

反铁磁体中电磁振荡的频散和衰减*

趙玉芝 冷忠昂

提 要

本文是考虑到电磁波的相对效应(位移电流起作用)和介质的交换效应,对反铁磁体中的电磁振荡的频散作了一定的讨论,并计算了频谱的偏振态。另外,考虑到介质中有阻尼存在,对耦合振荡的传播和衰减作了讨论,并粗略地估计了振荡的穿透深度的数量级。

引 言

反铁磁共振的研究近年来有了较大的发展^[1],特别是在毫米波和亚毫米波段内逐渐采用了反铁磁体制作微波元件^[2]之后,这方面的理论和应用就更加引人注目。在亚毫米波内,如用铁磁材料作元件,需要40000 oe的静磁场,一个微波元件携带这样大的电磁铁是非常不方便的。用反铁磁体就可以避免这个问题,因为其中有强大的内场存在,而外加静磁场仅仅起着频率调节的作用。

关于电磁波在铁磁介质中的频散与衰减,Гинцбург^[3,4]作了系统的讨论。我们采用类似的方法,考虑了交换效应和位移电流的作用,对电磁波在反铁磁体中的频散作了一定的讨论,并计算了振荡频谱的偏振态。另外,考虑到介质阻尼的影响,对振荡频谱的传播和衰减情况作了讨论,并粗略地估计了它们的穿透深度的数量级。

一、反铁磁体的张量磁导率

我们考虑的是可用一对次点阵来描绘其磁结构的反铁磁体,例如目前器件中采用的MnF₂便是这种情况。

在直流磁场 H 和微波场 h 的作用下,系统的哈密顿量是

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & 2|J| \sum_{i \neq j} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - (H + H_A)g\beta \sum_i S_i^x - (H - H_A)g\beta \sum_j S_j^x - \\ & - g\beta h_x \sum_{i,j} (S_i^x + S_j^x) - g\beta h_y \sum_{i,j} (S_i^y + S_j^y), \end{aligned} \quad (1.1)$$

其中 S_i, S_j 为两个次点阵的自旋算符, J 是交换积分, H_A 是各向异性场, h 是交变场振幅, β 是波尔磁子, g 是光谱分裂因子。这里我们忽略了介质表面的存在。

为了方便,我们令

$$\left. \begin{aligned} h^+ &= h^x + ih^y, \\ h^- &= h^x - ih^y, \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

* 1961年10月9日收到。

$$\begin{cases} S_i^+ = S_i^x + iS_i^y, \\ S_i^- = S_i^x - iS_i^y, \end{cases}$$

我們同样地定义 S_j^+ 和 S_j^- .

我們写出 S_i^+ 的运动方程:

$$i\hbar \frac{\partial S_i^+}{\partial t} = [S_i^+, \mathcal{H}], \quad (1.3)$$

并利用自旋算符的对易关系:

$$\begin{cases} [S_i^{\pm}, S_j^{\pm}] = \pm S_i^z \delta_{ij}, \\ [S_i^{\pm}, S_j^y] = iS_i^z \delta_{ij}, \\ [S_i^z, S_j^{\pm}] = \pm S_i^{\pm} \delta_{ij}, \end{cases} \quad (1.4)$$

作出关于 $S_i^{\pm}, S_j^{\pm}$ 的运动方程:

$$\begin{cases} i\hbar \dot{S}_i^+ = 2|J| \sum_j (S_i^z S_j^+ - S_j^+ S_i^z) + (H + H_A) g\beta S_i^+ - g\beta h^+ S_i^z, \\ i\hbar \dot{S}_i^- = 2|J| \sum_j (S_i^- S_j^z - S_j^z S_i^-) - (H + H_A) g\beta S_i^- + g\beta h^- S_i^z, \\ i\hbar \dot{S}_j^+ = 2|J| \sum_i (S_j^z S_i^+ - S_i^+ S_j^z) + (H - H_A) g\beta S_j^+ - g\beta h^+ S_j^z, \\ i\hbar \dot{S}_j^- = 2|J| \sum_i (S_j^- S_i^z - S_i^z S_j^-) - (H - H_A) g\beta S_j^- + g\beta h^- S_j^z. \end{cases} \quad (1.5)$$

