

超子衰变产物的角分布*

陈中谟 何祚庥 冼鼎昌 朱洪元

(中国科学院原子能研究所)

提 要

假设了一定的相互作用哈密顿量, 计算了自旋为 $1/2$ 而服从狄拉克波动方程的粒子衰变产物的角分布, 计算了自旋为 $3/2$ 而服从赖列泰-许温格波动方程的粒子的衰变产物的角分布. 讨论了宇称守恒相互作用和宇称不守恒相互作用强度之间的比例和不对称系数 α 的关系. 指出利用费曼-盖尔曼的普适费米相互作用推导得的 Λ 超子衰变产物的角分布不对称因子和实验数值一致. 指出假使在重正化以后矢量耦合和赝矢量耦合常数不再相等, 那末不对称因子的数值可能有相当大的改变. 因此准确测定 α 的数值有助于费曼-盖尔曼普适费米相互作用的重正化效应的研究. 服从赖列泰-许温格波动方程, 自旋为 $3/2$ 的粒子衰变产物和实验上得到的 Λ 超子衰变产物的角分布不可能符合. 这和李政道和杨振宁的一般结论一致.

一. 引 言

实验^[1]发现, 极化 Λ 超子的衰变产物的角分布有很大的不对称性. 设完全极化了的 Λ 超子在它的静止系统中衰变的角分布和表式

$$1 + \alpha \cos \theta \quad (1)$$

成正比, 那末实验结果^[2]确定, 不对称参数 α 的绝对值

$$|\alpha| \geq 0.73 \pm 0.14. \quad (2)^{1)}$$

(1)式中的 θ 是 Λ 超子的极化方向和衰变时放出质子的方向之间的夹角. 李政道和杨振宁^[3]指出, Λ 超子的自旋有极大的可能性是 $\frac{1}{2}$. 假使它的自旋 $> \frac{1}{2}$, 那末就很难解释不对称系数 α 的巨大数值.

可以看出, α 的数值不仅对于确定超子的自旋可以起很大的作用, 对于确定导致衰变的弱相互作用哈密顿量也很有价值. 可以将衰变产物的角分布 $dW(\Omega)$ 展开成为归一化了的球谐函数 $Y_L^M(\Omega)$ 的级数

$$dW(\Omega) = \sum_{L,M} A_L^M Y_L^M(\Omega) d\Omega, \quad (3)$$

其中 $d\Omega$ 代表立体角元. 假使导致衰变的相互作用哈密顿量对于空间反射的变换具有完全的对称性, 那末在 (3) 式的右方就不可能出现奇次的球谐函数. 亦即在 L 是奇数时, $A_L^M = 0$. 假使导致衰变的弱相互作用对于空间反射具有完全的反称性, 那末在第一次近似中, (3) 式右方也不可能出现奇次的球谐函数. 由于弱相互作用的高次效应不重要,

* 1958年11月7日收到.

1) 测量衰变质子的极化程度也可以确定 α 的数值. 这样测定的 α 的数值是 $-(0.85_{-0.21}^{+0.15})^{[2]}$, 和式 (2) 一致.

因此实际上当 L 是奇数时, $A_L^M = 0$ 。在角分布中, 奇次球谐函数的出现说明, 在导致衰变的弱相互作用中既有宇称守恒的项, 也有宇称不守恒的项。由于这二种相互作用的干涉才产生奇次的球谐函数项。奇次球谐函数项的大小对于确定这两种相互作用大小的比例和相角关系有帮助。

在第二节中, 我们假定 Λ 超子的自旋是 $\frac{1}{2}$, 服从狄拉克方程, 进行 Λ 超子衰变的唯象性讨论。讨论的结果指出, 假使 Λ 粒子的宇称和核子的宇称一样, 相互作用是标量耦合, 那末宇称不守恒的相互作用哈密顿量的相互作用常数必须远远小于宇称守恒相互作用哈密顿量的相互作用常数。假使相互作用是矢量耦合, 那末宇称不守恒项的相互作用常数必须和宇称守恒项的相互作用常数差不多大小, 不能小得太多。否则就和式(2)相矛盾。

在第三节中我们假定导致 Λ 超子衰变的弱相互作用是费曼和盖尔曼^[4]所提出的普适费米相互作用。讨论的结果指出, 假使矢量耦合和赝矢量耦合的相互作用常数相等, 那末得到

$$\alpha = -0.89, \quad (4)$$

和式(2)相一致。假使由于强相互作用而产生的重正化效应使矢量耦合和赝矢量耦合的相互作用常数不再相等, 假使矢量耦合常数的平方和赝矢量耦合常数的平方之间的比例和 β 衰变中所测定的比例一样, 是 $1:1.55$ ^[6], 那末就得 $\alpha = -0.97$, 已经接近 1。由此可见, 重正化效应可能导致不对称系数 α 的数值相当大的改变。改进实验数值的准确程度是有意义的。准确的 α 的数值有助于确定强相互作用所导致的重正化效应对于费曼-盖尔曼普适弱相互作用的相互作用常数所起的影响。

