

綫形天綫陣輻射图形中旁瓣的減小*

任 朗 卢明仔

摘 要

为了减小綫形天綫陣輻射图形中的旁瓣, 本文前一作者提出了与輻射图形中零点相对应的复量多項式的根在复数面中单位圆上的一个分布函数。这个分布函数是

$$\psi_k = \frac{2Bl}{1-n} \left\{ 1 + \xi k^{1-\frac{1}{\ln(n-2)}} \right\},$$

它包含了謝昆諾夫的均匀分布 ($\xi = 1$); 因此, 謝昆諾夫的分布可以看成是我們的分布的一个特例。

計算結果証明, 应用我們的分布函数, 对于不均匀綫形天綫陣的輻射图形将有較好的控制, 尤其对于减小主瓣附近的旁瓣有利。这样作会使远离主瓣的旁瓣变大一些, 但后一情况可以用本文前一作者所提出的移动最末一个零点的位置加以改善。

一、引 言

在設計方向性天綫时, 高增益和小旁瓣是两个主要目标。但是, 在某些重要应用中, 例如在雷达設备中, 旁瓣的压低, 尤其压低靠近主瓣的旁瓣更重要。这是因为在最大的旁瓣方向的近距离目标 (一般來說, 最靠近主瓣的旁瓣是最大) 会与在主瓣方向的远距离目标混淆起来。謝昆諾夫^[1]利用綫形天綫陣輻射图形中的零点与复量多項式在复数面中单位圓上的根的对应性, 来增加天綫陣的增益和减小其輻射图形中的旁瓣。他提出将多項式的根均匀地分布在单位圓的适当范围内, 对于单元間距离小于二分之一波长的天綫陣來說, 总能得到比均匀陣較大的增益, 并同时減小了旁瓣。为了进一步减小旁瓣, 尤其主瓣附近的旁瓣, 作者提出一个分布函数, 这个函数包含了謝昆諾夫的分布。

一个由彼此間距离为 l 的 n 个均匀輻射源所組成的綫形天綫陣, 在与源綫成 θ 角的方向 (图 1) 的場强幅度可以表示为

$$E = \left| \sum_{k=1}^{n-1} a_k z^k \right| \quad (1)$$

其中

$$z = e^{j\psi}, \quad \psi = \beta l \cos \theta - \vartheta, \quad a_k = e^{j\vartheta_k},$$

而 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_{n-1} = 1$ 是陣中各单元的相对振幅; ϑ 是从左到右逐个的相位滞后; $\vartheta_0, \vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_{n-1} = 0$ 代表上述各个相位滞后的相位偏移; $\beta = 2\pi/\lambda$ 是相位常数, 其中 λ 是波长。

* 1961年7月25日收到。

因为 ψ 永为实数, 而且 $|z|$ 永等于 1, 则 z 本身永远落在复数面中的一个单位圆上. 当 θ 在 0° 和 180° 之間变化时, ψ 的变化范围将是 $\bar{\psi} = 2\beta l$. 当 θ 从 0° 变到 180° 时, z 沿着順时針方向移动. 对于 ψ 的范围, 将有三种情况: (1) 当 $l = \lambda/2$ 时, $\bar{\psi} = 2\pi$, 这时将有一对一的关系, 就是说, 单位圆上每一点与一个以源綫为軸的圓錐面相对应; (2) 当 $l < \lambda/2$ 时, $\bar{\psi} < 2\pi$, z 只在单位圆的一个弧上移动, 这时也有一对一的关系; (3) 当 $l > \lambda/2$ 时, $\bar{\psi} > 2\pi$, 这时 z 的路径将重迭起来, 这种圓称为黎曼圓 (Riemann Circle), 因此, 圓上一点可能与几个圓錐面相对应, 但是一对一的关系仍然成立.

