

同軸柱面光学系統的象差*

王之江

提 要

本文首先由柱面系統中描写光綫所須的参数和对称性,确定了同軸柱面系統的独立象差数是八个,而对无限远物体而言則只有六个。而后由矢量代数方法証明空間光綫在柱面系統中的折射光路与发生折射率改变后的子午截面內光路全同,由此得出柱面系統有別于球面系統的二种象差与色差相当。从而导出了校正柱面象差的条件并对柱面望远鏡象差作了估值。結果表明,校正柱面象差一般而言是很困难的,另一方面虽不加以校正影响也不算严重。最后討論了柱面望远鏡的高斯光学,結果表明,望远鏡使一方向余弦按定比例縮小,而另一方向余弦不变时,它所成出的直綫的象是弯曲的。

§ 1. 引 言

大家知道,軸对称的光学系統只有六种独立初級象差,而对某一定物平面而言,只有五种象差。当光学系統失去軸对称时,自由度增加不多而象差数則急剧增加,因而使校正象差的問題变得更为复杂。一般由双曲率面組成的、具有二个互相垂直的对称面的光学系統,具有十九种独立初級象差,对一定物平面而言有十六种象差^{[1,2]1)}。由此可見,在光学系統中运用一般的双曲率面对象差校正是不利的。

令双曲率面中一个方面的曲率恆等于零,即得到柱面。由同軸柱面組成的光学系統中,由于独立坐标減少以及对称性增加,独立象差大为減少。从下面的討論可見,对一定物平面的象差数为八种,而对无限远物体的象差数則只有六种,由此可見,就光学設計而言,在有必要利用双曲率面时,最好是用柱面,尤其有利的是用柱面望远鏡。

如下面的討論結果,柱面系統的八种象差都可以用相应的同軸球面系統的象差表示出来。

§ 2. 象 差 分 类

如图 1, 以 μ, ν 表示物面坐标; 以 y, z 表示光瞳面坐标; μ 軸和 y 軸和柱面的母綫平行; 垂直通过各柱面中心綫的 x 軸作为光軸, 則通过光学系統的光綫光程 W 是 $-\mu + y, \nu, z$ 三量的函数, 以符号 ω 代替 $-\mu + y$, 則由于光程 $W(\omega, \nu, z)$ 具有下列对称性:

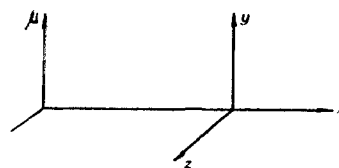


图 1

* 1960年1月21日收到。

1) 在 Smith 的討論中由于少考虑了某些对称性,因而得到的独立象差有 35 个。

$$W(\omega, v, z) = W(-\omega, -v, -z),$$

$$W(-\omega, v, z) = W(\omega, v, z).$$

故 W 的展开式中只能含有:

$$\omega^2, v^2, z^2, v\omega$$

四种量, W 的二次项系数是光学系统高斯光学区的性质, 在此不加讨论^[3]. 四次项系数即为初级象差. 因此, 在赛特区域内的波差表示式是:

$$W(\omega, v, z) = a_1 z^4 + a_2 v z^3 + a_3 v^2 z^2 + a_4 v^3 z + b_1 \omega^4 + b_2 \omega^2 v^2 + b_3 \omega^2 z^2 + b_4 \omega^2 v z, \quad (1)$$

计共八项. 其中前四项是 $\omega = 0$ 时的象差, 即子午截面内的象差, 顺次为与轴对称光学系统相当的球差, 彗差, 子午象面弯曲和畸变. 后四项是柱面系统内多出的象差. 则几何象差 $\frac{\partial W}{\partial y}$ 和 $\frac{\partial W}{\partial z}$ 即为:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial y} &= 4b_1 \omega^3 + 2b_2 \omega v^2 + 2b_3 \omega z^2 + 2b_4 \omega v z; \\ \frac{\partial W}{\partial z} &= 4a_1 z^3 + 3a_2 v z^2 + 2a_3 v^2 z + a_4 v^3 + 2b_3 \omega^2 z + b_4 \omega^2 v. \end{aligned} \right\}$$