在第四节中我们假定 Λ 超子的自旋为 $\frac{3}{2}$, 服从赖列泰-许温格^[6]波动方程。计算了 Λ 超子衰变后的质子的角分布。 $\cos \theta$ 的平均值的最大数值是 $\frac{1}{5}$, 和李政道, 杨振宁^[3]的结论一致。但是在 $\cos \theta$ 的平均值取最大值的同时, 出现显著的和 $\cos^2 \theta$ 成正比的项或和 $\cos^3 \theta$ 成正比例但系数和 $\cos^2 \theta$ 项系数符号相反的项。在实验上得到的 $\cos \theta$ 的平均值是 0.17, 但是实验中的 Λ 超子只是部分极化, 并没有发现显著的和 $\cos^2 \theta$ 或 $\cos^3 \theta$ 成正比的项。因此 Λ 超子很少可能是服从赖列泰-许温格波动方程, 自旋是 $\frac{3}{2}$ 的粒子。顺便指出, 显著的 $\cos^3 \theta$ 项出现表示 D 波的贡献不一定小。

二. 直接相互作用, 唯象的讨论

超子可以直接衰变为核子和 π 介子, 也可以通过别的场作媒介, 经过一系列中间状态然而衰变为核子和 π 介子。假使我们只讨论超子衰变的现象, 可以将除超子, 核子和介子场以外的其他场消去, 将这些场的作用表达为相应的超子, 核子和介子之间的直接的等效的相互作用。这种等效的相互作用常常是非定域性的。它们除了和超子, 核子和介子的场量有关外, 还可能和这些场量的高次微商有关。我们先讨论最简单的等效直接相互作用, 也就是讨论不包含有场量微商的相互作用。设以 ψ_Λ 代表 Λ 超子场, 以 ψ_p 代表质子场, 以 φ 代表荷电 π 介子场, 则对于时间反演具有不变性的、不包含场量的微商的、导致衰变过程

$$\Lambda \rightarrow P + \pi^- \quad (5)$$

的相互作用哈密顿量密度可以写作:

$$H_i^{(1)} = g\bar{\psi}_p(\xi_1 + \gamma_5)\psi_\Lambda \cdot \varphi + g\bar{\psi}_\Lambda(\xi_1 - \gamma_5)\psi_p \varphi^*, \quad (6)$$

其中假定 Λ 超子为服从狄拉克方程的，自旋为 $\frac{1}{2}$ 的粒子， g 是实数。 ξ_1 也是实数，代表宇称不守恒相互作用常数和宇称守恒相互作用常数之间的比例。在这里我们假定 Λ 粒子的宇称和核子的宇称相同。假使不考虑衰变后质子的极化方向，就得到如下的质子角分布：

$$dW(\Omega) = \frac{1}{4\pi} \cdot \left(\frac{g^2}{4\pi} \right) \cdot \frac{p}{M} \{ (\xi_1^2 - 1)m + (\xi_1^2 + 1)E_n \} \text{Spur } \rho \Theta_1 \cdot d\Omega, \quad (7)$$

其中 M 和 m 各代表 Λ 超子和质子的质量， E_n 代表质子的能量， $p = |\mathbf{p}|$ 代表质子动量的绝对值， ρ 代表始态的密度矩阵。 Θ_1 则是一个二行二列的矩阵：

$$\Theta_1 = 1 + \alpha_1(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e}), \quad (8)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 为泡里矩阵， $\mathbf{e} = \frac{\mathbf{p}}{p}$ 是质子动量方向的单位矢量。

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e}) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta e^{-i\varphi} \\ \sin \theta e^{i\varphi} & -\cos \theta \end{pmatrix}. \quad (9)$$

θ 与 φ 是表征 $\mathbf{p}$ 的方向的角度。 α_1 是不对称系数，等于

$$\alpha_1 = \frac{2\xi_1 p}{m(\xi_1^2 - 1) + E_n(\xi_1^2 + 1)}. \quad (10)$$

在 $\xi_1 = 0$ 或 $|\xi_1| = \infty$ 时， $\alpha_1 = 0$ 。这相应于 H_i 只包含有宇称守恒项，或只包含有宇称不守恒项的情况。在这些情况中，角分布中不应该包含有奇次的球谐函数项。

设 $\xi_1 = 1$ ，则有 $\alpha_1 = \frac{p}{E_n} = 0.106$ ，这显然和实验不符合。从式(10)可得

$$\xi_1 = \frac{p}{E_n + m} \left(\frac{1 \pm \sqrt{1 - \alpha_1^2}}{\alpha_1} \right). \quad (11)$$

设 $\alpha_1 \approx 1$ ，则 $\xi_1 \approx 0.05$ 。因此要得到和实验数据式(2)相符合的结果，必须使 H_i 中宇称不守恒项的相互作用常数远远小于宇称守恒项的相互作用常数。

