

电子感应加速器平衡轨道半径测量 原理和测量仪器*

阿那尼也夫 (Л. М. Ананьев),
哥尔布诺夫 (В. И. Горбунов), 陈 申

提 要

由于电磁铁磁片尺寸在加工过程中有不可避免的误差,在加速器按装时,磁极磁极、中心垫片等元件相对尺寸也不能保证和设计值完全一样,因而使得平衡轨道半径和设计值常常相差几个厘米,再由铁心饱和程度不同,平衡轨道半径亦有不同的变化,因此如果不进行测量和校正,往往得不到应有的 γ 射线强度。

平衡轨道半径测量仪器是专门设计的,不同的测量方法应用了不同的原理,目前世界上采用的测量方法很多,本文将叙述主要的三种常用测量仪器的工作原理,仪器的设计方法和给出某些实验结果。

一、最小电场强度法

在电子加速器加速气隙的中心平面上(如图 1 所示,为 $z = 0$ 的平面),由于有交变磁通的存在,因此在不同半径的圆周上就要产生感应电场,在半径为 r 的圆上电场强度为

$$E = \frac{U}{2\pi r}, \quad (1)$$

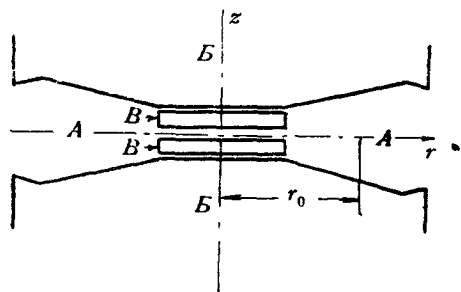


图 1 电子加速器结构示意图

A. 加速缝, B. 磁极,
B. 中心垫片, r_0 平衡轨道半径。

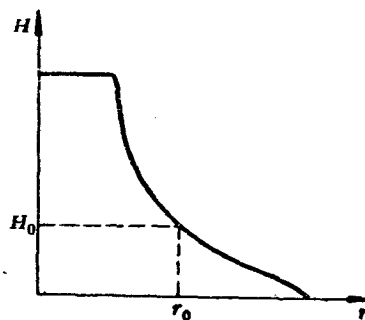


图 2 极间中心面上磁场强度 H
和半径 r 的关系曲线

U ——感应电动势(伏), r ——半径(厘米), E ——感应电场强度(伏/厘米)。由于电子加速器的磁场分布具有特殊形式(如图 2 所示),因而在平衡轨道半径 r_0 上有最小电场强

* 1961 年 4 月 26 日收到。

度存在。

現在讓我們證明在平衡軌道上有最小電場強度存在的必然性。把電勢 E 用磁通表示,則得

$$E = \frac{\omega\phi_M}{2\pi r} \cdot 10^{-8} \text{ (伏/厘米)}, \quad (2)$$

其中 ω 為磁通交變角頻率, ϕ_M 為中心面上半徑為 r 圓周內在 z 方向交變磁通的峯值(馬克斯韋)。

假定在平衡軌道 r_0 附近,磁場強度 H 是按對數梯度 n 分布,則在任意半徑 r 上,磁場強度峯值 H 可用下式表示:

$$H = H_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^n \quad \text{(奧斯特)} \quad (3)$$

H_0 ——為平衡軌道半徑 r_0 上的場強度峯值。在平衡軌道內磁通的峯值為

$$\phi_0 = \pi r_0^2 \bar{H}_0 \quad \text{(馬克斯韋)} \quad (4)$$

其中 \bar{H}_0 ——為平衡軌道內磁場強度峯值的平均值。由電子加速器的 2:1 條件:

$$\bar{H}_0 = 2H_0, \quad (5)$$

因此:

$$\phi_0 = 2\pi H_0 r_0^2.$$

在半徑為 r 的圓周內磁通峯值為:

$$\phi_M = \phi_0 + \int_{r_0}^r 2\pi r \cdot H \cdot dr, \quad (6)$$

將(3)式代入(6)式並積分後得^[1]