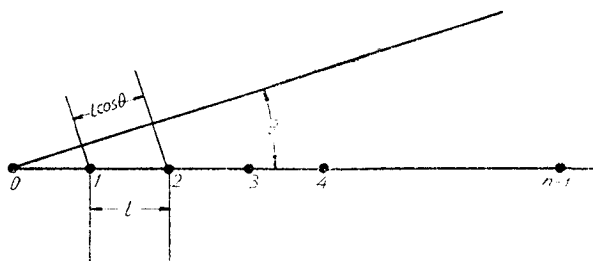


图 1

一个均匀天綫陣的輻射图形可以表示为

$$E = \left| \sum_{k=0}^{n-1} z^k \right| = \left| \frac{z^n - 1}{z - 1} \right| = |(z - t_1)(z - t_2) \cdots (z - t_{n-1})|. \quad (2)$$

这个天綫陣的零点与 1 的 n 个根相对应, 除掉 $z = 1$ 外; 于是

$$z^n - 1 = 0, \quad t_k = e^{-i \frac{2k\pi}{n}}, \quad k = 1, 2, 3, \cdots, n-1, \quad (3)$$

$$\psi_k = -\frac{2\pi k}{n}, \quad \theta_k = \cos^{-1} \left[\frac{\vartheta}{\beta l} - \frac{2\pi k}{n\beta l} \right].$$

从 (2) 式可以看出, 一个由 n 个单元所組成的綫形均匀天綫陣的空間因子, 等于 $n-1$ 个由两个单元所組成的陣的空間因子的相乘积. 它們的零点是在 E 的零点处: $t_1, t_2, t_3, \cdots, t_{n-1}$. 因此, 均匀綫形天綫陣的零点和其最大輻射方向所对应的点 ($z = 1$) 将单位圓分成等分. 如果 $\bar{\psi} \leq 2\pi$, 則对于 z 的范围内的每个零点都只与一个場强为零的圓錐面与之相对应.

以 $n = 6, \vartheta = \pi/2, l = \lambda/4$ 为例, 当零点均匀分布在整個圓上时 (即均匀陣的情况), 如图 2a 所示, 則相对場强就可以写成

$$\sqrt{\phi} = \frac{E}{E_m} = \frac{1}{6} |1 + z + z^2 + z^3 + z^4 + z^5| = \left| \frac{\sin 3\psi}{6 \sin \frac{\psi}{2}} \right|;$$

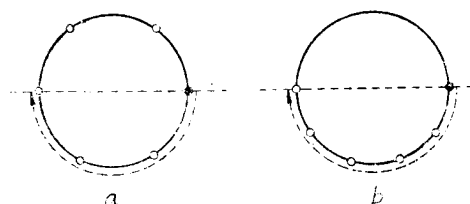


图 2

图 3 中的曲綫 A 代表这个輻射图形 (由于对称性只繪出輻射图形的一半). 謝昆諾夫提出

将这些零点都移到 $\bar{\psi} = \pi$ 的范围内并均匀分布之(图 2b), 则其辐射图形为

$$\begin{aligned}\sqrt{\bar{\phi}} = \frac{E}{E_m} &= \left| \frac{(z - e^{-j\frac{\pi}{5}})(z - e^{-j\frac{2\pi}{5}}) \cdots (z + 1)}{(1 - e^{-j\frac{\pi}{5}})(1 - e^{-j\frac{2\pi}{5}}) \cdots 2} \right| \\ &= \left| \frac{\sin\left(\frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{10}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2} + \frac{2\pi}{10}\right) \cdots \sin\left(\frac{\psi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\frac{\pi}{10} \sin\frac{2\pi}{10} \cdots \sin\frac{\pi}{2}} \right|.\end{aligned}$$

