

# $Mg^{24}$ 的轉动能級的初步研究\*

沈 洪 清 周 孝 謙

(江苏师范学院物理系)

## 提 要

直到目前为止,  $Mg^{24}$  的能級、自旋、宇称之在 5.24 兆电子伏以下者都已准确测定, 但对 5.24 兆电子伏以上者, 实验結果尚多分歧.  $Mg^{24}$  能級的轉动带的特征虽已可肯定, 但实验值 4.12 兆电子伏和从简单的轉动能級公式算出的数值 4.6 兆电子伏的差别, 远超过实验误差的范围. 对于简单的理論的修正可有两个来源, 即振动轉动相互作用和轉动微扰. 本文指出, 单考虑一方面的修正不能合理地說明实验事实, 只有同时考虑上述两方面的修正才能完滿地理解能級的实验結果, 并且說明最近測出的  $\gamma$  跃迁分支比和  $E(2)/E(1)$  比.

## § 1 引 言

很多实验結果指明  $Mg^{24}$  的能級属于轉动能級的性质<sup>[1]</sup>. 貝开尔等<sup>[2]</sup> 根据实验結果进行了深入的分析, 他們认为  $Mg^{24}$  的能級可以分成三个轉动带, 各个带分別和不同的  $K$  相对应,  $K$  是綜合模型中核的总角动量在核的对称軸的方向上的投影. 图 1 是  $Mg^{24}$  的能級的实验結果. 凡是由两个以上实验証实的, 而且誤差在 15 千电子伏以內的能級, 都用实綫画出; 尚待进一步証实的能級都用虛綫画出. 自旋和宇称的指定尚属可疑者, 都用括弧来标明<sup>[3]</sup>.

貝开尔等在  $Mg^{24}$  的能譜分带的工作中, 只考虑了实验能級中尚待进一步确定的能級的一部分, 并且在选定自旋和宇称的过程中也有相当的任意性. 例如, 他們鑑于 8.4 (或 8.5) 兆电子伏那个能級的自旋的可能值很多 ( $1, 2^+, 3, 4, 5^+$ ), 因此他們认为这个能級可能是两个不同的能級, 一个是  $2^+$ , 另一个是  $5^+$  的重合. 这样他們就可将图 1 中的能級的一部分 (包括全部可靠的能級) 分成三个轉动带, 见图 2, 方括內的数字是貝开尔等的計算值.

他們的計算是根据最简单的轉动能級的公式,

$$E_K(I) = E_K^{(0)} + E_K^{(1)} I(I+1), \quad (1)$$

$$E_K^{(1)} = \hbar^2/2\mathcal{I} \quad (2)$$

来計算的. 当将(1)中的参数取表 1 中的数字时, 就得出和实验值相近的数值. 这些数值见图 2 每个能級右边的方括內的数字.

貝开尔等的計算是初級的近似, 可以看出, 他們所取的  $E_K^{(1)}$  ( $K=0, 1, 2$ ) 的三个数值相当接近, 并且随  $K$  的增大有減小的趋势, 这些都是合理的. 我們將应用它作为进一步精

\* 1960 年 9 月 7 日收到.