$$\phi_M = \frac{2\pi r_0^2 H_0}{2-n} [r^{2-n} + (1-n)r_0^{2-n}], \quad (7)$$

將(7)式代入(2)式則得:

$$E \equiv K \left[r^{1-n} + (1-n)r_0^{2-n} \frac{1}{r} \right], \quad (8)$$

其中

$$K = \frac{\omega r_0^2 H_0}{2-n} \cdot 10^{-8} = \text{常數}, \quad (9)$$

由式(8)得到電場強度 E 和半徑的關係常數如圖 3 所示。

為了求極值,令

$$\frac{\partial E}{\partial r} = K \left[(1-n) \frac{1}{r^n} - (1-n) \frac{r_0^{2-n}}{r^2} \right] = 0, \quad (10)$$

圖 3 極間中心面上不同半徑的圓周上感應電場強度隨半徑的分布曲線

即在 $r = r_0$ 處 E 有極值,而電子加速器中 $K > 1$, $0 < n < 1$, 故

$$\left(\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} \right)_{r=r_0} = K \left[\frac{(2-n)(1-n)}{r_0^{n+1}} \right] > 0, \quad (11)$$

故在 r_0 處電場強度 E 有最小值。

利用這個原理來設計測量儀器還需解決二個技術問題。

(1) 为了能直接讀出 E 的相对值，当我们設計测量电势 E 的綫圈时不是用一匝而用多匝，这时(1)式变为

$$E_x = \frac{U_x}{2\pi r_x W_x}, \quad (12)$$

W_x ——测量綫圈匝数，令

$$r_x W_x = \text{常数} \quad (13)$$

这时 E_x 和 U_x 成正比，可用电压表量出 U_x 来代替， E_x 不必用(1)式去計算了。

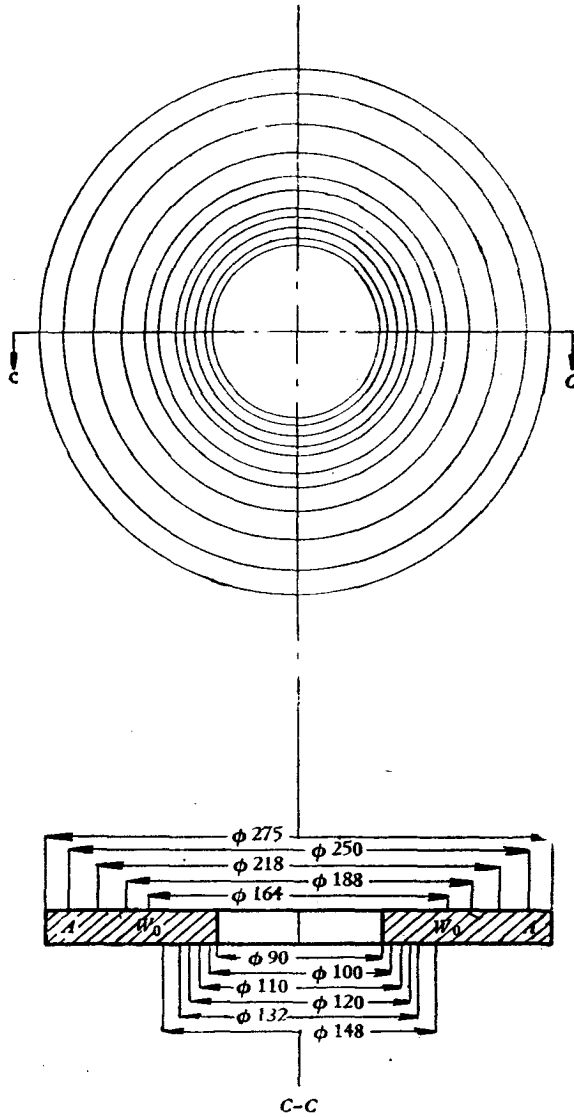


图 4(a) 用最小电場强度测 r_0 测量盘結構图

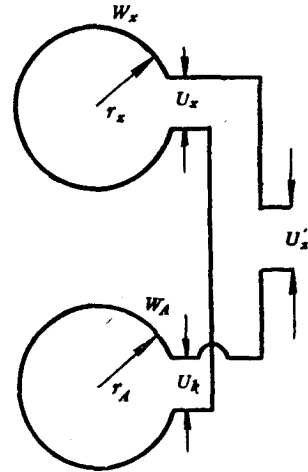


图 4(b) 用最小电势法测量 r_0 的测量电路图

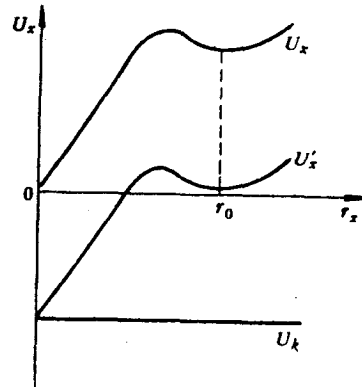


