

科学技术简报和经验交流

关于 μ 介子和电子在质子上的散射*

何祚麻 王 佩
(中国科学院) (北京大学物理系)

引 言

近来,关于核子结构的问题引起了物理学家们的广泛兴趣^[1]. 它的实验基础是高能电子散射实验^[2]. 然而,在 Hofstadter 的实验分析中利用了电子是点电荷的假设,而这个假设却是并非不需要加以验证的. 有作者^[3]指出用色散关系的理论来解释中子质子质量差遭到失败的一个可能的原因,就是 Hofstadter 的形状因子不准确.

在低能范围内,重正化理论成功地解释了电子的反常磁矩. 我们知道,按照这个理论计算出来的电子反常磁矩随动量交换的增加而迅速减少 ($\Delta\mu = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{m^2}{2q^2} \ln \frac{4q^2}{m^2}$). 然而,如果电子的反常磁矩为电子所固有(即非电磁结构). 那么在高能范围内,反常磁矩或许会保持相同的数值. 为了知道是否存在这样的磁矩,它在足够广的能量范围内可能是常数,看来进行更高能量范围内的实验是有益的.

仅从高能电子散射的实验还难于区分核子的电的和磁的形状因子. 而且, μ 介子较之电子又有某些优点:即易于获得极化粒子束,散射时轫致辐射的能量损耗小等等. 因此, μ 介子(特别是极化 μ 介子)在质子上散射的实验将允许我们对核子结构作更详细的研究. 鉴于在通常高能电子散射的公式中忽略了电子的质量,而这样作对于 μ 介子并不完全适合,所以我们现在给出的计算避免了这种忽略.

为了在更高的能量公式还适于研究电子和 μ 介子的结构,我们同样引入了电子和 μ 介子的形状因子.

I.

按照劳伦兹(Lorentz)不变式和电荷电流守恒,电子(或 μ 介子)和核子的散射矩阵在单光子近似下有

$$\begin{aligned} \langle P_2 p_2 | S - 1 | P_1 p_1 \rangle = & -ie^2 \delta^4(p_1 + P_1 - p_2 - P_2) \times \\ & \times \bar{U}(P_2) \left[F(q^2) \Gamma_\mu + \frac{i}{2M} F_2(q^2) (\Gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \Gamma_\mu) \right] U(P_1) \frac{1}{4q^2} \times \\ & \times \bar{u}(p_2) \left[f_1(q^2) \gamma_\mu - \frac{i}{2m} f_2(q^2) (\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q} \gamma_\mu) \right] u(p_1). \end{aligned} \quad (1)$$

* 1961年3月27日收到.

所有的符号都是通常所采用的(参阅文献[4]),这里和下面我们分别用大写和小写的字母来表示核子和电子(或 μ 介子)的量,动量交换定义为 $q = \frac{1}{2}(P_2 - P_1) = \frac{1}{2}(p_1 - p_2)$.

此外我们再引入下面的量:

$$K = \frac{1}{2}(P_1 + P_2), k = \frac{1}{2}(p_1 + p_2), v = -\frac{1}{M}k \cdot R, \quad (2)$$

(四元矢量的标积定义为 $A \cdot B = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} - A_0 B_0$). 很容易看出在粒子不是极化的情况下,散射截面是下面两个不变量的函数(表示在实验室系中):

$$q^2 = \frac{1}{2} M(\epsilon_1 - \epsilon_2), v = \frac{1}{2}(\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_1 \left(1 + \frac{m}{\epsilon_1} \frac{n_1}{M}\right) \left(1 + \frac{\epsilon_1}{M}\right) + \frac{\epsilon_1^2 - m^2}{M} \cos \theta \sqrt{1 - \frac{m^2}{M^2} \sin^2 \theta}}{\left(1 + \frac{\epsilon_1}{M}\right)^2 - \frac{\epsilon_1^2 - m^2}{M} \cos \theta}. \quad (3)$$

从电子(或 μ 介子)和核子的散射矩阵容易得到微分截面:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \left(\frac{e^2}{4\pi}\right)^2 \mathcal{A} \mathcal{M}^2$$

$$\mathcal{M}^2 = M^2 q^2 T^{-2} \left\{ \left(1 + \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2^2}{F_1^2}\right) \left(1 + \frac{v^2}{m^2} \frac{f_2^2}{f_1^2} T^2\right) + \right.$$

$$\left. + 2 \frac{q^2}{M^2} \left(1 + \frac{F_2}{F_1}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{m^2}{q^2} - \frac{1}{2} \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2^2}{f_1^2}\right) T^2 \right\}$$

$$T^{-2} = \frac{v^2}{q^2} - \frac{q^2}{M^2} - 1, \mathcal{A} = \frac{f_1^2 F_1^2 |\mathbf{p}_2|}{|\mathbf{p}_1| E_1 E_2 \left|1 + \frac{\partial E_2}{\partial \epsilon_2}\right|} \quad (4)$$