对于无限远物体而言, W 不是 y 的函数, (1) 式中 b_1, b_2 二项成为与光栏坐标 y, z 无关的常数项, 可由波面半径选择而除去, 可不列在波差表示式中. b_3, b_4 二项象差则作为与 z 有关的象差而仍然存在. 关于 $\frac{\partial W}{\partial y}$ 之值则也因 W 不是 y 的函数而恒等于零. 此时柱面系统不同于轴对称系统的子午象差者仅二项: 即 b_3 和 b_4 分别称为“柱”象散和“柱”畸变. Wynne^[4] 曾求出同轴圆柱面系统中的初级象差表示式. 他所求出的十六个象差系数中实际上有八个是与其他系数一样的. 独立的象差只有八个, 他说有十六个象差是不对的. 在他的讨论中未能看出象差的简单本质, 因而也未能讨论非圆柱面的问题.

当物距不是无限远时, b_1, b_2, b_3, b_4 各为数种象差的混和, 如下表:

	光栏球差	畸变	象面弯曲和象散	彗差	球差
b_1	μ^4	$\mu^3 y$	$\mu^2 y^2$	μy^3	y^4
b_2	$v^2 \mu^3$	$v^2 \mu v$	$v^2 y^3$		
b_3			$\mu^2 z^2$	$\mu z^2 y$	$z^2 y^2$
b_4		$v \mu^2 z$	$v \mu y z$	$v z y^2$	

§ 3. 圆柱折射面上的光线计算方法

下面二节先讨论柱面系统的特殊情况, 即由圆柱面组成的光学系统.

图 2 表示任一空间光线 λs 在一圆柱面上折射的情况, r 是法线, 以通过法线并垂直于母线的面作为坐标面 xz , 以圆心线作为 y 轴. 光线 λs 和坐标面 xy 交于 A 点, A 点的矢径以 a 表示. 由于通过 r 和 λs 的面是入射面, 也就是折射面, 故折射后光线的矢径 $\lambda' s'$

必在此面内, 因此和 xy 面交点的矢径 $\mathbf{a}'$ 必与 $\mathbf{a}$ 在一条线上, 即:

$$\mathbf{a}' = m\mathbf{a}, \quad (1)$$

由折射定律:

$$\mathbf{s}' = \mathbf{s} + \phi \mathbf{r}, \quad (2)$$

其中矢量 $\mathbf{s}$ 之长为 n , $\mathbf{s}'$ 之长为 n' ,

$$\phi = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}' - \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}}{r^2}. \quad (3)$$

再由图:

$$\lambda \mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{r}, \quad (4)$$

$$\lambda' \mathbf{s}' = \mathbf{a}' + \mathbf{r}, \quad (5)$$

由(1),(2),(4),(5)四式消去 $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}'$ 和 $\mathbf{s}'$, 得

$$(m\lambda - \lambda')\mathbf{s} = (\lambda'\phi - 1 + m)\mathbf{r}, \quad (6)$$

$\mathbf{s}$ 和 $\mathbf{r}$ 是不同的, 故必有

$$m\lambda = \lambda', \quad (7)$$

$$\lambda'\phi = 1 - m, \quad (8)$$

这就是(1),(2),(3),(4),(5)式中所引入的一些常数间关系. 将(4)代入(2)消去 $\mathbf{r}$, 并由关系(7),(8):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{s}' &= -\phi \mathbf{a} + \frac{1}{m} \mathbf{s}, \\ \mathbf{a}' &= m\mathbf{a}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

矢量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{s}$ 完全决定了光线位置, 故由(9)式, 折射后的光线位置也就全定了. 但式中尚须算出 ϕ 和 m .

由(4),(5)式各与 $\mathbf{s}, \mathbf{s}'$ 作矢积, 得

$$\mathbf{a} \times \mathbf{s} = -\mathbf{r} \times \mathbf{s} = -\mathbf{r} \times \mathbf{s}' = \mathbf{a} \times \mathbf{s}'. \quad (10)$$

故

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}' &= \pm \sqrt{\mathbf{r}^2 \mathbf{s}'^2 - (\mathbf{r} \times \mathbf{s})^2} = \pm \sqrt{n'^2 r^2 - (\mathbf{a} \times \mathbf{s})^2} = \\ &= \pm \sqrt{n'^2 r^2 - \mathbf{a}^2 \cdot \mathbf{s}^2 + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{s})^2} = \\ &= \pm \sqrt{n'^2 r^2 - n^2(x^2 + y^2) + x\xi + y\eta}; \end{aligned} \quad (11)$$

最后的分量表示是由 $\mathbf{s}, \mathbf{a}$ 的分量表示

$$\mathbf{s} = (\xi, \eta, \zeta), \quad \mathbf{a} = (x, y, 0) \quad (12)$$

得出的. 相似地,

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = \pm \sqrt{n^2 r^2 - \mathbf{a}^2 \cdot \mathbf{s}^2 + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{s})^2}. \quad (13)$$

由(3),(11),(13)即可求出 ϕ ; (11),(13)的正负是由 r 的正负而定的.