其次，我们讨论包含有介子场量的一次微商的相互作用哈密顿量密度。对于时间反演具有不变性的相互作用有下列形式：

$$\begin{aligned} H_i^{(2)} = & f\bar{\psi}_p \gamma_\mu (\xi_2 + \gamma_5) \psi_\Lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} - f\bar{\psi}_\Lambda \gamma_\mu (\xi_2 + \gamma_5) \psi_p \frac{\partial \varphi^*}{\partial x_\mu} - \\ & - \frac{f^2}{2} \bar{\psi}_p \hat{n} (\xi_2 + \gamma_5) \psi_\Lambda \bar{\psi}_\Lambda \hat{n} (\xi_2 + \gamma_5) \psi_p, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 n_μ 代表类空间曲面法线方向的单位矢量。(12) 式右方最后一项保证了相互作用表象中的薛定格方程可以积分，但是对于衰变过程实际上不起作用。从(12)推导得的衰变后放出质子的角分布具有如下的形式：

$$\begin{aligned} dW(\Omega) = & \frac{1}{4\pi} \left(\frac{f^2}{4\pi} \right) \cdot \frac{p}{M} \cdot \text{Spur } \rho \Theta_2 \cdot d\Omega \times \\ & \times \{ (\xi_2^2 + 1)(E_n E_\pi^2 + E_n p^2 + 2p^2 E_\pi) + (\xi_2^2 - 1)m \cdot m_\pi \}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 E_π 代表 π 介子的能量， m_π 代表 π 介子的质量。 Θ_2 是一个二行二列的矩阵；

$$\Theta_2 = 1 + \alpha_2(\sigma \cdot e), \quad (14)$$

$$\alpha_2 = \frac{-2\xi_2 p(2E_x E_n + E_x^2 + p^2)}{(\xi_2^2 + 1)(E_n E_x^2 + E_n p^2 + 2p^2 E_x) + (\xi_2^2 - 1)mm_x^2}$$

假使 $\xi_2 = 1$, 則以 E_n , E_x 和 p 的實驗数值代入式(14), 得 $\alpha_2 = -0.89$, 和實驗結果式(2)相一致。

再其次, 我們討論包含有高次微商的相互作用哈密頓量密度所导致的角分布。衰变产物角分布的一般表式是:

$$dW(\Omega) = \frac{1}{(2\pi)^{10}} \cdot \frac{pE_x E_n}{M} \cdot \text{Spur } \rho \omega \cdot d\Omega, \quad (15)$$

其中 ρ 为超子的密度矩陣, ω 是一个矩陣, 具有矩陣元

$$\omega_{\alpha\beta} = \sum_{\sigma} \langle f | H_i | \alpha \rangle^* \langle f | H_i | \beta \rangle, \quad (16)$$

其中 H_i 代表相互作用哈密頓量, $|f\rangle$ 代表終态波函数, $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$ 代表始态波函数, $\sum_{\sigma}$ 代表对終态中質子的自旋求和。假使 H_i 就是 $H_i^{(1)}$, 那末

$$\langle f | H_i | \alpha \rangle = -ig \cdot \frac{(2\pi)^4}{\sqrt{2E_x}} \cdot \bar{u}_f(\xi_1 + \gamma_5) u_{\alpha}, \quad (17)$$

其中 u_{α} 代表在动量表象中 Λ 超子的波函数, u_f 代表在动量表象中質子的波函数。假使 H_i 就是 $H_i^{(2)}$, 那末

$$\langle f | H_i | \alpha \rangle = -f \frac{(2\pi)^4}{\sqrt{2E_x}} \bar{u}_f \hat{k}(\xi_2 + \gamma_5) u_{\alpha}, \quad (18)$$

其中 k_{μ} 代表 π 介子的动量和能量。假使 H_i 是 $H_i^{(1)}$ 和 $H_i^{(2)}$ 的和, 那末 $\langle f | H_i | \alpha \rangle$ 就等于式(17)和(18)右方表式之和。从 S 矩陣对于正洛侖兹变换具有不变性这一性質可以推得 $\langle f | H_i | \alpha \rangle$ 的普遍表式應該具有如下的形式:

$$\langle f | H_i | \alpha \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_x}} \{K_1 S_1 + K_2 S_2 + K_3 S_3 + K_4 S_4\}, \quad (19)$$

K_1, K_2, K_3 和 K_4 是洛侖兹不变量 $k \cdot p = k_{\mu} p_{\mu}$ 以及物理常数如 M, m, m_{π} 等等的函数。

$$\begin{aligned} S_1 &= \bar{u}_f(\xi_1 + \gamma_5) u_{\alpha}, & S_2 &= \bar{u}_f \hat{k}(\xi_2 + \gamma_5) u_{\alpha}, \\ S_3 &= \bar{u}_f \hat{p}(\xi_3 + \gamma_5) u_{\alpha}, & S_4 &= \bar{u}_f \hat{p} \hat{k}(\xi_4 + \gamma_5) u_{\alpha}. \end{aligned} \quad (20)$$

其中 p_{μ} 代表質子的动量和能量, 从(19)和(20)可以求得衰变的几率和角分布。角分布由一个二行二列的矩陣 Θ_3 决定, 一般地它應該具有如下的形式:

$$\Theta_3 = 1 + \alpha_3(\sigma \cdot e). \quad (21)$$

不对称系数 α_3 是 K_1, K_2, K_3, K_4 和 $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$ 的函数, 由于这一函数表式很長, 故不写出。

三. 費曼-盖尔曼的普适弱相互作用

应用上节結果, 我們在本节中討論費曼-盖尔曼^[4]提出的普适弱相互作用和超子衰变之間的关系。我們假定超子衰变通过这一普适弱相互作用和强相互作用的結合而进行。首先討論一个最簡單的情况: 首先 Λ 超子通过弱相互作用轉化为一个質子, 一个反質子

