

偶-偶原子核的表面振盪*

沈洪涛 李揚国 任庚未

(中国科学院)

提 要

本文考虑了偶-偶原子核,集体表面振盪的能譜,着重考虑在强耦合理論中 β 自由度对能譜的影响,发现 β 自由度除了贡献一部分新的 β 振盪激发能譜以外,对原有的能譜影响不大.

一、引 言

从观察实验的结果,发现偶-偶原子核的能級有一些规律性,对于这些规律性,苟哈佰和凡尼塞(Goldhaber and Weneser)^[1]首先作出了总结.在威勒斯和琼(Wilets and Jean)^[2]的图1中也画出了 E_2/E_1 与 $E_1/\hbar\omega$ 的关系,其中 E_1, E_2 为原子核的第一,第二激发态能量, $\hbar\omega$ 用的是流体力学模型计算出来的声子激发能量.这些实验规律大致有:

(1) 原子核的基态是 0^+ ,第一激发态是 2^+ .

(2) 在 $150 < A < 185$ 和 $A > 225$ 这个区域,原子核的激发态能量满足

$$E = \text{常数 } I(I+1)$$

和能級次序为 $0^+, 2^+, 4^+, \dots$,这种能譜称为轉动能譜.这个区域通常称为强变形区域.

(3) 在强变形区域, $E_1/\hbar\omega$ 在0.04至0.07之間.而且在这个范围内, E_2 跃迁几率比由单粒子计算得到的大百倍以上.

(4) 在 $66 < A < 150$ 这个区域, E_2/E_1 約在2至2.5之間,而且能級次序大多数为 $0^+, 2^+, 2^+$.这个区域通常称为中間区域.

(5) 中間区域的 $E_1/\hbar\omega$ 約在0.18至0.4之間. E_2 跃迁强度比由单粒子模型计算得到的强得多.而且发现第一、第二激发态之間主要是 E_2 跃迁, $M1$ 跃迁几率很小.同时在 $0^+, 2^+, 2^+$ 排列的能譜中,发现第二激发态的跳越 E_2 跃迁($2^+ \rightarrow 0^+$)比到第一激发态的 E_2 跃迁($2^+ \rightarrow 2^+$)小得多.

E_2 跃迁比单粒子跃迁值的增大,可以认为这一些能譜是从集体运动中得到的.苟哈佰和凡尼塞^[1]曾經用弱耦合理論,即认为原子核是球形的,能譜为球形壳的振动能譜,核子与壳的耦合可以当作微扰来处理.另一些人采取了强耦合理論,即原子核有一定的变形 β ,其中威勒斯和琼^[2]认为原子核的形变对 γ 是不稳定的,能譜主要是由轉动和 γ 激发得到的;而达維多夫和菲立普(A. S. Davydov, G. F. Filippov)^[3]則考虑了 γ 稳定的情况,由不对称陀螺得到轉动能譜.这三种极端的看法在解释中間区域能譜和跃迁上都得到一定

* 1959年12月31日收到.

的成功,但也都存在着一定的缺点。由于这种强耦合理论的 β 形变很小,所以我们考虑 β 的振盪可能对能谱产生一定的影响。因此本文进一步在强耦合理论中,考虑了 β 自由度对能谱的影响。但结果我们发现 β 自由度除了贡献一部分新的 β 振盪激发能谱之外,对原有的能谱在定性上影响不大。

二、 γ 不稳定的情况

从波尔^[4]的集体运动方程出发,认为原子核振动主要是二阶表面振盪,在固定在原子核的坐标系中,集体运动的变量为 β, γ, θ_i ; θ_i 为原子核主轴的三个尤拉角。运动方程式可以写为:

$$[T + V]\bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i) = E\bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i), \quad (1)$$

其中

$$T = -\frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4} \sum_K \frac{Q_K^2}{\sin^2 \left(\gamma - \frac{2}{3} \pi K \right)} \right] \right\} \quad (2)$$

Q_K 为变数 θ_i 的角动量算符, V 为集体运动的位能函数。显然, V 只是 β 和 γ 的函数。假设 V 只是 β 的函数,这就是所谓 γ 不稳的情况。集体运动方程可以变数分离。

$$[T + V(\beta)]\bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i) = E\bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i), \quad (1')$$

得

$$\bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i) = f(\beta)\Phi(\gamma, \theta_i). \quad (3)$$

它们所满足的微分方程为:

$$E[\beta^2 f(\beta)] = \left\{ \frac{\hbar^2}{2B} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{\beta^2} \right) + V(\beta) \right\} \times [\beta^2 f(\beta)] \quad (4)$$

和

$$\left\{ -\frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} + \frac{1}{4} \sum_K \frac{Q_K^2}{\sin^2 \left(\gamma - \frac{2}{3} \pi K \right)} \right\} \times \Phi(\gamma, \theta_i) = \Lambda \Phi(\gamma, \theta_i) \quad (5)$$

分离变数参数为:

$$\Lambda = \lambda(\lambda+3) \quad \lambda = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

五个量子数是: I, M, λ, n_γ 和 n_β , 而 $\Phi(\gamma, \theta_i)$ 可写为:

$$\Phi_{IM}^{\lambda n_\gamma} = \sum_{K=-I}^I g_K(\lambda, n_\gamma, \gamma) D_{MK}^I(\theta_i), \quad (7)$$

其中 $g_K = (-1)^I g_{-K}$.