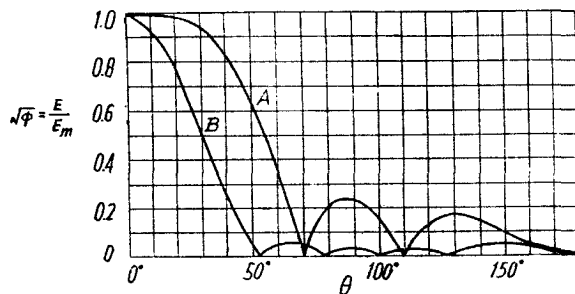


图 3

图 3 中曲线 B 代表这个辐射图形。从图 2 和图 3 很清楚地可以看出, 将零点移到 $\bar{\psi}$ 内并均匀分布之, 则第一个零点被移近最大辐射方向, 因而方向性就被增强了; 同时因为零点之间的距离被减小了, 从而旁瓣也随之减小。

二、新分布函数的提出

为了进一步压低靠近主瓣的旁瓣, 本文的第一作者提出了一个零点在单位圆上 ψ 的范围内的分布函数为

$$\psi_k = \frac{2\beta l}{1-n} \left\{ 1 + \xi k^{1 - \frac{1+\xi}{\ln(n-2)}} \right\}, \quad (4)$$

其中 $k = 0, 1, 2, \cdots, n-2$ 。这个新分布函数是基于下述原因提出的。为了包含谢昆诺夫分布, 并为了与他的结果作比较, 我们使第一个零点与他的第一个零点相重合, 从而使二者的方向性相近, 即令 $\psi_0 = -\frac{2\beta l}{n-1}$ 。为了自由选择第二个零点, 所以我们设

$$\psi_1 = -\frac{2\beta l}{n-1} - \xi \frac{2\beta l}{n-1} = -\frac{2\beta l}{n-1} (1 + \xi),$$

其中 ξ 是一个可以由设计者自由选择的参数, 以便对天线的辐射图形有较好的控制。然后, 再使其余的零点间的角距按指数型变化, 即令

$$\psi_k = -\frac{2\beta l}{n-1} (1 + \xi k^\eta), \quad (5)$$

其中常数 η 决定于 ψ 的范围, 即

$$-2\beta l = -\frac{2\beta l}{n-1} \{1 + \xi(n-2)^\eta\},$$

从而得

$$\eta = 1 - \frac{\ln \xi}{\ln (n-2)};$$

然后代入(5)式,最后得

$$\phi_k = \frac{2\beta l}{1-n} \left\{ 1 + \xi k^{1 - \frac{\ln \xi}{\ln (n-2)}} \right\}.$$

在这个新函数中, $k=0$ 与第一个零点相对应, $k=n-2$ 与最后的一个零点相对应. 如果选择 $\xi < 1$, 我們就可将主瓣附近的旁瓣压低, 而使远离主瓣的旁瓣变大一些. 但是我們可以用移动最末一个零点的位置的办法将后一情况加以改善. 如果选择 $\xi > 1$, 我們也可以将后瓣或远离主瓣的旁瓣压低, 而以抬高主瓣附近的旁瓣为代价. 如果选择 $\xi = 1$, 这正是謝昆諾夫的均匀分布. 因此, 利用我們的分布函数, 并适当地选择 ξ 的值, 我們可以对綫形天綫陣的輻射图形有較好的控制. 即使在 $\xi = 1$ 的情况下, 我們也可以用我們提出的移动最末一个零点的办法, 来减小謝昆諾夫天綫陣的后瓣.

举 $n=6$, $\vartheta = \pi/2$, $l = \lambda/4$ 为例, 选择 $\xi = 3/4$, 这是一个端射式綫形天綫陣. 应用我們的函数, 这个陣的輻射图形是

$$\begin{aligned} \sqrt{\phi} = \frac{E}{E_m} &= \left| \frac{(z - e^{-j\frac{\pi}{5}})(z - e^{-j\frac{3\pi}{10}}) \cdots (z - e^{-j\pi})}{(1 - e^{-j\frac{\pi}{5}})(1 - e^{-j\frac{3\pi}{10}}) \cdots (1 - e^{-j\pi})} \right| \\ &= \left| \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{10}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{3\pi}{20}\right) \cdots \sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\frac{\pi}{10} \sin\frac{3\pi}{20} \cdots \sin\frac{\pi}{2}} \right|. \end{aligned}$$