将(4)式与 $\mathbf{s}$ 作标积, 得

$$n^2 \lambda = \mathbf{a} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{s}, \quad (14)$$

故即可算出 λ , 再由(7),(8)求出 m . 这样一来, 光线为圆柱面折射后的坐标就算出来了.

在上面公式导出过程中, 并未利用 $\mathbf{r}$ 在坐标面内这个事实, 实际上, 在光线为球面折射时, 上列公式都仍然是对的. 此时, 坐标系的原点即为球心.

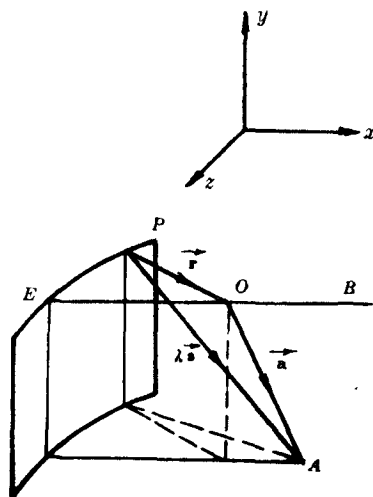


图 2

在柱面情况下,上列公式可以简化,由于 $\mathbf{r}$ 在 xz 面内,故由(4)式得

$$\lambda\eta = y. \quad (15)$$

由(13), (14), (15)三式消去 $\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}$ 及 y 得出 λ 的二次方程,由此求得

$$\lambda = \frac{x\xi \pm \sqrt{(n^2 - \eta^2)r^2 - (n^2 - \eta^2)x^2 + x^2\xi^2}}{n^2 - \eta^2}. \quad (16)$$

将此式代入(14)式,得

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = \pm \sqrt{(n^2 - \eta^2)r^2 - (n^2 - \eta^2)x^2 + x^2\xi^2}. \quad (17)$$

类似地:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}' = \pm \sqrt{(n'^2 - \eta'^2)r^2 - (n'^2 - \eta'^2)x^2 + x^2\xi'^2}. \quad (18)$$

由(2)式,因 $\mathbf{r}$ 在 xz 面内,故有

$$\eta' = \eta, \quad (19)$$

因此 η 是整个折射过程的不变量。

由公式组(16), (17), (18), (19)可见,折射公式与下列初始数值的子午面内光线折射公式无异:

$$\left. \begin{aligned} \bar{n} &= \sqrt{n^2 - \eta^2}; \\ \bar{n}' &= \sqrt{n'^2 - \eta'^2} = \sqrt{n'^2 - \eta^2}; \\ \mathbf{s} &= (\xi, 0, \zeta); \\ \mathbf{s}^2 &= \xi^2 + \zeta^2 = \bar{n}^2; \\ \mathbf{a} &= (x, 0, 0); \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

亦即将折射率改变为 $\sqrt{n^2 - \eta^2}$ 后,即可把此光线在 xz 面内的投影看作是真正的光线。

因此只须把折射率随 η 之值作相应改动后,可以用普通的子午光线三角算法来计算圆柱面系统的空间光线。

§ 4. 象差分布及校正方法

由球差分布的 Kerber 公式^[5]可知:

$$\bar{n}'_k \bar{u}'_k \sin \bar{U}'_k \bar{L} \bar{A}'_k - \bar{n}_1 \bar{u}_1 \sin \bar{U}_1 \bar{L} \bar{A}_1 = \sum_1^k (\bar{L}' \sin \bar{U}' - \bar{L} \sin \bar{U}) \bar{n} \bar{i},$$