(1') 式的本微能量对总角动量 I 来说是有退化的,它的最低几个态为:

$$\left. \begin{array}{ccc} \lambda & \Lambda & I \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 \\ 2 & 10 & 2, 4 \\ 3 & 18 & 0, 3, 4, 6 \end{array} \right\} \quad (8)$$

上面这些结果在威勒斯和琼的文章中已经讨论过。

假设原子核是在它的平衡位置 β_0 附近振盪。我们假设位函数是在平衡位置的谐振

子位函数,

$$V(\beta) = \frac{1}{2} C(\beta - \beta_0)^2, \quad (9)$$

其中 C 是核表面硬度. 于是(4)式可以写为

$$\frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{x^2} + (x-x_0)^2 \right\} \varphi(x) = \varepsilon \varphi(x) \quad (10)$$

其中 $x = \sqrt{\frac{B\omega}{\hbar}} \beta$, $x_0 = \sqrt{\frac{B\omega}{\hbar}} \beta_0$, $\omega = \sqrt{\frac{C}{B}}$, $\varepsilon = E/\hbar\omega$, $\varphi(x) = x^2 f(\beta)$.

(10)式没有办法严格地求解. 我们作下面的近似.

当 x_0 很小时用微扰法求解. (10)式可写为:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{x^2} + x^2 - 2xx_0 + x_0^2 \right\} \varphi(x) \\ & \equiv \{H_0 + H'\} \varphi(x) = \varepsilon \varphi(x), \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $H' = -xx_0 + \frac{1}{2} x_0^2$ 当为微扰项. 零级近似的本征方程为:

$$\frac{1}{2} \left\{ -\frac{d^2}{dx^2} + \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{x^2} + x^2 \right\} \psi^\lambda(x) = \varepsilon_0 \psi^\lambda(x). \quad (12)$$

本征函数和本征值为:

$$\psi_{n_\beta}^\lambda(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2} x^\lambda F\left(-n_\beta, \lambda + \frac{5}{2}, x^2\right), \quad (13)$$

$\psi_{n_\beta}^\lambda(x)$ 未归一化

$$\varepsilon_{0,\lambda,n_\beta} = \hbar\omega \left(N + \frac{5}{2}\right), \quad (14)$$

$$N = 2n_\beta + \lambda, \quad n_\beta = 0, 1, 2, \dots$$

$$\varepsilon_{i,n_\beta} = \varepsilon_{0,\lambda,n_\beta} + \langle \psi_{n_\beta}^\lambda | H' | \psi_{n_\beta}^\lambda \rangle. \quad (15)$$

当 x_0 较大或很大时, 我们和达维多夫与威勒斯和琼一样, 对“有效”位函数 $v_\lambda(x)$ 在平衡点展开求解.

$$\begin{aligned} \text{命} \quad v_\lambda(x) & \equiv \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{x^2} + (x-x_0)^2 \right\} \\ & = V_\lambda(x_\lambda) + \frac{1}{2} C_\lambda (x-x_\lambda)^2 + O[(x-x_\lambda)^3], \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$x_\lambda = x_0 + \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{x_\lambda^3}, \quad C_\lambda = 1 + \frac{3(\lambda+1)(\lambda+2)}{x_\lambda^4}.$$

如我们忽略去高次项, 则(10)式变为:

$$\left[-\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} C_\lambda (x-x_\lambda)^2 - (\varepsilon - V_\lambda(x_\lambda)) \right] \varphi(x) = 0. \quad (17)$$

$\varphi(x)$ 应满足边界条件¹⁾:

$$\varphi(0) = 0; \quad \varphi(x) \rightarrow 0 \quad \text{当 } x \rightarrow \infty. \quad (18)$$

作变换: 命

$$\zeta = (x-x_\lambda) C_\lambda^{\frac{1}{4}}$$

1) 威勒斯和琼^[1]在讨论这样近似解时, 用错了边界条件, 他所用的边界条件是 β 在 $\pm\infty$ 时, $\psi(x) \rightarrow 0$, 而实际 β 的变域是 $0 \leq \beta < \infty$.