介质表面的影响被略去不计, 自旋的变化有平面波的形式: $S_i^{\pm}, S_j^{\pm} \propto e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ 及 $S_i^z = -S_j^z \equiv S$. 我們只考虑近邻交换作用, 并在求和号中将 $S_j^{\pm}$ 对 $S_{j_0}^{\pm}$ (相应于 $S_j^{\pm}$ 处在 $S_j^{\pm}$ 位置的自旋算符.) 展开为

$$S_j^{\pm} = S_{j_0}^{\pm} + \{[(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \nabla] S_j^{\pm}\}_{S_j^{\pm}=S_{j_0}^{\pm}} + \frac{1}{2!} \{[(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \nabla]^2 \cdot S_j^{\pm}\}_{S_j^{\pm}=S_{j_0}^{\pm}} + \dots, \quad (1.6)$$

其中 r 是 $S_j^{\pm}$ 的位置, r_0 是 $S_{j_0}^{\pm}$ 的位置. (1.6) 中保留到 k 的三次项, 我們得到关于 $S_j^{\pm}, S_j^z$ 作为 $h^{\pm}$ 的函数, 由 $\mathbf{M} = g\beta \mathbf{S}$ 及 $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M} = \mu \mathbf{H}$, 得到反铁磁体的张量磁导率(过去人們作过 $k=0$ 的情况^[5,6])为

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu & -i\kappa & 0 \\ i\kappa & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

其中

$$\mu = 1 + \frac{\omega_A \omega_M}{\omega_k} \left[\frac{\omega_{(1)}}{\omega_{(1)}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{(2)}}{\omega_{(2)}^2 - \omega^2} \right], \quad (1.8)$$

$$\kappa = \frac{\omega_A \omega_M \omega}{\omega_k} \left[\frac{1}{\omega_{(1)}^2 - \omega^2} - \frac{1}{\omega_{(2)}^2 - \omega^2} \right], \quad (1.9)$$

μ_3 为 z 方向的磁导率.

而 $\omega_M = 2\pi r^2 N S / \hbar$ (N 是单位体积的分子数), $\omega_A = \gamma H_A$, $H_E = \frac{2|J|SZ}{g\beta}$ (Z 是近邻的原子数), $\omega_k = \gamma \left[(H_E + H_A)^2 - H_E^2 \left(1 - \frac{1}{8} a^2 k^2 \right)^2 \right]^{1/2}$. $\omega_{(1),(2)} = \omega_k \mp \gamma H$ 为反铁磁体的

两个本征频率。一般对于铁磁体,只有一种自旋排列,因而有一个本征频率。而反铁磁体有两个次点阵,它们之间有耦合作用,因而有两个本征频率。

值得提出的是,在求解方程中,我们作了泰勒展开,这意味着从微观的晶格点阵的考虑变成连续介质的处理。同时,由于在展开中只保留了 k 的三次项,就是说 $ak \ll 1$, 这里我们作了长波近似。

二、电磁振荡在反铁磁介质中的频散

现在我们来讨论电磁波进入介质后的振荡频谱。利用自由情况(没有电荷和电流)下的 Maxwell 方程组:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= \frac{-1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

场量 $\mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$ 有平面波的形式,经过简单计算,由(2.1)得到电磁振荡的频谱为

$$\frac{c^2 k^2}{\epsilon \omega^2} = \frac{(\mu^2 - \mu - \kappa^2) \sin^2 \theta + 2\mu \pm \sqrt{(\mu^2 - \mu - \kappa^2)^2 \sin^4 \theta + 4\kappa^2 \cos^2 \theta}}{2[(\mu - 1) \sin^2 \theta + 1]}, \quad (2.2)$$