在实验室系统中,

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}(\epsilon_1, \theta) = \frac{f_1^2 F_1^2 |\mathbf{p}_2|}{4 |\mathbf{p}_1| \left(1 + \frac{\epsilon_1}{M} - \frac{|\mathbf{p}_1|}{|\mathbf{p}_2|} \frac{\epsilon_2}{M} \cos \theta\right) M^2 q^4} \quad (5)$$

及 $\frac{m^2}{\epsilon_1^2}, \frac{m^2}{M\epsilon_1} \ll 1, T = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$. 式中与 1 相比,我们略去了 $\frac{f_2}{f_1}$, 因为按照低能的实验材料,它只有 10^{-3} 的数量级.

f_2 在微分截面中是以 $\frac{v^2}{m^2} \frac{f_2^2}{f_1^2} T^2$ 和 $\frac{q^2}{m^2} \frac{f_2^2}{f_1^2}$ 的形式而出现的. 虽然对于电子来说, $\frac{f_2}{f_1}$ 只有 $\frac{\alpha}{2\pi}$ 的数量级,然而,由于因子 $\frac{q^2}{m^2}$ 和 $\frac{v^2}{m^2} T^2$ 在高能时是很大的量,忽略去这些项就是不许可的了. 即便在 Hofstadter 的实验中(600 兆电子伏),它已经引起了显著的改正(如取 $\frac{f_2}{f_1} = \frac{\alpha}{2\pi}$, 当 $\theta = 90^\circ$ 时 $\frac{q^2}{m^2} \frac{f_2^2}{f_1^2} \sim 0.4, \frac{v^2}{m^2} \frac{f_2^2}{f_1^2} T^2 \sim 0.9$).乍看起来,似乎电子和核子的反常磁矩数量有很大的差别. 实际上,因为磁矩反比于粒子的质量,电子的反常磁矩并不小于相应的质子磁矩.

至于 μ 介子, 因其质量是电子的 207 倍, 在不是太高的能量时, 上面提到的两类项实际上还不给出贡献(低能的理论和实验给出了和电子相同的 $\frac{f_2}{f_1} \sim 10^{-3}$ 的数量级)。因此, 我们建议在相同的动量交换(q)之下比较电子和 μ 介子在质子上的散射, 也许可以找出电子的非电磁的磁矩或者给出反常磁矩的上限。按照重正化理论, 如前所述, 电子反常磁矩在这样的能量范围内并不存在。

如果实验将证实包含 f_2 的项给出了重要的贡献, 那么, 很显然, Hofstadter 对核子形状因子所作的分析就应当重新进行了。

下面我们将看到, 如果作极化粒子的实验, 则 f_2 所提供的贡献会更重要。因为在那里 $\frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1}$ 类型的项将为 $\frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1}$ 的项所代替。或许这对检验 μ 介子的结构会有更多帮助。

II.

我们分别用 ζ_1^0, ζ_2^0 和 Z_1^0, Z_2^0 表示 μ 介子(或电子)和核子的始末态极化矢量。再引入四维极化矢量 $\zeta_1, \zeta_2, Z_1, Z_2$, 它们与极化矢量 ζ_1^0 等的关系如下:

$$\zeta = \zeta_1^0 + \frac{c}{m} \zeta_1^0, \quad \zeta_0 = \frac{1}{m} \mathbf{p} \cdot \zeta_1^0. \quad (6)$$

令 $\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{p}_1}{|\mathbf{p}_1|}$, $\mathbf{e}_2 = \frac{[\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2]}{[|\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2|]}$, $\mathbf{e}_3 = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2]$, 于是可以找到 5 个不变量, 它们在实验室系统中写为

