

关于氘核削裂反应的动量近似理论*

王德靖 丘錫鈞 李白文 于 敏

(中国科学院)

提 要

本文从普遍微扰公式出发,推导出氘核削裂反应的动量近似表示式。并在氘核内动量分布因子是 δ 函数的近似下,对于入射氘核能量为11.9 Mev的 $C^{12}(d,p)C^{13}$ (基态)反应进行了数值计算。结果表明:动量近似理论是有可能解释中能削裂反应的。

§1 引 言

最近已经有许多文章^[1,2,3],通过扭曲波的方法,研究氘核削裂反应的极化。它是用扭曲的氘核波函数来代替总的反应波函数,一般可以得到定性上和实验符合的结果^[3]。但是由于目前对氘核和靶核相互作用的知識还不多,只能用唯象的位阱(如:黑体、硬球、光学位阱等)来描述它们的扭曲。

另一方面,动量近似的方法在解决低能中子对分子的散射和高能散射时,取得了不少有效的成果^[4,5]。在氘核入射的情况下,由于氘核的束缚能很小,当氘核接近靶核的时候,中子和质子可以近似地认为是分别作为自由粒子被靶核所散射(即在散射过程中 V_{Np} 略去不计),只是中子、质子保持在氘核内的动量分布。 V_{Np} 的相互作用在削裂过程中只是作为一次微扰,它使散射的中子和质子交换能量,其中的一个核子被靶核所捕获,另一个核子被削裂出去。这样我们就可以应用动量近似的波函数来代替总的反应波函数,也就有可能利用自由核子对靶核散射的结果到氘核削裂反应过程中来。

Rakavy^[6]曾经把动量近似方法应用到氘核削裂反应中,不过他并未加以推导,对于公式也未进行过计算和比较,而且在他的公式中还有些错误(下面将会提到)。本文的目的是希望用微扰的方法,推导出氘核削裂反应中动量近似的表示式(第2节),并在把氘核动量分布因子看作是 δ 函数的近似下,对于 $C^{12}(d,p)C^{13}$ (基态)的角分布和极化进行了计算和讨论(第3节)。

§2 形式推导

氘核和靶核 A 相互作用所满足的薛定格方程为

$$(H_A + T_p + T_N + V_p + V_N + V_{Np} - E')\Psi(\xi, \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_n, \mathbf{s}_p, \mathbf{s}_n) = 0. \quad (1)$$

这里, H_A 是靶核的哈密顿量; T_p, T_N 分别代表质子和中子的动能; V_N, V_p 分别是中子、质子和靶核的相互作用势; V_{Np} 是氘核中质子和中子的相互作用势; ξ 是靶核 A 的内

* 1959年12月31日收到。

部坐标; $\mathbf{s}_p, \mathbf{s}_n$ 分别是质子和中子的自旋. 为了简单起见, 不考虑靶核自由度, (1) 式变为¹⁾

$$(T_p + T_N + V_p + V_N + V_{Np} - E)\Psi(\mathbf{r}_p \mathbf{r}_n \mathbf{s}_p \mathbf{s}_n) = 0 \quad (2)$$

或

$$(E - T_p - T_N - V_{Np})\Psi = (V_N + V_p)\Psi. \quad (3)$$

(3) 式的形式解为

$$\Psi = \left(1 + \frac{1}{a} V + \frac{1}{a} V \frac{1}{a} V + \cdots\right) \phi_d^{\alpha d}(\mathbf{r}_p \mathbf{r}_n \mathbf{s}_p \mathbf{s}_n). \quad (4)$$

在这里,

$$a \equiv E - T_N - T_p - V_{Np} + i\eta,$$

$$V \equiv V_p + V_N.$$

$\phi_d^{\alpha d}$ 满足

$$(E - T_p - T_N - V_{Np})\phi_d^{\alpha d} = 0. \quad (5)$$

将 $\frac{1}{a}$ 用 $\frac{1}{a_0}$ 展开:

$$\frac{1}{a} = \left(1 + \frac{1}{a_0} V_{Np} + \frac{1}{a_0} V_{Np} \frac{1}{a_0} V_{Np} + \cdots\right) \frac{1}{a_0},$$

其中 $a_0 \equiv E - T_N - T_p + i\eta$.