命 ζ 的变域为 $-x_\lambda C_\lambda^{\frac{1}{2}} \leq \zeta < \infty$;

$$\varphi(\tau) = e^{-\zeta^2/2} v(\zeta),$$

则 $v(\zeta)$ 所满足的微分方程为:

$$v''(\zeta) - 2\zeta v'(\zeta) + 2vv(\zeta) = 0, \quad (19)$$

其中

$$v = \frac{s - V_\lambda(x_\lambda)}{C_\lambda^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{2}. \quad (20)$$

当 v 不是正整数时, (19) 式的通解为第一类厄米函数^[5]

$$v_v(\zeta) = aH_v(\zeta) + bH_v(-\zeta), \quad (21)$$

其中

$$H_v(\zeta) \equiv \frac{1}{2\Gamma(-v)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \Gamma\left(\frac{k-v}{2}\right) (2\zeta)^k. \quad (22)$$

由边界条件 $\varphi(x) \rightarrow 0$, 当 $x \rightarrow \infty$, 要求 $b = 0$. 而 v 由另一边条件所决定:

$$v(-C_\lambda^{\frac{1}{2}}x_\lambda) = aH_v(-C_\lambda^{\frac{1}{2}}x_\lambda) = 0. \quad (23)$$

这样本征值

$$\varepsilon_{\lambda, v} = E_{\lambda, v}/\hbar\omega = \left(\frac{1}{2} + v\right) \sqrt{1 + \frac{3(\lambda+1)(\lambda+2)}{x_\lambda^4}} + \frac{1}{2}(x_\lambda - x_0)^2 + \frac{1}{2} \frac{(\lambda+1)(\lambda+2)}{x_\lambda^2}. \quad (24)$$

从(15)和(24)式得到能量和 x_0 (即 β_0) 的关系. 结果画在图1中. 从图1中可看到, 当变形大 (x_0 大) 时, $E/\hbar\omega$ 急速下降, 而且当 $x_0 > 5$ 时, $E_1/\hbar\omega < 0.08$. 在威勒斯和琼^[2]的文章中, 虽然变数范围不正确, 但他们所讨论的 E_2/E_1 结果大体上仍是正确的, 即在 $x_0 = 0$ 时 $E_2/E_1 = 2$, 在 $x_0 \gg 1$ 时 $E_2/E_1 = 2.5$. 但这时本征值仍是退化的. 为了进一步与实验比较, 必需消除退化. 要消除退化, 位函数 V 必须包含依赖于 γ 的部分. 如果认为这一部分很小, 可以把它当为微扰项, 即基本上仍认为原子核是 γ 不稳定的. 由于哈密顿量的对称性, $V(\gamma)$ 应为一个以 3γ 为周期的函数. 选择任意以 3γ 为周期的位函数 $V(\gamma)$, 退化是消除了. 但很容易看出, 对于 $\lambda = 2$ 的状态, $I = 2$ 的状态总是在 $I = 4$ 的状态的上面, 这是由于经过微扰后, $\lambda = 1$, $I = 2$ 和 $\lambda = 2$, $I = 2$, 两条能级相互排斥, 从而第二个 $2+$ 变为更高而 $\lambda = 2$, $I = 4$ 和 $\lambda = 3$, $I = 4$, 两条能级互相排开后, 第一个 $4+$ 变得更低. 中间区域有一些原子

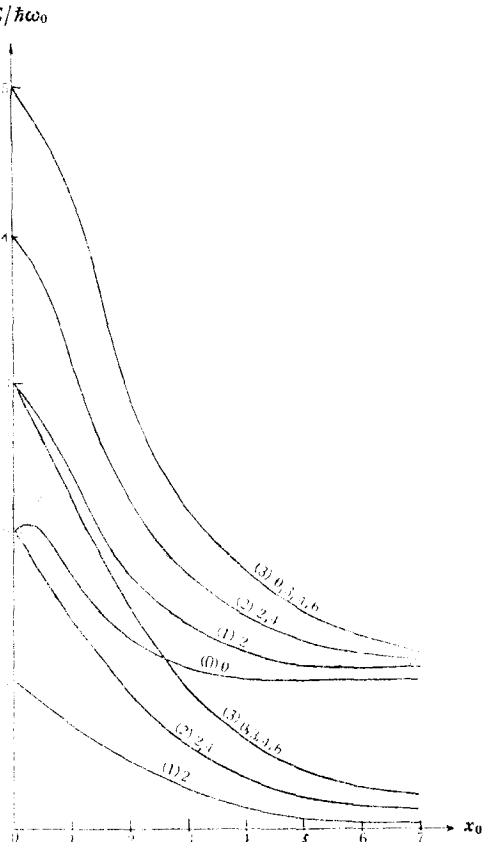


图1. 表面振荡能量与位阱极小位置 x_0 的函数关系. 曲线中所标的数值是 $(\lambda)I$, I 为总角动量. 看到有二组曲线, 它是不同的 n_β 和 γ 值引起的

核的能谱的排列是第二个 2+ 在 4+ 的下面。这一点看来企图用 γ 不稳来解释是困难的。

三、 γ 稳定的情况

现在讨论原子核是 γ 稳定的情况，即位函数 $V(\beta, \gamma)$ 依赖于 γ 部分很强。这时 γ 的激发很难，而且可视为整个原子核体系处于它的平衡位置 γ 处。那么集体运动方程近似地为：

$$\left[T' + \frac{1}{2} C(\beta - \beta_0)^2 \right] \bar{\Psi}(\beta, \theta_i) = E \bar{\Psi}(\beta, \theta_i), \quad (25)$$

其中

$$T' = -\frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} - \frac{1}{4\beta^2} \sum_K \frac{Q_K^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi K\right)} \right\}.$$