$$\begin{aligned} \zeta_1 \cdot Z_1 &= \frac{e_1}{m} (\zeta_1^0 \cdot \mathbf{e}_1)(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{Z}_1^0) + (\zeta_1^0 \cdot \mathbf{e}_2)(\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{Z}_1^0) + (\zeta_1^0 \cdot \mathbf{e}_3)(\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{Z}_1^0), \\ \zeta_1 \cdot q &= \frac{1}{2m} [(e_2 |\mathbf{p}_1| - e_1 |\mathbf{p}_2| \cos \theta)(\zeta_1^0 \cdot \mathbf{e}_1) + m |\mathbf{p}_2| \sin \theta (\zeta_1^0 \cdot \mathbf{e}_3)], \\ \zeta_1 \cdot K &= \zeta_1 \cdot q - \frac{M}{m} |\mathbf{p}_1| (\zeta_1^0 \cdot \mathbf{e}_1), \\ q \cdot Z_1 &= \frac{1}{2} [(|\mathbf{p}_1| - |\mathbf{p}_2| \cos \theta)(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{Z}_1^0) + |\mathbf{p}_2| \sin \theta (\mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{Z}_1^0)], \\ k \cdot Z_1 &= |\mathbf{p}_1| (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{Z}_1^0) - q \cdot Z_1. \end{aligned} \quad (7)$$

借助于这些不变量, 用寻常的办法计算可得:

1) 极化 μ 介子(电子)在极化质子靶上散射的微分截面:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_0 (1 + \mathcal{P}), \\ \mathcal{P} &= 2mM\mathcal{M}^{-2} \left(1 + \frac{F_2}{F_1} \right) \left\{ \left(1 - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} \right) \left(1 - \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2}{F_1} \right) [(\zeta_1 \cdot q)(q \cdot Z_1) - \right. \\ &\quad \left. - (\zeta_1 \cdot Z_1)q^2] + \left(1 - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} \right) \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2}{F_1} (\zeta_1 \cdot K)(q \cdot Z_1) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} \left(1 - \frac{q^2}{m^2} \frac{F_2}{F_1} \right) (\zeta_1 \cdot q)(k \cdot Z_1) - \right. \end{aligned}$$

$$-\frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2}{F_1} (\zeta_1 \cdot q)(q \cdot Z_1) \frac{Mv}{q^2} \Big\}. \quad (8)$$

2) 极化 μ 介子(电子)束在非极化靶上散射后反冲质子发生的极化:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_2^0 = 2mM \mathcal{U}^{-2} & \left(1 + \frac{F_2}{F_1}\right) \left\{ \left(1 - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1}\right) \left(1 - \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2}{F_1}\right) [(\zeta_1 \cdot q) \mathbf{I}_q - q' \mathbf{I}_{s_1}] - \right. \\ & - \left(1 - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1}\right) \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2}{F_1} (\zeta_1 \cdot K) \mathbf{I}_q - \left(1 - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_1}{f_2}\right) \frac{q^2}{M^2} (\zeta_1 \cdot K) (\mathbf{I}_K + \mathbf{I}_q) - \\ & - \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} \left(1 - \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2}{F_1}\right) (\zeta_1 \cdot q) \mathbf{I}_k + \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} (\zeta_1 \cdot q) \frac{v}{M} \mathbf{I}_K + \\ & \left. + \frac{q^2}{m^2} \frac{f_2}{f_1} \left(1 + \frac{F_2}{F_1}\right) (\zeta_1 \cdot q) \frac{v}{M} \mathbf{I}_q \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

这里

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{s} - \frac{\mathbf{P}_2}{E_2 + M} s_0, \quad s = q, \zeta_1, K, k. \quad (10)$$

在实验室系统中

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_q &= \frac{M}{2M + \varepsilon_1 - \varepsilon_2} (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \\ \mathbf{I}_{\zeta_1} &= \zeta_{1,1}^0 + \frac{\varepsilon_1}{m} \zeta_{1,1}^0 - \frac{1}{2M + \varepsilon_1 - \varepsilon_2} \frac{\mathbf{p}_1 \zeta_1^0}{m} (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2), \\ \mathbf{I}_K &= 0, \\ \mathbf{I}_k &= \frac{1}{2M + \varepsilon_1 - \varepsilon_2} [(M - \varepsilon_2) \mathbf{p}_1 + (M + \varepsilon_1) \mathbf{p}_2]. \end{aligned} \quad (11)$$