把 $\frac{1}{a}$ 代入(4)式, 并按照 V_{Np} 的方次加以组合, 可以得到

$$\begin{aligned} \Psi = & \phi_d^{\alpha d} + \frac{1}{a} V \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \cdots\right) \phi_d^{\alpha d} + \\ & + \frac{1}{a} V \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \cdots\right) \frac{1}{a_0} V_{Np} \frac{1}{a_0} \left(V + V \frac{1}{a_0} V + \cdots\right) \phi_d^{\alpha d} + V_{Np} \end{aligned} \quad (6)$$

的高次项.

我们知道: 氦核的结合能是比较小的 (2.23 Mev), 而在原子核势场内, 中子和质子的动能可以很大 ($\sim$ 几十个 Mev), 故在原子核势场附近 $a_0 \gg V_{Np}$. 因此, 在以后的计算中, 我们可以把 V_{Np} 看作微扰而略去其二次方以上的项.

氦核入射一般可以引起下列三种反应:

(i) 反应后, 中子、质子重新合并, 成为氦核的弹性散射 (d, d) 或非弹性散射 (d, d'), 这可以用(6)式中的第二项表示之;

(ii) 氦核裂开成自由的中子和质子出射, 即 (d, pn) 反应;

(iii) 入射氦核被靶核捕获一个质子或中子而形成削裂过程, 即 (d, p) 或 (d, n) 反应.

(ii), (iii) 两种情况, 我们可以用(6)式第二、三两项表示之.

由于我们现在要研究的是 (d, p) 反应, 这样, 再把(6)式中的 $\frac{1}{a}$ 用 $\frac{1}{a_0}$ 展开, 得

1) 在考虑靶核自由度时, 推导是类似的(可参考[7]).

$$\begin{aligned}
\Psi &\cong \phi_d^{\mu d} + \frac{1}{a_0} V \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \phi_d^{\mu d} + \\
&\quad + \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \frac{1}{a_0} V_{Np} \frac{1}{a_0} \left(V + V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \phi_d^{\mu d} = \\
&= \phi_d^{\mu d} + \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \frac{1}{a_0} V_{Np} \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \phi_d^{\mu d} + \\
&\quad + \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \frac{1}{a_0} (V - V_{Np}) \phi_d^{\mu d} = \\
&= \phi_d^{\mu d} + \frac{1}{a_0 - V} V_{Np} \Psi_a + \frac{1}{a_0 - V} (V - V_{Np}) \phi_d^{\mu d}, \quad (7)
\end{aligned}$$

其中 $\Psi_a \equiv \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots \right) \phi_d^{\mu d}$.

为了求出射质子波的振幅, 下面我们将(7)式对处于束缚态的中子波函数 $\varphi_n^{\mu n}(\mathbf{r}_n \mathbf{s}_n)$ 展开^[7], 因为 $\varphi_n^{\mu n}$ 满足:

$$(T_N + V_N) \varphi_n^{\mu n}(\mathbf{r}_n \mathbf{s}_n) = B_n \varphi_n^{\mu n}(\mathbf{r}_n \mathbf{s}_n).$$

这儿 B_n 是中子在末态时的结合能, 而且有

$$\lim_{r_p \rightarrow \infty} \langle \varphi_n^{\mu n} | \phi_d^{\mu d} \rangle = 0.$$

故

$$\begin{aligned}
\lim_{r_p \rightarrow \infty} \langle \varphi_n^{\mu n} | \Psi \rangle &\cong \lim_{r_p \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\varepsilon_p - T_p - V_p + i\eta} \langle \varphi_n^{\mu n} | V_{Np} | \Psi_a \rangle + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\varepsilon_p - T_p - V_p + i\eta} \langle \varphi_n^{\mu n} | V - V_{Np} | \phi_d^{\mu d} \rangle \right]. \quad (8)
\end{aligned}$$

显然,

$$\begin{aligned}
\lim_{r_p \rightarrow \infty} \langle \varphi_n^{\mu n} | \Psi \rangle &\cong \lim_{r_p \rightarrow \infty} \left[-\frac{M_p}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ik_p r_p}}{r_p} \int \varphi_p^{\mu p}(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p \mathbf{s}_p) \times \right. \\
&\quad \times \varphi_n^{\mu n*}(\mathbf{r}_n \mathbf{s}_n) V_{Np} \Psi_a d\tau_p d\tau_n - \frac{M_p}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ik_p r_p}}{r_p} \int \varphi_p^{\mu p}(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p \mathbf{s}_p) \times \\
&\quad \times \varphi_n^{\mu n}(\mathbf{r}_n \mathbf{s}_n) (V - V_{Np}) \phi_d^{\mu d} d\tau_p d\tau_n, \quad (9)
\end{aligned}$$