和一个中子。然后反质子和中子湮灭而转化为一个 π^- 介子。可以将导致这一过程的相互作用写下。有关的普适弱相互作用哈密顿量密度具有如下的形式:

$$H_i^{(w)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_N \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_p \bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_\Lambda. \quad (22)$$

有关的强相互作用哈密顿量密度是:

$$H_i^{(s)} = g_\pi \{ \sqrt{2} \bar{\psi}_N i \gamma_5 \psi_p \cdot \varphi^* + \sqrt{2} \bar{\psi}_p i \gamma_5 \psi_N \cdot \varphi + \bar{\psi}_p i \gamma_5 \psi_N \cdot \varphi_0 - \bar{\psi}_N i \gamma_5 \psi_p \cdot \varphi_0 \}, \quad (23)$$

其中 ψ_N 代表中子场量, φ_0 代表中性介子场量。

通过(22)和(23), Λ 超子也可以衰变成中子和

中性 π 介子。可以用同样的方式讨论这一过程。

本文只讨论 Λ 超子衰变为质子和 π^- 介子的过程, 导致这一过程的最简单的费曼图形如图 1。

和这一图形相应的 S 矩阵元是

$$\langle f | H_i | \beta \rangle = \frac{-ig_\pi G}{\sqrt{2E_\pi}} \cdot B_\mu \cdot \bar{u}_f \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_\beta, \quad (24)$$

其中 $\bar{u}_f$ 和 u_β 各代表在动量表象中质子和 Λ 超子的波函数。

$$B_\mu = \int d^4p \text{ Spur } \left\{ \gamma_5 \frac{i\hat{p}' - m}{p'^2 + m^2} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \frac{i(\hat{p}' - \hat{k}) - m}{(p' - k)^2 + m^2} \right\}, \quad (25)$$

B_μ 是对数性发散的积分。从积分的对称性质考虑, 可以看出 B_μ 一定等于 $k_\mu \cdot B$ 。其中 B 是一个对数性发散的常数, 并不影响衰变产物的角分布。假使我们将高动量区域的相互作用截去, 则 B 中的主要项是

$$B \cong 8\pi^2 m \lg\left(\frac{\lambda}{m}\right), \quad (26)$$

其中 λ 代表截断动量。因此可以将(24)写为

$$\langle f | H_i | \beta \rangle = \frac{-ig_\pi G \cdot B}{\sqrt{2E_\pi}} \cdot \bar{u}_f \hat{k} (1 + \gamma_5) u_\beta. \quad (27)$$

(27)式右方的表式和(18)式右方的表式相象。不难立刻从(18)式求得衰变产物的角分布:

$$dW(\Omega) = \frac{1}{(2\pi)^9} \cdot \left(\frac{g_\pi^2}{4\pi} \right) G^2 \cdot B^2 \cdot \frac{p}{M} (E_x^2 E_N + p^2 E_N + 2p^2 E_x) \times \text{Spur } \Theta_\mu \cdot d\Omega. \quad (28)$$

Θ_μ 就是在 $\xi=1$ 时 Θ_2 所取的形式。从(28)式求得的不对称系数应该等于 -0.89 , 和实验结果一致¹⁾。

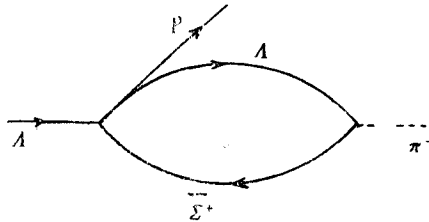


图 2

以上的简单讨论应该作两方面的补充。首先, Λ 超子通过普适弱相互作用不仅能转化为核子和反核子, 也可以转化为一个核子和一对超子和反超子。因此象图(2)中所示的费曼图形也将作出贡献。图2中的 Σ^+ 代表一个反 Σ^+ 超子。不难看出, 象图(2)这一类费曼图形所作的贡献只能改

1) 在论文完成以后, 发现马夏克和森德香^[7]得到相同的结果。

变表式(28)中因子 B 的数值,不能改变决定角分布的矩阵 Θ_μ . 因此这类图形只能改变 Λ 超子的寿命,不能影响衰变产物的角分布.

另一方面,高次近似对于式(28)也可能作出重要的修正. 我们可以将图 1 中的图形分成二部分如图 3.

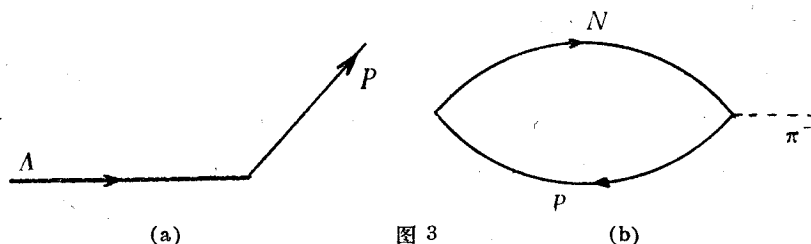


图 3

与此相应,我们可以将高次近似分为三类. 第一类是对图 3(b)的修正,如图 4 所示. 从 S 矩阵元的对称性质出发考虑,不难看出,所有这一类修正只能改变式(28)中的因子 B ,不能

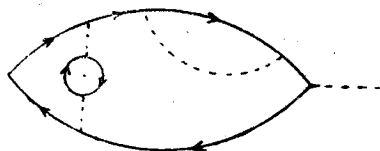


图 4

改变决定角分布的矩阵 Θ_μ . 因此这一类图形对于角分布的讨论并不重要. 第二类是对图 3(a) 的修正如图 5 所示. 费曼和盖尔曼^[4]曾经讨论过这一类图形所产生的重正化效应.

