac{3E_i}{r} + \frac{\partial E_i}{\partial r} > 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (41)$$

方程(41)就是 3. C. Чернов 所提出的稳定的普遍条件^[3]。可见,他所提出的稳定的普遍条件只有在上述假设的前提下才是正确的。但是,正如本文后面将要指出的那样,在空间电荷密度分布为常数的假设下,即使内层及外层电子的平衡条件也只有在完全确定的条件下才有可能同时得到满足,而此时所有其余各层电子的平衡条件都将得不到满足。

利用方程(41)可以求得:外层电子的稳定条件为

$$I \leq I_K, \quad (42)$$

式中

$$I_K = \frac{\eta \sqrt{U_x} U_0}{\left[\ln \left(\frac{r_b}{r_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} - \frac{r_a^4}{(r_b^2 - r_a^2)^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) \right]}. \quad (43)$$

可以证明,内层电子总是稳定的。实际上由(41)可得内层电子的稳定条件为

$$\frac{U_0}{r_a \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} + \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\ln \left(\frac{r_2}{r_b} \right) + \frac{1}{2} + \frac{r_a^2}{2(r_b^2 - r_a^2)} + \frac{1}{2} \frac{r_a^4}{(r_b^2 - r_a^2)^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) \right] > 0. \quad (44)$$

方程(44)为恒不等式。

4. 现在我们就来研究一下:在何种条件下由方程(36)及(37)所代表的平衡条件可以同时满足,即在何种条件下才能使内层及外层电子都能得到平衡。

由方程(36)及(37)可以看到,此两条件同时满足的条件是

$$\frac{U_0 \Phi \Phi}{U_0' \Phi \Phi} = \frac{r_a^2}{r_b^2}. \quad (45)$$

将方程(34)及(35)代入,即得

$$U_0 = \frac{I}{\eta \sqrt{U_x}} \left[\frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - \frac{1}{2} - \ln \left(\frac{r_2}{r_b} \right) + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) \right]. \quad (46)$$

必須指出,内层及外层电子的平衡条件同时满足时,内部(内层及外层之間)各层电子都将达不到平衡。但是,当条件(46)满足时,空間电荷的厚度却保持不变。

由方程(46)可得此时系统的电流为

$$I = I_{\text{out}} = \frac{\eta \sqrt{U_x} \cdot U_0}{\left[\frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - \frac{1}{2} - \ln \left(\frac{r_2}{r_b} \right) + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) \right]}. \quad (47)^{1)}$$

比較一下方程(42)及(47),不难看到,在一般情况下有

$$I_{\text{out}} < I_k.$$

由此可以得出結論:当条件(47)满足时,不仅可以使内层及外层电子能同时达到平衡,而且也同时满足了其稳定所需的条件。因此,选择 I_{out} 为工作电流是恰当的。

5. 进一步研究电子的运动情况必須求解方程(32)及(33)。然而,此两方程的严格求解在数学上有着困难。但是,如果在积分方程(32)及(33)时,用等效聚束电压 $U_{\Phi\Phi}$ 及 $U'_{\Phi\Phi}$ 代入并近似地认为它們保持不变,那么和前节同样的处理方法,即可得到

对于外层电子:

$$\frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{V_{0r}^2 + P_{\theta}^2 \left(\frac{1}{r_b^2} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{2e U_{\Phi\Phi}}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \ln \left(\frac{r_b}{r} \right)}; \quad (48)$$

对于内层电子:

$$\frac{dr}{dt} = \pm \sqrt{V_{0r}^2 + P_{\theta}^2 \left(\frac{1}{r_a^2} - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{2e U'_{\Phi\Phi}}{m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \ln \left(\frac{r_a}{r} \right)}. \quad (49)$$

即在方程(8)中,用 $U_{\Phi\Phi}$ 及 $U'_{\Phi\Phi}$ 代替 U_0 即可得到。这样,在前节中对于不考虑空間电荷效应时所作的一切推論都将有效。

因而,与方程(15),(16),(17),(19)相应地就可以得到下述方程:

$$\frac{U_r}{U_{\Phi\Phi}} \leq \frac{1}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \left[2 \ln \left(\frac{r_2}{r_b} \right) - \left(1 - \frac{r_b^2}{r_2^2} \right) \right], \quad (50)$$

$$\frac{U_r}{U'_{\Phi\Phi}} \leq \frac{1}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \left[2 \ln \left(\frac{r_a}{r_1} \right) - \left(\frac{r_a^2}{r_1^2} - 1 \right) \right] \quad (51)$$