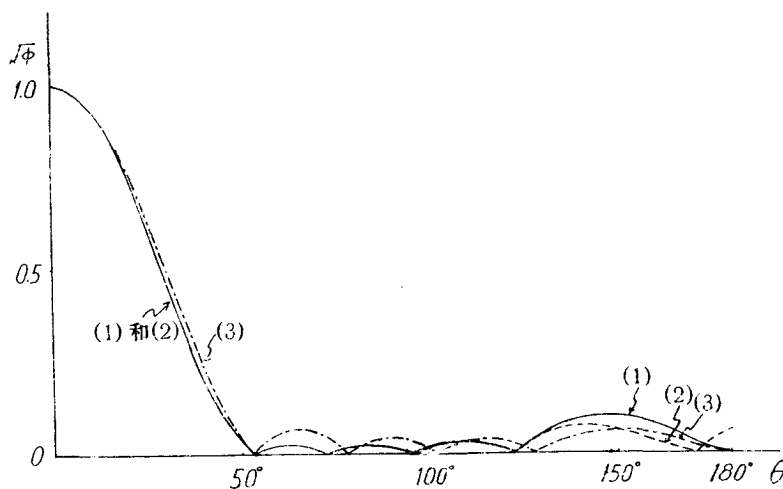


图 4

(1) ——单位圆上零点分布用我們的函数 (2) ——同(1)但将最末一零点移到 $\psi_{n-2} = -175^\circ$
(3) ----- 謝昆諾夫的曲綫

在(1)和(2)中, $l = \frac{\lambda}{4}$, $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, $\xi = \frac{3}{4}$, $n = 6$

在(3)中, $l = \frac{\lambda}{4}$, $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, $\xi = 1$, $n = 6$

这个图形繪在图 4 中(曲线 1)。为了减小最末一个旁瓣,我们将最末一个零点移到 $\psi_{n-2} = -175^\circ$ 处,这时辐射图形的公式将变为

$$\sqrt{\phi} = \frac{E}{E_m} = \left| \frac{(z - e^{-j\frac{\pi}{5}})(z - e^{-j\frac{3\pi}{10}}) \cdots (z - e^{-j\frac{175\pi}{180}})}{(1 - e^{-j\frac{\pi}{5}})(1 - e^{-j\frac{3\pi}{10}}) \cdots (1 - e^{-j\frac{175\pi}{180}})} \right|$$

$$= \left| \frac{\sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{10}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{3\pi}{20}\right) \cdots \sin\left(\frac{\phi}{2} + \frac{175\pi}{360}\right)}{\sin\frac{\pi}{10} \sin\frac{3\pi}{20} \cdots \sin\frac{175\pi}{360}} \right|.$$

这个辐射图形也繪在图 4 中(曲线 2)。为了作比較起見,謝昆諾夫的相应的曲线也繪在图 4 中(曲线 3)。

从图 4 我們很清楚地看到,应用我們的分布函数,靠近主瓣的旁瓣被压低了,它比謝昆諾夫的第一个旁瓣約低 6 分貝;而将最末一个零点移动后的最末一个旁瓣,只少許比謝昆諾夫的高一些。布劳赫^[2]指出謝昆諾夫天綫陣的增益約比最大增益 n^2 少 1。在綫形天綫陣的单元数 n 固定下,烏芷可夫^[3]証明了最大增益是 n^2 。对于 $n = 6$ 的綫形天綫陣来說,我們的分布所給出的增益約为 14 分貝(以每个单元为参考),因为我們的天綫陣的增益約与謝昆諾夫的相同。

与图 4 中曲线 2 相对应的电流分布,就是下式展开后的每項的系数:

$$(z - e^{-j\frac{\pi}{5}})(z - e^{-j\frac{3\pi}{10}}) \cdots (z - e^{-j\frac{175\pi}{180}}) = A_0 + A_1 z + \cdots + z^5.$$