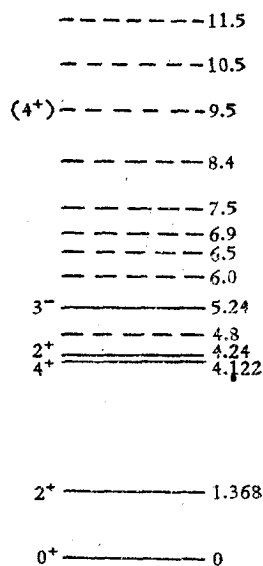


图 1

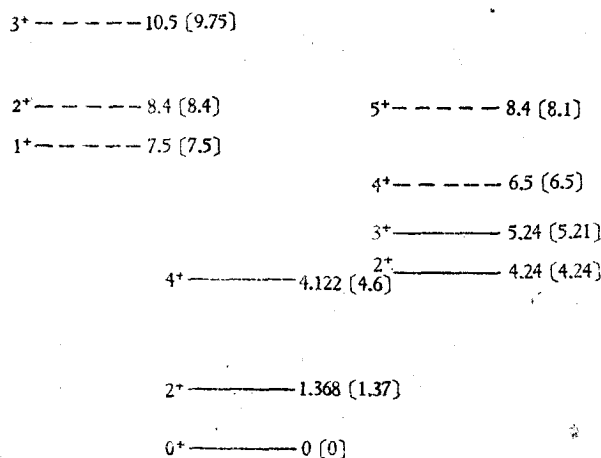


图 2

表 1

| $E_K^{(j)}$ (兆电子伏) | $K$ | $K = 0$ | $K = 1$ | $K = 2$ |
|--------------------|-----|---------|---------|---------|
| $E_K^{(0)}$        |     | 0       | 7.05    | 3.27    |
| $E_K^{(1)}$        |     | 0.223   | 0.225   | 0.162   |

确化的参考。但理论和实验之间还存在着一些差别，这些差别超出实验误差的范围。在本文中，我们考虑了在变形的平衡态附近的振动对转动的作用，以及转动微扰的影响，来说明上述差别及  $\gamma$  跃迁的分支比。

关于  $Mg^{24}$  的实验工作虽然已经很多，尤其是 4.24 兆电子伏以下的那些能级的实验结果是可靠的，但对 5.24 兆电子伏以上的能级的实验工作目前还不够精确<sup>[4]</sup>。我们的工作主要是根据实验的指导确定修正后的转动公式中的参数，并且只利用 7.5 兆电子伏以下的能级的实验数据，这样就可以避免更高的能级的位置，自旋宇称的可能的错误影响整个结论。

## § 2 振动和转动之间的相互作用和转动微扰

貝开尔等的理论仅是初步的分析。从综合模型的角度看来，还有两方面的修正。在综合模型理论中，核的哈密顿算符是<sup>[5]</sup>

$$H = H_0 + U, \quad (3)$$

$$H_0 \equiv H_p + T_v + V + \left( \frac{\hbar^2}{4\mathfrak{S}_1} + \frac{\hbar^2}{4\mathfrak{S}_2} \right) \{ I(I+1) - I_3^2 + J(J+1) - J_3^2 \} + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{S}_3} (I_3 - J_3)^2 + A\beta \cos \gamma, \quad (4)$$

$$U \equiv U_1 + U_2 + U_3 = -\left(\frac{\hbar^2}{3_1} I_1 J_1 + \frac{\hbar^2}{3_2} I_2 J_2\right) + \left(\frac{\hbar^2}{43_1} - \frac{\hbar^2}{43_2} + \frac{\sqrt{3}}{2} k_{\sigma\beta} \sin \gamma\right) (J_1^2 - J_2^2) + \left(\frac{\hbar^2}{43_1} - \frac{\hbar^2}{43_2}\right) (I_1^2 - I_2^2), \quad (5)$$

(3), (4), (5), 中的各个符号的意义詳見参考文献[5], 这里不作重复, 我們仅指出,  $H$  可以分成  $H_0$  和  $U$  两部份, 对  $H_0$  來說,  $I, I_3, J$  和  $J_3$  都是好的量子数, 对  $U$  來說  $I_3$  和  $J_3$  不是好的量子数, 但  $U$  部份和  $H_0$  部份比較起来是很小的, 所以可以当作微扰.