其中 ϵ 是介电常数。

把(1.8)(1.9)代入(2.2),并约去 $(\omega^2 - \omega_{(1)}^2)(\omega^2 - \omega_{(2)}^2)$ 的项,得到在反铁磁体中电磁振荡频谱:

$$\begin{aligned} \omega^8 - \{2(\omega_k^2 + \gamma^2 H^2) + 4\omega_A \omega_M + 2\omega_0^2\} \omega^6 + \{[\omega_k^2 - \gamma^2 H^2 + 2\omega_A \omega_M]^2 + 2\omega_0^2 \times \\ \times [2(\omega_k^2 + \gamma^2 H^2 + \omega_A \omega_M) + \omega_A \omega_M \sin^2 \theta] + \omega_0^4\} \omega^4 - \{2\omega_0^2[(\omega_k^2 - \gamma^2 H^2 + \\ + \omega_A \omega_M \sin^2 \theta)[\omega_k^2 - \gamma^2 H^2 + 2\omega_A \omega_M] + 2\omega_0^2[\omega_k^2 + \gamma^2 H^2 + \omega_A \omega_M \sin^2 \theta]\} \omega^2 + \\ + \omega_0^4(\omega_k^2 - \gamma^2 H^2)(\omega_k^2 - \gamma^2 H^2 + 2\omega_A \omega_M \sin^2 \theta) = 0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

其中 $\omega_0 = ck/\sqrt{\epsilon}$ 。

(2.3)是 ω^2 的四次方程,对应有四支频谱。对 $\theta = 0$ 的情形,经数字计算,得到图1的实线。在计算中我们采用了 Keffer 对于 MnF_2 在 0°K 时估计的数据^[7]: $M_s = 590 \text{ oe}$, $H_E = 556000 \text{ oe}$, $H_A = 8800 \text{ oe}$, 并选取静磁场 $H = 4000 \text{ oe}$ 。 k 的变化范围是 $10^0 - 10^7 \text{ cm}^{-1}$, ω 的变化范围是 $0 - 10^{16} \text{ cps}$ 。

$\theta = 90^\circ$ 时的频谱,数字计算的结果与 $\theta = 0^\circ$ 时的差别不大。对于相同的 k , 一般 ω 的值在第三位有效数字才有所差别。

我们现在用分析的方法来讨论一下这个耦合频谱。考虑 $\theta = 0^\circ$ 时的情况,这时方程可分解为

$$\left. \begin{aligned} (\omega - \gamma H)^2(\omega^2 - \omega_0^2) - [\omega_k^2(\omega^2 - \omega_0^2) + 2\omega_A \omega_M \omega^2] &= 0, \\ (\omega + \gamma H)^2(\omega^2 - \omega_0^2) - [\omega_k^2(\omega^2 - \omega_0^2) + 2\omega_A \omega_M \omega^2] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

我们首先来找反铁磁体的自旋波谱。为此,让 $\omega/\omega_0 = \frac{\omega}{ck/\sqrt{\epsilon}} \rightarrow 0$, 即波的相速

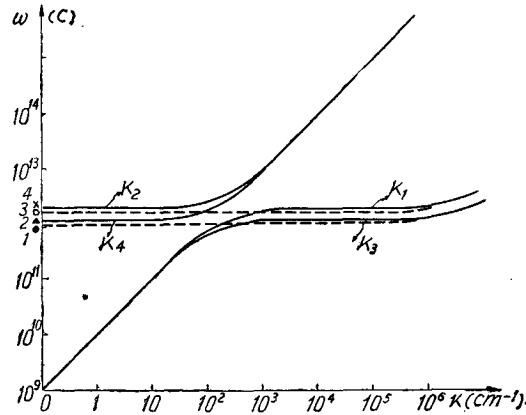


图 1

$$\begin{aligned}
 1 \bullet: & \omega_r - \gamma H & 2 \blacktriangle: & \sqrt{\omega_r^2 + 2\omega_A\omega_M} - \gamma H \\
 3 \circ: & \omega_r + \gamma H & 4 \times: & \sqrt{\omega_r^2 + 2\omega_A\omega_M} + \gamma H
 \end{aligned}$$