图 5 加补偿綫组 A-A 后电压 U'_x 随半径 r_x 的分布曲线

为此就需要制造一个在不同半径 r_x 上繞有 W_x 匝的测量盘。一般 W_x 是取为整数的，而 r_x 取为零数。

对 5 百万电子伏特电子加速器可这样来设计:

$$r_0 = 8.2 \text{ 厘米} \quad \text{如取 } W_{r_0} = 40 \text{ 匝}$$

则

$$r_0 W_0 = r_x W_x = 328.$$

W_x [匝]	65	60	55	50	45	40	35	30
r_x [厘米]	5.0	5.5	6.0	6.6	7.4	8.2	9.4	10.9

测量盘设计结果如图 4 所示.

(2) 为了提高测量的灵敏度,我们常常要把 $U_x = f(r_x)$ 在 r_0 附近的曲线突出起来,常常在测量盘上 $A-A$ 槽内加一补偿绕组,产生一个补偿电压 U_k , 它的方向和 U_x 相反,结果如图 5 所示,

$$U'_x = U_x - U_k. \quad (14)$$

只是这样并不能避免由较平坦曲线 AB 上准确的定出 r_0 值的困难,为此我们应设法使 U'_x 放大,如图 6 所示,把 U'_x 变为 U''_x . 要做到这一点,就可以使 aB 变为 $a'B'$, 由曲率小变为曲率大,因而就容易比较准确地定出 U_x 的最低点,即可定出 r_0 , 通常采用的方法是加多 W_x 数目,因而由(12)式 W_x 加多 U_x 就大,由(14)式 U'_x 就放大了变为 U''_x . 因此 W_x 越大,测量准确度越高.

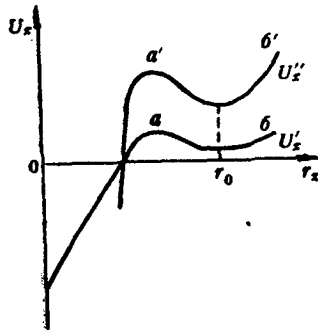


图 6 将 U'_x 放大后的电压 U''_x 随半径 r_x 的分布曲线

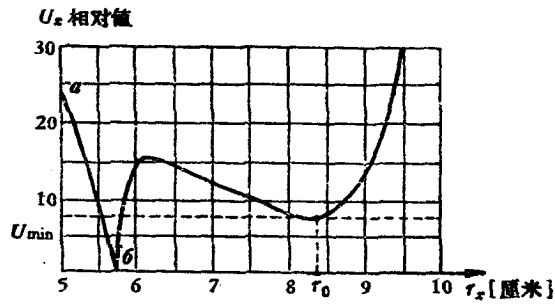


图 7 5 兆电子伏特电子加速器用最小电场强度法测量 r_0 的实验结果

但是 W_x 越大,制造测量线圈的困难越大,而且制造的误差亦越大,故一般经验是使 $U_x = 100 \sim 200$ 伏较合适,即可满足 r_0 测量准确度的要求,又便于仪器的制造.

图 7 给出用最小电势法在 5 百万电子伏特电子加速器上测量 r_0 的实验结果. 因为将电势抵消了一部分,原来用几十伏电压表,现在可用 3 伏的电压表测量就可以了. 原来 $U_x = f(r_x)$ 在 r_0 附近曲线比较平坦, r_0 位置不易确定,现在 r_0 位置就非常明显了.