式(3), (4), (5)中的  $3_i (i = 1, 2, 3)$  实际上是振動参数  $\beta$  和  $\gamma$  的函数  $3_i = 4B \beta^2 \sin^2 \left\{ \gamma - i \frac{2\pi}{3} \right\}$ . 在零級近似的計算中, 我們將  $3_i$  当作常数, 也就是說用平衡状态的  $\beta_0, \gamma_0$  代入上面写出的  $3_i$  的表式. 如果忽略(3)中的  $U$  部份, 并且將  $3_i$  当作常数, 在強相互作用的近似下, 就可以得到零級近似的哈密頓函数的本征函数为

$$\psi_0 = \frac{\sqrt{2I+1}}{4\pi} \phi_{DK}^{In\beta n\gamma} [\chi_D D_{MK}^I + (-)^{I-J} \chi_{-D} D_{M-K}^I] \quad (6)$$

式(6)中的  $\phi_{DK}^{In\beta n\gamma}$  是和振動有关的波函数,  $\chi_D$  是和单粒子运动有关的波函数,  $D_{MK}^I$  是和轉動有关的波函数<sup>[5]</sup>, 和(6)相应的本征值是

$$E = E^{(0)} + E^{(1)} I(I+1), \quad (7)$$

$$E^{(0)} = E_{\beta\gamma} + E_P, \quad (8)$$

$$E^{(1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\hbar^2}{23_1} + \frac{\hbar^2}{23_2} \right) \equiv \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{3_0}, \quad (9)$$

这里的  $E_{\beta\gamma}$  是和振動有关的能量,  $E_P$  是和单粒子运动有关的能量,  $E^{(0)}$  和  $E^{(1)}$  都是和  $I$  无关的,  $3_0$  是  $3_1$  和  $3_2$  的調和平均值. 实际上还必须考虑  $3_i$  对核变形  $\beta$  的依存关系, 这方面的影响将引起一个和  $-\frac{12}{(\hbar\omega_\beta)^2} [I(I+1)]^2$  成比例的項.

$$\Delta E_\beta = -\frac{12}{(\hbar\omega_\beta)^2} \left( \frac{\hbar^2}{23_0} \right)^2 \{I(I+1)\}^2, \quad (10)$$

式(9)中的符号的意义見文献[6]. 再提一下  $U = U_1 + U_2 + U_3$  所引起的修正,  $U_3$  的二級微扰也将引起一个和  $\{I(I+1)\}^2$  成比例的項<sup>[6]</sup>,

$$\Delta E_\gamma = -\frac{4}{(\hbar\omega_\gamma)^2} \left( \frac{\hbar^2}{23_0} \right)^2 \{I(I+1)\}^2, \quad (11)$$

这一項可和(10)并合为:

$$\Delta E_{\beta\gamma} = -\left( \frac{\hbar^2}{23_0} \right)^2 \left( \frac{4}{(\hbar\omega_\gamma)^2} + \frac{12}{(\hbar\omega_\beta)^2} \right) \{I(I+1)\}^2 \quad (12)$$

这一修正項是振動对轉動的相互作用引起的, 它的系数是負的.  $U_2$  将引起一項和  $I$  无关的修正項<sup>[7]</sup>, 这一項可以和(7)中的  $E^{(0)}$  合并起来.  $U_1$  将引起角动量在对称軸上的投影等于  $K$  和  $K \pm 1$  的項的混和, 称为轉動微扰, 在这种微扰是很小的情况下, 近似地, 这方面的考虑对能量也将引起一个和  $\{I(I+1)\}^2$  成比例的項, 不过这里的比例系数可能是負的, 也可能是正的<sup>[7,8]</sup>, 但在轉動微扰不是很小的时候就必须解出由它引起的久期方程从而得到能量的修正. 在勃奇勒等的工作<sup>[4]</sup>中, 只考虑了振動和轉動的相互作用, 在克

尔曼研究  $W^{183}$  的工作中<sup>[7]</sup>, 只考虑了转动微扰. 但在  $Mg^{24}$  的能级的讨论中, 必须同时考虑这两者的影响. 在提出正确的处理以前, 简单地介绍一下单考虑一方面的修正不能解决问题的理由, 如果只考虑振动和转动之间的相互作用, 转动能级的公式成为

$$E_K(I) = E_K^{(0)} + E_K^{(1)}I(I+1) + E_K^{(2)}[I(I+1)]^2, \quad (13)$$

$$(K = 0, 1, 2).$$

(13) 式的右边最后一项就是 (12) 式, 根据貝开尔等所选用的那些能级来确定和各个能带相应的参数  $E_K^{(0)}$ 、 $E_K^{(1)}$  和  $E_K^{(2)}$  所得的结果, 列在表 2 中, 式(13)一共有 9 个参数, 属于  $K = 0, 1, 2$  三个能带的比较可靠的实验能级共有 10 个, 因此就必须用最小二乘法来确定它们.

