

关于 π - π 作用*

胡 宁

(北京大学物理系)

提 要

本文从下面拉格朗日函数

$$L = \sum_{\mu=1}^4 \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 \frac{1}{2} g \left(\frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_{\mu}} \varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x_{\mu}} \right) \left(\frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_{\mu}} \varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x_{\mu}} \right)$$

出发,用 Tamm-Dancoff 近似计算 π - π 的 P 波和 S 波散射. P 波的结果和 Frazer-Fulco 的解相同,但 S 波的共振行为也相当复杂.

最近由于电子加速器的进展,人们能够获得高能电子,用来碰撞核子以探测核子的电磁结构. 实验结果显示核子系统内部的电荷和磁矩分布具有一些反常的情形,这个情形指出在 π 介子与 π 介子之间可能存在有强的直接的相互作用.

在通常被广泛接受的介子理论里,只假定在重子(超子和核子)与介子(π 介子和 K 介子)之间存在有原始的强作用,过去所有的理论计算只考虑到汤川型作用部分,而完全忽略去 π - π 作用部分,后者可能是在波色子之间(比如在 π - K 之间或在 K - K 之间)广泛存在的一种类型的作用.

近年来所进行的高能介子和核子的碰撞实验也指示出, π - π 作用可能是造成高能散射的衍射特征的原因.

在两年以前,作者曾用 Tamm-Dancoff 方法计算了 π - π 散射的共振行为^[1]. 我们所得关于 S 波散射的解是和后来 Chew 与 Mandelstam^[2] 由色散关系所得的解是一致的. 但我们所得 P 波的解则是 Frazer-Fulco^[3] 由色散关系所得解在 $\nu_0 = 0$ 时的特殊情况. 在 Frazer-Fulco 解里, ν_0 取一个很大的值 (>600). 我们的解在散射阈有一个零能共振,而 Frazer-Fulco 的解则在高能区域有一个共振. 这两个解都同样满意地解释了核子电磁结构的形式因子. 因此为着进一步确定那一个解是正确的,必须考虑 π - π 散射的实验,近来的实验结果^[4,5,6] 指出 π - π 散射同时具有一个零能共振和一个高能共振. 不幸的是实验还没有确定的区别出 S 波和 P 波. 初步的分析结果是零能共振属于 S 波,高能共振属于 P 波,这样就排除了 $\nu_0 = 0$ 的 P 波的解. 我们认为在能够作出肯定的结论以前还必须作更精确的实验.

下面我们将首先指出前面所述两个 P 波的解都可用 Tamm-Dancoff 方法从下面作用拉格朗日算符导出:

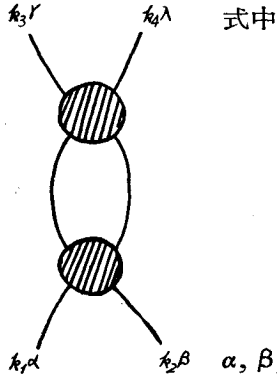
* 1961年10月9日收到.
1961年11月21日收到修改稿.

$$L = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^4 \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 g \left(\frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_{\mu}} \varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x_{\mu}} \right) \left(\frac{\partial \varphi_{\alpha}}{\partial x_{\mu}} \varphi_{\beta} - \varphi_{\alpha} \frac{\partial \varphi_{\beta}}{\partial x_{\mu}} \right), \quad (1)$$

式中 g 为作用常数, φ_{α} 是介子场在同位旋空间的分量.

Miyamoto^[7] 和 Kamal^[8] 也曾由 (1) 用 Tamm-Dancoff 方法计算过 $\pi\pi$ 散射的 P 波振幅. 但他们似乎没有得出和 Frazer-Fulco 相同的解. 我们将看到我们所得的解正是 Frazer-Fulco 的解, 我们注意到由 (1) 所描写的 $\pi\pi$ 作用是不可重整化的. 为着得出有限的结果, 必须引入截断. 上面所提到 Frazer-Fulco 解和我们的解的差别只在于所取的截断值不同. 为着看清这一点, 首先考虑图 1 中的费曼图. 在图里 k_i 代表介子线的四度动量, 同位旋 $I = 1$ 态的 P 波散射矩阵元可写为