由此式得到其中的 A 值如下:

$$A_0 = 0.857 + j0.515,$$

$$A_1 = 2.15 - j2.46,$$

$$A_2 = -3.29 - j4.49,$$

$$A_3 = 5.45 + j1.34,$$

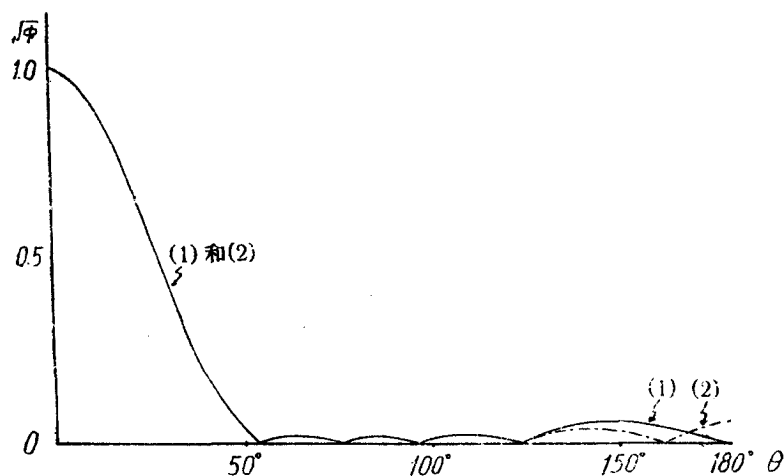


图 5

(1)—— 用我們的函数 (2)--- 同上但將最末零点移至 $\psi_{n-2} = -0.765$ 徑 $l = \lambda/8$,
 $\vartheta = \pi/4$, $\xi = 4/5$, $n = 6$

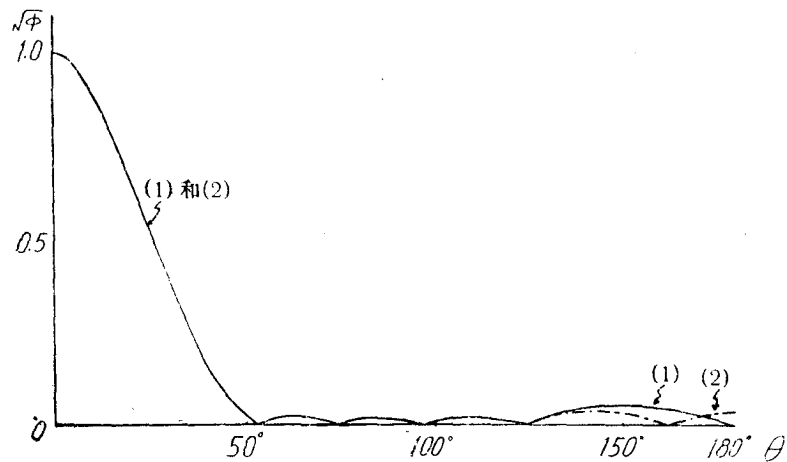


图 6

(1)—— 用我們的函数 (2)---- 同上但將最末一零点移到 $\psi_{n-2} = -0.766$ 徑
 $l = \lambda/16, \quad \vartheta = \pi/8, \quad \xi = 4/5, \quad n = 6$