表 2 单考虑转动振动相互作用修正的转动公式中的参数

| $E_K^{(j)}$ | $K$ | 0            | 1         | 2           |
|-------------|-----|--------------|-----------|-------------|
| $E_K^{(0)}$ |     | 0            | 7.22兆电子伏  | 3.645兆电子伏   |
| $E_K^{(1)}$ |     | 0.2373兆电子伏   | 0.112兆电子伏 | 0.096兆电子伏   |
| $E_K^{(2)}$ |     | -0.00156兆电子伏 | 0.014兆电子伏 | 0.00206兆电子伏 |

根据表 2 中的参数算出来的, 属于  $K = 0, 1$  两带相应的那些能级, 和实验完全符合, 而属于  $K = 2$  的能级是,

$$E_2(2) = 4.295 \text{ 兆电子伏}, M_2(3) = 5.094 \text{ 兆电子伏}, M_2(4) = 6.389 \text{ 兆电子伏},$$

$$M_2(5) = 8.379 \text{ 兆电子伏}.$$

理论和实验符合得良好. 但这里的参数很不合理. 首先  $E_K^{(j)}(K = 0, 1, 2)$  的差别很大, 这一点不符合一般的情况. 并且还可以注意到  $E_K^{(2)}$  的值有正有负, 而且绝对值相差颇大, 这一点也和 (12) 的特点相违背的, 出现这些不合理的情况可能由于我们所赖以定出参数的那些较高的能级的位置和自旋宇称的指定有问题, 但更可能的是由于我们没有考虑转动微扰.

然而单考虑转动微扰而不考虑振动和转动的相互作用, 也不能合理地说明问题. 在  $H_0$  上加上转动微扰  $U_1$ , 就得哈密顿算符<sup>[7]</sup>

$$H = H^0 + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I(I+1) - I_3^2 + J(J+1) - J_3^2] + \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}_3} (I_3 - J_3)^2$$

$$- \frac{\hbar^2}{2\mathfrak{I}} [I_+ J_- + I_- J_+], \quad (14)$$

上式右边最后一项乃是 (5) 中的  $U_1$  的变形.  $I_{\pm} J_{\pm}$  的定义见文献[7]. 由 (14) 建立起来的薛定格方程是

$$H\phi_l = E\phi_l, \quad (15)$$

这里的

$$\phi_l = a_0 \phi_{l,k=0}^{(0)} + a_1 \phi_{l,k=1}^{(0)} + a_2 \phi_{l,k=2}^{(0)}, \quad (16)$$

將(16)代入(15)分別用  $\phi_{I,K=0}^{0*}, \phi_{I,K=1}^{0*}, \phi_{I,K=2}^{0*}$  左乘之, 並進行積分, 就得到

$$\left. \begin{aligned} a_0 \langle 0|H|0 \rangle + a_1 \langle 0|H|1 \rangle + a_2 \langle 0|H|2 \rangle &= a_0 \epsilon, \\ a_0 \langle 1|H|0 \rangle + a_1 \langle 1|H|1 \rangle + a_2 \langle 1|H|2 \rangle &= a_1 \epsilon, \\ a_0 \langle 2|H|0 \rangle + a_1 \langle 2|H|1 \rangle + a_2 \langle 2|H|2 \rangle &= a_2 \epsilon. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