$$M = -\xi_1 g^2 (k_1 - k_2) \cdot (k_3 - k_4) \int \frac{4k^2 d^4 k}{\left[\left(k - \frac{1}{2} q \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(k + \frac{1}{2} q \right)^2 - \mu^2 \right]}, \quad (2)$$



$$\left. \begin{aligned} q^2 &= (k_1 + k_2)^2 = (k_3 + k_4)^2, \\ k^2 &= - \sum_{\mu=1}^4 k_{\mu} k_{\mu} = k_0^2 - \mathbf{k}^2, \\ k_1 \cdot k_2 &= - \sum_{\mu=1}^4 k_{1\mu} k_{2\mu}, \\ \xi_1 &= \frac{1}{2} (\delta_{\alpha\lambda} \delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\lambda}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

图 1

(2) 中的积分是发散的. 在引入截断 Λ 以后, 我们得到

$$M = -\xi_1 i g^2 2\pi^2 (k_1 - k_2) \cdot (k_3 - k_4) \left\{ \frac{q^2}{3} - (4\mu^2 - q^2) \left(1 - \frac{\pi}{2} \beta(q^2) \right) - \frac{q^2}{2} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right\} + 4(\Lambda^2 + \mu^2) \ln \left(\frac{\Lambda^2}{\mu^2} + 1 \right),$$

引入

$$v = \frac{1}{4} q^2 - \mu^2,$$

上式中 $\beta(q^2) \equiv \alpha(v)$ 可写为

$$\alpha(v) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{v}{v + \mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \ln \left(\frac{1}{\mu} |v|^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\mu} |v + \mu^2|^{\frac{1}{2}} \right), \quad (v < -\mu^2), \quad (4)$$

$$\alpha(v) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{-v}{v + \mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \tan^{-1} \left(\frac{\mu^2 + v}{-v} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (-\mu^2 < v < 0), \quad (5)$$

$$\alpha(v)_{\pm} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{v}{v + \mu^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\ln \left(\frac{1}{\mu} |v|^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\mu} |v + \mu^2|^{\frac{1}{2}} \right) \pm i \frac{\pi}{2} \right], \quad (6)$$

(6) 中 $\pm$ 号代表当 q^2 从上面和下面趋于实轴的极限值.

在去掉重整化项以后, 我们得到

$$M = +\xi_1 i g^2 4\pi^3 (k_1 - k_2) \cdot (k_3 - k_4) v \left\{ \alpha(v) - \alpha(-v_0) - \frac{4\pi}{g v_0} \right\}, \quad (7)$$

$\alpha(-v_0)$ 由下式给出

$$\frac{4\pi}{gv_0} + \alpha(-v_0) = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} \right\}, \quad (8)$$

我们看到(7)包含一个截断参数 Λ .

在 Tamm-Dancoff 近似里, 我们考虑由图 1 中费曼图所组成不同长度的链状费曼图. 相应的总跃迁振幅为

$$\begin{aligned} F(v) &= \xi_1 i g (2\pi)^4 (k_1 - k_2) (k_3 - k_4) \{1 + G + G^2 + \cdots\} = \\ &= \xi_1 i g (2\pi)^4 (k_1 - k_2) \cdot (k_3 - k_4) \frac{1}{1 - G}, \end{aligned} \quad (9)$$

式中

$$G = \frac{g}{4\pi} v \left[\alpha(v) - \alpha(-v_0) - \frac{4\pi}{gv_0} \right]. \quad (10)$$

在(9)和(10)中只包括两个介子的中间态的贡献, 所有介子多于 2 的中间态都被忽略去. 这是 Tamm-Dancoff 近似的要点. 忽略去两个介子以上的中间态可以理解为这些态对 $F(v)$ 的贡献很小, 象 Tamm-Dancoff 近似所原来假定的那样. 但我们也可以用色散关系的观点看待这种忽略: 所有介子数多于 2 的中间态对 $F(v)$ 的贡献都是 v 的缓变函数, 因此这些贡献可以作为一个常数因子被引入作用常数 g 内.