及

$$\left(\frac{P'_{\theta}}{P_{\theta}} \right)^2 \leq \ln \left(\frac{r_2}{r_b} \right)^2 \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{r_b}{r_2} \right)^2}, \quad (52)$$

$$\left(\frac{P''_{\theta}}{P_{\theta}} \right)^2 \geq \ln \left(\frac{r_a}{r_1} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{r_a}{r_1} \right)^2 - 1}. \quad (53)$$

1) 注意此方程式与文[3]中 C_e 的方程式不同。

方程(42), (43), (47)及(50)——(53)可供設計静电旋行聚束系統时参考之用。

6. 作为一个例子, 我們就来利用上述討論解决静电旋行聚束系統的設計問題:

設电子射入时与軸綫成 θ 角, 其速度为 V , 因而当条件(36)及(46)滿足时, 有

$$V^2 \sin^2 \theta = \frac{eU_{\Phi\Phi}}{m \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}. \quad (54)$$

另一方面, 由电子与电磁行波的同步条件可得:

$$V \cos \theta = V_{\Phi}. \quad (55)$$

如果人为地令

$$V_{\Phi}^2 = \frac{2eU_b}{m},$$

則由方程(54)及(55)可得

$$U_a = \frac{1}{2} \frac{U_{\Phi\Phi}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} + U_b, \quad (56)$$

式中 U_a 表示电子枪的加速电压。

当条件(46)滿足时, 等效聚束电压 $U_{\Phi\Phi}$ 与聚束电压 U_0 有如下关系:

$$U_{\Phi\Phi} = U_0 \left[1 - \frac{\ln\left(\frac{r_b}{r_1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}{\ln\left(\frac{r_b}{r_1}\right) - \frac{1}{2} + \frac{2r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) + \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \right]. \quad (57)$$

此时系統的电流可由方程(47)来计算。方程(50)——(53)則可用来考察系統的运用情况及选择系統尺寸时的参考。

四、結 語

本文对于静电旋行聚束系統中电子的运动情况作了較深入的分析。

文中首先研究了不考虑空間电荷效应时电子的运动情况, 詳細地討論了电子进入系統时的起始情况对系統工作的影响。接着在分析考虑空間电荷效应时对于文[3]中所发表的工作作进一步的补充。

文中所得結果使我們可以更清楚地了解上述系統中的物理过程, 并且对于設計上述系統也可能有所帮助。

成都電訊工程学院教授林为干老师給予很多宝贵的指教, 作者謹在此向他表示衷心的感谢。作者深深地感激我院第五系副系主任兼党总支书记郝光同志的教育与鼓励。

附 录

1. 在本文及文[3]中, 于分析考虑空間电荷效应及静电旋行聚束系統中电子的运动时, 都假定空間电荷密度分布 ρ 是常数, 即不随半径 r 而改变。本文曾經指出, 在那种情况下, 一般地各层电子的平衡条件都不相同, 而且在一般情况下并不能同时滿足。特別在完全确定的条件(46)下, 内层及外层电子可以同时得到平衡, 但此时电荷层内部电子的平衡

条件都将不能满足。

下面将要指出,实际上是可以使各层电子都能同时达到平衡的,但此时就要求空间电荷密度分布不是常数,而应随着半径 r 的变化而改变。并且要证明:在这种情况下,系统的平衡将总是稳定的,而此稳定的完全平衡状态下的工作电流在电荷层不太厚的情况下,与上文所求得的电流 I_{onr} [见方程(47)]相差不大。

2. 我们首先来研究一下在何种情况下静电旋行聚束系统中电子的运动可以达到完全的平衡。

电子的运动方程可重写如下:

$$m \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] = e \frac{\partial U}{\partial r}, \quad (\text{A-1})$$

$$r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = P_\theta = \text{常数}. \quad (\text{A-2})$$

因而,在完全平衡时,应有

$$mr \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -e \frac{\partial U}{\partial r}, \quad (\text{A-3})$$

或者写成

$$\frac{m P_\theta^2}{r^3} + e \frac{\partial U}{\partial r} = 0. \quad (\text{A-4})$$

另一方面,根据泊松方程:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (\text{A-5})$$

因此将方程(A-4)代入(A-5)式,即可求得

$$\rho(r) = -2\epsilon_0 \frac{m}{e} \cdot \frac{P_\theta^2}{r^4}. \quad (\text{A-6})$$

方程(A-6)表明:系统要达到完全平衡,要求空间电荷密度分布与半径 r 的四次方成反比。这种电荷分布也正是 Harris 聚束系统所具有的^[8]。

3. 在空间电荷按(A-6)式分布时,电子的运动情况如何,系统的工作发生了怎样的变化,它与以上所述的假定空间电荷分布为常数的情况有怎样的不同等等。显然,这些问题的解决是极为重要的。