這裡的

$$\left. \begin{aligned} \langle 0|H|0 \rangle &= E_0^{(0)} + E_0^{(1)} I(I+1) \equiv E_0, \\ \langle 1|H|1 \rangle &= E_1^{(0)} + E_1^{(1)} I(I+1) \equiv E_1, \\ \langle 2|H|2 \rangle &= E_2^{(0)} + E_2^{(1)} I(I+1) \equiv E_2, \\ \langle 1|H|0 \rangle^* &= \langle 0|H|1 \rangle = \langle 0| -\frac{\hbar^2}{23} J_- |1 \rangle \sqrt{I(I+1)} \equiv A_0 \sqrt{I(I+1)}, \\ \langle 2|H|1 \rangle^* &= \langle 1|H|2 \rangle = \langle 1| -\frac{\hbar^2}{23} J_- |2 \rangle \sqrt{(I-1)(I+2)} \equiv A_1 \sqrt{(I-1)(I+2)}, \\ \langle 2|H|0 \rangle^* &= \langle 0|H|2 \rangle = 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

和方程式組(17)相應的久期方程式為,

$$\begin{vmatrix} E_0 - \epsilon & A_0 \sqrt{I(I+1)} & 0 \\ A_0^* \sqrt{I(I+1)} & E_1 - \epsilon & A_1 \sqrt{(I-1)(I+2)} \\ 0 & A_1^* \sqrt{(I-1)(I+2)} & E_2 - \epsilon \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

根據貝開爾等所選用的數據, 可以通過(19)來決定參數  $E_0^{(0)}, E_1^{(1)}, A_0, A_1$  等. 我們發現將參數選成下面的數值, 可以得到和實驗能級相當符合的結果,

$E_0^{(0)} = 0$ ,  $E_0^{(1)} = 0.3125$  兆電子伏,  $E_1^{(0)} = 7.3026$  兆電子伏,  $E_1^{(1)} = 0.0987$  兆電子伏.

$E_2^{(0)} = 3.27$  兆電子伏,  $E_2^{(1)} = 0.162$  兆電子伏,  $A_0 = \sqrt{0.549}$  兆電子伏,  $A_1 = 0$ .

由這些參數算出的能級是,

$K = 0$  帶:  $E_0(I=0) = 0$ ,  $E_0(I=2) = 1.37$  兆電子伏,  $E_0(I=4) = 4.12$  兆電子伏;

$K = 1$  帶:  $E_1(I=1) = 7.5$  兆電子伏,  $E_1(I=2) = 8.4$  兆電子伏,  $E_1(I=3) = 8.487$  兆電子伏;  $E_1(I=4) = 11.4$  兆電子伏.

$K = 2$  帶:  $E_2(I=2) = 4.24$  兆電子伏,  $E_2(I=3) = 5.21$  兆電子伏,  $E_2(I=4) = 6.5$  兆電子伏.

除開  $E_1(I=3)$  能級實驗和理論相差很大以外, 其餘能級理論都和實驗相近, 但這一點原不足為病, 因為這個能級所在位置很高, 實驗值本來就不很可靠, 理論的不合理之處在於  $E_0^{(1)}$  和  $E_1^{(1)}$  相差太大. 可是從一般的情況看來, 同一個核的和不同的  $K$  相應的轉動慣量  $\mathcal{I}$  是不可能有很大差別的, 並且同時轉動微擾也太大了.

現在仔細地分析一下出現這個結論的原因. 從貝開爾等的最基本的討論可以看出, 理論和實驗的符合基本上是好的, 只是對應于實驗值為 4.122 兆電子伏的那個能級, 與理論值 4.6 兆電子伏差別太大. 轉動微擾的影響反映在久期方程中非對角矩陣元素的效果, 根據微擾論之特徵, 非對角元素有將較低的能級抑低, 較高的能級抬高的趨勢. 而且