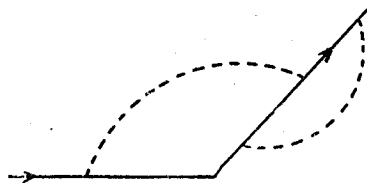


图 5

他们指出,可以使矢量部分的相互作用常数在重正化以后仍旧是一样大小. 但是还没有找到使赝矢量部分相互作用常数在重正化以后仍旧和矢量部分的相互作用常数相等的方法. 根据 β 衰变实验结果可以推得在 β 衰变现象中,赝矢量部分的相互作用常数略大于矢量部分的相互作用常数. 设以 η 代表这两个常数之比,则实验结果是 $\eta^2 = 1.55$ ^[5]. 假使在 Λ 超子衰变过程中重正化效应导致同样的修正,那末式(24)将变成

$$\langle f | H_i | \beta \rangle = \frac{-ig_\pi G}{\sqrt{2E_\pi}} B_\mu \bar{u}_f \gamma_\mu (1 + \eta \gamma_5) u_\beta, \quad (29)$$

因此将影响到 Θ_μ 的形式. 这时 Θ_μ 将改变为

$$\Theta_\mu = 1 + \alpha_4(\sigma \cdot e), \quad (30)$$

$$\alpha_4 = \frac{-2\eta p(2E_x E_n + E_n^2 + p^2)}{(1+\eta^2)(E_n E_x^2 + E_n p^2 + 2p^2 E_x) + (1-\eta^2)mm^2}.$$

令 $\eta^2 = 1.55$, 并以 p , E_x 和 E_n 的实验值代入式(30), 就得到 $\alpha_4 = -0.97$, 已经接近 1. 由此可见, 重正化效应可能导致不对称系数 α 的数值相当大的改变.

第三类高次近似既牵涉到图 3(a), 也牵涉到图 3(b), 如图 6 所示. 这一类图形的重正化效应费曼和盖尔曼没有讨论过. 在他们所讨论的现象中, 费米弱相互作用只牵涉到两

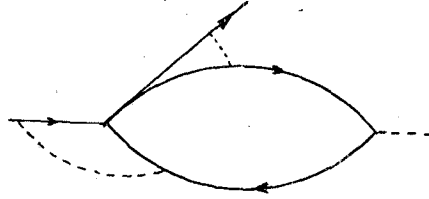


图 6

对轻粒子, 或一对重粒子和一对轻粒子. 对于这些相互作用说来, 由于强相互作用所导致的象图 6 那种高次效应并不存在. 象图 6 这一类图形的作用, 除了改变相互作用常数以外, 有可能引入其他协变性质的耦合的相互作用, 例如引入标量和张量耦合的相互作用. 因此在将费曼-盖尔曼的普适费米相互作用扩充到两对重粒子之间的相互作用时, 重正化的问题变得更为复杂. 在实验中, 准确测定不对称系数 α 的数值对于重正化问题的讨论将很有帮助.

四. 自旋为 $3/2$ 的粒子的衰变

在本节中我们假定超子是自旋等于 $\frac{3}{2}$, 服从赖列泰-许温格^[6]波动方程的粒子. 设以 ψ_μ 代表超子场的量, 那末 ψ_μ 就服从下列运动方程和附加条件:

$$\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + M\right)\psi_\mu = 0, \quad (31)$$

$$\gamma_\mu \psi_\mu = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \psi_\mu = 0, \quad (\mu = 1, 2, 3, 4).$$

我们可以假定超子, 核子和 π 介子之间存在着直接相互作用, 也可以假定超子由别的场作媒介, 经过一系列中间态而衰变为核子和 π 介子. 我们首先讨论第二种情况, 将费曼-盖尔曼相互作用加以扩充, 将自旋为 $\frac{3}{2}$ 的粒子也包括在内. 最简单的扩充是

$$H_1^{(R)} = \frac{F}{\sqrt{2}} \{ \bar{\psi}_\mu (1 + \gamma_5) \psi_p \bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_N + \bar{\psi}_N \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_p \bar{\psi}_p (\gamma_5 - 1) \psi_\mu \} + O(F^2) \quad (32)$$

其中 $O(F^2)$ 为一系列附加项^[8], 以保证薛定格方程可以积分. $O(F^2)$ 中各项和 F^2 或 F 的更高次方成正比. 由于 Fm^2 是微小的数值, 所以在计算超子的衰变时 $O(F^2)$ 实际上不起作用.