我们仍然从基本概念出发来解决上述问题。参看图2,根据同样的原理,并且考虑到,在这种情况下,单位长度上总的空间电荷为:

$$q = \int_{r_a}^{r_b} 2\pi r \rho(r) dr. \quad (\text{A-7})$$

将方程(A-6)代入后可得

$$q = 2\pi\epsilon_0 \cdot \frac{m P_\theta^2}{e r_a^2} \cdot \frac{r_b^2 - r_a^2}{r_b^2}, \quad (\text{A-8})$$

$$I = \eta \sqrt{U_z} \cdot \frac{m P_\theta^2}{e r_a^2} \cdot \frac{r_b^2 - r_a^2}{r_b^2}. \quad (\text{A-9})$$

而各区域内的电场强度则可写成

$$E_1 = \frac{1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_z}} \left[\ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) + \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) - \frac{1}{2} \right] \right\} \quad (r_1 \leq r \leq r_a), \quad (\text{A-10})$$

$$E_2 = \frac{1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 - \frac{I}{\eta \sqrt{U_z}} \left[\ln\left(\frac{r_b}{r_1}\right) + \frac{1}{2} - \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \right] \right\} \quad (r_b \leq r \leq r_2), \quad (\text{A-11})$$

$$E_3 = \frac{1}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_z}} \left[\ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) + \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) - \frac{1}{2} - \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \cdot \frac{r^2 - r_a^2}{r^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right] \right\} \quad (r_a \leq r \leq r_b). \quad (\text{A-12})$$

将方程(A-10)–(A-12)与方程(28)–(30)比較一下可以发现: 在空間电荷分布不同的两种情况下, 系統内各部分的电场发生了显著的变化.

根据方程(A-12), 不难验证, 此时每层电子都满足平衡条件:

$$\frac{m P_{\theta}^2}{r^3} = \frac{e}{r \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \left\{ U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_z}} \left[\ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) + \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) - \frac{1}{2} - \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \cdot \frac{r^2 - r_a^2}{r^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right] \right\}. \quad (\text{A-13})$$

必須指出, 与假定空間电荷分布为常数的情况不同, 在方程(A-10)–(A-13)中的电流 I 不是任意的, 而是为一确定的关系[方程(A-9)]所确定. 因而, 在这种情况下就不会发生完全屏蔽作用[見方程式(31)].

4. 系統的穩定問題仍然可由其运动方程的变更方程来加以考察[見方程式(6)].

显然, 在此种完全平衡的条件下, 由方程(A-10), (A-11), (A-12), (A-13), 根据稳定条件 $K < 0$ 立即可得系統的穩定条件为

$$\frac{3E_i}{r} + \frac{\partial E_i}{\partial r} > 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (\text{A-14})$$

由此可見, 在文[3]中, 空間电荷分布为常数的假设是与稳定条件(40)能轉化为条件(A-14)[即条件(41)]的假设相矛盾的.

利用上述方程不难証明: 在完全平衡的情况下, 系統稳定的条件为

$$\frac{2r_b^2 r_a^2}{r^2(r_b^2 - r_a^2)} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) > 0. \quad (\text{A-15})$$

上式是一个恒不等式, 因此可得: 在完全平衡的情况下系統总是稳定的.

5. 利用方程(A-9)及(A-13), 可以求得此时系統的工作电流. 由于系統处于稳定的完全平衡状态下, 故此等电流可称之为完全平衡的稳定电流, 并以記号 $I_{\text{ном}}$ 表示:

$$I_{\text{ном}} = \frac{\eta \sqrt{U_z} U_0}{\left[\frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - \ln\left(\frac{r_2}{r_b}\right) - \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) + \frac{1}{2} \right]}. \quad (\text{A-16})$$

将方程(A-16)与方程(47)比較, 可以发现很有趣的結果:

完全平衡的稳定电流 $I_{\text{пол}}$ 与电流 $I_{\text{опт}}$ 的差别并不大, 并且它们的大小决定于:

$$A = \frac{1}{2} - \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right)$$

及:

$$B = \frac{r_a^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) - \frac{1}{2}$$

的大小, 即完全决定于电荷层的厚度.