其中

$$\varphi_p^{\mu p}(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p \mathbf{s}_p) = 4\pi \sum_{l_p m_p} (-i)^{l_p} \exp(i\eta_{l_p}) L_{l_p}(r_p) Y_{l_p m_p}^*(\mathbf{r}_p) Y_{l_p m_p}(\mathbf{k}_p) \chi_p^{\mu p}(\mathbf{s}_p)^{[1]},$$

满足

$$(T_p + V_p - E_p) \varphi_p^{\mu p}(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p \mathbf{s}_p) = 0.$$

可以证明: (9) 式中第二项等于零^[8]. 这样,

$$\lim_{r_p \rightarrow \infty} \langle \varphi_n^{\mu n} | \Psi \rangle \cong -\frac{M_p}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ik_p r_p}}{r_p} \int \varphi_p^{\mu p}(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p \mathbf{s}_p) \times \varphi_n^{\mu n*}(\mathbf{r}_n \mathbf{s}_n) V_{Np} \Psi_a d\tau_p d\tau_n. \quad (9')$$

出射质子波的振幅即为

1) 出射质子的波函数应该用[平面波(- $\mathbf{K}_p$) + 出射波], 在这里 Rakavy 用错了.

$$f(\theta) = -\frac{M_p}{2\pi\hbar^2} \int \varphi_p^{\mu_p}(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p \mathbf{s}_p) \varphi_n^{\mu_n*} V_{Np} \Psi_a d\tau_p d\tau_n.$$

下面我們要把 Ψ_a 化为动量近似波函数, 如前所定义:

$$\Psi_a \equiv \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots\right) \psi_a^{\mu_d},$$

而

$$\psi_a^{\mu_d} = x(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n|) \exp\left(i\mathbf{k}_d \cdot \frac{\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_n}{2}\right) \cdot y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d}.$$

其中 $x(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n|)$ 代表氘核内部波函数, $y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d}$ 代表氘核的自旋波函数.

把氘核波函数用自由质子和中子的波函数展开:

$$\psi_a^{\mu_d} = \int G_d(\mathbf{k}'_p \mathbf{k}'_n) e^{i\mathbf{k}'_p \cdot \mathbf{r}_p} e^{i\mathbf{k}'_n \cdot \mathbf{r}_n} y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d} d\mathbf{k}'_p d\mathbf{k}'_n,$$

$$G_d(\mathbf{k}'_p \mathbf{k}'_n) = \frac{1}{(2\pi)^6} \int x(|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n|) \exp\left(i\mathbf{k}_d \cdot \frac{\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_n}{2}\right) y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d} e^{-i\mathbf{k}'_p \cdot \mathbf{r}_p} e^{-i\mathbf{k}'_n \cdot \mathbf{r}_n} d\tau_p d\tau_n.$$

所以

$$\Psi_a = \int \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots\right) G_d e^{i\mathbf{k}'_p \cdot \mathbf{r}_p} e^{i\mathbf{k}'_n \cdot \mathbf{r}_n} y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d} d\mathbf{k}'_p d\mathbf{k}'_n.$$

令

$$\psi' \equiv \left(1 + \frac{1}{a_0} V + \frac{1}{a_0} V \frac{1}{a_0} V + \dots\right) e^{i\mathbf{k}'_p \cdot \mathbf{r}_p} e^{i\mathbf{k}'_n \cdot \mathbf{r}_n}, \quad (10)$$

則

$$\Psi_a = \int G_d \psi' y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d} d\mathbf{k}'_p d\mathbf{k}'_n.$$

若我們定义

$$a'_0 \equiv \frac{\hbar^2}{2M} [k_p'^2 + k_n'^2] - T_p - T_n + i\eta,$$

并将(10)式中的 a_0 用 a'_0 代替, 則(10)式变成

$$\psi' = \left(1 + \frac{1}{a'_0} V + \frac{1}{a'_0} V \frac{1}{a'_0} V + \dots\right) e^{i\mathbf{k}'_p \cdot \mathbf{r}_p} e^{i\mathbf{k}'_n \cdot \mathbf{r}_n},$$

即

$$\left[T_p + T_n + V_p + V_n - \frac{\hbar^2}{2M} (k_p'^2 + k_n'^2) \right] \psi' = 0. \quad (11)$$

将(11)式分离变数:

$$\psi' = \psi_N \cdot \psi_p,$$

其中 ψ_N 满足: $\left(T_n + V_n - \frac{\hbar^2}{2M} k_n'^2\right) \psi_N = 0$;

ψ_p 满足: $\left(T_p + V_p - \frac{\hbar^2}{2M} k_p'^2\right) \psi_p = 0$.

