

## Bethe-Weiss 方法在固溶体铁磁性 统计理论中的应用\*

许政一 冷忠昂 李蔭远

(中国科学院)

### 提 要

Bethe-Weiss 方法是 Bethe 对合金有序现象所创建的近似理论被移植于铁磁性海森堡模型的统计理论的结果。在这方法中,我们选出由一个中心原子与它所有的最近邻原子所组成的集团作为处理的对象,它们之间的交换作用得到精确的对待,而集团以外的原子的作用就近似地用一有效场代替,后者由自洽条件来推算。我们应用这一方法来计算由磁性原子(自旋为  $1/2$ )与非磁性原子组成的代换固溶体在较高温度段内的铁磁性,得出简单立方和体心立方晶格居里点  $T_c$  随非磁性原子浓度  $f$  的增加而下降的曲线,居里点以上的磁化率与磁矩的短程有序能与温度的关系,由后者看出,当  $f$  增加时,在有较高的短程有序的情况下才出现铁磁性。从居里点的计算中发现:这一方法只能应用在非磁性原子的浓度较低的情况,我们讨论了这一事实出现的原因。

### 一、引 言

磁介质的海森堡模型的统计理论在铁磁性、反铁磁性和亚铁磁性问题上得到的结果<sup>[1]</sup>在某些方面起着指导实验的作用,另一方面又是合作现象的统计问题中较有成就的一个范例。海森堡模型对于金属介质有忽略了传导电子的缺点,但对于非金属介质,如铁氧体,是足够接近实际情况的。过去的统计理论,除了最粗略的分子场方法而外,基本上局限于单一成分的磁介质,即在同一点阵(或次点阵)上只有同类的磁性原子(或离子)。分子场方法虽然是一个简单而有用的方法,但只考虑到整体的统计平均,完全忽略了磁化状态微观分布的不均匀性。这一缺点在非单一成分的磁介质理论中就显得十分突出;例如,锰锌铁氧体或其他复合铁氧体中的局部无序状态就不是分子场理论所能说明。Néel<sup>[2]</sup>早已指出了这一状态的存在对复合铁氧体的饱和磁矩的影响。最近 Sato 等人<sup>[3]</sup>具体指出分子场方法不能用来处理只含有少量磁性原子的合金的磁性。

Bethe<sup>[4]</sup>对合金有序现象所创建的近似理论首先被 P. R. Weiss<sup>[5]</sup>应用来计算海森堡模型的铁磁性,稍后,这一方法(Bethe-Weiss 方法)被引用来处理反铁磁性和亚铁磁性的理论<sup>[6,7]</sup>。Bethe-Weiss 方法只能在较高的温度段内得到有效的结果,可以作为自旋波方法<sup>[8]</sup>的补充。现在我们将这一方法应用来研究由两种原子组成的代换固溶体的铁磁性,

\* 1960年3月23日收到。

作为探討非单一成分的磁介质的统计理论的一个尝试。为了使介质的不均匀性显得突出,我們考虑由一种磁性原子和非磁性原子组成的固溶体。在本文的实际计算中,磁性原子的自旋定为  $1/2$ , 使计算简便一些;并假定两种原子在格位上的分布是完全无序的。和过去的理论一样,除了最近邻磁性原子之间的交换作用外,次近邻和相距更远的原子之间的交换作用均被忽略。

## 二、理 論 方 法

我們先叙述一下 Bethe-Weiss 方法应用在单一成分的鉄磁介质的公式<sup>1)</sup>,然后推导在我們要处理的問題中应该如何应用这一方法。

我們任选一原子以及它的全部  $n$  个最邻近的磁性原子组成的一个原子集团(如图 5 中的区域  $A$ )作为我們统计处理的对象。集团内的  $n+1$  个原子之间的交换作用将得到正确的处理,而集团以外的原子对集团内非中心原子的作用则以有效场  $H$  来表达。因之,原子集团的哈密顿量为

$$H = -2J \vec{S}_0 \cdot \sum_{r=1}^n \vec{S}_r - g\mu H_0 S_{0z} - g\mu(H_0 + H) \sum_{r=1}^n S_{rz}, \quad (1)$$

