

关于 μ 俘获中有效赝标量耦合项的符号*

周光召 黄念宁
(北京大学物理系)

提 要

最近的实验有迹象表明, μ 俘获中有效赝标量项的符号与从 $V-A$ 理论用色散关系求得的相反. 本文对这个符号的差别提出了一个可能的解释. 在本文中指出, 汉密顿量中一很小的赝标耦合项(约为有效赝标耦合项的1/100)即能改变有效赝标耦合项的符号. 将这一赝标项加以变换, 使之成为普适赝矢量电流的一部分, 则可证明新添的这一项对 β 衰变和 $\pi \rightarrow e + \nu$ 衰变不产生任何可观察的效应, 因而不破坏 $V-A$ 理论的普适性. 文章最后讨论了超子对对有效赝标项符号的影响的问题.

一、引 言

费曼(Feynman), 盖尔曼(Gell-Mann)^[1], 马尔夏克(Marshak)和苏达珊(Sudarshan)^[2]提出的 $V-A$ 普适理论, 无疑地取得了很大的成功, 但是还存在一些有待解决的问题. 这里我们讨论其中的一个, 即 μ 俘获中赝标量耦合的符号问题. 按照普适 $V-A$ 理论的观点, 这一项应当是由强相互作用影响引起的. 根据沃芬斯坦(Wolfenstein), 哥德伯(Goldberger)和特莱曼(Treiman)^[3]的处理, 如果认为强作用的中間态的贡献主要是由单个 π 介子引起的, 而其余的态(例如三个 π 介子等等)贡献可以忽略, 那么等效的赝标量耦合常数“ g_P ”将等于

$$“g_P” \approx -\sqrt{2} G \frac{m_\mu}{m_\pi^2 + m_\mu^2} F(-m_\pi^2), \quad (1)$$

式中 m_π, m_μ 分别为 π 介子和 μ 介子的质量, G 是 π 介子与核子的耦合常数, $G^2/4\pi=15$. 而 $F(-m_\pi^2)$ 的绝对值由 π 介子衰变的寿命决定^[4]:

$$|F(-m_\pi^2)| = 0.13\sqrt{2} G m g_A / 2\pi^2, \quad (2)$$

m 是核子质量, g_A 是 β 衰变中的赝矢量耦合常数. 因此不论 π 介子衰变的机构如何, 总有

$$|“g_P”| \approx \frac{0.5}{\pi} \left(\frac{G^2}{4\pi} \right) \left(\frac{m m_\mu}{m_\pi^2 + m_\mu^2} \right) g_A \approx 8 g_A. \quad (3)$$

从这里我们可以得出结论, 只要单个 π 介子的贡献是主要的, 那么

$$“g_P” \approx 8 g_A \quad (4)$$

或

$$“g_P” \approx -8 g_A. \quad (5)$$

* 1959年11月30日收到.

哥德伯和特莱曼^[4]用色散关系的技巧处理 π 介子的衰变得到 $F(-m_\pi^2)$ 应当是负的, 由此“ g_p ” $\approx 8g_A$. 但是现今关于 μ 介子俘获的实验有迹象要求“ g_p ” < 0 ^[5]. 粗略说来, “ g_p ” $\approx -8g_A$ 不与实验冲突. 我们现在对“ g_p ” $\approx -8g_A$ 提出一个可能的解释, 如果在汉密顿量中引入一个十分微小的与 g_A 反号的赝标量耦合项, 由于这一项十分微小, 它不影响 $V-A$ 理论所已经成功解决的各种情况, 但是我们将指明, 通过单个 π 介子中间态的“反射”, 反过来可以严重地影响 μ 俘获中的有效的赝标量项, 它能改变“ g_p ”的符号, 使“ g_p ” $\approx -8g_A$.