这样, 我們就得到动量近似波函数

$$\psi_a = \int G_a(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}'_n) \psi_N \psi_p y_1^{\mu_a} d\mathbf{k}'_p d\mathbf{k}'_n.$$

现在来估计一下用 a'_0 代替 a_0 所引起的误差:

$$a_0 - a'_0 = E - \frac{\hbar^2}{2M} (k_p'^2 + k_n'^2),$$

而

$$E = T_a + B_d.$$

此处 T_a 是入射氘核的动能, B_d 是氘核的结合能. 故

$$\begin{aligned} a_0 - a'_0 &= T_a + B_d - \frac{\hbar^2}{4M} (\mathbf{k}'_p + \mathbf{k}'_n)^2 - \frac{\hbar^2}{4M} (\mathbf{k}'_p - \mathbf{k}'_n)^2 = \\ &= B_d - \frac{\hbar^2}{4M} (\mathbf{k}'_p - \mathbf{k}'_n)^2 \cong (-2.23 - 0.5) \text{ Mev}. \end{aligned} \quad (12)$$

显然, $\frac{\hbar^2}{4M} (\mathbf{k}'_p - \mathbf{k}'_n)^2$ 实际上代表氘核内部相对运动的动能, 所以可以看出: 用 a'_0 代替 a_0 实际上相当于忽略了氘核的结合能和氘核内部相对运动的动能. 这相当于这样一种近似: 氘核中的质子和中子是分别独立地被靶核散射. 在原子核势场附近, 由于 V 有几十个 Mev, 很大, 所以 a_0 中的 T_N, T_p 很大. 这种情况下, 用 a'_0 代替 a_0 应当是可以的.

§3 数值计算和结果

和上节 (9') 式的推导完全类似, 在考虑了靶核自由度、并且靶核不是无限重的情况下, (d, p) 反应中的振幅为

$$\begin{aligned} f(0) &= -\frac{M_p}{2\pi\hbar^2} \int \varphi_p^{\mu_a}(-\mathbf{k}_p, \mathbf{r}_p, \mathbf{s}_p) \chi_{f'}^{\mu_a}(\xi, \mathbf{r}_n, \mathbf{s}_n) V_{Np} \chi_{i'}^{\mu_a}(\xi) \times \\ &\times \left[\int G_a(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}'_n) y_1^{\mu_a} \psi_p(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_p) \psi_n(\mathbf{k}'_n, \mathbf{r}_n) d\mathbf{k}'_p d\mathbf{k}'_n \right] d\tau_n d\tau_p. \end{aligned} \quad (13)$$

式中终态靶核波函数为

$$\chi_{f'}^{\mu_a}(\xi, \mathbf{r}_n, \mathbf{s}_n) = \sum_{a, l_i, \mu_i, l_n, i_n, M_n} \theta_{i_n, l_n}^{l_i} C_{l_i, \mu_i, i_n, M_n}^{l_f, \mu_f} \chi_{l_i, a}^{\mu_i}(\xi) \varphi_{i_n, l_n, \frac{1}{2}}^{M_n}(\mathbf{r}_n, \mathbf{s}_n).$$

$\theta_{i_n, l_n}^{l_i}$ 是约化宽度振幅,

$$\varphi_{i_n, l_n, \frac{1}{2}}^{M_n}(\mathbf{r}_n, \mathbf{s}_n) = \sum_{m_n, \mu_n} C_{l_n, m_n, \frac{1}{2}, \mu_n}^{i_n, M_n} Y_{l_n, m_n}(\mathbf{r}_n) \chi_{i_n, \mu_n}^{\mu_n} R_{l_n}(r_n)$$