在(10)中引入

$$\frac{g}{4\pi} = -\frac{\lambda}{v_0}, \quad (11)$$

于是(9)的最后一个因子可写为

$$\frac{1}{1 - G} = \frac{v_0}{v + v_0 + \lambda v [\alpha(v) - \alpha(-v_0)]}. \quad (12)$$

对于散射过程, 能量是守恒的, 于是我们有

$$(k_1 - k_2) \cdot (k_3 - k_4) = -4v \cos \theta, \quad (12a)$$

$\cos \theta$ 是在质心坐标内 $\mathbf{k}_1$ 和 $\mathbf{k}_3$ 间的夹角. 由(9), (10), (12)和(12a)得

$$\left(\frac{v + \mu^2}{v} \right)^{\frac{1}{2}} e^{i\delta} \sin \delta = \left[\frac{v + v_0}{\lambda v} + \alpha(v) - \alpha(-v_0) \right]^{-1}, \quad (13)$$

(13)正是 Frazer-Fulco 的 P 波 $\pi-\pi$ 散射解. S 代表散射相角移.

从(12)我们看到, 当 $\lambda > 0$, $v_0 > \mu^2$ 时, $F(v)$ 在 v 的负轴上 $v = -v_0$ 有一个非物理的奇点或“鬼态”¹⁾. 这种奇点在 Tamm-Dancoff 类型的解里经常会碰到. 非物理奇点的出现过去被认为是 Tamm-Dancoff 方法的一个主要困难, 现在我们看到同样的非物理奇点也在色散关系的解(即 Frazer-Fulco 解)里出现.

在 Frazer-Fulco 原来的推导里, 极点 $v = -v_0$ 的引入, 是为着代替交叉项割线的影响. 但是很容易看出, 当用 N/D 方法求 P 波的 $\pi-\pi$ 散射的色散关系的解时, 如果不把负 v 轴上的割线看成和极点等效, 由于 P 波在 v 很大时的渐近行为, 相应的 $D(v)$ 函数应当满足经过二次削减 (Subtraction) 的色散关系 (而不是满足只经过一次削减的色散关系).

1) 如果 $\lambda < 0$, $F(v)$ 在 v 的负轴上将有二个非物理极点.

这样,当我们完全忽略交叉项的贡献时,由这个经过二次削减的色散关系得到的解也正是 Frazer-Fulco 的解. 这时非物理极点 $\nu = -\nu_0$ 将代表由于削减而引入的极点. 这样由色散关系推导出 Frazer-Fulco 的解是和前面 Tamm-Dancoff 的推导精神一致的.

Redmond^[9]和 Боголюбов^[10] 等人曾提出消除非物理极点的办法,这个办法实际上就是把(12)换成下式

$$\frac{1}{1-G} - \frac{C}{\nu + \nu_0},$$

式中 C 是一个常数. 我们可以选取 C 使得上式不再在 $\nu = -\nu_0$ 处具有极点. 在 Frazer-Fulco 解里 ν_0 是一个很大的值,因此上式中第二项在观察的区域里是完全可以忽略的.

(12)中的 ν_0 本来是一个任意的参数. 人们可以选取 ν_0 值,使得当 ν 由 $\nu = -\mu^2$ 点减少时, $F(\nu)$ 的减少足够迅速,使得算出的核子电磁形式因子能够与实验结果相符. Frazer-Fulco 的解里的 ν_0 值为 $\nu_0 = 652$ 这是一个很大的值. 把这个值代入(8)和(11)得

$$\Lambda \approx 30\mu, g/4\pi \approx -0.3. \quad (14)$$

当 ν_0 在间隔 $0 < \nu_0 < \mu^2$ 中时,极点 $\nu = -\nu_0$ 将给出一个束缚态. 现有的实验指出这个束缚态是不存在的. 但结合能很小的束缚态 ($\nu_0 \approx 0$) 很难区别于能量很小的共振态. 在这个情形下,散射振幅在 $\nu \approx 0$ 附近有一个高峰. 我们称这个高峰为零能共振. 当 $\nu_0 = 0$ 时,因 $\alpha(0) = 0$, (13)变为

$$\left(\frac{\nu + \mu^2}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}} e^{i\delta} \sin \delta = \left[\frac{1}{\lambda} + \alpha(\nu)\right]^{-1}. \quad (15)$$

在由(13)导出(15)取 $\nu_0 \rightarrow 0$ 极限时,我们假定 λ 是不变的,如果我们把(13)看成色散关系的解, ν_0 和 λ 是独立的参数,这样做是可以的. 但如把(13)看成用 Tamm-Dancoff 由(1)导出的解,那么由(11)我们看到,使 $\nu_0 \rightarrow 0$ 而保持 λ 不变意味着 g 随着 ν_0 的趋于零而趋于无穷大. 在这个情形下,我们可以把(15)看成当 ν_0 很小而 $|\nu| \gg |\nu_0|$ 时(13)的近似形式.