这种效果对于  $I$  较大的项更为加强,这一点可以从非对角矩阵元的形状  $A_0\sqrt{I(I+1)}$  和  $A_1\sqrt{(I-1)(I+2)}$  可以看出.  $Mg^{24}$  的能级的三个转动带,以  $K=1$  为最高,对于这个带来说,根据上面的讨论,转动微扰的效果是将  $I$  较大的能级抬得更高一些,所以它就起了和  $E_1^{(1)}I(I+1)$  相同的作用. 因此由于微扰的存在,  $E_1^{(1)}$  的值必须较忽略转动微扰的理论中的相应的  $E_1^{(1)}$  减小一些. 通过相似的讨论,并注意到对角元素的效果有压低较低的能级,且效果随  $I$  的增大而加强,就可以说明  $E_0^{(1)}$  将增大一些. 并且由于零级近似的理论值 4.6 和实验值 4.122 差得很多,为了改进它们之间的符合,  $A_0$  就必须相当大,这便是  $E_1^{(1)}$  比  $E_0^{(1)}$  小得很多的原因. 从上面的讨论看来,必须同时考虑来自两方面的修正. 这样计算就类似原子光谱的中间耦合理论,如果将出现在久期方程的对角线上的振动转动相互作用和原子光谱中的库仑势相当的话,那末引起非对角元的转动微扰就和旋轨作用相当,下面是久期方程的形状,

$$\begin{vmatrix} E_0^{(0)} + E_0^{(1)}I(I+1) + E_0^{(2)}[I(I+1)]^2 - \epsilon & A_0\sqrt{I(I+1)} & 0 \\ A_0^*\sqrt{I(I+1)} & E_1^{(0)} + E_1^{(1)}I(I+1) + E_1^{(2)}[I(I+1)]^2 - \epsilon & A_1\sqrt{(I-1)(I+2)} \\ 0 & A_1^*\sqrt{(I-1)(I+2)} & E_2^{(0)} + E_2^{(1)}I(I+1) + E_2^{(2)}[I(I+1)]^2 - \epsilon \end{vmatrix} = 0 \quad (20)$$

为了不使较高的实验能级的不确定性影响计算的结果起见,我们根据下述这些条件来确定(20)中的参数.

- 1) 按照零级近似  $E_K^{(0)}$  的值很靠近,在进一步精确化中,我们将保持这个特点.
- 2)  $E_K^{(2)}$  必须为负数,其绝对值约和  $(E_K^{(1)})^3$  成正比. 由于  $K=0$  的带的实验值比较正确,根据(13)式按  $K=0$  的带的实验值所确定的  $E_0^{(2)} = -0.00156$  为参考取定  $E_K^{(2)}$ .
- 3) 利用了以下 4 个能级的实验数据:  $K=0, I=0, 4$ ;  $K=1, I=1$ ;  $K=2, I=4$  (共四个能级),并参照  $K=2, I=2$  的能级实验值.

以上 1), 2) 为弱的条件, 3) 为强的条件. 根据以上的条件定出的参数见表 3:

表 3 同时考虑两种修正定出的转动参数 (单位: 兆电子伏)

| $E_0^{(0)}$ | $E_1^{(0)}$ | $E_2^{(0)}$ | $E_0^{(1)}$ | $E_1^{(1)}$ | $E_2^{(1)}$ | $E_0^{(2)}$ | $E_1^{(2)}$ | $E_2^{(2)}$ | $A_0$ | $A_1$ |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------|-------|
| 0           | 7.064       | 3.132       | 0.248       | 0.22        | 0.21        | -0.00145    | -0.001      | -0.0009     | 0.279 | 0.373 |

根据这些参数算出的能级见表 4:

表 4 能级的理论和实验值 (单位: 兆电子伏)

| $K \backslash I$ | $K=0$ |       |       | 1     |       |                 |        |        | 2     |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
|                  | $I=0$ | 2     | 4     | 1     | 2     | 3               | 4      | 5      | 2     | 3     | 4     | 5     |
| 理论值              | 0     | 1.367 | 4.122 | 7.5   | 8.542 | 9.877           | 11.794 | 13.553 | 4.235 | 5.205 | 6.5   | 7.833 |
| 实验值              | 0     | 1.368 | 4.122 | (7.5) | (8.4) | (9.5)<br>(10.5) | 缺      | 缺      | 4.24  | 5.24  | (6.5) | (8.4) |