代表反应后中子处于束缚态的波函数, 初态质子、中子散射波函数分别为

$$\begin{aligned} \psi_p(\mathbf{k}'_p, \mathbf{r}_p) &= 4\pi \sum_{l'_p, m'_p} i^{l'_p} \exp(i\eta_{l'_p}) L_{l'_p}(k'_p r_p) Y_{l'_p, m'_p}^*(\mathbf{k}'_p) Y_{l'_p, m'_p}(\mathbf{r}_p), \\ \psi_n(\mathbf{k}'_n, \mathbf{r}_n) &= 4\pi \sum_{l'_n, m'_n} i^{l'_n} \exp(i\eta_{l'_n}) L_{l'_n}(k'_n r_n) Y_{l'_n, m'_n}^*(\mathbf{k}'_n) Y_{l'_n, m'_n}(\mathbf{r}_n). \end{aligned}$$

氘核的自旋波函数:

$$y_{1\frac{1}{2}\frac{1}{2}}^{\mu_d} = \sum_{\mu_p \mu_n} C_{\frac{1}{2}\mu_p \frac{1}{2}\mu_n}^{1\mu_d} \chi_p^{\mu_p} \chi_n^{\mu_n},$$

其中 $\chi_p^{\mu_p}$ 、 $\chi_n^{\mu_n}$ 分别为质子、中子自旋波函数， $\mathbf{r}_n$ 、 $\mathbf{r}_p$ 是以靶核质心为原点的中子、质子坐标， $\mathbf{r}_p'$ 是以剩余核质心为原点的出射质子坐标。

与扭曲波方法完全类似的处理，在忽略自旋-轨道耦合力和交换效应的情况下，可得截面 $\sigma(\theta)$ 和极化 $P(\theta)$ 公式如下：

$$\sigma = \frac{M_p M_d}{4\pi^2 \hbar^4} \frac{k_p}{k_d} \frac{2J_f + 1}{3(2J_i + 1)} \sum_{i_n l_n} \frac{|\theta_{i_n l_n}^i|^2}{2l_n + 1} \sum_{m_n} |g_{l_n}^{m_n}|^2, \quad (14)$$

$$P = \frac{\sigma_{+\frac{1}{2}} - \sigma_{-\frac{1}{2}}}{\sigma} = \frac{2}{3} \frac{\sum_{i_n l_n} \frac{|\theta_{i_n l_n}^i|^2}{2l_n + 1} (-1)^{i_n - l_n - \frac{1}{2}} \sum_{m_n} \frac{m_n}{2l_n + 1} |g_{l_n}^{m_n}|^2}{\sum_{i_n l_n} \frac{|\theta_{i_n l_n}^i|^2}{2l_n + 1} \sum_{m_n} |g_{l_n}^{m_n}|^2}. \quad (15)$$

在此以 $\mathbf{k}_d \times \mathbf{k}_p$ 方向为 z 轴方向，式中

$$g_{l_n}^{m_n} \equiv \int \varphi_p(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p') R_{l_n}(r_n) Y_{l_n}^{* m_n}(\mathbf{r}_n) V_{Np} \times \\ \times \left[\int G_d(\mathbf{k}_p' \mathbf{k}_n') \psi_p(\mathbf{k}_p' \mathbf{r}_p) \psi_n(\mathbf{k}_n' \mathbf{r}_n) d\mathbf{k}_p' d\mathbf{k}_n' \right] d\tau_n d\tau_p. \quad (16)$$

因为 $\mathbf{r}_p' = \mathbf{r}_p - \frac{M_n}{M_f} \mathbf{r}_n$ ，而中子质量 M_n 甚小于剩余核质量 M_f ，故可近似地取：

$$\mathbf{r}_p' = \mathbf{r}_p. \quad (17)$$

对于 V_{Np} ，我们认为它是中心力（非中心力部分实际上对反应贡献不大），并且注意到核力的短程性，我们近似地取

$$V_{Np} = V_0 \delta(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_p). \quad (18)$$