(15)是我们前些时候得到的 P 波解. 这个解和由下面作用函数

$$L = \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 (\varphi_{\alpha} \varphi_{\alpha}) (\varphi_{\beta} \varphi_{\beta})$$

所得到的 S 波的散射解的式子完全相同.

前面已经提到,当 $\nu_0 \approx 0$ 时,在 $\nu \approx 0$ 附近有一个零能共振. 从(15)我们看到,当 $\lambda (> 0)$ 的值愈大时,所得的 π 介子形式因子 $F_{\pi}(\nu)$ 在 $\nu < 0$ 区域随 $-\nu$ 增加而降低的坡度愈大^[1]. 当(15)的右边 $1/\lambda$ 项可以略去时,所得的 $F_{\pi}(\nu)$ 和 Frazer-Fulco 所得的大致相同. 但从(11)我们注意到,当 λ 很大而 ν_0 很小时, g 的值将会不合理的大. 这说明(15)作为作用(1)的 Tamm-Dancoff 解,在 λ 很大时是有问题的,但这个解作为 Frazer-Fulco 解在 $\nu_0 \approx 0$, $1/\lambda \approx 0$ 的特殊情况,既然给出与实验相符的 $F_{\pi}(\nu)$. 那么在我們的考虑里就不能排除它.

前面已经指出过,为了确定(13)还是(15)代表真实情况,我们必须从实验上确定这些共振的角动量是 $l = 0$ 还是 $l = 1$. Booth 等人^[6]的实验指出观察到的零能共振是 $l = 0$ 态. 如果是这样,那么即排除了(15). 我们认为为了完全解决这个问题,还必须作更准确的实验.

下面我們將討論由作用(1)所导致的 S 波散射. 为着简单起见, 我們假定 (1) 是唯一的原始的 $\pi\pi$ 作用. 如果我們用 $\varphi^{(-)}$ 和 $\varphi^{(+)}$ 分别代表 φ 中吸收和放出的部分, 作用(1)中可以造成 S 波散射的部分可写为 (注意 $\varphi^{(+)*} = \varphi^{(-)}$)

$$\begin{aligned} L' &= \sum_{\mu} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{1}{2} g \left(\varphi_{\alpha}^{(-)} \frac{\partial \varphi_{\beta}^{(+)} }{\partial x_{\mu}} - \varphi_{\beta}^{(-)} \frac{\partial \varphi_{\alpha}^{(+)} }{\partial x_{\mu}} \right)^2 + h.c. \\ &= \sum_{\mu} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \sum_{\gamma} \sum_{\lambda} \frac{1}{2} g \{ 4\xi_0 - 2\xi_2 \} \varphi_{\alpha}^{(-)} \varphi_{\beta}^{(-)} \frac{\partial \varphi_{\gamma}^{(+)} }{\partial x_{\mu}} \frac{\partial \varphi_{\lambda}^{(+)} }{\partial x_{\mu}} + h.c., \end{aligned} \quad (15a)$$

式中

$$\begin{aligned} \xi_0 &= \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\lambda}, \\ \xi_2 &= \frac{1}{2} \left(\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\lambda} + \delta_{\alpha\lambda} \delta_{\beta\gamma} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\lambda} \right), \end{aligned} \quad (15b)$$

分别代表同位旋 $I = 0$ 和 $I = 2$ 态的投影算符. 相应于图 1 中費曼图的 S 波散射振幅可以有三种类型, 它們是

$$M_A = -\xi_I g_I^2 \int \frac{\left[\left(\frac{1}{2} q + k \right) \cdot \left(\frac{1}{2} q - k \right) \right]^2 d^4 k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(\frac{1}{2} q + k \right)^2 - \mu^2 \right]}, \quad (16)$$

$$M_B = -\xi_I g_I^2 (k_1 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_4) \int \frac{\left(\frac{1}{2} q + k \right) \cdot \left(\frac{1}{2} q - k \right) d^4 k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(\frac{1}{2} q + k \right)^2 - \mu^2 \right]}, \quad (17)$$

$$M_C = -\xi_I g_I^2 (k_1 \cdot k_2)(k_3 \cdot k_4) \int \frac{d^4 k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(\frac{1}{2} q + k \right)^2 - \mu^2 \right]}. \quad (18)$$