更进一步精确的实验如果符合“ g_p ” $\approx 8g_A$, 那么哥德伯和特莱曼的工作提供了实际情况的一种合理解释; 如果符合“ g_p ” $\approx -8g_A$, 我们的结果是一种可能的解释; 如果与“ g_p ” $\approx \pm 8g_A$ 都不符, 那么除单个 π 介子外的其余的中间态将有重要贡献, 值得进一步研究. 我们的计算在理论上是很有趣的, 一个看来可以忽略的微小的原有的弱相互作用, 通过强相互作用, 反过来却严重地影响有效的弱相互作用.

为了清楚说明问题, 我们在第二节中将简单介绍一下哥德伯和特莱曼用色散关系求得有效赝标量项的方法.

二、哥德伯和特莱曼的色散关系方法

我们先看一下哥德伯和特莱曼怎样求得有效的赝标量耦合项^[3]. 由于强相互作用的影响, 考虑到不变性的要求, $\langle n|P_\lambda|p\rangle$ 的形式为

$$\langle n|P_\lambda|p\rangle = \left(\frac{m^2}{p_0 n_0}\right)^{1/2} \bar{u}_n \{a i \gamma_\lambda \gamma_5 - b(p-n)_\lambda \gamma_5\} u_p, \quad (6)$$

式中 a, b 为动量交换 $\xi = (n-p)^2$ 的函数, 在 $V-A$ 理论中,

$$P_\lambda = Z_2 f_A \bar{\psi}_n i \gamma_\lambda \gamma_5 \psi_p, \quad (7)$$

以下只讨论 b . 根据色散关系的考虑, $b(\xi)$ 是 ξ 上半平面的解析函数:

$$b(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\xi' \frac{\text{Im} b(-\xi')}{\xi' + \xi - i\epsilon}. \quad (8)$$

$\text{Im} b(-\xi')$ 由 $\langle n|P_\lambda|p\rangle$ 的吸收部 $\langle n|A_\lambda|p\rangle$ 求得:

$$\langle n|A_\lambda|p\rangle = \pi(p_0/m)^{1/2} \sum_s \bar{u}_n \langle 0|P_\lambda|s\rangle \langle s|F(0)|p\rangle \delta(p_s + n - p), \quad (9)$$

式中

$$F(x) = \left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m \right) \phi_n(x).$$

$|s\rangle$ 代表一切可能的中间态, 由于重粒子数守恒, 它只能是一个 π 介子, 三个 π 介子, 核子对等等. 我们只考虑单个 π 介子的贡献. 立即看到:

$$\bar{u}_n \langle \pi|F|p\rangle = \left(\frac{m}{p_0}\right)^{1/2} \frac{1}{(2p_{\pi 0})^{1/2}} \sqrt{2} G \bar{u}_n i \gamma_5 u_p, \quad (10)$$

式中 G 是 π 介子与核子的耦合常数, 而

$$\langle 0|P_\lambda|\pi\rangle = -i(p_\pi)_\lambda F(p_\pi^2)/(2p_{\pi 0})^{1/2}. \quad (11)$$

当 $p_\pi^2 = -m_\pi^2$ 时与 π 介子的寿命有关, $F(-m_\pi^2)$ 的绝对值已经确定如 (2). 如果只计及单个 π 介子的中间态, 即有

$$\text{Im} b(\xi) = -\pi \sqrt{2} G F(-m_\pi^2) \delta(\xi + m_\pi^2), \quad (12)$$

那么代入(8),得

$$b(\xi) = \frac{-\sqrt{2} GF(-m_\pi^2)}{\xi + m_\pi^2}. \quad (13)$$

有效的赝标量耦合常数

$$“g_P” = m_\mu b(m_\mu^2) \approx -\sqrt{2} G \frac{m_\mu}{m_\pi^2 + m_\mu^2} F(-m_\pi^2). \quad (1)$$

现在来看怎样求出 $F(-m_\pi^2)^{[4]}$. $F(\xi)$ 是 ξ 上半平面的解析函数:

$$F(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi' \frac{\text{Im} F(-\xi')}{\xi' + \xi - i\epsilon}, \quad (14)$$