总的来说,根据 5 个比较可靠的能级定出的 11 个参数,能够相当完满地说明其他能级

的位置。

### § 3 $\gamma$ 跃迁的分支比

$\gamma$  跃迁的分支比实验是轉動微扰理論的最好考驗。关于从 4.24 兆电子伏 ( $I = 2, K = 2$ )  $\gamma$  跃迁到 1.368 兆电子伏 ( $I = 2, K = 0$ ) 以及到 0 ( $I = 0, K = 0$ ) 的分支比, 曾有两个实验工作。一个是 1954 年牛頓做的<sup>[9]</sup>, 不过他的报告很簡短, 关于实验的装置过程都沒有叙述。另外一个是最初勒奇勒 (Batchelor) 等做的<sup>[4]</sup>, 他們的报道很詳細, 可靠性也比較大。牛頓測到的分支比是

$$\text{分支比} = \frac{\gamma(4.24 \rightarrow 0)}{\gamma(4.24 \rightarrow 1.368)} = 5.$$

勒奇勒等測到的是

$$\text{分支比} = \frac{\gamma(4.24 \rightarrow 0)}{\gamma(4.24 \rightarrow 1.368)} \text{ 在 } 2.3 \text{ 到 } 3.6 \text{ 之間.}$$

勒奇勒等同时还測出了从 4.24 到 1.368 的  $E(2)/M(1)$  的比值:  $\frac{E(2)}{M(1)} = 23 \pm 9$ . 这两个实验結果分歧很大。

按照不考虑轉動微扰的理論, 計算分支比只須应用阿拉加 (Alaga)<sup>[10]</sup> 等的公式,

$$\text{分支比(不考虑轉動微扰)} = \left\{ \frac{\langle I_2 K K'_1 - K | I_2 I'_1 K'_1 \rangle}{\langle I_2 K K'_2 - K | I_2 I'_2 K'_2 \rangle} \right\}^2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^5 \quad (21)$$

在我們的具体情况,  $I = 2, I'_1 = 0, I'_2 = 2, K = 2, K'_1 = 0, K'_2 = 0, \omega_1 = 4.24, \omega_2 = 2.87$  用这些数值代入(21)就得,

$$\text{分支比(不考虑轉動微扰)} = 4.9.$$

这个結果和牛頓的实验很符合, 和勒奇勒等的实验相差很大。

現在再按照轉動微扰存在的假設来計算  $\gamma$  跃迁分支比。根据勒奇勒等的实验, 从 4.24  $\rightarrow$  1.368 的  $M(1)$  跃迁几率和  $E(2)$  跃迁几率比較起来, 可以忽略, 从 4.24 到 0 的  $M(1)$  跃迁則是禁戒的, 因此分支比主要由  $E(2)$  跃迁决定, 根据轉動微扰理論的分支比的公式列在下面,

$$\text{分支比(考虑轉動微扰)} = \left\{ \frac{a_0 a'_0 \langle I_2 I'_1 0 | I_2 0 0 \rangle + a_1 a'_1 \langle I_2 I'_1 1 | I_2 1 0 \rangle + a_2 a'_2 \langle I_2 I'_1 2 | I_2 2 0 \rangle}{a_0 a''_0 \langle I_2 I'_2 0 | I_2 0 0 \rangle + a_1 a''_1 \langle I_2 I'_2 1 | I_2 1 0 \rangle + a_2 a''_2 \langle I_2 I'_2 2 | I_2 2 0 \rangle} \right\}^2 \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^5 \quad (22)$$

这个公式实际上是克尔曼的 (III, 13) 的推广, 它的推导和那个公式相类似。这里的  $a_0, a_1, a_2$ , 和  $a'_0, a'_1, a'_2$  以及  $a''_0, a''_1, a''_2$  是初态和两种終态的波函数中包含各种不同权重的  $K$  波的权重幅, 根据 § 2 中的参数所定出的  $a$  值見表 5