式中 g_I 为

$$g_0 = 2g, \quad g_2 = -g. \quad (18a)$$

在 M_A 中, 始态介子的吸收和末态介子的放出都是通过 (1) 中不含微分的算符 φ_{α} , φ_{β} 实现的 (亦即虚介子的放出和吸收是通过有微分的算符 $\partial \varphi_{\alpha} / \partial x_{\mu}$, $\partial \varphi_{\beta} / \partial x_{\mu}$ 实现的). 在 M_C 中, 上述放出吸收实介子的过程都是通过有微分的算符实现的. 在这种情形下, 始态和末态介子在质心坐标中都是 P 波, 但它们的总角动量是 S 波. 在 M_B 中, 始态和末态介子分别属于上面两种情况.

(16)–(18)中的积分可以表成下面两个积分的綫性組合:

$$M_1 = \int \frac{d^4 k}{\left[\left(k + \frac{1}{2} q \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(k - \frac{1}{2} q \right)^2 - \mu^2 \right]}, \quad (19)$$

$$M_2 = \int \frac{4k^2 d^4 k}{\left[\left(k + \frac{1}{2} q \right)^2 - \mu^2 \right] \left[\left(k - \frac{1}{2} q \right)^2 - \mu^2 \right]}. \quad (20)$$

通过简单的計算, (16)–(18)式可表为

$$M_A = -\xi_I g_I^2 \left\{ \int d^4 k + \frac{1}{4} (2\mu^2 - q^2) M_2 + \left(\frac{1}{2} q^2 \mu^2 - \mu^4 \right) M_1 \right\}, \quad (21)$$

$$M_B = -\xi_I g_I^2 (k_1 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_4) \left\{ \frac{1}{4} q^2 M_1 - \frac{1}{4} M_2 \right\}, \quad (22)$$

$$M_C = -\xi_I g_I^2 (k_1 \cdot k_2) (k_3 \cdot k_4) M_1, \quad (23)$$

在上式中, $\int d^4 k$ 只代表作用常数的重正化(因它与 q^2 无关), 此处可略去。(20)是一个发散的积分, 为着使它有限, 必须引入截断 Λ 。我们注意到这个截断只可能完全确定 M_2 的虚数部分。换句话说, M_2 满足一个色散关系, 它的虚数部分是确定的, 但它的实数部分的形式与色散关系的削减次数有关。最简单形式的 M_1 和 M_2 为

$$M_1 = -i\pi^3 \alpha(v), \quad (24)$$

$$M_2 = -i4\pi^3 v \left\{ \alpha(v) - \alpha(-v_0) - \frac{4\pi}{g\nu_0} \right\}, \quad (25)$$

式中 $v = \frac{1}{4} q^2 - \mu^2$, $\alpha(v)$ 由(4)–(6)给出。在上两式中代表重正化的项已被略去。 ν_0

由(8)式决定。这表示在 S 波的计算里, 我们引入同 P 波相同的截断 Λ 。

应用和前面处理 P 波时所用相同的 Tamm-Dancoff 方法, 我们可以由(23)给出的三种不同类型的基跃迁所组成的链状图。我们注意到 M_A 和 M_C 只可能分散的在由 M_B 所组成的链中出现。由 M_B (图1)所组成各种不同长度的链状费曼图对跃迁的总贡献可以用前面对 P 波的处理方法计算出来。结果为

$$F_B(v) = \xi_I i g_I (2\pi)^4 (k_1 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_4) \frac{1}{1 - G_B}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} G_B(v) &= M_B / [(2\pi)^4 i \xi_I g_I (k_1 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_4)] = \\ &= \frac{g_I}{16\pi} \left\{ v \alpha(-v_0) + \mu^2 \alpha(v) + \frac{4\pi v}{g\nu_0} \right\}, \end{aligned} \quad (27)$$

引入

$$\begin{aligned} G_A(v) &= M_A / [(2\pi)^4 i \xi_I g_I] = \\ &= \frac{g_I}{16\pi} \left\{ -(4v + 2\mu^2) v \left[\alpha(v) - \alpha(-v_0) - \frac{4\pi}{g\nu_0} \right] + (2v + \mu^2) \alpha(v) \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$G_C(v) = M_C / [(2\pi)^4 i \xi_I g_I (k_1 \cdot k_2) (k_3 \cdot k_4)] = \frac{g_I}{16\pi} \alpha(v). \quad (29)$$