$\omega/k \rightarrow 0$, 位移电流不起作用。这样, 频谱就变为自旋波的:

$$\omega_{1,2} = \omega_k \mp \gamma H, \quad (2.5)$$

即反铁磁体有两支自旋波(如图 1 虚线所示)。这直接与两种次点阵相联系, 是两种次点阵自旋偏离的传播, 这是很自然的。

下面我们来讨论一下耦合振荡频谱, 由于前面已经考虑了长波近似, 略去 $a^4 k^4$ 是合理的, 这时解得四支频谱是

$$\begin{aligned}
 k_{1,2}^2 = \frac{1}{2\beta} \left\{ \left[(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2 + \frac{\epsilon\beta}{c^2} \omega^2 \right] \pm \right. \\
 \left. \pm \sqrt{\left[(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2 + \frac{\epsilon\beta}{c^2} \omega^2 \right]^2 - 4 \frac{\epsilon\beta}{c^2} \omega^2 [(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2 - 2\omega_A\omega_M]} \right\}, \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{3,4}^2 = \frac{1}{2\beta} \left\{ \left[(\omega + \gamma H)^2 - \omega_r^2 + \frac{\epsilon\beta}{c^2} \omega^2 \right] \pm \right. \\
 \left. \pm \sqrt{\left[(\omega + \gamma H)^2 - \omega_r^2 + \frac{\epsilon\beta}{c^2} \omega^2 \right]^2 - 4 \frac{\epsilon\beta}{c^2} \omega^2 [(\omega + \gamma H)^2 - \omega_r^2 - 2\omega_A\omega_M]} \right\}, \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \omega_r^2 &= \gamma^2 (2H_E H_A + H_A^2), \\
 \beta &= \frac{1}{4} a^2 \gamma^2 H_E^2.
 \end{aligned}$$

我们来看这四支频谱的渐近行为:

i) $k = 0$ 时, 磁波 $\omega_1 = \omega_3 = 0$,

$$\omega_{2,4} = \sqrt{\omega_r^2 + 2\omega_A\omega_M} \pm \gamma H,$$

ii) k 大时, 磁波 $\omega_{1,3} = \omega_k \pm \gamma H$, 趋于自旋波, 称自旋支。

$$\omega_{2,4} = \frac{ck}{\sqrt{\epsilon}}, \text{ 趋于电磁波, 称电磁支。}$$

由数字计算和上面的数学分析均可知道, 只有当原来的电磁波与磁波的 k 和 ω 均相

近的区域,两种振荡的耦合才是强的.这时它们耦合成为一种新的振荡,其中既有磁波的成分,也有电磁波的成分.在远离这样的区域,振荡分别回到电磁波和磁波.

值得说明的是,耦合振荡频谱的电磁支的起点略高于原来的自旋波的起点.从计算过程很容易看出,这是由于位移电流和介质内部的退磁场(体磁化)影响的结果.

现在我们来讨论一下耦合振荡的偏振态.在 $\theta = 0$ 时,满足 $\frac{c^2 k^2}{\varepsilon \omega^2} = \mu - \kappa$ 的频谱为正圆偏振态,满足 $\frac{c^2 k^2}{\varepsilon \omega^2} = \mu + \kappa$ 的频谱为负圆偏振态.代入(1.8),(1.9)的 μ 与 κ 的值,可知 k_1, k_2 为正圆偏振态, k_3, k_4 为负圆偏振态.正负圆偏振态的振荡传播的相速不同,因此反铁磁体中也有法拉第旋转效应,可用来作微波元件.

对偏振态的分析,也很容易解释耦合振荡的支数.在耦合前有一支电磁波和两支磁波,耦合后成为四支.表面看来是不合理的,但若考虑到电磁波有两种偏振态,因而可看成两种振荡,这样在耦合前后均为四种振荡(正负圆偏振各两支).

在 $\theta = 90^\circ$ 时,频谱(2.3)变为

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 0,$$

$$\omega^6 - \omega^4[\omega_0^2 + 2(\omega_k^2 + \gamma^2 H^2 + 2\omega_A \omega_M)] + \omega^2[2\omega_0^2(\omega_k^2 + \gamma^2 H^2 + \omega_A \omega_M) + (\omega_k^2 - \gamma^2 H^2 + 2\omega_A \omega_M)^2] - \omega_0^2(\omega_k^2 - \gamma^2 H^2)(\omega_k^2 - \gamma^2 H^2 + 2\omega_A \omega_M) = 0, \quad (2.8)$$

耦合情况与 $\theta = 0$ 时是类似的.