另外在曲线的 ab 部分应该是负值,但因为用交流电压表测量只能表明电压的有效值,不能区别正交流电压或负交流电压;因之 ab 处虽然为负电压,但读数仍然为正的. 由曲线得知在 U_{\min} 处 $r = r_0 = 8.4$ 厘米,而设计值 $r_0 = 8.2$ 厘米,相差不多.

二、图解法

图解法是利用已测量之中心面上 $H_z(r)$ 曲线,通过作图求出 r_0 大小的方法.

假定 $H_z(r)$ 曲线已知, 如图 8 所示. 在不同半径内中心面上的平均磁场强度的一半可用下式表示:

$$\frac{1}{2} \bar{H}_z(r) = \frac{1}{2} \frac{1}{\pi r^2} \int_0^r 2\pi r H_z dr = \frac{1}{r^2} \int_0^r H_z r dr \quad (15)$$

由图 9 知积分 $\int_0^r H_z r dr$ 可以用曲线 $H_z r(r)$ 的面积 S 来表示, 因此

$$\frac{1}{2} \bar{H}_z = \frac{S}{r^2}, \quad (16)$$

将 $\frac{1}{2} \bar{H}_z(r)$ 曲线画在图 8 上以后, 根据 2:1 条件, 在平衡轨道上应有下列关系:

$$\frac{1}{2} \bar{H}_z(r_0) = H_z(r_0).$$

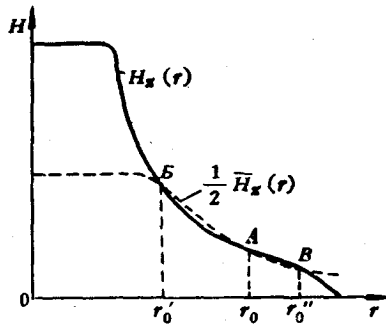


图 8 中心面上 $H_z(r)$ 和 $\frac{1}{2} \bar{H}_z(r)$ 曲线

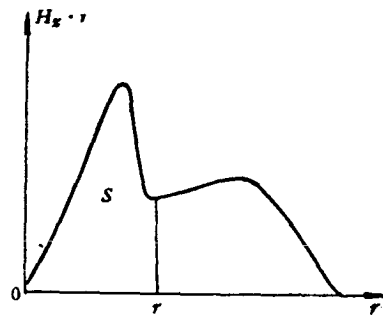


图 9 中心面上 $H_z(r)r$ 的曲线

但是, 在图 8 上满足 2:1 条件的一共有三点: A, B 和 B'. 其中只有 A 点是稳定点. 因而可以根据 A 点来确定平衡轨道半径 r_0 值.

为了证明 B 和 B' 点是不稳定点, 下面进行一些数学上的演算.

电子在感应电场和交变磁场中运动受有劳伦兹力的作用. 它的大小为:

$$\mathbf{F} = e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}] \right) \quad (17)$$

其中 \mathbf{E} ——电场强度; e ——电子电荷; c ——光速; \mathbf{v} ——电子速度

在圆柱坐标 (r, θ, z) 中, 电子在辐角方向受到的力矩为^[2]:

$$F_\theta = \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\theta}) = -er \left\{ E_\theta + \frac{1}{c} (zH_r - rH_z) \right\}, \quad (18)$$

其中

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt}; \quad \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}; \quad \dot{z} = \frac{dz}{dt}.$$

下面将 E_θ , H_z 和 H_r 都化成用 \bar{H}_z 表示式, 以便积分. 由电磁感应定律:

$$E_\theta = -\frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{2\pi r c} \cdot \pi r^2 \frac{d\bar{H}_z}{dt}$$

这里 Φ 为半径为 r 的圆形轨道内中心面上的磁通量. 所以

$$E_\theta = -\frac{r}{2c} \frac{d\bar{H}_z}{dt} \quad (19)$$

因为

$$\begin{aligned} \pi r^2 \bar{H}_z &= 2\pi \int_0^r r H_z dr, \\ \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \bar{H}_z) &= 2 \frac{\partial}{\partial r} \int_0^r r H_z dr, \\ 2\bar{H}_z + r \frac{\partial}{\partial r} (\bar{H}_z) &= 2H_z, \end{aligned}$$