命 $\bar{\Psi}(\beta, \theta_i) = f(\beta)\Phi(\theta_i)$ 得：

$$\left(\sum_K \frac{Q_K^2}{2\sin^2\left(\gamma - \frac{2}{3}\pi K\right)} \right) \Phi(\theta_i) = \epsilon \Phi(\theta_i) \quad (26)$$

和

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2B} \left(-\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \frac{2 + \frac{1}{2}\epsilon}{\beta^2} \right) + \frac{1}{2} C(\beta - \beta_0)^2 \right\} f(\beta) = E f(\beta). \quad (27)$$

(26)式的解是不对称陀螺的解，达维多夫等^[4]已经讨论过了。由于波函数的对称性质^[6]，对总角动量为偶数的波函数只存在按卡士密尔 (Casimir)^[7] 对不对称陀螺进行分类的 ϵ^+ 对称类， I 为奇数的只存在 ϵ^- 反对称类。这样对 $I = 1$ 不存在转动态， $I = 2$ 有两个态； $I = 3$ 只有一个； $I = 4$ 有三个， $I = 5$ 有两个； $I = 6$ 有四个态等等。(26)式的本征能量为：

$I = 2$ 的情况：

$$\epsilon_2(1) = \frac{9 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{8}{9} \sin^2(3\gamma)} \right)}{\sin^2(3\gamma)}, \quad (28a)$$

$$\epsilon_2(2) = \frac{9 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8}{9} \sin^2(3\gamma)} \right)}{\sin^2(3\gamma)}. \quad (28b)$$

$I = 3$ 的情况：

$$\epsilon_3 = \frac{18}{\sin^2(3\gamma)}. \quad (29)$$

$I = 4$ 的三个本征能量是下面方程式的三个根：

$$\begin{aligned} \epsilon^3 - \frac{90}{\sin^2(3\gamma)} \epsilon^2 + \frac{48}{\sin^4(3\gamma)} [27 + 26\sin^2(3\gamma)] \epsilon - \\ - \frac{640}{\sin^4(3\gamma)} [27 + 7\sin^2(3\gamma)] = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

$I = 5$ 的两个本征能量为:

$$\epsilon_5(1) = \frac{45 - 9\sqrt{9 - 8\sin^2(3\gamma)}}{\sin^2(3\gamma)}, \quad (31a)$$

$$\epsilon_5(2) = \frac{45 + 9\sqrt{9 - 8\sin^2(3\gamma)}}{\sin^2(3\gamma)}. \quad (31b)$$

$I = 6$ 的四个本征能量是满足四次方程式的四个根. 从上面的结果很易看出, 本征能量是依赖于 γ 的. 由于(25)式当 $\gamma \rightarrow -\gamma$, 或 $\gamma \rightarrow \gamma \pm \frac{2\pi}{3}$, 哈密顿量不变, 所以 γ 变化范围只要从 0 至 $\frac{\pi}{6}$ 便够了. ϵ 与 γ 的关系见达维多夫等^[4] 的图 1. 很易看出, 当 $\gamma = 0$ 时(即轴对称的情况), ϵ_I 满足

$$\epsilon_I = \text{常数 } I(I+1), \quad (32)$$

I 只为偶数. 这便是对称陀螺的转动能谱.

把 $\epsilon_I(\gamma)$ 代入(27)式并作与(10)式同样的代换得:

$$\frac{1}{2} \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{x^2} \left(2 + \frac{1}{2} \epsilon_I(\gamma) \right) + (x - x_0)^2 \right\} \varphi(x) = \epsilon \varphi(x), \quad (33)$$

$$\text{其中 } \epsilon = E/\hbar\omega, \quad \omega = \sqrt{\frac{C}{B}}.$$

当 x_0 不在零附近时, (33) 式用上述的对平衡点展开的近似法求解, 现在有效位函数 $V_I(x)$ 为

$$V_I(x) \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{2 + \frac{1}{2} \epsilon_I(\gamma)}{x^2} + (x - x_0)^2 \right] = V_I(x_I) + \frac{1}{2} C_I (x - x_I)^2 + O[(x - x_I)^3], \quad (34)$$

其中

$$x_I = x_0 + \frac{2 + \frac{1}{2} \epsilon_I(\gamma)}{x_I^3},$$

$$C_I = 1 + \frac{6 + \frac{3}{2} \epsilon_I(\gamma)}{x_I^4}.$$

忽略去高次项, 以及作相应的位移变换 $\xi = (x - x_I)C_I^{\frac{1}{4}}$, ξ 的变域为: $-x_I C_I^{\frac{1}{4}} \leq$