衰变后质子的角分布仍旧可以用式(15)和(16)来反映. 但是密度矩阵 ρ 和决定角分

布的矩陣 ω 都不再是二行二列的矩陣, 而是四行四列的矩陣。以后我們用 $\lambda, \nu, \dots$ 等字母来標誌四行四列的矩陣的行和列。計算 ω 的第一步是求 $\langle f | H_i | \lambda \rangle$ 。和图 1 相应的 S 矩陣元是:

$$\langle f | H_i | \lambda \rangle = \frac{-ig_x F}{\sqrt{2E_x}} \cdot B_\mu \bar{u}_f (\gamma_5 - 1) v_{\lambda\mu}, \quad (33)$$

其中 B_μ 的表式仍由(25)和(26)式給出。 v_λ 和 u_f 代表在动量表象中 Λ 超子和核子的波函数。 μ 標誌 v_λ 中矢量部分的四个分量。我們將用 $\alpha, \beta, \dots$ 標誌 v_λ 中旋量部分的分量。

計算(33)必須先求波函数 v_λ 。我們选择 Λ 超子的靜止座标系統。在这一系統中, v_λ 的形式比較簡單。 v_λ 是一个旋量和一个矢量的乘积。正能級有四个相互正交的波函数, 相应于自旋在 Z 軸方向的分量的四个不同本征值。我們引进如下的旋量:

$$u_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (34)$$

和如下的矢量:

$$\chi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

那末在动量表象中靜止 Λ 超子的四个态可写作

$$v_\lambda = C_{\frac{3}{2}, \alpha}^{1, \lambda - \alpha; \frac{1}{2}, \alpha} u_\alpha \cdot \chi_{\lambda - \alpha} \quad \left(\lambda = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \right), \quad (36)$$

其中 $C_{\frac{3}{2}, \lambda}^{1, \lambda - \alpha; \frac{1}{2}, \alpha}$ 代表克列勃許-戈登系数。(36)中的波函数滿足(31)中的附加条件。

將(36)代入(33)式, 就得

$$\langle f | H_i | \lambda \rangle = \frac{-ig_x FB}{\sqrt{2E_x}} \bar{u}_f (\gamma_5 - 1) u_\alpha \cdot (\chi \cdot k)_{\lambda - \alpha} \cdot C_{\frac{3}{2}, \lambda}^{1, \lambda - \alpha; \frac{1}{2}, \alpha}, \quad (37)$$

其中 $(\chi \cdot k)$ 代表 $\chi_\mu k_\mu$ 。从(37)可以得到如下的 ω 的矩陣元:

$$\omega_{\nu\lambda} = \frac{g_x^2 F^2 B^2}{2E_x} (J^+ \cdot I \cdot J)_{\nu\lambda} \quad (38)$$

其中 J 是二行四列的矩陣, 它的矩陣元是

$$J_{\alpha\lambda} = C_{\frac{3}{2}, \lambda}^{1, \lambda - \alpha; \frac{1}{2}, \alpha} (\chi \cdot k)_{\lambda - \alpha} \quad (39)$$

J^+ 是和 J 相反厄米共轭的四行二列的矩陣。 I 是二行二列的矩陣, 它的矩陣元是

$$I_{\beta\alpha} = \sum_f u_\beta^* (\gamma_5 - 1) \gamma_4 u_f \gamma_4^* (\gamma_5 - 1) u_\alpha, \quad (40)$$

其中 u_β 也代表 Λ 超子波函数中的旋量部分。 $\sum_f$ 代表对終态質子的自旋求和。 J 和 I

的具体形式如下:

$$J = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{i\varphi}, & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta, & \frac{1}{\sqrt{6}} \sin \theta e^{-i\varphi}, & 0 \\ 0, & -\frac{1}{\sqrt{6}} \sin \theta e^{i\varphi}, & \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta, & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{-i\varphi} \end{pmatrix} p, \quad (41)$$

$$I = 1 - \alpha_5 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \alpha_5 \begin{pmatrix} \cos \theta, & \sin \theta e^{-i\varphi} \\ \sin \theta e^{i\varphi}, & -\cos \theta \end{pmatrix}, \quad (42)$$

$$\alpha_5 = v_1,$$

其中 v 是质子的速度。我们假定光速等于 1。从 (42) 式可以看出, I 分为二部分。第一部分是单位矩阵, 导致角分布中偶次球谐函数部分。第二部分是 $-\alpha_5 (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{e})$, 导致角分布中奇次球谐函数部分, 亦即导致角分布中的不对称部分。从 (15), (38), (41) 和 (42) 可以得到如下的跃迁几率:

$$dW(\Omega) = \frac{F^2 g_\pi^2 B^2 p^3 E_N}{3 \cdot (2\pi)^4 \cdot M} \text{Spur } \rho \cdot \boldsymbol{\Theta}_R \cdot d\Omega, \quad (43)$$