所以

$$H_z = \bar{H}_z + \frac{r}{2} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial r}. \quad (20)$$

因为磁通量是闭合的:

$$\text{div} \mathbf{H} = 0,$$

即

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0,$$

在轴对称的磁场中:

$$\frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} = 0,$$

所以

$$H_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial H_z}{\partial z}, \quad (21)$$

因此由(17),(18),(19)和(20)式可得到

$$\frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\theta}) = r \frac{e}{c} \left[\frac{r}{2} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial t} + z \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial z} \cdot \frac{r}{2} + i \left(\bar{H}_z + \frac{r}{2} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial r} \right) \right]. \quad (22)$$

积分(22)式,即得

$$mr^2 \dot{\theta} = \frac{e}{2c} r^2 \bar{H}_z + K,$$

K 为积分常数:

$$K = mr v_\theta - \frac{e}{2c} r^2 \bar{H}_z,$$

$mr v_\theta$ 为电子在磁场中半径为 r 的圆上以切向速度为 v_θ 运动所需的动量矩, $\frac{e}{2c} r^2 \bar{H}_z$ 为电子在交变磁场中运动时获得的动量矩.

当 $K = 0$ 时,电子运动时所必需动量矩和磁场的动量矩相等,这时电子就沿着瞬时恒定半径的圆周运动.相反,当 $K > 0$ 时,电子轨道半径要变小,而 $K < 0$ 时电子轨道半径要变大.

由上式得电子速度公式为:

$$v_\theta = \frac{e}{mc} \left[\frac{\frac{r^2 \bar{H}_z}{2} + D}{r} \right]$$

其中 $D = K \cdot \frac{c}{e} = \text{常数}$ 。由此电子具有的动能为^[3]

$$V_m = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{e^2}{2mc^2} \left[\frac{r^2 \bar{H}_z}{2} + D \right]^2. \quad (23)$$

下面将利用(23)式来分析 A , B 和 B' 之不同半径 r_0 , r'_0 和 r''_0 那一个为平衡轨道半径。见图 8。

在我们讨论的情况下,如果是平衡轨道,则 $K = 0$, 即 $D = 0$, 将(23)式简化为:

$$V_m = \frac{e^2}{2mc^2} \left[\frac{r \bar{H}_z}{2} \right]^2.$$

电子如果在径向离开平衡轨道半径一个距离后,电子就受到一个径向振荡力作用,它的大小可用下式计算:

$$\begin{aligned} F_r &= -\frac{\partial V_m}{\partial r} = -\frac{e^2}{2mc^2} \cdot 2 \cdot \frac{r \bar{H}_z}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r \bar{H}_z}{2} \right] \\ &= -\frac{e^2}{2mc^2} \cdot r \cdot \bar{H}_z \left[\frac{\bar{H}_z}{2} + \frac{r}{2} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial r} \right], \end{aligned}$$

将(20)代入上式,即得

$$F_r = \frac{e^2}{2mc^2} r \bar{H}_z \left[\frac{\bar{H}_z}{2} - H_z \right] \quad (24)$$

式中 $\frac{e^2}{2mc^2} r \bar{H}_z$ 为正值,因而 F_r 的正负由 $\left(\frac{\bar{H}_z}{2} - H_z \right)$ 因子决定。

在图 8 中的 A 点,当 $r > r_0$ 时 $H_z > \frac{\bar{H}_z}{2}$, F_r 为负值,使电子轨道半径减小回到 r_0 轨道上来,当 $r < r_0$ 时 $H_z < \frac{\bar{H}_z}{2}$, F_r 为正值,使电子轨道半径加大回到 r_0 上,因此在 r_0 处电子可以有径向稳定性存在。