式中采用 A. E. Conrady 的符号,符号上的一横表示折射率按(20)改换后的计算结果。

由此式及 $\bar{L} \bar{A}'_k \sin \bar{U}'_k = \Delta \bar{H}'_k \cos \bar{U}'_k$, 可得象高差的公式:

$$\begin{aligned} \bar{n}'_k \bar{u}'_k \cos \bar{U}'_k \Delta \bar{H}'_k - \bar{n}_1 \bar{u}_1 \cos \bar{U}_1 \Delta \bar{H}_1 &= \\ &= \sum_1^k (\bar{L}' \sin \bar{U}' - \bar{L} \sin \bar{U}) \bar{n} \bar{i} + j \sum_1^k (\cos \bar{U}' - \cos \bar{U}), \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $\Delta \bar{H}$ 是理想象高和实际象高之差,而 j 是 Lagrange 不变量。(21)式本是同轴球面系统的子午象差分布公式。由(21)式右方作近似很容易求出赛特象差的相应公式^[5]。在这里,我们由(21)式看出的是:同轴圆柱系统的象差在 xz 面内的分量 $(-\Delta v')$ 一般可以分为二部分,第一部分是把折射率改为 $\bar{n}$ 后的相应同轴球面系统之子午象差,其初级象差分别由 § 2 中的 a_1, a_2, a_3, a_4 表示。另一部分则为上述折射率改动使高斯象面不同于原有

高斯象面(軸向“色”差), 并且高斯象高不同于原有高斯象高(垂軸“色”差, 倍率“色”差). 这二种象差的初級象差分別由 § 2 中的 b_3, b_4 表示. 由此可知, 柱象散原来就是軸向“色”差, 柱畸变原来相当倍率“色”差.

普通的色差本来可以用簡易的方法考察, 即 (d-D) 法^[6]. 消色差条件可以表示为:

$$\sum_1^k (D_1 - D_2) \delta n = 0. \quad (22)$$

D_1, D_2 为同一点发出的任二条光綫在透鏡內的光路长, δn 为此透鏡对二色光綫的折射率差. 現在用这个观点来看柱象散和柱畸变校正的条件.

由(20), 空气的折射率变为 n_a :

$$\bar{n}_a = \sqrt{1 - \eta^2}.$$

把空气折射率仍作为单位, 即把所有玻璃的折射率 $\bar{n}$ 除以 n_a , 以 $\bar{n}$ 表示. 則

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{n^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}} = \sqrt{n^2 \left(1 + \frac{(n^2 - 1)\eta^2}{n^2(1 - \eta^2)} \right)} = n \sqrt{1 + \frac{(n^2 - 1)\eta^2}{n^2(1 - \eta^2)}} \cong n + \frac{(n^2 - 1)\eta^2}{2n(1 - \eta^2)}. \quad (23)$$

故折射率差的近似值是

$$\bar{n} - n = \frac{n^2 - 1}{2n} \eta^2. \quad (24)$$

校正圓柱“色”差的条件是

$$\sum_1^k (D_1 - D_2) (\bar{n} - n) = 0.$$

由(24)式, 此式在略去 η^4 后近似表示为

$$\sum_1^k (D_1 - D_2) \left(\frac{n^2 - 1}{n} \right) = 0. \quad (25)$$

因此, 在普通色差校正的同时, 也校正柱“色”差的可能性就在于光学玻璃的折射率和色散間必須有一定的关系, 以使(22), (25)同时滿足. 在最簡單的双透鏡消色胶合組中, 折射率和色散間必須滿足下列关系:

$$\delta n \propto \frac{n^2 - 1}{n} = n - \frac{1}{n}. \quad (26)$$

設 $n = 1.5$ 时 $\delta n = 0.01$, 則校正柱象散和柱畸变的玻璃就是:

n	1.45	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70
δn	0.0091	0.0100	0.0109	0.0117	0.0125	0.0133

假使光学玻璃的折射率和色散滿足条件(26), 再对无限远物体校正好子午象差, 那么柱面系統对无限远物体就是完美的, 但由上表可見, 这是不现实的.