如果 $A > B$, 则 $I_{\text{опт}} > I_{\text{пол}}$, 反之, 如果 $A < B$, 则 $I_{\text{пол}} > I_{\text{опт}}$. 特别是当

$$\ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) = \frac{r_b^2 - r_a^2}{r_b^2 + r_a^2}, \quad (\text{A-17})$$

或者当

$$\frac{r_b}{r_a} \cong 1.41$$

时, 有

$$I_{\text{пол}} = I_{\text{опт}}.$$

从物理的观点看来, 上述讨论说明了一个明显的事实: 当电荷层不太厚时 ($\frac{r_b}{r_a} \leq 1.41$), $I_{\text{пол}}$ 总是大于 $I_{\text{опт}}$, 只是当电荷层的厚度超过一定时 ($\frac{r_b}{r_a} > 1.41$), $I_{\text{пол}}$ 才小于 $I_{\text{опт}}$. 由此可见, 在电荷层不是太厚时 ($\frac{r_b}{r_a} \leq 1.41$), 保证完全平衡的电荷密度分布的平均值要比工作于 $I_{\text{опт}}$ 状态下的恒定电荷密度为大, 因此, 它才能给出较大的电流.

6. 在此种情况下, 要考虑电子进入系统时的初始条件对系统工作的影响就必须利用本文前面所述的結果. 此时, 等效聚束电压 $U_{\text{эфф}}$ 及 $U'_{\text{эфф}}$ 可表为

$$U_{\text{эфф}} = U_0 - \frac{I}{\eta \sqrt{U_z}} \left[\ln \left(\frac{r_b}{r_1} \right) + \frac{1}{2} - \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) \right] \quad (\text{A-18})$$

及

$$U'_{\text{эфф}} = U_0 + \frac{I}{\eta \sqrt{U_z}} \left[\ln \left(\frac{r_2}{r_b} \right) + \frac{r_b^2}{r_b^2 - r_a^2} \ln \left(\frac{r_b}{r_a} \right) - \frac{1}{2} \right]. \quad (\text{A-19})$$

7. 由以上的讨论可以得到: 要保证静电旋行聚束系统能达到完全平衡, 空间电荷密度的分布应与半径 r 的四次方成反比, 而其密度的大小则决定于电子所具有的角动量 P_θ 之值. 系统在完全平衡的状态下将总是稳定的.

在空间电荷分布完全不同 ($\rho = \text{常数}$ 及 $\rho \propto \frac{1}{r^4}$) 的两种情况下, 系统中各部分的电场虽然发生了显著的变化, 但是系统的工作电流 $I_{\text{пол}}$ 及 $I_{\text{опт}}$ 却相差不大. 这就向我们指明: 从上述观点看来, 建立能给出保证完全平衡的空间电荷密度分布的电子枪系统 (例如在 Harris 聚束系统中所采用的复杂的径向磁场系统^[8]) 所能得到的好处是不太大的.

参 考 文 献

- [1] Чернов, З. С., Методы фокусировки электронных потоков в современных приборах сверхвысоких частот, *Рад. и Эл.* 1958, № 10, стр. 1227.
- [2] Гринберг, Г. А., Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений, гл. XXIV, 1943.

- [3] Чернов, З. С., Система с центробежно-электростатической фокусировкой электронного потока, *Рад. и Эл.* 1956, № 11, стр. 1428.
- [4] Pierce, J. R., *Travelling-Wave Tubes*, 1950, chap. 3.
- [5] Берношевский, Г. А., Новский, Т. А., Спиратрон с обратной волной, *Рад. и Эл.* 1958, № 9, стр. 1218.
- [6] Watkins, D. A., The Helitron Oscillator, *PIRE*. 1958, p. 1700.
- [7] Antiklystion Causes Stir, *Electronics*, Eng. Edit, April 1958, p. 8.
- [8] Harris, L. A., Axially Symmetric Electron Beam and Magnetic Field Systems, *PIRE*. 1952, p. 700.

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В СИСТЕМЕ С ЦЕНТРОБЕЖНО-ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ФОКУСИРОВКОЙ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

Лю Син-гон

(Чэндуский Радиотехнический Институт)

Резюме

В статье проанализировано движение электронов в системе с центробежно-электростатической фокусировкой.

В первой части статьи рассматривается движение электронов в системе без учета пространственного заряда, а в второй части с учётом пространственного заряда. В статье через проведение эквивалентного фокусирующего напряжения соединены уравнения движения электронов для обоих случаях.

В статье подробно рассмотрено влияние начального условия электронов при их входе в систему на работы системы.

В приложении статьи рассматривается распределение пространственного заряда для обеспечения полного равновесия. Проанализировано движение электронов в этом случае. Приведено сравнение характера работы в режиме полного равновесия со случаем, в котором распределение пространственного заряда предполагается постоянным.