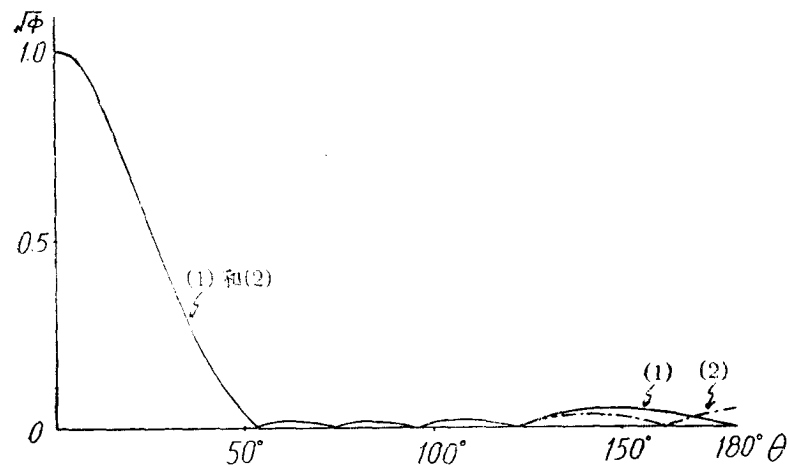


图 7

(1)—— 用我們的函数 (2)---- 同上但將最末零点移到 $\psi_{n-2} = -0.765$ 徑
 $l = \lambda/16, \quad \vartheta = \pi/8, \quad \xi = 3/4, \quad n = 6$

$$A_4 = 0.604 + j3.24,$$

$$A_5 = 1$$

对于 A 值的准确度或稳定度的要求并不高。这是因为它不象横射式超增益天线阵的主瓣，是靠着各 A 值相加而得的结果，只剩下 A 值的十几位数中的最后几位数那样。从单位圆也可以看出，当 A 值不准确时，只不过造成零点的位置不准确而已，因而只要 A 值准确到两三位数，零点的位置也就够准确的了。所以说，对端射式天线阵来说，实现以上的分布是可能的。果然，布劳赫^[2]用了类似的 A 值实现了他的超增益端射式天线阵。他的天线阵的 $n = 4$ ，每个单元都是半波振子，频率 $f = 75$ 兆赫， $l = 0.15\lambda$ ，他测量出的增益为 8.7 分贝（以每个单元为参考），而相应的均匀阵的增益只有 4.6 分贝，他测出的频带宽

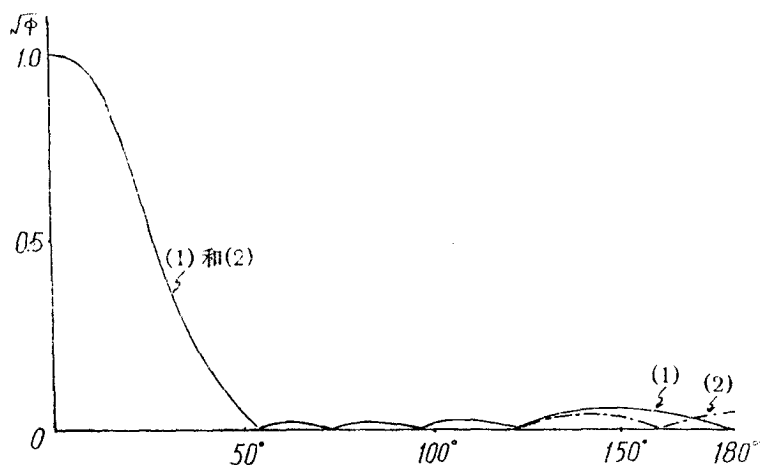


图 8

(1)—— 用我們的函数 (2)----- 同上但將最末零點移到 $\psi_{n-2} = -0.765$ 徑
 $l = \lambda/8, \vartheta = \pi/4, \xi = 3/4, n = 6$