3) 极化 μ 介子(电子)束在非极化靶上散射后 μ 介子(电子)发生的极化:

$$\begin{aligned} \zeta_1^0 = \mathcal{U}^{-2} & \left\{ \left(1 + \frac{F_2}{F_1}\right)^2 q^2 [(\zeta_1 \cdot q)(\mathbf{I}_k - \mathbf{I}_q) - m^2 \mathbf{I}_{\zeta_1}] + \right. \\ & + \left(1 + \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2^2}{F_1^2}\right) [(M^2 v^2 - M^2 q^2 - q^4) \mathbf{I}_{\zeta_1} + \\ & + ((\zeta_1 \cdot K) Mv + (M^2 + q^2)(\zeta_1 \cdot q)) \mathbf{I}_q - \\ & - (Mv(\zeta_1 \cdot q) + q^2(\zeta_1 \cdot K)) \mathbf{I}_K] + \\ & + \frac{f_2}{f_1} \left(1 + \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2^2}{F_1^2}\right) \frac{Mv}{m^2} [m^2(\zeta_1 \cdot q) \mathbf{I}_K - 2m^2 Mv \mathbf{I}_{\zeta_1} + \\ & + ((\zeta_1 \cdot q) Mv + q^2(\zeta_1 \cdot K)) \mathbf{I}_k - (Mv(\zeta_1 \cdot q) + \\ & + (m^2 + q^2)(\zeta_1 \cdot K)) \mathbf{I}_q] + 2 \frac{f_2}{f_1} \left[\left(1 - \frac{q^2}{2m^2} \frac{f_2}{f_1}\right) \left(1 + \frac{F_2}{F_1}\right) q^2 + \right. \\ & \left. + \frac{f_2}{f_1} \left(1 + \frac{q^2}{M^2} \frac{F_2^2}{F_1^2}\right) \frac{M^2 v^2}{2m^2} \right] [(m^2 + q^2) \mathbf{I}_{\zeta_1} - (\zeta_1 \cdot q) \mathbf{I}_k] \Big\}, \end{aligned} \quad (12)$$

这里

$$\mathbf{I}_s = 2 \left(\mathbf{s} - \frac{\mathbf{p}_1}{\varepsilon_1 + m} s_0 \right), \quad s = q, \zeta_1, K, k. \quad (13)$$

在实验室系统中

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_q &= \left(\mathbf{p}_1 - \frac{\epsilon_1 + m}{\epsilon_2 + m} \mathbf{p}_2 \right), \\
\mathbf{I}_\zeta &= \zeta_{1,\perp}^0 + \frac{\epsilon_1}{m} \zeta_{1,\parallel}^0 - \frac{1}{\epsilon_2 + m} \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \zeta_1^0}{m} \mathbf{p}_2, \\
\mathbf{I}_k &= \mathbf{p}_1 - \frac{2M + \epsilon_1 + m}{\epsilon_2 + m} \mathbf{p}_2, \\
\mathbf{I}_k &= \mathbf{p}_1 - \frac{\epsilon_1 - m}{\epsilon_2 + m} \mathbf{p}_2.
\end{aligned} \tag{14}$$

上面得到的每个式子中包含了 $\frac{q^1 f_2}{m^2 f_1}$ 类型的项。按照电动力学,它等于 $\frac{\alpha}{4\pi} \ln \frac{+q^1}{m^2}$ 。对 600 兆电子伏能量的电子和 100 亿电子伏能量的 μ 介子,其贡献约为 1% 的数量级。我们知道, μ 介子的反常磁矩不完全符合于量子电动力学的理论结果^[5]。如果这个异于理论值的磁矩不随 q^2 的增加而减小,那么,它在数量级为 500 亿电子伏的能量区域就将会起重要作用。

我们计算的第 3) 过程,对实验家们似乎最有兴趣。因此我们给出末态 μ 介子垂直于其入射方向的横极化。略去 f_2 的项,写在实验室坐标系里是

$$\begin{aligned}
\zeta_{2,\perp}^0 &= \mathcal{H}^{-2} \left\{ M \epsilon_1 - \frac{\epsilon_1^2 - m^2}{2} \left[1 + \frac{2F_2}{F_1} \frac{\epsilon_1}{M + \epsilon_1} + \frac{1}{2} \frac{F_2^2}{F_1^2} \frac{\epsilon_1^2 - m^2}{(M + \epsilon_1)^2} \right] \right\} \times \\
&\times M m \zeta_{1,\parallel}^0 \mathbf{e}_1.
\end{aligned} \tag{15}$$

从(15)式容易看到,核子形状因子的修改依赖于入射 μ 介子的能量,在某些情况下能达到 $\sim 10\%$ 。

参 考 文 献

- [1] Д. Н. Блохинцев, В. С. Барашенков, Б. М. Барабашов У. Ф. Н. **68**, (1959), 417.
- [2] R. Holstadter, *Annual Review of Nuclear Science*, **7** (1957).
- [3] 周光召,物理学报, **15** (1959), 269.
- [4] А. И. Алексер, Л. Н. Розенвейг, И. М. Шмушкевич, ЖЭТФ. **33**, (1957), 765.