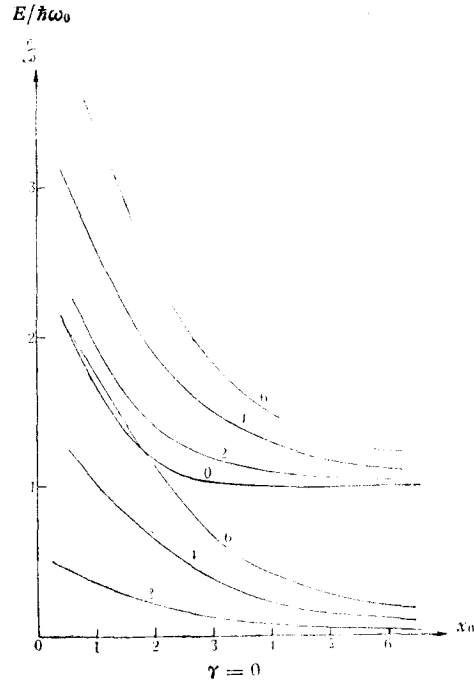


图 2. 在 $\gamma = 0^\circ$ 时表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系. 曲线所标的数值是总角动量 I

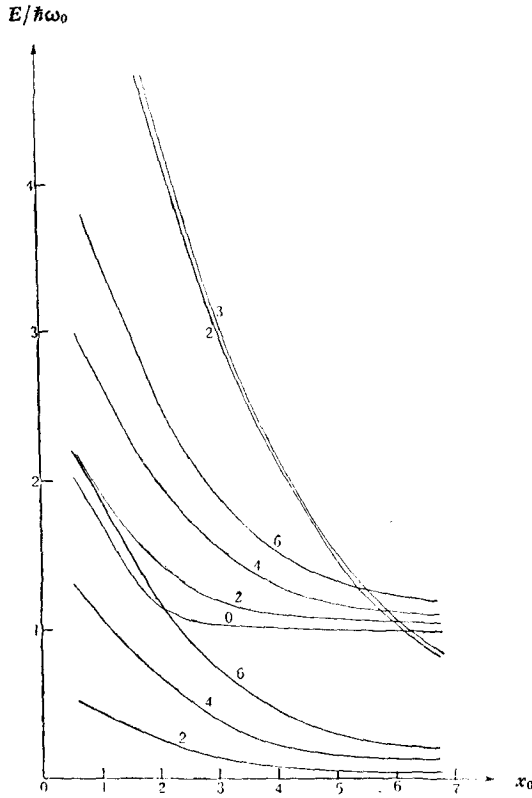


图3. 在 $\gamma = 6.5^\circ$ 时表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系。曲线所标的数值是总角动量 l

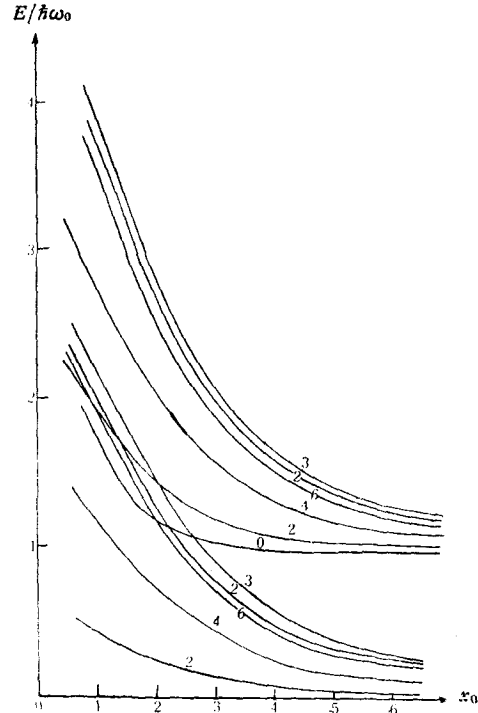


图4. 在 $\gamma = 15^\circ$ 表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系。曲线所标的数值是总角动量 l

$\zeta < \infty$.

命

$$\varphi(x) = e^{-\zeta^2/2} v(\zeta),$$

则 $v(\zeta)$ 所满足的微分方程式与(19)式相同,

其中

$$v = \frac{\varepsilon - V_l(x_l)}{C_l^{1/2}} - \frac{1}{2},$$

v 由边界条件 $\varphi(0) = 0$, 即

$$H_v(-C_l^{1/2} x_l) = 0 \quad (35)$$

决定, 使得

$$\varepsilon_l = \frac{E_l}{\hbar\omega} = \left(v + \frac{1}{2}\right) \sqrt{1 + \frac{6 + \frac{3}{2}\varepsilon_l(\gamma)}{2x_l^2}} + \frac{1}{2}(x_l - x_0)^2 + \frac{2 + \frac{1}{2}\varepsilon_l(\gamma)}{2x_l^2}. \quad (36)$$

注意到 C_l , x_l 都是依赖于 γ 的, 因此对于不同的 γ 值, 由边界条件(35)所决定的 v 也便不同. 我们对 γ 等于 30° , 25° , 23° , 20° , 15° , 6.5° 和 0° 分别进行了计算. 把这些 v 值代入(36)式而得出不同 γ 角度下 $E_l/\hbar\omega$ 与 x_0 的关系, 这一些结果分别划到图2至图8中.