其中

$$\boldsymbol{\Theta}_R = \boldsymbol{\Theta}_{R1} + \boldsymbol{\Theta}_{R2} \quad (44)$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{R1} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \begin{pmatrix} Y_0^0 - \frac{1}{\sqrt{5}} Y_2^0 & -\sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^{-1} & -\sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^{-2} & 0 \\ \sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^1 & Y_0^0 + \frac{1}{\sqrt{5}} Y_2^0 & 0 & -\sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^{-2} \\ -\sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^2 & 0 & Y_0^0 + \frac{1}{\sqrt{5}} Y_2^0 & \sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^{-1} \\ 0 & -\sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^2 & -\sqrt{\frac{2}{5}} Y_2^1 & Y_0^0 - \frac{1}{\sqrt{5}} Y_2^0 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Theta}_2 = \frac{-v}{2\sqrt{\pi}} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{5} Y_1^0 - \frac{3}{5\sqrt{7}} Y_3^0 & \frac{2}{5\sqrt{2}} Y_1^{-1} - \frac{6}{5\sqrt{7}} Y_3^{-1} & \frac{-6}{\sqrt{70}} Y_3^{-2} & \frac{-6}{\sqrt{35}} Y_3^{-3} \\ -\frac{2}{5\sqrt{2}} Y_1^1 + \frac{6}{5\sqrt{7}} Y_3^1 & \frac{9}{5\sqrt{7}} Y_3^0 - \frac{1}{5\sqrt{3}} Y_1^0 & \frac{4}{5\sqrt{6}} Y_1^{-1} + \frac{18}{5\sqrt{21}} Y_3^{-1} & \frac{6}{\sqrt{70}} Y_3^{-2} \\ \frac{-6}{\sqrt{70}} Y_3^2 & -\frac{4}{5\sqrt{6}} Y_1^1 - \frac{18}{5\sqrt{21}} Y_3^1 & \frac{1}{5\sqrt{3}} Y_1^0 - \frac{9}{5\sqrt{7}} Y_3^0 & \frac{2}{5\sqrt{2}} Y_1^{-1} - \frac{6}{5\sqrt{7}} Y_3^{-1} \\ \frac{6}{\sqrt{35}} Y_3^3 & \frac{6}{\sqrt{70}} Y_3^2 & -\frac{2}{5\sqrt{2}} Y_1^1 + \frac{6}{5\sqrt{7}} Y_3^1 & \frac{3}{5\sqrt{7}} Y_3^0 - \frac{\sqrt{3}}{5} Y_1^0 \end{pmatrix}.$$

从 (44) 式可以求得 $\cos \theta$ 的平均值的最大数值

$$(\overline{\cos \theta})_{\max} = v \int \frac{\cos \theta}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{5} Y_1^0 d\Omega = \frac{v}{5} = 0.02. \quad (45)$$

和 Λ 衰变的实验值 $(\overline{\cos \theta}) = 0.17$ 相比较显然太小。

(45) 式右端数值之所以这样小是由于表式 (42) 中第二部分的一个因子 $\alpha_5 = v$ 很小的缘故。在第二节中讨论标量耦合的直接相作用的时候, 我们曾经遇到相类似的情况。当

$\xi_1 = -1$ 的时候, 表式(8)就和表式(42) 完全一样。为了增加不对称部分的贡献, 我们可以改变表式(32)中矢量耦合和赝矢量耦合相互作用常数间的比例。例如我们可以将(32)扩充为

$$H_1^2 = \frac{F}{\sqrt{2}} \{ \bar{\psi}_\mu (\xi_5 + \gamma_5) \psi_p \bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_N + \bar{\psi}_N \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_p \bar{\psi}_p (\gamma_5 - \xi_5) \psi_\mu \} + O(F^2). \quad (46)$$

所有的计算结果和以前一样。不同的只是将 α_5 的表式改变为

$$\alpha_5 = \frac{+2\xi_5 p}{m(\xi_5^2 - 1) + E_n(\xi_5^2 + 1)}. \quad (47)$$

假使令

$$\xi_5 = \frac{p}{E_n + m}, \quad (58)$$

那末 α_5 就等于 1, 将不对称部分的贡献提高 $\frac{1}{\eta}$ 倍。在这样的情况下, $(\overline{\cos \theta})_{\max}$ 可以等于 $\frac{1}{5}$, 和李政道, 杨振宁有关 $(\overline{\cos \theta})_{\max}$ 的结论一致。但是从(44)中 θ_{R1} 的表式可以看出, 这样就有显著的 Y_2^0 的贡献。因此在 $(\overline{\cos \theta})_{\max}$ 和实验值取得一致时, Y_2^0 的贡献就不可能和实验结果取得一致。我们可以假定有 50% 的 Λ 超子自旋在 Z 轴方向的分量等于 $\frac{3}{2}$, 其他 50% 的 Λ 超子自旋在 Z 轴方向的分量等于 $\frac{1}{2}$ 。那末得到的角分布不再包含有 Y_2^0 , 而是

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(Y_0^0 - \frac{1}{5\sqrt{3}} Y_1^0 - \frac{3}{5\sqrt{7}} Y_3^0 \right). \quad (59)$$

从表式(59)得到的 $\cos \theta$ 的平均值只有 $-\frac{1}{15} = -0.07$, 不能解释实验上所观察到的数值。我们也可以假定有 50% 的 Λ 超子自旋在 Z 轴方向的分量等于 $\frac{3}{2}$, 其他 50% 的 Λ 超子自旋在 Z 轴方向的分量等于 $-\frac{1}{2}$ 。那末得到的角分布也不再包含有 Y_2^0 , 而是

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(Y_0^0 - \frac{2}{5\sqrt{3}} Y_1^0 + \frac{6}{5\sqrt{7}} Y_3^0 \right). \quad (60)$$

从表式(60)得到的 $\cos \theta$ 的平均值等于 $-\frac{2}{15} = -0.133$ 。虽然和实验结果比较接近, 但是出现了显著的符号相反的 Y_3^0 项, 仍旧和实验结果不一致。显著的 Y_3^0 项的存在说明 D 波的贡献并不一定很小。

可以尝试将表式(32)再加以修改。但是不论怎样修改, 相互作用哈密顿量并不能使角分布和实验结果附合。在动量表象中, S 矩阵元不外由下列各因子组成:

- 1) $\frac{1}{\sqrt{2E_x}}$: 代表外部介子线;
- 2) $\bar{u}_f$: 代表外部核子线;
- 3) v_s : 代表外部超子线;
- 4) 各种 γ 矩阵;
- 5) 各种物理量, 如超子、核子、介子的动量、能量、质量等等;

6) 物理常数.