$\text{Im} F(-\xi)$ 由吸收部 A 决定:

$$A = \pi (p_{\mu 0}/m_\mu)^{1/2} \Sigma_n \langle \mu | f_\nu | n \rangle \langle n | J | 0 \rangle \delta(p_n - p_\nu - p_\mu) \quad (15)$$

式中 f_ν 是中微子源, J 是 π 介子源:

$$f_\nu = \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \psi_\nu, \quad J = -(\square - \mu^2)\phi.$$

由于重粒子守恒, $|n\rangle$ 只能是核子对, 超子对, 三个 π 介子等等. 我们认为 $|n\bar{p}\rangle$ 核子对的贡献最为重要, 那么

$$\langle \mu | f_\nu | n\bar{p} \rangle = \left(\frac{m_\mu m^2}{p_{\mu 0} n_0 \bar{p}_0} \right)^{1/2} \bar{u}(\bar{p}) \{ i a \gamma_\lambda \gamma_5 - b(n + \bar{p})_\lambda \gamma_5 \} u(n) \bar{u}(p_\mu) i \gamma_\lambda \gamma_5. \quad (16)$$

注意 b 满足(13)式, 而

$$\left(\frac{n_0 \bar{p}_0}{m^2} \right)^{1/2} \langle n\bar{p} | J | 0 \rangle = i K [(n + \bar{p})^2] \bar{u}(n) \gamma_5 u(\bar{p}). \quad (17)$$

于是

$$A(\xi) = -\frac{1}{4\pi} \left(m a - \frac{1}{2} \xi b \right) \text{Re} K(\xi) \left(\frac{\xi + 4m^2}{\xi} \right)^{1/2} \bar{u}(p_\mu) \gamma_\lambda \gamma_5 (p_\mu + p_\nu)_\lambda. \quad (18)$$

这样, 得到

$$\text{Im} F(\xi) = -\frac{1}{4\pi} \left[m g_A + \frac{\sqrt{2}}{2} G F(-m_\pi^2) \frac{\xi}{\xi + m_\pi^2} \right] \text{Re} K(\xi) \left(\frac{\xi + 4m^2}{\xi} \right)^{1/2}, \quad (19)$$

式中 $\text{Re} K(\xi)$ 根据[4]为

$$\text{Re} K(-\xi) = \sqrt{2} G \cos \varphi(\xi) \exp \left\{ \left(\frac{\xi - m_\pi^2}{\pi} \right) \int_{4m^2}^{\infty} dy \frac{\varphi(y)}{(y - \xi)(y - m_\pi^2)} \right\}. \quad (20)$$

代(19)入(14), 求得

$$F(-m_\pi^2) \approx F(0) = -\frac{m}{2\pi^2} \sqrt{2} G g_A \frac{J}{1 + (G^2/4\pi)(2J/\pi)}, \quad (21)$$

其中

$$J = \int_0^\infty dk \frac{k^2}{(k^2 + m^2)^{3/2}} \cos \varphi(k) \exp \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dk' k' \varphi(k') \left(\frac{1}{k'^2 - k^2} - \frac{1}{k'^2 + m^2} \right) \right\}. \quad (22)$$

估计 J 的大小, 表明(20)中分母的 1 可以忽略, 因此得到 $F(-m_\pi^2) < 0$, 其绝对值为(2)式, 与实验符合.

以上是文献[3], [4]中与我們有关的部分.