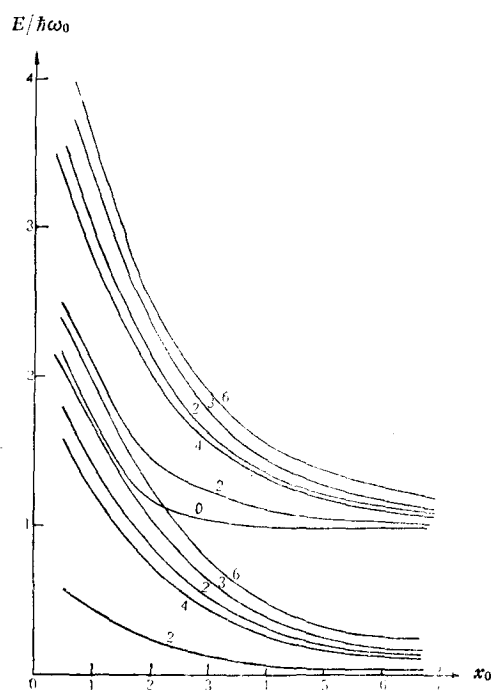


图 5. 在 $\gamma = 20^\circ$ 时表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系, 曲线所标的数值是总角动量 I

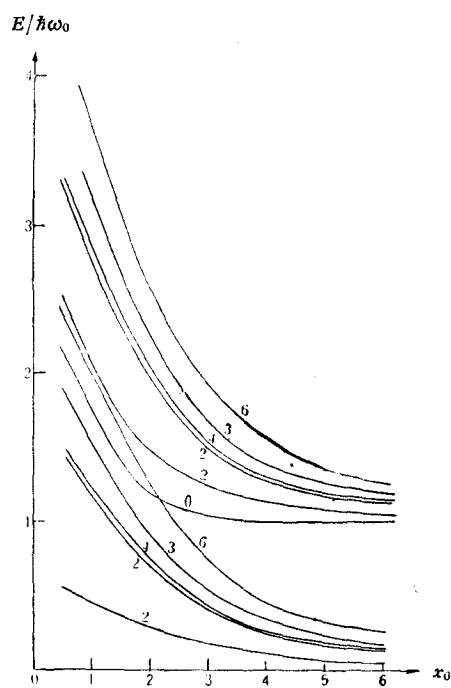


图 6. 在 $\gamma = 23^\circ$ 时表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系, 曲线所标的数值是总角动量 I

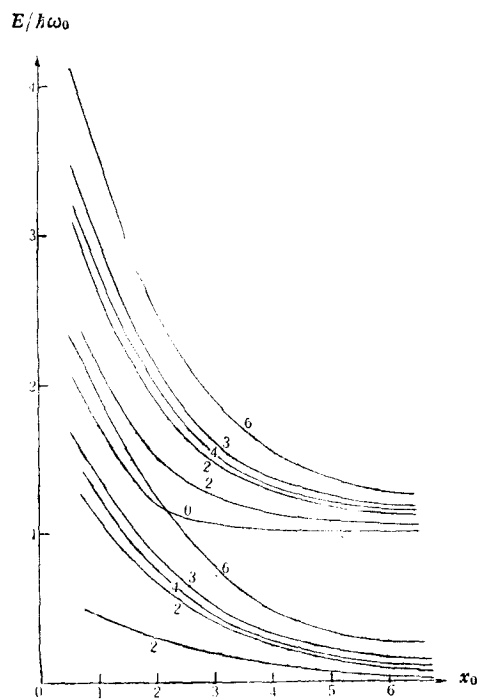


图 7. 在 $\gamma = 25^\circ$ 时表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系, 曲线所标的数值是总角动量 I

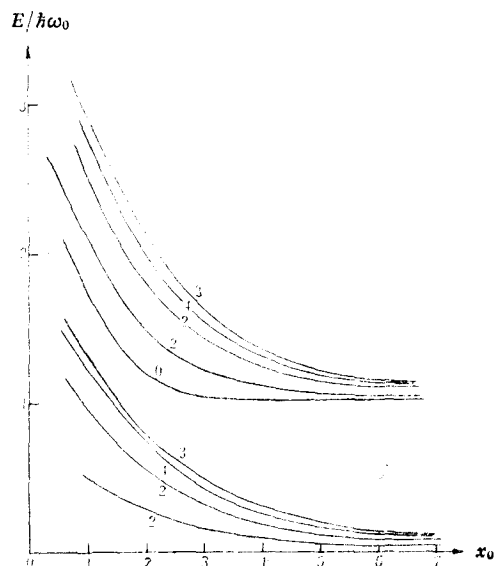


图 8. 在 $\gamma = 30^\circ$ 时表面振荡能谱与位阱极小位置 x_0 的函数关系, 曲线所标的数值是总角动量 I

四、与实验比较和讨论

从上节的计算结果可以看出, 原子核变形越大, 第一激发态越低. 当 $x_0 > 4.5$ 时, $E_1/\hbar\omega < 0.08$, 与实验比较, x_0 超过 4.5, 已属于强变形区域. 当 x_0 在 1.3 到 3 这个范围时, $E_1/\hbar\omega$ 约在 0.4 至 0.16 之间, 这个区域属于中间区域. 能谱的排列次序随不同的 γ 角度而不同. 当 γ 角度小时, 能谱的排列为 $0+, 2+, 4+\dots$, 而 γ 角度在 30° 附近时, 能谱则为 $0+, 2+, 2+, 4+\dots$. 因此, 达维多夫等指出中间区域的原子核属于 γ 角大的情况, 而强变形的原子核 γ 角小.