这里  $\vec{S}_0$  是中心原子的自旋向量算符,  $\vec{S}_r$  是外围原子中第  $r$  个的自旋向量算符,  $g$  是 Lande 因子,  $\mu$  是波尔磁子,  $J$  是交换积分(对鉄磁体而言  $J > 0$ ),  $H_0$  是在  $z$  方向上的外场,  $H$  是一具有平均意味的参量(見第四节的討論)与  $H_0$  的方向平行(不考虑介质的各向异性)。(1)式中的第一项是与最近邻间的交换作用,是针对集团内非中心原子之间互相都不是最近邻的情况而写出的;就立方结构的介质而論,(1)式只适用于简单和体心立方,但不适用于面心立方。

令  $\vec{S}' = \sum_{r=1}^n \vec{S}_r$ ,  $\vec{S} = \vec{S}' + \vec{S}_0$ ,  $m$  为  $S_z$  的本征值,則有

$$H = H_0 - g\mu H \sum_{r=1}^n S_{rz}, \quad (2)$$

其中

$$H_0 = -2J \vec{S}_0 \cdot \vec{S}' - g\mu H_0 S_z. \quad (3)$$

$H_0$  的本征值为

$$E\left(s = s' + \frac{1}{2}, m\right) = -Js' - mg\mu H_0, \quad (4)$$

$$E\left(s = s' - \frac{1}{2}, m\right) = J(s' + 1) - mg\mu H_0, \quad (5)$$

本征函数为

$$\psi^\pm = (2s' + 1)^{-\frac{1}{2}} \left\{ \left( s' \mp m + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \varphi\left(s', m + \frac{1}{2}\right) \beta_0 \pm \right.$$

1) 我們大体上沿用文献[7]的方式。

$$\pm \left( s' \pm m + \frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \varphi \left( s', m - \frac{1}{2} \right) \alpha_0 \}. \quad (6)$$

$\alpha_0$  和  $\beta_0$  是  $\mathbf{S}_0$  的本征函数,  $\varphi \left( s', m \pm \frac{1}{2} \right)$  是  $\mathbf{S}'$  和  $\mathbf{S}'_z$  的本征函数. 在  $\mathbf{H}_0$  的表象中写出  $\mathbf{H}$  的久期方程

$$\begin{vmatrix} \langle \psi^+ | \mathbf{H} | \psi^+ \rangle - W & \langle \psi^+ | \mathbf{H} | \psi^- \rangle \\ \langle \psi^- | \mathbf{H} | \psi^+ \rangle & \langle \psi^- | \mathbf{H} | \psi^- \rangle - W \end{vmatrix} = 0, \quad (7)$$

其中

$$\langle \psi^+ | \mathbf{H} | \psi^+ \rangle = -Js' - mg\mu H_0 - \frac{2s'}{2s' + 1} mg\mu (H_1 - H_0), \quad (8)$$

$$\langle \psi^- | \mathbf{H} | \psi^- \rangle = J(s' + 1) - mg\mu H_0 - \frac{2(s' + 1)}{2s' + 1} mg\mu (H_1 - H_0), \quad (9)$$

$$\langle \psi^- | \mathbf{H} | \psi^+ \rangle = \langle \psi^+ | \mathbf{H} | \psi^- \rangle = -\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{4m^2}{(2s' + 1)^2} \right]^{\frac{1}{2}} g\mu (H_1 - H_0), \quad (10)$$

这里  $H_1 = H_0 + H$ . 令

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= g\mu H_0/J, \\ h_1 &= g\mu H_1/J, \\ h &= h_1 - h_0 = g\mu (H_1 - H_0)/J, \\ R &= 2s' + 1. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