将 $\varphi_p(-\mathbf{k}_p \mathbf{r}_p')$ ， $\psi_p(\mathbf{k}_p' \mathbf{r}_p)$ ， $\psi_n(\mathbf{k}_n' \mathbf{r}_n)$ 等表示式代入积分 (16) 式中，采用近似式 (17) 和 (18)，以 r 代替 r_p ，且利用球谐函数的合成定理及其正交归一性，我们可以得到

$$g_{l_n}^{m_n} = (4\pi)^2 V_0 \sum_{l_p l_p' l_n' l_n m_p m_p' m_n m_n'} i_p^{l_p + l_p' - l_n - l_n'} \times \\ \times \frac{\sqrt{(2l_p + 1)(2l_n + 1)(2l_p' + 1)(2l_n' + 1)}}{(2l_d + 1)} C_{l_p 0 l_n 0}^{l_d 0} C_{l_p' 0 l_n' 0}^{l_d 0} \times \\ \times C_{l_p m_p l_n m_n}^{l_d m_d} C_{l_p' m_p' l_n' m_n'}^{l_d m_d} Y_{l_p m_p}(\mathbf{k}_p) \int r^2 dr e^{i\eta_{l_p}} L_{l_p}(r) R_{l_n}(r) \times \\ \times \int d\mathbf{k}_p' d\mathbf{k}_n' G_d(\mathbf{k}_p' \mathbf{k}_n') \exp[i\eta_{l_p'}(\mathbf{k}_p') + \eta_{l_n'}(\mathbf{k}_n')] \times \\ \times L_{l_p'}(k_p' r) L_{l_n'}(k_n' r) Y_{l_p m_p'}^*(\mathbf{k}_p') Y_{l_n m_n'}^*(\mathbf{k}_n'). \quad (19)$$

上式中的积分的计算是一个非常繁重的工作，为简化计算，我们粗糙地取

$$G_d(\mathbf{k}_p' \mathbf{k}_n') \propto C \delta(\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p' - \mathbf{k}_n') \delta(\mathbf{k}_p' - \mathbf{k}_n'). \quad (20)$$

这就是说, 氦核中的质子、中子具有相同的动量, 且在数值上等于氦核动量值的一半, 因此, 它相当于把氦核内部波函数取作一个与质子中子之间的相对距离无关的常数. 这一近似的理由大略有这样几点:

(1) 因 V_{Np} 是短程力, 这就要求在跃迁到终态以前, 中子和质子距离很近才能发生相互作用. 在反应过程中, 彼此能量、动量交换很大, 从而使跃迁几率与原先动量分布 $G_d(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n)$ 关系不大, 而近似可以把它看作一常数. 在波恩近似^[9]下, 就已经推知: 氦核内部的动量分布对角分布影响并不大. 从另一方面看, 氦核内部波函数取作常数虽然与氦核的有限大小相矛盾, 但是, 因出射质子波幅中的 V_{Np} 已近似地假定为 δ -势, 这就使得 $r_p \approx r_n$ 的情态对振幅(从而对跃迁几率)无贡献, 因而对问题并无定性的影响.

(2) 从 $G_d(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_n) \propto \delta(\mathbf{k}_d - \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_n) \frac{1}{\alpha^2 + \frac{1}{4}(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_n)^2}$ 可以看出: 当 $\mathbf{k}_p$ 与 $\mathbf{k}_n$ 偏

离大时, G_d 很小, 而在 $\mathbf{k}_n = \mathbf{k}_p$ 处, 有一峰值; 这有点象(20)式的行为.

最后, 必须指出: 将动量分布 G_d 取作(20)式, 在我们这里已包含了一个极为粗糙的假设, 即认为氦核中的质子中子是在具有完全相同的动量(等于 $\frac{k_d}{2}$)的条件下分别被核势场散射, 这就认为对于入射质子和中子所受到的扭曲随入射能量的变化是不大的. 这一点和前边第2节中将 $\frac{1}{a}$ 展成 $\frac{1}{a_0}$ 及将 a_0 换成 a'_0 等近似也有些类似.

利用式(20), 并且利用球谐函数的合成定理及 C-G 系数的性质, 最后得到:

$$\begin{aligned} g_{l_n}^{m_n} = & (4\pi)^{3/2} V_0 C \sum_{l_p l'_p l'_n l'_n} i^{l_p+l'_n-l_p} \left[\frac{(2l_p+1)(2l_n+1)}{2l_d+1} \right]^{1/2} \frac{(2l'_p+1)(2l'_n+1)}{2l_d+1} \times \\ & \times C_{l_p l'_p l'_n}^{l_d o} C_{l'_p l'_n l'_n}^{l_d o} C_{l_p m_p l'_n m_n}^{l_d m_p+m_n} Y_{l_p m_p}(\mathbf{k}_p) Y_{l'_n m_n}^*(\mathbf{k}_d) \times \\ & \times \exp i[\eta_{l_p} + \eta_{l'_p} + \eta_{l'_n}] \int_{r \gg R_0} r^2 dr L_{l_p}(r) R_{l_n}(r) L_{l'_p}(r) L_{l'_n}(r). \end{aligned} \quad (21)$$

对于 $C^{12}(d, p) C^{13}$ (基态)的微分截面和极化进行了数值计算. 我们取 C^{13} 基态为 $j=\frac{1}{2}$ 耦合波函数, $J_i = 0$, $l_n = 1$, $j_n = \frac{1}{2}$. 氦核的入射能量选取为 11.9 Mev (实验室坐标).