对近距离物体而言, 条件(26)还是不够的, 因为还須要考虑 b_1 和 b_2 . 但由 § 2 中所述, b_1, b_2 是和光栏位置的球差項 μ^4 及 $v^2 \mu^2$ 一样. μ^4 項实际上就是把柱面看作平面时, 此平面組对光瞳中心的球差, 故校正它是不困难的. 至于光栏球差項 $b_2 v^2 \mu^2$ 相当于物体位置的球差項 $b_3 z^2 y^2$, 亦即 $b_2 = b_{3, pr}$. 因此它可以由于对光栏位置校正“柱”象散或軸向

“柱色差”而校正的。

由此可見,同軸柱面系統的象差校正問題并不比同軸球面系統困難。

从上面的討論,可見运用同軸球面系統中的象差知識就可以解决圓柱面系統中的象差問題,显然求出所有象差的表示式是不难的,但似乎沒有求出这种表示式的必要。

§ 5. 一般的同軸柱面系統

对一般的同軸柱面系統而言,§ 2 中关于象差分类的討論仍然正确,而且 § 3 中的主要論断:“改变折射率后可以把空間光束看作子午面內的光束”也仍然正确。实际上,§ 3 中的法綫矢量 $\mathbf{r}$ 并不必須是“半径矢量”而可以是一般的非圓柱面的法綫,其长度 r 为由折射点 P 沿此法綫到它和光軸的交点 O 的距离 PO , 非圓柱面和圓柱面的唯一差別只在: r 是折射点高的函数而已。因此,除了子午象差随球面变为非球面而发生的差异外,一般柱面系統的其余象差是和圓柱系統一样的。

假若介質是不均匀的(如电子透鏡的情况那样),上述論断也不需作任何改变。

§ 6. 柱面望遠鏡的象差估值

既然随柱面折射产生的象差柱畸变和柱象散几乎不能被校正,但它的数量是否影响到象的质量則是个問題。假若虽是不能校正但是影响很小,那么仍然是可以不加考虑的。

設柱面伽利略望遠鏡角倍率为 K (如图 3 所示),乃由二薄透鏡組成,其焦距倒数为

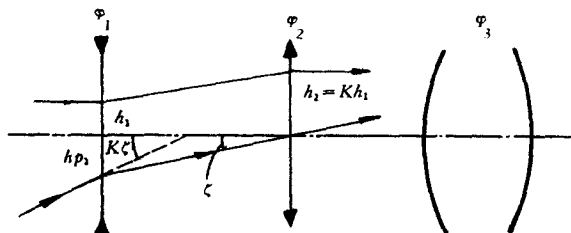


图 3

φ_1 和 φ_2 , $-\varphi_2 = \frac{1}{K} \varphi_1$, 平行光綫在二透鏡上的入射高度各为 $h_1, h_2, h_2 = Kh_1$.

在柱面系統后是一光焦度为 φ_3 的球面系統,主光綫入射此系統时, z 方向的方向余弦为 ζ , y 方向的方向余弦为 η . 并設它通过第二透鏡的中心,

則此光綫的入射高度 $h_{p12} = 0$, 在第一面上的入射高度 h_{p1} 則为

$$h_{p1} = d\zeta = \zeta \cdot \left(\frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} \right) = (1 - K) \frac{\zeta}{\varphi_1}.$$

于是可用球面薄透鏡的色差表示式算出軸向“色”差(柱象散)和垂軸色差(柱畸变),即

$$C_I = \sum \frac{h^2 \varphi}{v}, \quad C_{II} = \sum \frac{h h_p \varphi}{v}.$$

在此入射柱面的斜光綫折射率差 δn 由(24)式算出,因此等价的色散系数 v 是

$$v = \frac{n-1}{\delta n} = \frac{(n-1)2n}{(n^2-1)\eta^2} = \frac{2n}{(n+1)\eta^2}.$$

由于 $\frac{n}{n+1}$ 几乎是不变的,如下表:

n	1.5	1.6	1.7
$\frac{n}{n+1}$	0.60	0.615	0.63

故胶合透镜也可以当作单透镜看, 令 $\nu = \frac{1.2}{\eta^2}$, 则由此算出柱面弯曲 X_c 是

$$X_c = (h_1^2 \varphi_1 + h_2^2 \varphi_2) \frac{1}{\nu} \cdot \frac{1}{u_3'^2} = (1 + K) h_1^2 \varphi_1 \cdot \frac{\eta^2}{1.2} \cdot \frac{1}{K^2 h_1^2 \varphi_3^2} = \frac{(1 - K) \varphi_1}{1.2 K^2} (\eta^2 f_3^2).$$

因此, 当 y 方向的象高 $f_3 \eta^2$ 已定时, 象面弯曲由压缩比 K 和 φ_1 决定, φ_1 愈小 (焦距愈长, 长度和体积愈大), 则弯曲愈小. 例如 y 方向如象高 9 毫米, $K=2$ 时, $\varphi_1 = -0.01$ ($-f_1 = 100$, 长 100), 则 $X_c = 0.17$ 毫米. $\varphi_1 = 0.02$ (长 50 毫米), 则 $X_c = 0.34$.