設  $h_0$  足够地小, 同时  $h \sim 0$  (即溫度在居里点附近和更高的情况), 将式(7)中的  $W$  按  $h_0$ 、 $h$  的升幂展开得到

$$W^{\pm} \left( s = s' \pm \frac{1}{2}, s', m, h, h_0 \right) = J \left[ \epsilon_{\pm} - mh_0 + \sum_{i=1}^{\infty} W_i^{\pm} (h_1 - h_0)^i \right], \quad (12)$$

其中  $\epsilon_+ = -s'$ ,  $\epsilon_- = s' + 1$ , 并有

$$\left. \begin{aligned} W_1^{\pm} &= -m \left( 1 \mp \frac{1}{R} \right), \\ W_2^{\pm} &= \mp \frac{1}{4R} \left( 1 - \frac{4m^2}{R} \right), \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

指标  $\pm$  与  $s = s' \pm \frac{1}{2}$  对应. 配分函数

$$Z(n) = \sum_{s'} \sum_{m=-s}^s \sum_{s'=s \pm \frac{1}{2}} \omega(n, s') \exp -W^{\pm}/kT, \quad (14)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \omega(n, s') &= \frac{n!}{\left( \frac{1}{2}n + s' \right)! \left( \frac{1}{2}n - s' \right)!} - \frac{n!}{\left( \frac{1}{2}n + s' + 1 \right)! \left( \frac{1}{2}n - s' - 1 \right)!} \quad s' < \frac{1}{2}n, \\ \omega \left( n, s' = \frac{1}{2}n \right) &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

令  $j = J/kT$ , 引进算符  $\Phi_n$  定义如下:

$$\Phi_n \cdot f(\pm, s', m, j) = \sum_{s'} \omega(n, s') \sum_{\pm} e^{-j\epsilon \pm} \sum_{m=-(s' \pm \frac{1}{2})}^{s' \pm \frac{1}{2}} f(\pm, m, s', j). \quad (16)$$

$f(\pm, s', m, j)$  为任意函数, 由(14)对  $h_0, h$  展开得

$$Z(n) = \sum_{\substack{k, l=0 \\ k+l=\text{偶数}}}^{\infty} P_{k,l}(n) h_0^k h^l, \quad (17)$$

其中

$$P_{k,l}(n) = \Phi_n p_{kl}^{\pm}. \quad (18)$$

为首四个  $p_{kl}^{\pm}$  为

$$\left. \begin{aligned} p_{00}^{\pm} &= 1, \\ p_{20}^{\pm} &= \frac{1}{2} m^2 j^2, \\ p_{11}^{\pm} &= -m W_1^{\pm} j^2, \\ p_{02}^{\pm} &= -W_2^{\pm} j + \frac{1}{2} W_1^{\pm 2} j^2. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

不难看出, 中心原子和外围原子磁矩的统计平均值分别用下列公式计算:

$$\bar{m}_0 = (g\mu/j) \left( \frac{\partial \ln Z(n)}{\partial h_0} \right)_{h_1}, \quad (20)$$

$$\bar{m}_1 = (g\mu/nj) \left( \frac{\partial \ln Z(n)}{\partial h_1} \right)_{h_0}. \quad (21)$$

由  $\bar{m}_0 = \bar{m}_1$  的自洽条件, 可以决定未知参量  $h_1$ , 然后其他物理量都可以由配分函数  $Z(n)$  尽可能地去计算.

现在考虑我们要处理的问题. 用同样方法任取一原子集团, 这时  $n$  个外围原子中可能有  $n_1$  个磁性原子,  $n_1 = 0, 1, 2, \dots, n$ . 集团的中心原子可能是磁性的, 也可能是非磁性的, 一共有  $2(n+1)$  种不同的组态. 不难算出每一组态出现的几率, 并应用 Bethe-Weiss 方法求磁性原子的平均磁矩. 然而我们将不考虑中心为非磁性原子的情况. 第一, 因为只考虑中心原子是磁性的各种情况已经能够包括各种不同情况的局部分布<sup>1)</sup>; 其次, 中心非磁性原子与外围原子之间无交换作用, 而外围原子与集团外的原子间的作用又用有效场表达, 结果所有的交换作用均未得到精确的处理, 因而包括了中心原子是非磁性原子的组态去求统计平均反使 Bethe-Weiss 近似方法的有用程度大大降低.