不論相互作用哈密頓量取什么形式, 从洛伦兹协变性考虑, 以上的六种因子只能組成有限的几类 S 矩陣元的表式. 在以上的因子中有二个旋量: $\bar{u}_f$ 和 v_λ 中的 u_α ; 三个矢量: p_μ, k_μ 和 v_λ 中的矢量部分 χ_μ . 从 $\bar{u}_f, u_\alpha$ 和 γ 矩陣可以組成一个标量, 一个矢量, 一个赝矢量, 一个赝标量和一个反对称張量. 由于(31)式中的附加条件 χ_μ 和 γ_μ 結合在一起对矩陣元不作贡献. 因此 χ_μ 只能和 k_μ 或 p_μ 結合在一起. 由于 χ_μ 的第四个分量等于零, 因此

$$(\chi k) = -(\chi p). \quad (61)$$

和 γ 矩陣結合在一起形成标量或赝标量的只有 k 和 p . 除了标量 (kp) 以外, 从 k 和 p 只能組成二个矢量和一个反对称張量. 因此不論相互作用哈密頓量取什么形式, S 矩陣元只能取如下的形式:

$$\langle f | H_i | \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_\pi}} \{K_1 S_1 + K_2 S_2 + K_3 S_3 + K_4 S_4\} \times (\chi \cdot k)_{\lambda-\alpha} C_{\frac{3}{2}, \lambda}^{1, \lambda-\alpha; \frac{1}{2}, \alpha}, \quad (62)$$

其中 K_1, K_2, K_3, K_4 是洛伦兹不变量 (kp) 和物理常数 M, m, m_π 等等的函数. S_1, S_2, S_3, S_4 的定义見(20)式. 从(62)的形式可以看出, 改变相互作用哈密頓量不能改变 ω 中的因子 J 和 J^+ , 只能改变表式(38)中的常数因子和矩陣 I . 因此改变相互作用哈密頓量的結果只能改变衰变的平均寿命和 I 中的不对称因子 α_5 .

在这以前的討論中已經指出, 即使 α_5 等于1, 也无法得到和实验相符合的角分布. 因此 Λ 超子很少可能是服从賴列泰-許温格波动方程, 自旋为 $3/2$ 的粒子.

可以应用以上的計算結果来討論其他超子衰变产物的角分布. 由于实验还没有測定其他极化超子衰变产物角分布的不对称因子, 这种討論只能留待将来进行.

参 考 文 献

- [1] Eisler, F., et. al. *Phys. Rev.* **108**, (1957), 1353.
- [2] Glaser, D. A., Annual International Conference on High Energy Physics at Cern, 1958, 265.
- [3] Lee, T. D. & Yang, C. N., *Phys. Rev.* **109**, (1958), 1755.
- [4] Feynman, R. P. & Gell-Mann, M., *Phys. Rev.* **109**, (1958), 193.
- [5] Goldhaber, M., Annual International Conference on High Energy Physics at Cern, 1958, 233.
- [6] Rarita, W. & Schwinger, J., *Phys. Rev.* **60**, (1941), 61.
- [7] Sudarshan, G. & Marshak, R. E., *Phys. Rev.* **109**, (1958), 1860.
- [8] Katayama, Y., *Prog. Theor. Phys.* **10**, (1953), 31.

ANGULAR DISTRIBUTION OF THE DECAY PRODUCTS OF HYPERONS

CHEN, J. M. Ho, T. H. SAN, D. C. Tzu, H. Y.

(*Institute of Atomic Energy Research, Academia Sinica*)

ABSTRACT

By assuming various forms of interaction Hamiltonian the angular distribution of the decay products of spin $1/2$ particle obeying the Dirac equation and that of spin $3/2$ particle obeying Rarita-Schwinger equation are calculated. The ratio of the strength of parity conserving and the parity non-conserving interaction on the one hand and the asymmetry parameter α on the other hand is discussed. It is pointed out, that if the vector and pseudo-vector coupling in the universal Fermi weak interaction proposed by Feynman and Gell-Mann are exactly equal to each other, then this theory gives an asymmetry parameter α of Λ particle decay, which is consistent with the experimental result. If the ratio of the square of these two coupling constants is 1:1.55 as suggested by β -decay experiments, then the asymmetry parameter derived from this theory is -0.97 , which is already on the margin of the experimental data. The angular distribution of the decay products of spin $3/2$ particle obeying the Rarita-Schwinger wave equation cannot be made agree with the experimental result of the Λ particle decay, a conclusion, which was first pointed out by Lee and Yang by using general arguments.