最后我们得到由作用(1)应用 Tamm-Dancoff 近似得到同位旋 I 态 S 波的总振幅为

$$\begin{aligned} F(v) &= F_1(v) + F_2(v) + F_3(v), \\ F_1(v) &= \xi_I i g_I (2\pi)^4 F_B(v) \frac{1}{1 - G_A(v) F_B(v) G_C(v) F_B(v)} G_A(v) F_B(v), \\ F_2(v) &= \xi_I i g_I (2\pi)^4 (k_1 \cdot k_2 + k_3 \cdot k_4) F_B(v) \frac{1}{1 - G_A(v) F_B(v) G_C(v) F_B(v)}, \\ F_3(v) &= \xi_I i g_I (2\pi)^4 (k_1 \cdot k_2) (k_3 \cdot k_4) F_B(v) G_C(v) F_B(v) \times \\ &\quad \times \frac{1}{1 - G_A(v) F_B(v) G_C(v) F_B(v)}. \end{aligned} \quad (30)$$

上面 $F_1 F_2 F_3$ 的始态和末态和 M_A, M_B, M_C 的相同。如果我们不改变上式中各因子的次序, 而把这些式子展开成级数, 那么就会很容易看到, 它们包括由作用(1)把 M_A, M_B, M_C 连成各种链状费曼图则普遍的组。

由上面结果看到, 由作用(1)所导致的 S 波散射的共振行为也是相当复杂的。过去 Chew 和 Mandelstam 等人所处理的 S 波 $\pi-\pi$ 散射是由下面作用拉格朗日函数所产生的^[1,11]:

$$L = \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\alpha=1}^3 g(\varphi_\alpha \varphi_\alpha)(\varphi_\beta \varphi_\beta). \quad (31)$$

由(31)所导致的 S 波散射有较简单的共振行为, 但不能给出足够显著的 P 波散射。为着解释核子电磁结构, 作用(1)的引入看来是必需的。这样就导致上面所给出共振性质相当复杂而且强度也不小的 S 波散射。从前根据(31)得出的关于 S 波散射没有共振或只有零能共振这种说法, 现在必须重新加以审查, 这也说明在实验上分开观察 S 波和 P 波散射的重要性。由(30)给出的 S 波的共振行为, 将在另一篇论文中详细讨论。

参 考 文 献

- [1] 胡 宁, 科学记录, **3** (1959), 551.
- [2] Chew and Mandelstam, *Phys. Rev.*, **119** (1960), 467.
- [3] Frazer and Fulco, *Phys. Rev.*, **117** (1960), 1609.
- [4] Anderson, Bang, Burke, Carmony and Schmitz, *Phys. Rev., Letters* **6** (1961), 365.
- [5] Erwin, March, Walker and West, *Phys. Rev., Letters* **6** (1961), 628.
- [6] Booth, Abashian and Crowe, *Phys. Rev., Letters* **7** (1961), 35.
- [7] Miyamoto, Y., *Progress Theor. Phys.*, **24** (1960), 843.
- [8] Kamal, A. N., *Proc. Phys. Soc.*, **77** (1961), 917.
- [9] Redmond, P. J., *Phys. Rev.*, **112** (1958), 1404.
- [10] Bogolubov, Logunov. and Shirkov, 联合原子核研究所报告 P-295, 并参阅 Ninth International Annual Conference on High Energy Physics 的报告 (1960), 45.
- [11] Okubo, *Phys. Rev.*, **118** (1960), 357.

ON $\pi-\pi$ INTERACTION

HU NING

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

The P - and S - wave $\pi-\pi$ scattering amplitudes are obtained by the Tamm-Dancoff method from the following interaction Lagrangian

$$L = \frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^4 \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\beta=1}^3 g \left(\frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial x_\mu} \varphi_\beta - \varphi_\alpha \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial x_\mu} \right) \left(\frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial x_\mu} \varphi_\beta - \varphi_\alpha \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial x_\mu} \right).$$

The P -wave solution is identical with that obtained by Frazer and Fulco, and the resonance behavior of the S -wave is found to be more complicate than the P -wave solution.