设原子总数为  $N$ , 非磁性原子数为  $Nf$ . 原子的分布是完全无序的, 则  $n$  个外围原子中有  $n_1$  个磁性原子的几率为

$$\rho(n_1) = f^{n-n_1} (1-f)^{n_1} C_{n_1}, \quad (22)$$

1) 这里未包括局部分布纯为非磁性原子的集团. 由于其对磁性无贡献, 故可以不考虑.

$nC_{n_1}$  是  $n$  个事物中取  $n_1$  个的组合数。中心原子的平均磁矩<sup>1)</sup>

$$\bar{m}_0 = (g\mu/j) \sum_{n_1=0}^n \rho(n_1) \left( \frac{\partial \ln Z(n_1)}{\partial h_0} \right)_{h_1}, \quad (23)$$

每个外围磁性原子的平均磁矩为

$$\bar{m}_1 = (g\mu/j) \sum_{n_1=1}^n \frac{1}{n_1} \rho(n_1) \left( \frac{\partial \ln Z(n_1)}{\partial h_1} \right)_{h_0}. \quad (24)$$

二者均应等于  $M/N_1$  ( $M$  是介质的总磁化强度,  $N_1$  是磁性原子总数), 故有

$$\sum_{n_1=0}^n \rho(n_1) \left( \frac{\partial \ln Z(n_1)}{\partial h_0} \right)_{h_1} = \sum_{n_1=1}^n \frac{1}{n_1} \rho(n_1) \left( \frac{\partial \ln Z(n_1)}{\partial h_1} \right)_{h_0}. \quad (25)$$

当展开为  $h_0$  和  $h_1$  的级数时有

$$\begin{aligned} & \sum_{n_1=1}^n \rho(n_1) \left[ 2P'_{20}(n_1) - \left( 1 + \frac{1}{n_1} \right) P'_{11}(n_1) \right] h_0 + 2\rho(0)P'_{20}(0)h_0 + \cdots = \\ & = \sum_{n_1=1}^n \rho(n_1) \left[ 2 \left( 1 + \frac{1}{n_1} \right) P'_{02}(n_1) - P'_{11}(n_1) \right] h_1 + \cdots, \end{aligned} \quad (26)$$

其中  $P'_{ki}(n_1) = P_{ki}(n_1)/P_{00}(n_1)$ , 在计算过程中用了

$$P'_{11}(0) = P'_{02}(0) = 0.$$

不难看出,  $h_0 = 0$  的情况下在任何温度  $h_1 = 0$  都是方程(26)的解;但在适当的温度段内,式(26)还具有  $h_1 \neq 0$  的解,即有自发磁化出现。在自发磁化开始出现的温度——居里点,  $h_1 = 0$  必为式(26)的重根。(26)在  $h_0 = 0$  时,左端 = 0,  $h_1 = 0$  是其重根的条件为其右端的一次项系数等于零;因之居里温度  $T_c$  由下列方程计算:

$$\sum_{n_1=1}^n \rho(n_1) \left[ 2 \left( 1 + \frac{1}{n_1} \right) P'_{02}(n_1) - P'_{11}(n_1) \right] = 0. \quad (27)$$

其次,居里点以上的磁化率由下式计算:

$$\begin{aligned} x &= (g\mu/J) \left. \frac{\partial M}{\partial h_0} \right|_{h_0 \rightarrow 0} = (N_1 g\mu/J) \left. \frac{\partial \bar{m}_1}{\partial h_0} \right|_{h_0 \rightarrow 0} = \\ &= (N_1 g^2 \mu^2 / Jj) \sum_{n_1=1}^n \frac{\rho(n_1)}{n_1} \left[ P'_{11}(n_1) - 2P'_{02}(n_1) \left( \frac{h_1}{h_0} \right)_{h_0 \rightarrow 0} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