对于入射质子、中子和出射质子的作用位阱(我们在计算中忽略了库伦位势的作用, 故认为入射质子和中子所受的势场是一样的), 分别选取下列两种情况:

(i) 入射氦核中的质子和中子受原子核黑体的作用, 即

$$\begin{aligned} l \leq kR & \quad \text{被原子核完全吸收,} \\ l > kR & \quad \text{不受原子核的影响.} \end{aligned}$$

出射质子受光学位阱 ($V + iW$) 的作用, $V = -30$ Mev, $W = -5$ Mev, 位阱半径 $R = 3.5 \times 10^{-13}$ cm.

(ii) 入射氦核中的质子和中子受实位阱 V_0 的作用, $V_0 = -35$ Mev, $R = 3.5 \times 10^{-13}$ cm; 出射质子受实位阱 V_1 的作用, $V_1 = -30$ Mev, $R = 3.5 \times 10^{-13}$ cm.

现在的积分只取 $r \geq R$ 的部分. 在我们的计算中, 把(21)式的反应振幅分为波恩近似项和受扭曲的非波恩近似项两部分. 我们发现, 对于微分截面而言, 由于小的 l 项受扭

曲后,使这些项的相角和大小发生改变,在小角度处,波恩近似项和非波恩近似项是相互抵消的结果,因此减少了小角度的微分截面.对于极化,则主要是由波恩近似项和非波恩

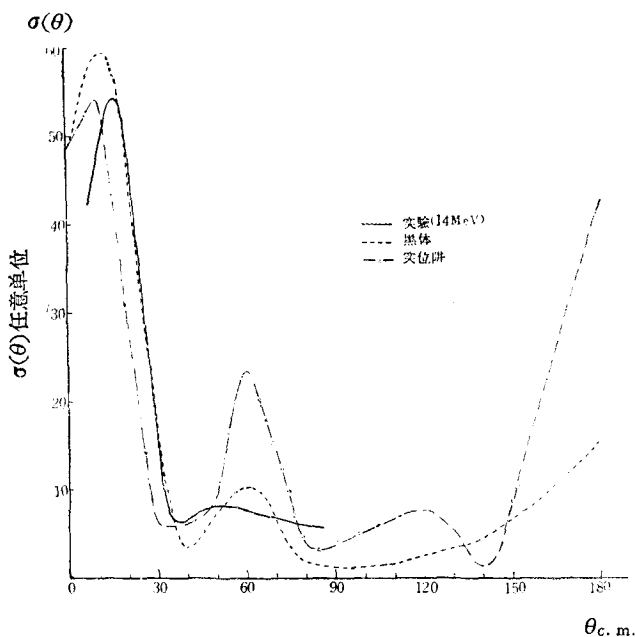


图1 $C^{12}(d,p)C^{13}$ (基态)角分布

化对于(i),(ii)两种情况在小角度时符号相反,而情况(i)是与目前的实验^[11]符合的(见图2).从反应振幅的表式可知,极化的符号决定于波恩近似和非波恩近似的交叉项,它对于位阱的类型、形状的选取极为敏感,我们从扭曲波对于极化的计算^[3]可知:单纯质子光学位阱的扭曲所产生的极化和单纯氘核黑体或硬球扭曲所产生的极化符号相反.根据Newns的古典图象^[1],这是由于氘核黑体或硬球扭曲的结果在原子核背面形成氘核阴影的缘故.可能情况(i)比(ii)更接近于这种情况.

总之,以上的分析说明:无论是微分截面或是极化,情况(i)都比(ii)要好.

§4 结 论

从以上粗糙的计算看来,动量近似的方法有可能应用到中能氘核削裂反应中来.当然,在计算中粗糙地把动量分布因子看作是 δ -函数(相当于把氘核内部波函数看作是常数),另一方面,对于位阱的选取也比较粗糙,这一切都有待于作进一步的改进.