(1) 强变形区域.

在表 1 中我们列举了几个强变形原子核的能谱的实验数据. 可以看到低激发态是转动带, 满足 $E_I = \text{常数 } I(I+1)$ 的规律, 此外在能量约为 1 Mev 附近, 还存在着 β 振盪和 γ 振盪转动能带. 在 γ 角小时 [如图 2 ($\gamma = 0^\circ$) 和图 3 ($\gamma = 6.5^\circ$)], 计算的结果表明在 $x_0 > 5$ 时, 能谱是符合 $E_I = \text{常数 } I(I+1)$ 的规律的. 同时在 $E/\hbar\omega = 1$ 以上又出现另一组具有同样转动能带的 β 激发能谱. 这就是实验上被称为 β 振盪的能谱. 在图 3 中我们还看到在 $x_0 = 6$ 和 $E/\hbar\omega$ 约为 1 的地方出现一组 $2+, 3+$ 的能谱. 实验上也发现这一组能谱. 在我们的计算中, 当 $\gamma = 0$ 时, 这组能谱趋于无穷高处, 好象在 γ 角很小时不存在这一组能谱. 事实上这是由于我们的计算忽略去 T_γ 的原因. 考虑到 T_γ 必然引起能谱的变化, 在 $\gamma = 0^\circ$ 附近趋于无穷高的能级便下降下来了. 因此在零度附近, 便也会出现这一组能带. 当 γ 在零度附近时, 可以把 $\sin \gamma$ 近似地视为 γ , 那么这时 (1) 式为:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2} \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{1}{4\beta^2} \left(\frac{Q_3^2}{\gamma^2} + \frac{4}{3} (Q^2 - Q_3^2) \right) \right\} + V(\beta, \gamma) \right] \bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i) = E \bar{\Psi}(\beta, \gamma, \theta_i). \quad (37)$$

假设 $V(\beta, \gamma)$ 对 β, γ 可分开, 那么 γ, θ_i 所满足的微分方程为:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^2} \left(\frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} - \frac{Q_3^2}{4\gamma^2} \right) - \frac{1}{3\beta^2} (Q^2 - Q_3^2) \right\} + V(\gamma) \right] \Phi(\gamma, \theta_i) = E' \Phi(\gamma, \theta_i). \quad (38)$$

θ_i 与 γ 可分离变数, θ_i 部分的本征函数为 D_{MK}^I ; 其中 K 为 Q_3 的本征值, $I(I+1)$ 为 Q^2 的本征值. 再考虑 γ 部分的解, 取 $K = 0, 2, \dots$ 时, 便得到不同的 γ 激发转动带. $K = 0$ 便是我们已讨论过的包含基态的转动带. $K = 2$ 便是 γ 第一激发转动带. 这时总角动量 I 可取 $2, 3, 4, \dots$. 由此可见, 考虑了 γ 激发, 在 $\gamma = 0^\circ$ 附近, 自然而然地出现了 $2+, 3+, 4+\dots$ 能谱.

因此, 在强变形区域的原子核, $x_0 > 4.5$, γ 角度小.

(2) 中间区域.

在表 2 中我们列举了一些中间区域原子核的能谱数据. 从这一些数据与计算结果比较 (见图 5—图 8), 可以从 $E_1/\hbar\omega$ 数值看到, 这些原子核的 x_0 值约在 1.7 到 3 之间. 由于

表 1 强变形原子核的实验数据, 其中 E_1, E_2, E_3 为第一, 二, 三激发态的能量. 它们的自旋和宇称分别为 $2+, 4+, 6+$. E'_0, E'_2 为 β 振盪能谱的 $0+, 2+$ 态能量, E'_2, E'_3 为 γ 振盪能谱的 $2+, 3+$ 态能量. $\hbar\omega$ 为波尔用流体动力学模型计算的近似值

原子核	$E_1/\hbar\omega$	E_2/E_1	E_3/E_1	β 能 谱		γ 能 谱		参 考 文 献
				$E'_0/\hbar\omega$	$E'_2/\hbar\omega$	$E'_2/\hbar\omega$	$E'_3/\hbar\omega$	
Pu^{240}	0.045	3.31	6.8	~ 1		1.02	1.06	[8]
Pu^{233}	0.047	3.32	6.88	~ 1	1.05	1.1	1.15	[9]
Er^{166}	0.053	3.33	6.9	0.98				[8,9]
$^{92}\text{U}^{232}$	0.044	3.32	6.83			0.83	0.9	[8]
$^{74}\text{W}^{182}$	0.077	3.28				0.94	1.02	[10]
Dy^{160}	0.055	3.28				0.623	0.662	[11]