其中的  $\left( \frac{h_1}{h_0} \right)_{h_0 \rightarrow 0}$  由(26)定出[即(26)左右两端一次项系数之比]。在  $T \geq T_c$  时,相邻磁矩

1) 这里的公式也可以写作  $Z = \prod_{n_1} [Z(n_1)]^{\rho(n_1)} F = -kT \ln Z = -kT \sum_{n_1} \rho(n_1) \ln Z(n_1) =$

$= \sum_{n_1} \rho(n_1) F(n_1), \bar{m}_{0,1} = -\frac{\partial F}{\partial H_{0,1}} = \sum_{n_1} \rho(n_1) \bar{m}_{0,1}(n_1).$

之間存在着自发的短程有序,使系統的能量随温度而下降,我們称之为短程有序能,就每一原子計算为

$$\epsilon = -J \left( \vec{S}_0 \cdot \sum_i \vec{S}_i \right)_{AV} = \sum_{n_1} \rho(n_1) \epsilon(n_1), \quad (29)$$

$$\epsilon(n_1) = \frac{1}{\partial Z_0(n_1)} \sum_{s'} \omega(n_1, s') \sum_{\pm} \sum_m J \epsilon_{\pm} \exp \left[ - \frac{W^{\pm}(H=H_0=0)}{kT} \right], \quad (30)$$

其中

$$Z_0(n_1) = 2 \sum_{s'} \omega(n_1, s') \{ s' \exp [-(s' + 1)f] + (s' + 1) \exp s' f \}. \quad (31)$$

$Z_0(n_1)$  为  $H_0 = H = 0$  时的配分函数, (30) 簡化后得

$$\epsilon(n_1) = \frac{-J}{Z_0(n_1)} \sum_{s'} \omega(n_1, s') s' (s' + 1) [e^{-e+f} - e^{-e-f}]. \quad (32)$$

### 三、計 算 結 果

#### (1) 居里温度

对于简单立方及体心立方格子計算的結果如图 1 所示,居里温度随  $f$  的增加而下降。

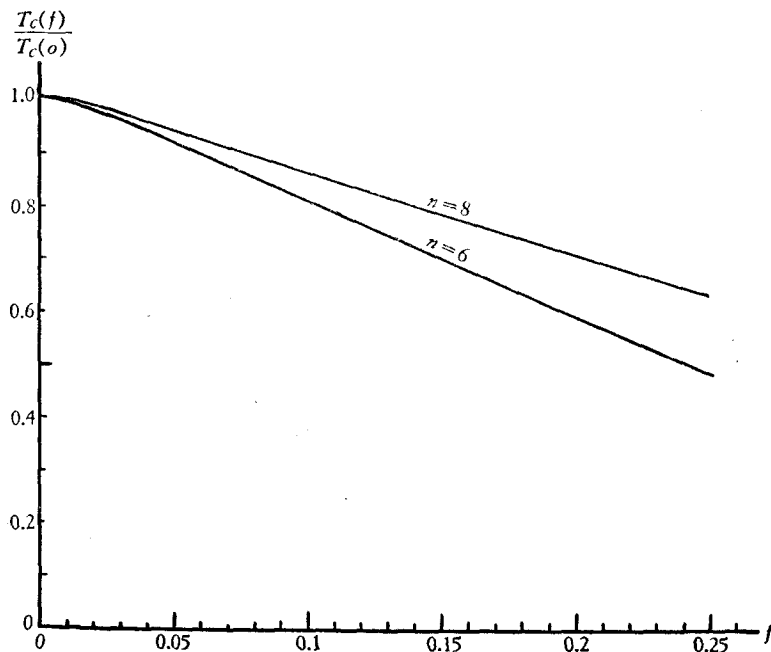


图 1 简单立方与体心立方晶格居里温度对非磁性粒子浓度的曲线

在  $f = 0$  的附近,  $T_c$  的下降极为緩慢, 成分  $f < 0.05$  的区間内, 我們的曲线远比分子場方法所应得到的結果  $T_c(f)/T_c(f=0) = 1 - f$  更好地反映了 Fe 的合金的  $T_c$  对  $f$  的曲线<sup>[9]</sup>; 但在  $f > 0.05$  以上曲线的下降颇为急剧. 我們計算过  $f = 0.5$  的 (27) 式, 发