三、电磁振荡在反铁磁体中的衰减问题

在实际的反铁磁介质中,电磁波、自旋波和晶格的弹性波之间存在着相互作用,也就是说电磁波与自旋波激发起声振荡而转变成热能损耗了(当然还有很多其它的微观机构).在宏观上有各种的阻尼形式,我们这里采用 Bloch 的阻尼项.这时次点阵磁矩的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_{1x}}{dt} &= -\gamma[\mathbf{M}_1 \times (\mathbf{H} + \mathbf{H}_A - \lambda \mathbf{M}_2)]_x - \frac{M_{1x}}{\tau_2}, \\ \frac{dM_{1y}}{dt} &= -\gamma[\mathbf{M}_1 \times (\mathbf{H} + \mathbf{H}_A - \lambda \mathbf{M}_2)]_y - \frac{M_{1y}}{\tau_2}, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

及其相应的关于 M_{2x}, M_{2y} 的运动方程.(3.1)中 $\tau_2 = \frac{1}{\gamma \Delta H}$ 为横向弛豫时间, ΔH 是半峰宽.

设 $M_{1,2} \propto e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, $M_{1x} = -M_{2x} = M_s$ 及 $\lambda M_s = H_E$, 代入(3.1),得到

$$\omega = \gamma \sqrt{H_A^2 + 2H_A H_E} \pm \gamma H + i \frac{1}{\tau_2}, \quad (3.2)$$

而无阻尼时共振频率为 $\omega = \gamma \sqrt{H_A^2 + 2H_A H_E} \pm \gamma H$, 所以考虑阻尼是相当于作代换 $\omega \rightarrow \omega + i\eta$, 其中 $\eta = \frac{1}{\tau_2} = \gamma \Delta H$.

我们把频谱(2.6),(2.7)的 ω 用 $(\omega + i\eta)$ 代替,并考虑到 $\eta^2 \gg \frac{\varepsilon \beta}{c^2} \omega^2$ (因为 $\frac{\varepsilon \beta}{c^2} \sim$

$\sim 10^{-10}$, $\eta^2 \sim 10^{16}-10^{18}$), 这样得出有阻尼存在时的频谱为

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2\beta} \left\{ [(\omega - \gamma H + i\eta)^2 - \omega_r^2] \pm \sqrt{[(\omega - \gamma H + i\eta)^2 - \omega_r^2]^2 - 4 \frac{\varepsilon\beta}{c^2} (\omega + i\eta)^2 [(\omega - \gamma H + i\eta)^2 - \omega_r^2 - 2\omega_A\omega_M]} \right\}, \quad (3.3)$$

$$k_{3,4}^2 = \frac{1}{2\beta} \left\{ [(\omega + \gamma H + i\eta)^2 - \omega_r^2] \pm \sqrt{[(\omega + \gamma H + i\eta)^2 - \omega_r^2]^2 - 4 \frac{\varepsilon\beta}{c^2} (\omega + i\eta)^2 [(\omega + \gamma H + i\eta)^2 - \omega_r^2 - 2\omega_A\omega_M]} \right\}. \quad (3.4)$$

先考虑 k_1, k_2 . 设 $k_{1,2} = k'_{1,2} + ik''_{1,2}$, 则 $k'_{1,2}$ 代表传播因子, $k''_{1,2}$ 代表衰减因子.

1) 讨论自旋支 k_1 的情况. 我们把 ω 分成三个区域:

i) $\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2 \gg \eta^2$, 即远离强耦合点的低频区. 把 k_1 按照 $\frac{\eta^2}{\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2}$ 展开, 算出

$$\left. \begin{aligned} k'_1 &= \begin{cases} \frac{\eta(\gamma H - \omega)}{\sqrt{\beta[\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2]}}, & \omega < \gamma H, \\ \frac{\eta(\omega - \gamma H)}{\sqrt{\beta[\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2]}}, & \omega > \gamma H. \end{cases} \\ k''_1 &= \sqrt{\frac{\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2}{\beta}} \\ \text{tg } \delta = \frac{k''_1}{k'_1} &= \frac{\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2}{\eta(\omega - \gamma H)} \gg 1, \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

这里 δ 是表征损耗大小的损耗角.