但是图 8 中的 B 点,当 $r > r'_0$ 时, $H_z < \frac{\bar{H}_z}{2}$, F_r 为正值,使电子轨道半径加大,当 $r < r'_0$ 时, $H_z > \frac{\bar{H}_z}{2}$, F_r 为负值,使电子轨道半径减少,因此在 r'_0 处电子没有径向稳定性存在,因而 r'_0 不是平衡轨道半径。同理, r''_0 亦不是平衡轨道半径。

这种方法测量 r_0 只需知道 $H_z(r)$ 曲线。测量此曲线可以采用外径为 10 毫米、高为 1 到 3 毫米、用细漆包线做成的小线圈进行测量,为了能够将中心部分磁场强度测出,则需将二个垫片中间的绝缘夹板开一个口,以便使测量线圈自由地在径向运动,如图 10 所示。

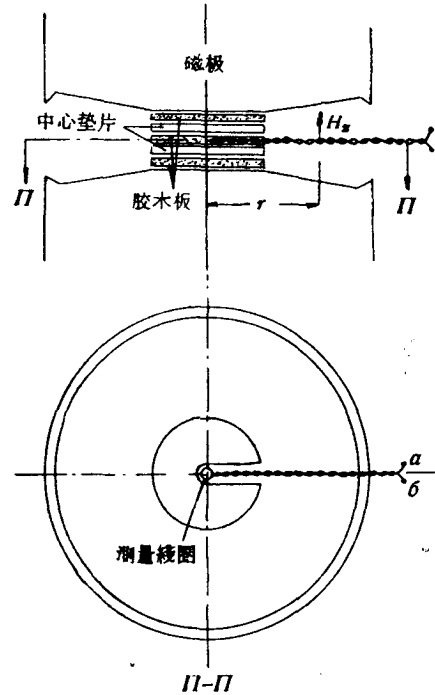


图 10 用作图法测量 r_0 的装置示意图,用测量线圈可以测量 $H_z(r)$ 曲线

将测量线圈二端 a 和 b 连到电子管交流毫伏表上, 可以用电压指示来表示磁场强度的相对值。因为电压:

$$U = 4.44 \mu_0 H_z S W \cdot 10^{-7} \text{ [伏]}, \quad (25)$$

式中 μ_0 ——空气导磁系数, f ——交变磁场频率[周/秒], S ——测量线圈的平均断面[厘米²], W ——测量线圈匝数。其中 μ_0 、 f 、 S 、 W 等都不伴随半径而改变。因此不同半径上 H_z 不同, 而 U 值亦不同。

$$U = K_1 H_z. \quad (26)$$

K_1 为常数。电压和磁场强度成正比, 故可以用电压 U 表示磁场强度 H_z 的相对值。

三、三线圈法

三线圈法是用三个不同半径的线圈 r_1 、 r_B 和 r_2 组成的测量的方法。电路图如图 11 所示。 r_B 为设计时平衡轨道半径, $r_1 = r_B - \frac{\Delta r}{2}$, $r_2 = r_B + \frac{\Delta r}{2}$ 。

这三个线圈铺设在有机玻璃盘的槽内, 测量时将此盘放在加速缝中, 这三个线圈所在平面处于磁场的中心平面上, 由于交变磁通在三个线圈上有感应电势存在, 可以用下述公式求出实际磁场中的平衡轨道半径 r_0 的大小。

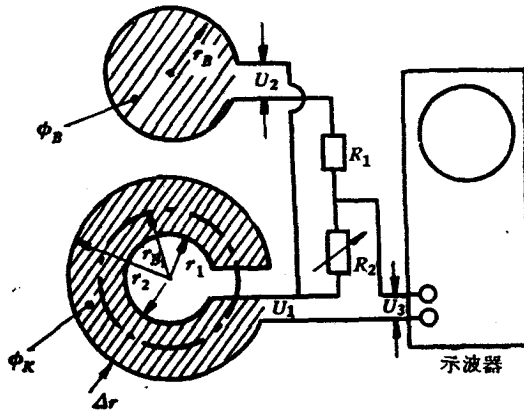


图 11 三线圈测量 r_0 方法电路图

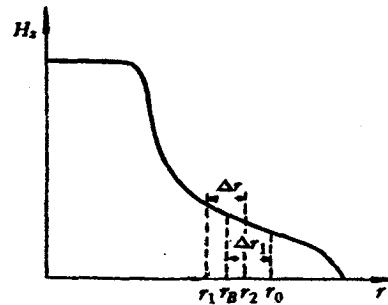


图 12 $H_z(r)$ 曲线图

由图 11 和 12, 假定 ϕ_B 为在半径为 r_B 的轨道内磁通峰值, ϕ_K 为在半径为 r_1 到 r_2 环形区域内磁通峰值。则在三线圈端电压可用下式求出:

$$U_1(\omega t) = 4.44 f \phi_K(\omega t) \cdot 10^{-7} \text{ [伏]} \propto \phi_K(\omega t), \quad (27)$$

$$U_2(\omega t) = 4.44 f \phi_B(\omega t) \cdot 10^{-7} \text{ [伏]} \propto \phi_B(\omega t). \quad (28)$$

由(7)式知:

$$\phi_B(\omega t) = \frac{2\pi r_0^n H_0(\omega t)}{2-n} [r_B^{2-n} + (1-n)r_0^{2-n}], \quad (29)$$

$$\phi_K(\omega t) \cong 2\pi r_B \cdot \Delta r \cdot H_B(\omega t).$$

将(3)式代入上式, 即得

$$\phi_K(\omega t) = 2\pi r_B^{1-n} r_0^n \Delta r \cdot H_0(\omega t). \quad (30)$$

由图 11 知:

$$U_1(\omega t) = U_2(\omega t) \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_3(\omega t) \quad (31)$$

由(27)、(28)、(29)式可得出

$$\phi_K(\omega t) = \phi_B(\omega t) \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_3(\omega t) \cdot K_2 \quad (32)$$

其中 K_2 为常数。将(29)和(30)式代入(32)式, 则得

$$\frac{2\pi r_0^n H_0(\omega t)}{2-n} [r_B^{2-n} + (1-n)r_0^{2-n}] = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) 2\pi r_B \cdot \Delta r H_0(\omega t) \left(\frac{r_0}{r_B}\right)^n + U_3(\omega t) \cdot K_3 \quad (33)$$

令 $r_0 = r_B + \Delta r_1$, 假定 $\Delta r_1 \ll r_B$, 略去 $\left(\frac{\Delta r_1}{r_B}\right)^2$ 及高次项; 则(33)式可简化为:

$$r_0(\omega t) = r_B + \frac{1}{1-n} \left[\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \Delta r - r_B \right] + \frac{U_3(\omega t)}{H_0(\omega t)} \cdot K_3 \quad (34)$$

由(34)式可以告诉我们下列事实:

电阻箱电阻 R_1 常为固定值, 如 10000 欧姆, R_2 是可调电阻箱的电阻, 为了计算 r_0 简便起见, Δr 通常取单位长度, 如 1 厘米。

当测量时调 R_2 使 $U_3(\omega t)$ 瞬时值在示波器上读数为 0, 示波图如图 13 所示。 R_2 调到不同值 $U_3(\omega t)$ 瞬时值为 0 的相位 φ 亦不同。用这种方法可以测出不同相位的 r_0 值。

为什么 r_0 会随时间而改变呢?

图 11 所示轨道磁场 $H_0(\omega t)$ 较中心磁场 $H_c(\omega t)$ 为小。中心部分的垫片内磁钢片要发生饱和现象。因而 $U_1(\omega t)$ 量出的波形是正弦的, 而 $U_2(\omega t) \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ 量出的波形是非正弦的, 两者相减 $U_3(\omega t)$ 亦是非正弦的, 而不能恒等于 0, 这一点在(31)式中 $\frac{U_1(\omega t)}{H_0(\omega t)}$ 这一项亦可看出这一点。 $H_0(\omega t)$ 和 $U_1(\omega t)$ 相应, 因为 $H_0(\omega t)$ 是正弦的, 因此 $U_1(\omega t)$ 亦是正弦的, 而 $U_3(\omega t)$ 则为非正弦的。调 R_2 只能使 $U_3(\omega t)$ 瞬时为 0, 而不能恒为 0。因之, r_0 是时间的函数。