三、有效赝标量項的符号

现在回到我們的工作，假定赝矢量电流 P_λ 具有下列形式：

$$P_\lambda = Z_2 \bar{\psi}_\mu \left[f_A i \gamma_\lambda \gamma_5 - \frac{g_F^0}{m_\mu} (p - n)_\lambda \gamma_5 \right] \psi_p, \quad (23)$$

其中 g_F^0 是一个常数。值得注意的是，在汉密頓量中，引入一普适的赝标耦合和在普适赝矢电流中引入(23)中的第二項并不完全相同。在(23)中引入第二項，相当于在 μ 俘获的汉密頓量中引入一項 $(-Z_2 \bar{\psi}_n g_F^0 \gamma_5 \psi_p \bar{\psi}_\nu (1 - \gamma_5) \psi_\mu)$ ，而在 β 衰变的汉密頓量中引入一項 $(-Z_2 \frac{m_e}{m_\mu} \bar{\psi}_n g_F^0 \gamma_5 \psi_p \bar{\psi}_\nu (1 - \gamma_5) \psi_e)$ 。換句話說，当 g_F^0 为常数时，在汉密頓量中引入的赝标項的大小对 μ 俘获和对 β 衰变是不同的。由于在 β 衰变的汉密頓量中，赝标耦合項較 μ 俘获的小 m_e/m_μ 倍，新增加的赝标項不会改变 $\pi \rightarrow e + \nu$ 的几率以及所有 β 衰变的理論值。因此，在 P_λ 中增加一項不致于影响 $V-A$ 理論所已經成功解释的各种情况。

根据不变性的考虑， $\langle n | P_\lambda | p \rangle$ 仍然具有(6)式的形式，此时， $b(\xi)$ 所适合的色散关系应改为

$$b(\xi) = \frac{g_F^0}{m_\mu} + \frac{1}{\pi} \int_{4m^2}^{\infty} \frac{\text{Im} b(\xi')}{\xi' + \xi - i\epsilon} d\xi'. \quad (6')$$

按照哥德伯和特萊曼的方法繼續往下計算时，我們只需將(18)式中的 b 換成

$$b'(\xi) = \frac{g_F^0}{m_\mu} + b(\xi), \quad (24)$$

將(24)代入(18)中，可得

$$A(\xi) = -\frac{1}{4\pi} \left(m_\mu - \frac{1}{2} \xi \frac{g_F^0}{m_\mu} - \frac{1}{2} \xi b \right) \text{Re} K(\xi) \left(\frac{\xi + 4m^2}{\xi} \right)^{1/2} \bar{u}(p_\mu) \gamma_\lambda \gamma_5 (p_\mu + p_\nu)_\lambda. \quad (18')$$

这样，代替(19)式，我們有

$$\text{Im} F'(\xi) = -\frac{1}{4\pi} \left[m_{\pi A} - \frac{1}{2} \xi \frac{g_F^0}{m_\mu} + \frac{\sqrt{2}}{2} G F'(-m_\pi^2) \frac{\xi}{\xi + m_\pi^2} \right] \text{Re} K(\xi) \left(\frac{\xi + 4m^2}{\xi} \right)^{1/2}. \quad (19')$$

將(19')代入(14)，可得

$$F'(-m_\pi^2) \approx F'(0) = \frac{1}{1 + \frac{G^2}{2\pi^2} J} \left[-\frac{\sqrt{2} G m}{2\pi^2} (g_A J + g_F^0 J') \right], \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} J' &= \frac{1}{2} \frac{4}{m m_\mu} \int_0^\infty dk \frac{k^2}{(k^2 + m^2)^{1/2}} \cos \varphi(k) \exp \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dk' k' \varphi(k') \left(\frac{1}{k'^2 - k^2} - \frac{1}{k'^2 + m^2} \right) \right\} \\ &= 2 \frac{m}{m_\mu} J + J'', \end{aligned} \quad (26)$$

$$J'' = \frac{2}{m m_\mu} \int_0^\infty \frac{k^4 dk}{(k^2 + m^2)^{3/2}} \cos \varphi(k) \exp \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dk' k' \varphi(k') \left(\frac{1}{k'^2 - k^2} - \frac{1}{k'^2 + m^2} \right) \right\}.$$