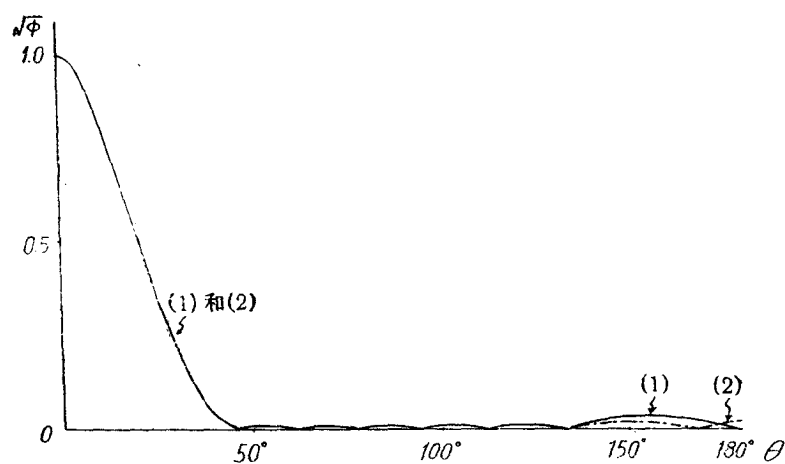


图 9

(1)—— 用我們的函数 (2)----- 同上但將最末零點移到 $\psi_{n-2} = 0.386$ 徑
 $l = \lambda/16, \vartheta = \pi/8, \xi = 4/5, n = 8$

度为 1.7 兆赫 (半功率点的), 效率为 95.2%。对于六个单元的綫形天綫陣來說, 我們的分布和謝昆諾夫的分布所給出的增益, 都是 16.5 分貝 (对均匀輻器而言), 而同样多振子的八木天綫的增益只有 9 分貝, 而且后者的体积比我們的天綫約大 1.6 倍。对旁瓣來說, 我們的天綫比謝昆諾夫的天綫約小 6 分貝, 而比八木天綫約小 15 分貝。

对于不同的 ξ 、 l 和 n , 我們計算和繪出了許多曲綫, 如图 5—9 所示。在每个輻射图形中, 一条是最末一个零點未移动之前的曲綫, 另一条則是最末一个零點移动了以后的曲綫。

三、結 語

(1) 利用我們的分布函数并选取 $\xi < 1$, 可使靠近主瓣的旁瓣降低, 其他各瓣将随着离开主瓣的角距而逐渐变大, 最后一个瓣可以用移动最末一个零点的位置的办法使之降低. 移动后的各旁瓣的高度仍依离开主瓣的角距而递升的. ξ 愈小, 这种情况愈显著. 如果选择 ξ 接近于 1 (例如 $\xi = 4/5$), 則除最末一个旁瓣外, 其余各旁瓣几乎都一样高 (图 6 和图 9).

(2) 利用我們的分布函数, 如选取 $\xi = 1$, 并适当地移动最末一个零点, 也可以改善謝昆諾夫的結果, 即使最末一个旁瓣降低.

(3) 利用我們的分布函数, 如选取 $\xi > 1$, 并适当地移动最末一个零点, 可以使后瓣降低而以抬高靠近主瓣的旁瓣为代价.

参 考 文 献

- [1] Schelkunoff, S. A. A Mathematical Theory of Linear Arrays, *B.S.T.J.* **22** (1943), 80—107.
- [2] A. Bloch, R. G. Medhurst and S. D. Pool, A New Approach to the Design of Superdirective Aerial Arrays, *P.I.R.E.* Part III, **100**, Sept. (1953), 303.
- [3] А. И. Узков, К вопросу об оптимальной конструкции направленных антенн, *ДАН СССР*, **53** (1946), № 1, 35.

THE SUPPRESSION OF SIDE-LOBES OF LINEAR ARRAYS

L. JEN, M. Y. LOO

ABSTRACT

The first writer suggests a distribution function for the roots of the complex polynomial corresponding to the nulls of the radiation pattern of a nonuniform array on the unit circle in a complex plane for the purpose of suppression of the side-lobes near the main beam of radiation.

This distribution function includes the uniform distribution suggested by Schelkunoff^[1] as a special case. Computed results show that by means of this distribution function, a better control of the radiation pattern of a nonuniform linear array can be achieved, especially for the purpose of suppression of the first few side-lobes near the main beam which is important in certain applications at the expense of increasing relatively far off side-lobes. However, the most far off side-lobe can be suitably reduced by the appropriate shifting of the last null.