ii) $|\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2| \ll \eta^2$, 在强耦合区附近, 将 k_1 按 $\frac{|\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2|}{\eta^2}$ 展开:

$$\left. \begin{aligned} k'_1 &= \sqrt{\frac{\eta(\omega + \omega_r + \gamma H)}{2\beta}} \left\{ 1 + \frac{\omega - \gamma H - \omega_r}{\eta} \right\}^{1/2}, \\ k''_1 &= \sqrt{\frac{\eta(\omega + \omega_r + \gamma H)}{2\beta}} \left\{ 1 - \frac{\omega - \gamma H - \omega_r}{\eta} \right\}^{1/2}, \\ \text{tg } \delta = \frac{k''_1}{k'_1} &\doteq 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

iii) $(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2 \gg \eta^2$ 在远离强耦合点的高频区. 将 k_1 按 $\frac{\eta}{(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2}$ 展开:

$$\left. \begin{aligned} k'_1 &= \sqrt{\frac{(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2}{\beta}}, \\ k''_1 &= \frac{\eta(\omega - \gamma H)}{\sqrt{\beta[(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2]}}, \\ \text{tg } \delta &= \frac{\eta(\omega - \gamma H)}{(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2} \ll 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

综合上述,经过粗略的数量估计, k_1' , k_1'' 随 ω 的变化关系如图 2 所示. 当 $\omega \approx 0$ 时 ($\omega \ll \omega_r$), 传播因子 k_1' 约为 10^{-1}cm^{-1} , 随 ω 的增加而略有减小. 当 $\omega = \gamma H$ 时, $k_1' = 0$, 然后随 ω 增加而单调上升, 直到无穷. 而在 $\omega \approx 0$ 时衰减因子 $k_1'' \approx 10^7\text{cm}^{-1}$, 随 ω 的增加而略有增加. 当 $\omega = \gamma H$ 时仍接近 10^7cm^{-1} , 然后, 随 ω 增加而下降. 当 $\omega \rightarrow \infty$ 时 k_1'' 无限逼近于一个常量 10^3cm^{-1} . 即在低频区 $k_1'' \gg k_1'$, 在 ω 接近 ω_r 时 $k_1'' \approx k_1'$, 然后随 ω 上升 k_1' 变大, 使 $k_1' \gg k_1''$, k_1'' 无限逼近于某常数.

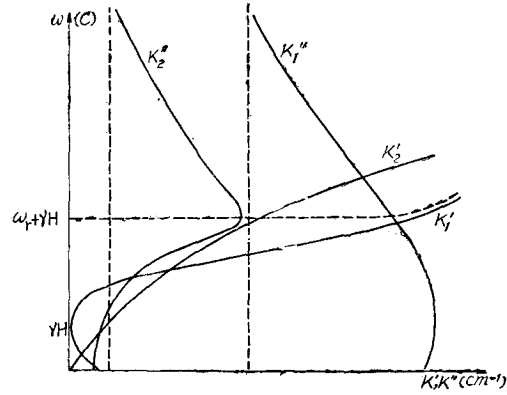


图 2

从上面可算出自旋支的最大和最小穿透深度 λ :

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{k_{\min}''} \approx 10^{-3}\text{cm}, \quad (\text{处在高频区})$$

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{k_{\max}''} \approx 10^{-7}\text{cm}. \quad (\text{处在低频区})$$

穿透深度如此小的数值说明, 自旋波被激发后, 只能传播很短一段距离就变成其它形式的能量.

2) 关于电磁支 k_2 , 同样分成三个区域来讨论.

i) $\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2 \gg \eta^2$, 将 k_2 按 $\frac{\eta^2}{\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2}$ 展开:

$$\left. \begin{aligned} k_2' &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} \left[1 + \frac{2\omega_A\omega_M}{\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2} \right], \\ k_2'' &= \frac{\eta}{c} \sqrt{\epsilon} \left[1 + \frac{2\omega_A\omega_M}{\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2} \right], \\ \text{tg } \delta &= \frac{\eta}{\omega} \begin{cases} > 1, & \omega < \eta, \\ = 1, & \omega = \eta, \\ < 1, & \omega > \eta. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

ii) $|\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2| \ll \eta^2$, 将 k_2 按 $\frac{|\omega_r^2 - (\omega - \gamma H)^2|}{\eta^2}$ 展开:

$$\left. \begin{aligned} k_2' &= \sqrt{\frac{\epsilon}{c}} \sqrt{\frac{\omega_A\omega_M(\omega^2 + \eta^2)}{\eta(\omega + \omega_r - \gamma H)}}, \\ k_2'' &= \sqrt{\frac{\epsilon}{c}} \sqrt{\frac{\omega_A\omega_M(\omega^2 + \eta^2)}{\eta(\omega + \omega_r - \gamma H)}}, \\ \text{tg } \delta &\approx 1. \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

iii) $(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2 \gg \eta^2$, 将 k_2 按 $\frac{\eta^2}{(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2}$ 展开:

$$k'_2 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} \left[1 - \frac{2\omega_A \omega_M}{(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2} \right],$$

$$k''_2 = \frac{\eta}{c} \sqrt{\epsilon} \left[1 - \frac{2\omega_A \omega_M}{(\omega - \gamma H)^2 - \omega_r^2} \right],$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\eta}{\omega} \ll 1.$$

k'_2, k''_2 随 ω 的变化关系如图 2 所示. 当 $\omega \doteq 0$ 时传播因子 $k'_2 = 0$, 随 ω 增加而单调上升, 直到无穷. 衰减因子 k''_2 , 在 $\omega \doteq 0$ 时接近 10^{-2}cm^{-1} , 随 ω 的上升略有下降; $\omega = \gamma H$ 时仍接近 10^{-2}cm^{-1} , 随 ω 增加而增加; 在 $\omega \rightarrow \omega_r$ 时达到最大值 (约 10^3cm^{-1}), 然后随 ω 增加而减小; 当 $\omega \rightarrow \infty$ 时无限逼近于常数 10^{-2}cm^{-1} . 在低频及强耦合区附近, k'_2, k''_2 相差不大, 而在高频区 $k'_2 \gg k''_2$. k''_2 无限逼近于某常数 10^{-2}cm^{-1} .

相应地可算出最大和最小穿透深度为

$$\lambda_{\max} = 10^2 \text{cm}, \quad (\text{处在高频和低频区})$$

$$\lambda_{\min} = 10^{-3} \text{cm}, \quad (\text{处在强耦合区})$$

说明电磁波进入反铁磁介质后, 最大可以传播 10^2cm 才会衰减, 这是一个相当可观的深度.

不难看出, 如果在 $k_{1,2}$ 的解中把 $\omega - \gamma H$ 换成 $\omega + \gamma H$ 以后, $k_{1,2}$ 的解相应地变到负圆偏振解 $k_{3,4}$ 了. 另外, $\theta = 90^\circ$ 或其它角度的作法是类似的, 不再一一讨论.

总结以上, 我们考虑了交换效应和位移电流的作用, 得到了反铁磁介质的张量磁导率的一般表达式, 和电磁波在反铁磁介质中的频谱和衰减, 还计算了振荡的偏振态和穿透深度. 这些可以作为微波器件应用的参考和进一步理论研究的基础.

参 考 文 献

- [1] Foner, S. J., *Phys. Rev.*, **20** (1959), 336.
- [2] Lax, B. and Button, K. J., *Microwave Journal*, **3**, No. 11 (1960), 49.
- [3] Гинцбург, М. А., *ЖЭТФ*, **35** (1958), 1047.
- [4] Гинцбург, М. А., *ФТТ*, **II** (1960), 913.
- [5] Keffer, F. and Kittel, C., *Phys. Rev.*, **85** (1952), 329.
- [6] Dayhoff, E. S., *J. Appl. Phys.*, **29** (1958), 344.
- [7] Johnson, F. M. and Nethercot, A. H., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 905.

THE DISPERSION AND ATTENUATION OF THE ELECTRO-MAGNETIC OSCILLATIONS IN ANTIFERROMAGNETIC MEDIUM

ZHAO YU-ZHI, LENG ZHUNG-ANG

ABSTRACT

We derived the gyromagnetic permeability of an antiferromagnet. From the Maxwell equations combined with the permeability we solved for the plane wave solution of the electromagnetic oscillations in an antiferromagnetic medium of infinite extension. Both the exchange effect of the medium and the relativistic effect of the wave propagation were included in this treatment. We calculated the dispersion of waves and obtained a rough estimation for their penetration depth in the medium.