而柱畸变 D_c 则为

$$\begin{aligned} D_c &= (h_1 h p_1 \varphi_1 + h_2 h p_2 \varphi_2) \frac{1}{\nu} \cdot \frac{1}{u_3'} = h_1 (1 - K) \zeta \cdot \frac{\eta^2}{1.2} \cdot \frac{1}{K h_1 \varphi_3} = \\ &= \frac{1 - K}{1.2 K} (\eta^2 \zeta f_3^2) \cdot \varphi_3^2. \end{aligned}$$

故当 y 向象高 ηf_3 和 z 向象高 $-\zeta f_3$ 已定时, 畸变由球面系统的焦距决定, 焦距愈短 (视场角愈大), 则畸变愈大, 例如二向象高为 9×12 , $f_3 = 40$, $K = 2$, 则 $D_c = 0.25$, 相当 1.67%. 这就是说, 象差都不算严重.

§ 7. 柱面望远镜的高斯光学

上面所考虑的只是象点和高斯象点间的歧离, 柱面系统在满足这种要求后, 物象本就不一致——单方向放大或缩小. 另外, 这种放大缩小的比例保持一定时, 直线所成的象是否直线也仍然是个问题. 下面就来考察与 z 轴平行的物空间直线被柱面望远镜和球面照相物镜组成的系统所成的象的理想形状.

图 4 中 AA_1 是物空间直线 (处在无限远, 并与 z 轴平行), 物点 A 相当于方向余弦为 $\xi, \eta, K\zeta$ 的入射光束. 经过柱面系统后成为 ξ', η', ζ' . 其中 $\eta' = \eta$, $\zeta' = K\zeta/K = \zeta$. K 由伽利略望远镜的倍率和子午面内的畸变及柱畸变决定, 约等于此望远镜原定的压缩比.

方向余弦为 $\xi, \eta, K\zeta$ 的光线与光轴 ($\xi = 0$ 的方向) 夹角 U , 通过光轴和光线的平面与 y 轴夹角 θ , 则

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{K\zeta}{\eta}, \\ \sin U &= \sqrt{\eta^2 + K^2 \zeta^2}, \end{aligned} \right\}$$

若此光束为普通物镜成理想象, 则象高和 $\operatorname{tg} U$ 成正比, 且幅角 θ 不变, 故当

$$f_3 \operatorname{tg} U \cos \theta = \text{常数}$$

时, 为一直线. 即当 η 和 ζ 满足

$$\frac{\sqrt{\eta^2 + K^2 \zeta^2}}{\sqrt{1 - (\eta^2 + K^2 \zeta^2)}} \cdot \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + K^2 \zeta^2}} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \eta^2 - K^2 \zeta^2}} = \text{常数}$$

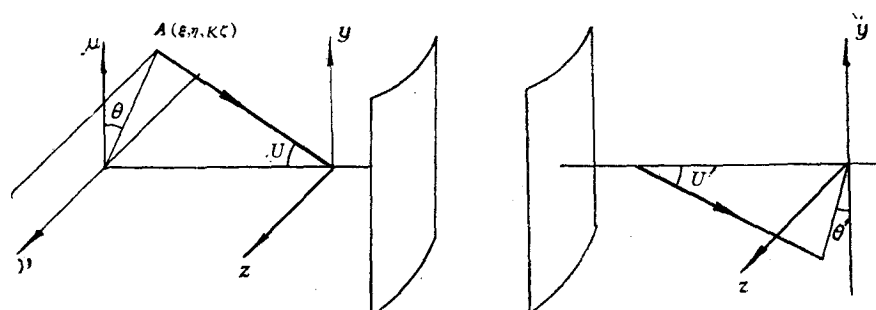
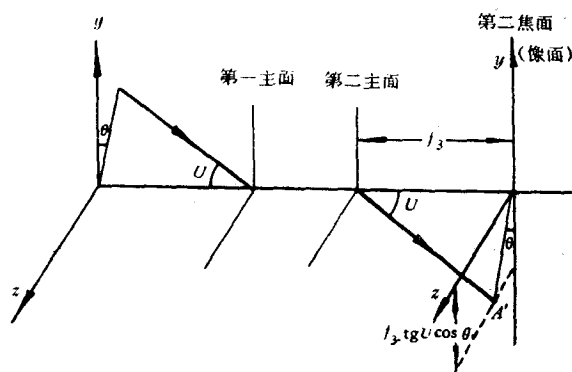