由[4]中(32)及(36)式知道,对于任意的复函数 $\tan\delta(k)$ 我們总有 $\cos\varphi(k) > 0$, 因此 $J'' > 0$. 将(25)式写成

$$F'(0) = \frac{-m\sqrt{2}G}{2\pi^2} \left[g_A + \left(2\frac{m}{m_\mu} + \frac{J''}{J} \right) g_P^0 \right] \frac{J}{1 + G^2 J / 2\pi^2}. \quad (25')$$

由(25')可以看到,只要

$$g_P^0 = - \frac{m_\mu}{m + \frac{J''}{2J} m_\mu} g_A, \quad (27)$$

則 $F'(0)$ 的大小可以不变,而符号反过来. 这时 g_P^0 的大小为

$$|g_P^0| = \frac{m_\mu}{m + \frac{J''}{2J} m_\mu} |g_A| < \frac{m_\mu}{m} |g_A| \simeq \frac{1}{9} |g_A|. \quad (28)$$

由(28)可以看到,只要很小一个 $|g_P^0| \left(< \frac{1}{9} |g_A| \right)$ 即可改变 $F'(0)$ 的符号,而使得很大的“ g_P ”由 $+8g_A$ 变为 $-8g_A$.

由(27)中我們还可以看到,很小的 $|g_P^0|$ 項可以产生很大的 $F'(0)$, 即引起很大的 $\pi \rightarrow \mu + \nu$ 的几率. 由实验定出的 π 的寿命我們可以推論,不論 g_P^0 的符号如何,如果它存在,則其值必須很小.

四、討 論

π 介子衰变成 $\mu\nu$ 对也还可能通过超子对. 有一种想法认为超子对与 π 介子作用或弱作用的耦合常数的符号将影响 $F'(0)$ 的符号. 此时 $F(0)$ 可表为

$$F(0) = - \frac{\sqrt{2}}{2\pi^2} \frac{\sum_i m_i G_i g_{Ai} J_i}{1 + \sum_i G_i^2 / 2\pi^2 J_i},$$

其中指标 i 代表与第 i 种重子对有关的量. 由于現在分母增加了許多倍,如果分子上有一項符号相反,它除了要減去所有其他項之外,剩下的值还要足够大,以致可以和 π 介子衰变的寿命相合. 要达到这点,必須有超子对和 π 介子的作用或者弱作用特別強才行. 如果弱作用是普适的, g_{Ai} 都一样大,則由于分母上有 G_i^2 , 要改变符号又同时滿足 π 介子的寿命几乎是不可能的.

在我們的考虑中,即使加入超子对,也不会有什么影响. 此时所需要的 g_P^0 的值仍然不会大.

参 考 文 献

- [1] Feynman, R. P. and Gell-Mann, M., *Phys. Rev.* **109** (1958), 193.
- [2] Sudarshan, E. C. G. and Marshak, R. E., *Proc. of the Paduavenice Conference*, September (1957).
- [3] Goldberger, M. and Treiman, S. B., *Phys. Rev.* **111** (1958), 354.
- [4] Goldberger, M. and Treiman, S. B., *Phys. Rev.* **110** (1958), 1478.
- [5] Иоффе, Б. Л., *ЖЭТФ* **37** (1959), 149; 周光召, 馬耶夫斯基, *物理学报*, **15** (1959), 377 頁.

ON THE SIGN OF THE EFFECTIVE PSEUDOSCALAR TERM IN μ -CAPTURE REACTIONS

CHOU KUANG-CHAO HUANG NIEN-NING

(University of Peking)

ABSTRACT

Recent experiments seem to show that the sign of the effective pseudoscalar term in μ -capture reactions is different from the theoretical result of Goldberger and Treiman based on $V-A$ theory and dispersion relation technique. A possible explanation of this difference is proposed in the present note. It is shown that a very small p. s. tem in the HamiHonian (of the order 1/100 of the effective p. s. term) can change the sign of the effective p. s. term. If this small term is transformed and added as a part of the universal axial vector current, it will produce practically no effect in β -decay and $\pi \rightarrow \mu + \nu$ decay. Finally the inclusion of hyperon pairs is considered.