能级排列绝大多数都是 $0+, 2+, 2+ \cdots$, 因此和达维多夫等的结果一样, γ 角度大多数总在 23° 到 30° 之间. 在所给的这个 x_0 值区域中, E_2/E_1 的计算值是 $\gamma = 30^\circ$ 为 2.1, $\gamma = 25^\circ$ 为 2.2, $\gamma = 23^\circ$ 为 2.5. 当 $\gamma < 21.5^\circ$, 能级排列次序复为 $0+, 2+, 4+, 2+ \cdots$. Os^{190} 便是属于这一类的原子核. 计算的结果在更高的激发态还出现一些集体激发能谱. 这一些目前的实验尚未观察到. 特别需要指出, $\text{Cd}^{114[13]}$ 在第二激发态 $2+$, 1212 keV 以上实验上还观察到 1286 keV ($4+$), 1308 keV ($0+$) 和 1368 keV ($2+$). 从图 7 可以看到, 虽然在 $4+$ 以上我们还存在 $0+, 2+$ 等状态, 但能级间的距离还不足以解释实验上的 $0+ 2+$, 激发态.

在这两个区域中, 实验上都肯定 E_2 跃迁比单粒子跃迁值增大, 以及在中間区域中第

表 2 中間区域原子核的实验数据, 其中 E_1, E_2 为第一, 二激发态的能量. 所有这些原子核除 Os^{190} 能级排列次序是 $0+, 2+, 4+$ 之外, 都是 $0+, 2+, 2+$. $\hbar\omega$ 为波尔用流体动力学模型所计算的值

原 子 核	$E_2/\hbar\omega$	E_3/E_1	参 考 文 献
$^{34}\text{Se}^{78}$	0.21	2.15	[12]
$^{44}\text{Ru}^{100}$	0.23	2.54	[13]
Ru^{102}	0.21	2.32	[13]
Ru^{104}	0.22	2.48	[13]
$^{46}\text{Pd}^{106}$	0.23	2.2	[13]
Pd^{108}	0.198	2.19	[13]
Pd^{110}	0.17	2.16	[13]
$^{48}\text{Cd}^{112}$	0.282	2.1	[13]
Cd^{114}	0.254	2.16	[13]
$^{52}\text{Te}^{122}$	0.29	2.24	[12]
Te^{126}	0.34	2.18	[12]
$^{54}\text{Xe}^{126}$	0.2	2.25	[12]
Xe^{128}	0.23	2.12	[12]
Pt^{192}	0.24	1.93	[12]
Pt^{194}	0.25	1.91	[12]
Pt^{196}	0.27	1.95	[12]
$^{76}\text{Os}^{190}$	0.146	2.88	[13]
$^{80}\text{Hg}^{198}$	0.32	2.65	[12]

二激发态的超越 $E2$ 跃迁 ($2 \rightarrow 0$) 比到第一激发态的 $E2$ 跃迁 ($2 \rightarrow 2$) 小得多。理论计算同样能得到这个结论。在计算跃迁时, 达维多夫等^[3] 所考虑的结果在我们这里仍旧保留下来, 也便不再讨论了。只指出一点, β 的跃迁距阵元, 与达维多夫等近似地用 β 的平均值的相差是很小的, 可以略去不计。

参 考 文 献

- [1] Scharff-Goldhaber, G. and Weneser, J., *Phys. Rev.* **98** (1955), 212.
- [2] Wilets, L. and Jean, M., *Phys. Rev.* **102** (1956), 788.
- [3] Davydov, A. S. and Filippov, G. F., *Nuclear Phys.* **8** (1958), 237; 或 *ЖЭТФ* **35** (1958), 440.
- [4] Bohr, A. and Mottelson, B., *Dan. Mat-fys Medd.*, **27**, No. 16 (1953).
- [5] Давыдов, А. С., Филиппов, Т. Ф., *ЖЭТФ* **32** (1957), 945. Н. Н. 列别捷夫, 特殊函数及其应用, 第十章.
- [6] Bohr, A., *Dan. Mat-fys. Medd.* **26**, No. 14 (1952), III. §3.
- [7] Casimir, H. B. G., *Rotation of a Rigid Body in Quantum Mechanics.*
- [8] Пекер, Л. К., *Изв. Сбрия Физическая* **22** (1958), 216.
- [9] *Encyclopedia of Physics* **42** (1957), p. 72, 193.
- [10] Alaga, G., Alder, K., Bohr, A. and Mottelson, B. R., *Dan. Mat-fys. Medd.* **29**, No. 9 (1955).
- [11] Григорьев, Е. П., Желепов, Б. С., Золотаван, А. В., Крафт, О. Е., Крацник, В. и Пекер, Л. К., *Изв. Сбрия Физическая* **22** (1958), 22.
- [12] Coleman, C. F., *Nuclear Phys.* **7** (1958), 488.
- [13] Jean, M. and Touchare J., *Jour. Phys. Radium*, **19** (1958), 56.

SURFACE OSCILLATIONS OF EVEN-EVEN NUCLEI

Shen Hung-tao Lee Yang-kou Jen Gun-wei

(Academia Sinica)

ABSTRACT

The level spectrum of collective surface oscillations of even-even nuclei, especially the effect of β -degree of freedom on the level spectrum in the strong coupling theory, is studied. It appears that, except the contribution of a series of β -vibration levels, the effect on other levels is small.