最后,作者对于原子能研究所数学组帮助数值计算表示感谢,并感谢储连元同志许多

近似项的交叉项所决定的.

从图1,2中可以看到:(1)微分截面对于(i),(ii)两种情况变化是不大的,这是由于波恩近似项仍起主要作用的缘故.(2)截面在 10° — 20° 之间有一峰,但不够显著,这可能由于在动量近似条件下,对于入射氘核在氘核大角动量时仍可以有扭曲的结果[这可以从(21)式中看出],这一点和扭曲波处理结果不同^[3].这样就减少了大角动量的项对于微分截面的贡献,因此比起扭曲波理论来和Butler的波恩近似理论差别更大.(3)微分截面在大角度时有向上翘的趋势,尤其(ii)更为显著,这一点和实验不符^[10].(4)极

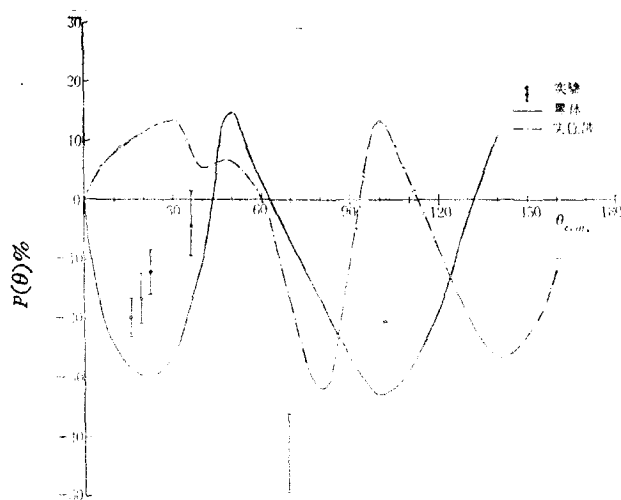


图2 $C^{12}(d,p)C^{13}$ (基态)极化(出射质子)

有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] Newns, H. C., *Proc. Phys. Soc.* **A66** (1953), 477. Cheston, W. B., *Phys. Rev.* **96** (1954), 1590. Newns, H. C. and Refai, M. Y., *Proc. Phys. Soc.* **A71** (1958), 627. Huby, R., Refai, M. Y., Satchler, G. R., *Nucl. Phys.* **9** (1959) 96.
- [2] Satchler, G. R., *Cong. Int. Nucl. Paris.* **532** (1958).
- [3] 储连元等, 关于碎裂反应的扭曲波近似处理(即将发表)。
- [4] Chew, G. F., Wick, G. C., *Phys. Rev.* **85** (1952), 636. Chew, G. F., Goldberger, M. L., *Phys. Rev.*, **87** (1952), 778.
- [5] Stapp, H. P., *Phys. Rev.*, **107** (1957), 607. Sakamoto, Y. and Sasakawa, T., *Prog. Theo. Phys.* **19** (1958), 745.
- [6] Rakavy, G., *Nucl. Phys.* **7** (1958), 553.
- [7] Давыдов, А. С., Теория Атомного Ядра, §100 (1958).
- [8] Gerjuoy, E., *Phys. Rev.* **91** (1953), 645.
- [9] Daitch, P. B. and French, J. B., *Phys. Rev.* **87** (1952), 900.
- [10] Holt, J. R., *Physica*, **22** (1956), 1069.
- [11] Juveland, A. C. and Jentschke, *Phys. Rev.* **110** (1958), 456.

О МЕТОДЕ ИМПУЛЬСНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ РЕАКЦИИ СРЫВА ДЕЙТРОНА

Ван Дэ-юй Чю Си-цзюнь Ли Пэй-вэнь Юй Мин

(Академия Наук Китая)

Резюме

Исходим из общей формулы теории возмущения, в настоящей работе выведены выражения импульсного приближения для реакции срыва дейтрона. Далее, при упрощающем предположении, что импульсное распределение обладает формой δ -функции, сделаны численные расчёты для реакции $C^{12} (d, p) C^{13}$, вызываемой дейтроном с энергией 11.9 мэв (C^{13} находится в основном состоянии). Результаты показывают, что с помощью метода импульсного приближения реакция срыва при средней энергии может быть объяснена.