現居里点不存在。可以肯定情况是这样的:当  $f$  增加到某一成分  $f'$  时, (27) 的不等于零的实根成为重根, 而在  $f > f'$  时, (27) 不再有不等于零的实根; 但是我們沒有去計算出  $f'$  的值。 (27) 式的这一性質暴露了 Bethe-Weiss 方法完全不能应用在非磁性原子浓度較高的情况 (更詳細的討論見第四节)。完整的理論处理應該得到这样的結果: 当  $f$  增加到  $\frac{n-1}{n}$  的附近时  $T_c \rightarrow 0$  (参看文献[3])。

## (2) 磁化率和磁矩的短程有序能

如所預期, 居里点以上磁化率的結果显示, 加入非磁性原子后, 就每一磁性原子計算的磁化率降低(对同一温度而言)。图 2 的曲線是对体心立方晶格算得的, 其中  $f = 0$  的

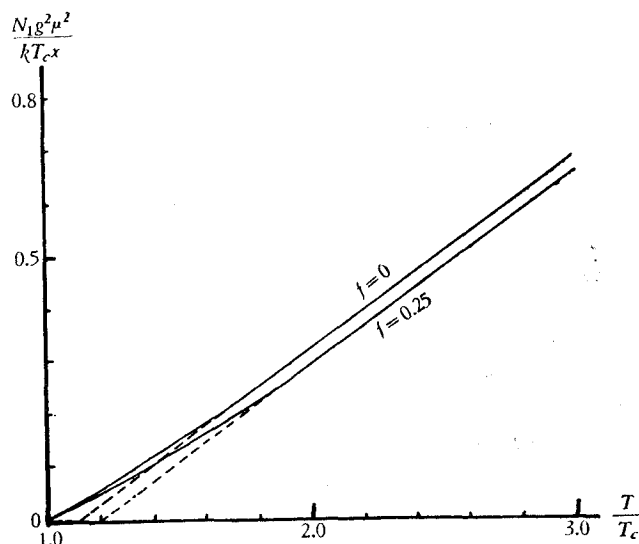


图 2 体心立方晶格在不同非磁性粒子浓度时磁化率对相对温度的曲線

曲線已在文献[5]中給出过。将图 2 中的曲線在較高温度段內服从居里-外斯定律的直綫部分延伸到与横軸相交, 就可得到順磁居里点  $T_p$ 。結果是

$$(T_p/T_c)_{f=0} = 1.08, (T_p/T_c)_{f=0.25} = 1.10.$$

較高温度段內直綫部分的斜率代表每个磁性原子的有效波尔磁子数  $p_B$ , 非磁性原子的加入不改变  $p_B$ 。

在  $N_1 g^2 \mu^2 / k T_c x$  对  $T/T_c$  的图 2 中,  $f = 0$  的曲線較高。这一事实的物理意义在居里点邻近处特別明显, 随着非磁性原子的加入,  $1/x$  减小; 这意味着非磁性原子“隔斷”了一些磁性原子間的交換作用, 必需出現了程度更高的局部有序之后才能形成自发磁化。同时这也表現在  $(T_p/T_c)_{f=0.25} > (T_p/T_c)_{f=0}$  的結果上。对短程有序能的計算,