表 5.  $K$  波的 权重 幅

| 态              | $a_i$ | $a_0$   | $a_1$   | $a_2$   |
|----------------|-------|---------|---------|---------|
| $I = 2, K = 2$ |       | 0.04024 | 0.1651  | -0.9856 |
| $I = 2, K = 0$ |       | 0.9947  | -0.1003 | 0.025   |
| $I = 0, K = 0$ |       | 1       | 0       | 0       |

根据这些  $\alpha$  值通过(22)算出的分支比值是

$$\text{分支比(考虑转动微扰)} = 2.48.$$

这个结果在勃奇勒等的实验结果的范围(2.3—3.6)之内。我们认为牛顿的实验可能不确。因为如果各带是纯粹按  $K$  来分的(无转动微扰),则从  $(I = 2, K = 2)$  到  $(I = 2, K = 0)$  的  $M(1)$  跃迁将是  $K$  禁戒的,这样就不能和  $E(2)/M(1) = 23 \pm 9$  相容,因为这个结果说明  $M(1) \neq 0$ 。

## § 4 结 论

我们考虑了振动和转动之间的相互作用以及转动微扰对转动能级的影响,发现只有同时考虑它们才能说明实验结果。为了避免较高的能级的不确定性影响整个结论,因此我们在确定转动参数时只用了 7.5 兆电子伏以下的能级,并且尽量参考零级近似的结果。因为只有零级近似不被改变得很厉害时才谈得到转动能级和转动微扰。这样根据 5 个实验能级定出的参数能够说明大部分实验能级,并且根据考虑了转动微扰后的波函数来计算的  $\gamma$  跃迁分支比,远较不考虑转动微扰的计算合乎最近的实验结果。

在 1957 年秋季,于敏同志建议根据转动微扰来研究  $Mg^{24}$  的能级,并在工作的初期给予很多帮助。又承物理学报编委会提出重要的改进意见,谨志谢忱。

## 参 考 文 献

- [1] A. E. Litherland, H. McManus, E. B. Paul, D. A. Bromley and H. E. Grove, *Can. J. Phys.* **36** (1958), 378.
- [2] Л. К. Пекер, Л. В. Густова и О. В. Чубинский, *Изв. АН СССР, Сер. физич.* **21** (1957), 1013.
- [3] P. M. Endt, C. M. Braams, *Revs. Modern Phys.* **29** (1957), 683.
- [4] R. Batchelor, A. J. Ferguson, H. E. Gove and A. E. Litherland, *Nuclear Phys.* **16** (1960), 38.
- [5] A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **26** (1952), No. 14.
- [6] A. Bohr and B. Mottelson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **27** No. 16 (1953).
- [7] A. K. Kerman, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **30** (1956).
- [8] S. A. Moszkowski, *Handbuch Der Physik* Vol. 39 (1957) 532—535.
- [9] J. O. Newton, *Phys. Rev.* **96**, (1954), 241.
- [10] G. Alaga, K. Alder, A. Bohr, B. Mottelson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **29** No. 9 (1955).

## A PRELIMINARY INVESTIGATION ON THE ROTATIONAL ENERGY LEVELS OF $Mg^{24}$

SHEN HONG-CHIN      CHOU HSIAO-TSIEN

### ABSTRACT

Up to now, the energy, spin and parity of the energy levels of  $Mg^{24}$  below 5.24 Mev. have been precisely measured, but those above it are far less accurate. Though the rotational Characteristic of  $Mg^{24}$  levels is well established, yet the discrepancy between the experimental value 4.12 Mev. and the value 4.6 Mev. calculated from the simple rotation energy formula is beyond the limit of experimental uncertainty. There are two kinds of corrections, the rotation-vibration interaction and the rotational perturbation. In this paper, we show that the levels of  $Mg^{24}$  can not be explained satisfactorily by taking into consideration either one of the above mentioned corrections singly. When both of them are taken up simultaneously, the experimental values of the energy levels and spin of  $Mg^{24}$  can be well accounted for and the recently measured  $\gamma$ -transition branching ratio and  $E(2)/M(1)$  ratio can also be explained.