由物理概念上看: 由于中心垫片饱和, 使得中心磁通相应增长得慢了, 就会使加速力减少, 因而使 r_0 减小。

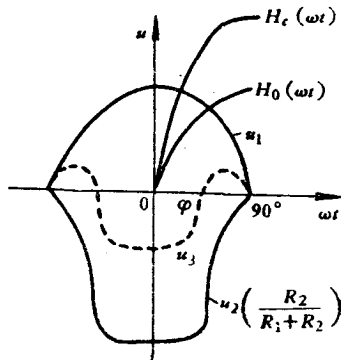


图 13 三线圈法测量 r_0 的示波图

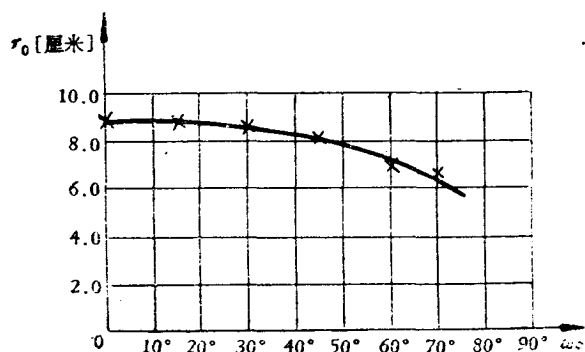


图 14 5 兆电子伏特电子加速器用三线圈法测量之 r_0 随时间相位变化曲线

图 14 为 5 百万电子伏特电子加速器平衡轨道随时间的变化曲线。在设计时平衡轨道半径为 8.2 厘米,而真空盒内壁外半径为 12.7 厘米,内半径为 5.55 厘米。平衡轨道在 $\omega t = 0$ 时为 $r_0 = 8.8$ 厘米,但 $\omega t = 84^\circ$ 时 $r_0 = 5.8$ 厘米。因此即使平衡轨道因中心砂钢片垫片饱和使平衡轨道缩小,但是还有一些电子可以不因此而碰壁损失,仍旧可以加速。但是如果使垫片不发生饱和现象,则可以维持 r_0 在真空盒的中心位置。这样一来就可以提高输出 γ 射线的强度。

四、小 结

以上三种方法在实际调整工作时可根据实际情况任选一种使用。它们的优缺点用下表加以比较:

表 1

	仪 器	优 点	缺 点
最小电场强度法	1. 测量盘 2. 交流电压表	作图求 r_0 比较方便	测量盘制造得很精确有困难
作 图 法	1. 小测量线圈 2. 交流电子管毫伏计	1. 测量结果精确 2. 调整参数改变时物理概念清楚 3. 仪器简单 4. 可以用在磁铁平面模型中	作图时间过长
三 线 圈 法	1. 电阻箱 2 个 2. 普通示波器一架	1. 由测量结果求 r_0 速度最快 2. 可测 r_0 随时间的变化曲线	1. 仪器贵 2. 当实际之 r_0 和设计值相差很大时公式误差较大

参 考 文 献

- [1] М. Ф. Филиппов, *Известия. ТПИ*, 87 (1957), 67.
 [2] J. A. Rajchman and W. H. Cherry, *Jour. Frankl. Inst.*, 243 (1947), 261.
 [3] Б. Н. Родимов, *Известия. ТПИ*, 87 (1957), 3.

ПРИНЦИПЫ И ПРИБОРЫ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИУСА РАВНОВЕСНОЙ ОРБИТЫ В БЕТАТРОНЕ

Л. М. Ананьев, В. И. Горбунов, Чэн Шэнь

Резюме

Из-за неизбежных погрешностей в изготовлении электромагнита и монтажа полюса действительный радиус равновесной орбиты часто отличается от расчетного на несколько сантиметров. Равновесная орбита изменяется также в зависимости от степени насыщения сердечника. Без соответствующего измерения и корректировки в обычном случае не удастся получить рассчитанную интенсивность γ -лучей.

В настоящее время существуют разные методы, основанные на разных принципах. В данной работе описаны принципы и методы проектирования измерительных приборов и даны экспериментальные данные.