$$\epsilon(T_c) = -0.718J, \quad f = 0,$$

$$\epsilon(T_c) = -0.831J, \quad f = 0.25$$

驗證了上面的論断。

图 3 是对于简单立方晶格計算的  $\epsilon$  对  $T/T_c$  的曲線。如果用  $T$  作横坐标, 則有

$$|\epsilon(T)|_{f \neq 0} < |\epsilon(T)|_{f=0}. \quad (33)$$

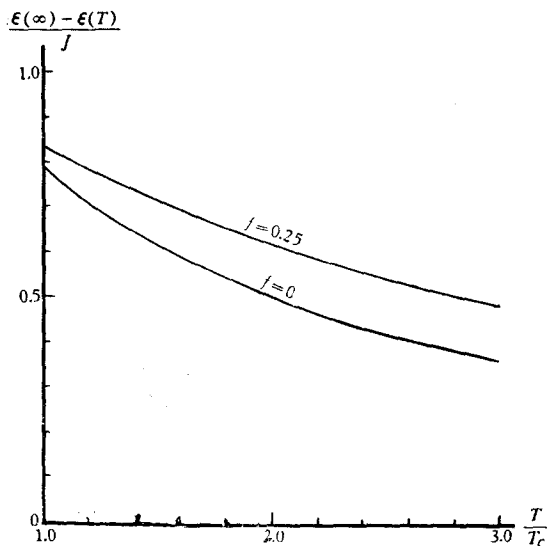


图3 简单立方晶格的按磁性粒子平均有序能量对相对温度的曲线

当温度降低, 短程有序逐渐形成,  $\epsilon(T)$  的绝对值逐渐增加. 在含有非磁性原子的情况下, 由于交换作用局部地被隔断, 因之, 在同一温度相比较, 短程有序能的绝对值  $|\epsilon(T)|$  随  $f$  的增加而下降.

#### 四、方法的局限性

Bethe-Weiss 方法原先应用到单一成分组成的磁介质时就只适用于高温. Anderson<sup>[10]</sup>指出, Weiss 理论中决定  $T_c$  的方程

$$A(n) = 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)P'_{02}(n) - P'_{11}(n) = 0 \quad (34)$$

有两个不等于零的正根. 这一理论结果如果正确, 则只有在这二根之间的温度段内介质可能有自发磁化, 即在反居里点(较低的一个根)以下铁磁性又不出现了. 这是显然不合理的. Anderson<sup>[10]</sup>指出, 从自旋波理论的知识来审查, Bethe-Weiss 方法之不能应用于低温是很明显的. 在低温下的磁化状态主要地应由能量较低的长波自旋波来描绘, 而 Bethe-Weiss 方法只取了介质的一个很小的原子集团来考查其间的相互作用, 实际上完全不能照顾到长波的自旋激发, 其在低温下得到不合理的结果就不足为奇了.

在我们的计算中也发现有反居里点的存在. 方程(27)可写作

$$\sum_{n_1=1}^n \rho(n_1)A(n_1) = 0, \quad (35)$$

$A(n_1)$  的定义由(34)给出. 图4是  $A(n_1)$  对  $j_c$  的几根曲线. 从那里看出, 当  $n_1$  减小时,  $A(n_1) = 0$  的居里点与反居里点越来越接近, 当  $n_1 \leq 4$  时  $A(n_1)$  恒为正. 故当  $f$  增加时  $n_1 = 1, 2, 3, 4$  的几率变大, 结果(35)不再有实根, 因之理论不能用于  $f$  较大的情况. 这一缺点不是根本的, 因为从原则上来说可以取较大的原子集团(例如由中心原子以