图 4(a) 光线为柱面望远镜折射后方向变更

图 4(b) 辐角 θ 且与光轴夹角 U 的空间光线所成的象高

时,为一直线。由此可见,

$$\frac{\eta'}{\sqrt{1-\eta'^2-\zeta'^2}}$$

若为常数,则象为直线,否则线条是弯曲的。因此它与 $\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2-\zeta^2}}$ 之差异即可作为畸变的量度。故畸变可写作:

$$\begin{aligned} D_1 &= f_3 \eta \left(\frac{1}{\sqrt{1-\eta^2-K^2\zeta^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\eta'^2-\zeta'^2}} \right) = \\ &= \frac{K^2}{2} \eta \zeta^2 \left(\frac{2}{\sqrt{1-\eta^2-K^2\zeta^2} \sqrt{1-\eta'^2-\zeta'^2} (\sqrt{1-\eta^2-K^2\zeta^2} + \sqrt{1-\eta'^2-\zeta'^2})} \right) \doteq \\ &\doteq \frac{K^2}{2} \eta \zeta^2 f_3' = \frac{K^2}{2} (\eta \zeta^2 f_3') \varphi_3^2. \end{aligned}$$

可见,当伽利略系统具倍率 K 时,按高斯光学要求设计到角倍率到处相等时(指 K 为恒定常数),一条直线所成出的象不再是直线而具有弯度 D_1 ,这与畸变相当,而且常是较大的数字,例如压缩比 $2\times$ 的伽利略望远镜 K 约等于 2, $\eta f_3'$ 和 $\zeta f_3'$ 为 9×12 , $f_3 = 40$, 则 $D_1 = 1.2$.

由此可见,造成象的形状畸变之主要原因是由于单方向压缩系统本身的基本特性.这是柱面系统高斯光学与一般理想成象要求不一致的结果。

参 考 文 献

- [1] Smith, T., *Trans. Opt. Soc.* **29** (1927), 71.
- [2] Burfoot, T. C., *Proc. Phys. Soc.* **B67** (1954), 524.
- [3] Hopkins, H. H., *Wave Theory of Aberrations*, Oxford (1950).
- [4] Wynne, C. G., *Proc. Phys. Soc.* **B67** (1954), 531.
- [5] 王之江: 光学設計方法和高級象差分析, (1956).
- [6] Conrady, A. E., "Microscope, Optics of", *Dictionary of Applied Physics*, Vol. IV, Glazebrook (1923).

THE ABERRATIONS OF CYLINDRICAL OPTICAL SYSTEMS

WANG CHIH-CHIANG

ABSTRACT

This paper deals with the aberrations of optical systems consisting of cylindrical components with their axes, parallel and having a common axis of symmetry. By symmetry and by a proper choice of the parameters for describing an optical ray, it is found that for primary aberrations the independent aberration terms amount to eight. For a telescopic system the number of terms reduces to six. By method of vector analysis, it is further proved that the skew rays passing through such a system is equivalent to a ray-tracing passing through its principal section but with the respective refractive index of each medium changed from n to $\sqrt{n^2 - \eta^2}$, η being the direction cosine of the ray in the direction of cylindrical axes times n , an invariant throughout the system for a given ray. Thus the two terms specifying "cylindrical" aberrations proper in a telescopic system (the other four terms being exactly the same as for spherical surfaces) can be treated in a similar way as longitudinal and transversal "chromatic" aberrations. However, the connection of such aberrations requires choice of optical materials difficult to comply with what is necessary for proper chromatic correction. On the otherhand, the serious effect of distortion usually found in cylindrical telescopic systems should be attributed as mainly intrinsic to Gaussian optics with which the practical requirement in imagery in such systems does not fully agree.