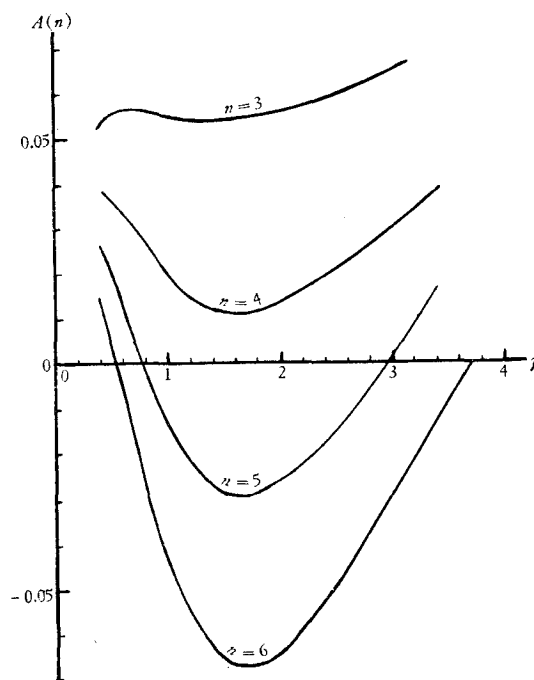


图4 对不同  $n_1$  算得的  $A(n_1)$  随温度 (以  $\frac{1}{kT}$  标志) 变化的曲线

及它的最近邻和次近邻的原子所组成的) 而得到改善; 虽然在实际上取较大的原子集团将使计算变得过于麻烦。

在本文所用的方法中, 还有一个 Bethe-Weiss 方法应用在单一成分的介质时所没有的缺点, 即我们假定有效场  $H_i$  是均匀的,  $i$  越大, 这一假定越与实际情况不符合。图5可以作为示意的说明。图中黑圈和白圈代表二种磁性不同的原子,  $A$  集团和  $B$  集团的外围原子所受到的有效场显然不相同。即使我们采取统计

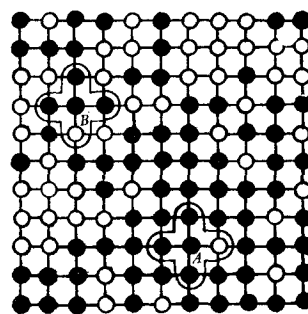


图5 非磁性原子无序分布的二维晶格示意图  
黑圈代表磁性原子, 白圈代表非磁性原子

的观点来考虑, 也必然会有  $H$  随  $n_1$  而改变的结论; 然而, 要把这一因素照顾到是极端错综复杂的。

### 参 考 文 献

- [1] 较新近的总结见 Van Vleck, J. H., *J. Phys. rad.* **20** (1959), 124.
- [2] Néel, L. & Brochet, P., *Compt. Rend.* **230** (1950), 280.
- [3] Sato et al., *J. Phys. Chem. Solids* **10** (1959), 19.
- [4] Bethe, H. A., *Proc. Roy. Soc.* **A150** (1935), 552.
- [5] Weiss, P. R., *Phys. Rev.* **74** (1948), 1493.
- [6] Li, Y. Y. (李蔭远), *Phys. Rev.* **84** (1951), 721.
- [7] Smart, J. S., *Phys. Rev.* **101** (1956), 585.
- [8] 较新近的总结见 Van Kranendonk, J & Van Vleck, J. H., *Revs. Mod. Phys.* **30** (1958), 1.
- [9] Hason, M., *Constitution of Binary Alloys* (1958), Fig. 95, 394, 396 等.
- [10] Anderson, P. W., *Phys. Rev.* **80** (1950), 922.

## APPLICATION OF THE BETHE-WEISS METHOD TO THE STATISTICAL THEORY OF FERROMAGNETISM OF SUBSTITUTIONAL SOLID SOLUTIONS

XU ZHI-YI    LENG ZHONG-ANG    LI YIN-YUAN  
(*Academia Sinica*)

### ABSTRACT

The Bethe-Weiss method in the statistical theory of Heisenberg ferromagnetism is generalized and applied to the case of substitutional solid solutions of random distribution. Calculations are carried out for binary solutions containing magnetic atoms of spin  $\frac{1}{2}$  and non-magnetic ones. The Curie temperature v.s. composition and the paramagnetic susceptibility v.s. temperature curves are obtained for simple and body-centered cubic lattices. The degree of magnetic short-range order at the Curie point becomes higher as the concentration of non-magnetic atoms increases. The results are qualitatively applicable to solutions of two different kinds of magnetic atoms. It is also concluded that the method gives an useful approximation only for higher concentrations of magnetic atoms.