

提 要

本文計算了 μ^- 介子和原子核 Li^6 在不同超精細結構状态上, $\mu^- + \text{Li}^6 \longrightarrow \text{He}^6 + \nu$ 的跃迁几率。指出在 5% 的誤差范围以內, 在两种超精細結構状态上俘获几率的比值和原子核矩陣元无关。

一、引 言

近年来, 对于 μ^- 俘获現象的研究引起了广泛的兴趣。因为在 μ^- 俘获現象中, 可以进檢驗 $V-A$ 費米型弱相互作用的普适性, 并且还由于重正化效应將給出較大的改正。特別是不放射中子及其他粒子的 μ^- 俘获过程更引起人們的注意。因为在这类跃迁們可以用类似于 β 衰变的計算方法来处理。同时跃迁矩陣元部分地可以用 β 衰变原子核矩陣元来代換。对这类 μ^- 俘获过程的几率, 理論上先后有 Fujü, Primakoff^[1] 及周光召等人^[3] 做过計算。其中文献[1]与文献[2]中沒有考虑到超精細結構的。而事实上, 由于介子原子超精細結構状态不同, 将对跃迁几率有重要的影响。关于問題, 在理論上最先指出的是工作[4]。

用何祚麻的工作中^[5], 曾对自旋为 1/2 原子核上的 μ^- 俘获作了詳細的討論, 指出特加莫夫-泰勒跃迁中, 不同的超精細結構状态可导至有趣的选择法則: 在单态 $F=0$ μ^- 介子的俘获几率只与重正化效应有关。为驗證这一現象, 可以比較导体与非导体中 μ^- 介子在同一原子核上的俘获几率。在所有自旋为 1/2 的原子核中 P^{31} 是合适为 P^{31} 具有导电和不导电的两种同質异构体。但是由于末态原子核 Si^{31} 的能級結構复杂, 要想分出到 Si^{31} 基态的 μ^- 俘获几率, 实验上有一定的困难。因此看来, 要檢驗的选择法則, 必須研究自旋大于 1/2, 例如自旋为 1 的 Li^6 原子核。

从实验的角度来看, Li^6 是一个更为合适的原子核。因为和 P^{31} 一样, Li^6 可以做成两質, 即导电的金属鋰和不导电的离子晶体氫化鋰 LiH 。但是, 末态原子核 He^6 中却只是个激发态, 而从这个激发态上放射 γ 光子的几率极小, 主要是放射中子^[6]。因此, 只要 He^6 的 β 电子, 就可以精确地定出原子核 Li^6 处于两种不同物質状态中 μ^- 俘获几

率。研究 Li^6 的 μ^- 俘获对决定相互作用常数也是很有利的。为了測定 μ^- 俘获中的相互常数, 現有文献中曾經建議用下列五个原子核来进行实验, 这五个原子核是: 質子,^[1] Li^6 , C^{12} ^[11] 和 Be^7 ^[8]。从理論上說, μ^- 介子在質子上的俘获是檢驗理論最好的过

有三个核子。利用核力的电荷对称性理论， He^3 中 μ^- 俘获的某些矩阵元出。周光召等人^[7]对 He^3 的 μ^- 俘获现象进行了较详细的分析。在他们的高次矩阵元都作了计算，证明虽然高次矩阵元不能算准，但是，在一定波函数有矩阵元都可以还原成一个未知参量。而这个参量却可以通过电子在 He^3 实验来定出。我们发现，在 μ^- 介子在 Li^6 上的俘获中，理论对于矩阵元分析 e^3 大致相同。因为在 He^3 中理论可以算准的矩阵元，在 Li^6 中可以用 He^6 的据代换。至于其他的高次矩阵元，在一定的模型理论假设下，和 He^3 相似，些参量，这些参量，可以用电子同 Li^6 的非弹性散射数据及 He^6 的 ft 值来确实验的角度来看，研究 μ^- 介子在 Li^6 上的俘获无疑地要比研究在 He^3 上的俘

理由，我们认为，详细研究 μ^- 介子在 Li^6 上的俘获，将是有意義的。本文中司超精细结构状态上 μ^- 介子在 Li^6 中的俘获几率，指出在忽略了含有核子的高次矩阵元后，具有不同始态密度矩阵的 μ^- 介子俘获几率的比值，与原关，并用文献[10]中的波函数对被忽略的高次矩阵元进行了计算，指出略去又占主要项的2%。文章最后讨论了这一结果的精确程度。

二、跃迁几率公式

有效哈密顿量，我们取与文献[1]相同的形式，即认为相互作用是 $V-A$ 型的，效应及赝标量耦合项的贡献：

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_n (V_a + A_a + C_a + P_a) \psi_p \bar{\psi}_\nu \gamma_5 (1 + \gamma_5) \psi_\mu, \quad (1)$$

$$V_a = \gamma_a, \quad A_a = \lambda \gamma_a \gamma_5,$$

$$C_a = \frac{\mu'}{2m_p} \sigma_{a\beta} (P_\beta - n_\beta), \quad P_a = \frac{if}{m_\mu} \gamma_5 (P_a - n_a).$$

表示与文献[5]中一样。

中只保留与核子速度 v 成一次方的项，并且采用非相对论的 μ^- 介子波函数： μ^- 俘获的跃迁矩阵元应该是

$$|1 - \sigma v_0| V_\mu \rangle \langle f | \sum_{i=1}^A \tau_i^{(-)} \left(G_v - G_p \sigma_i v_0 - \lambda \frac{\sigma_i \mathbf{P}_i}{m_p} \right) e^{-i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_i} \varphi_\mu(r_i) | i \rangle -$$

$$\langle V_\nu | (1 - \sigma v_0) \sigma | V_\mu \rangle \langle f | \sum_{i=1}^A \tau_i^{(-)} \left(G_A \sigma_i - \frac{\mathbf{P}_i}{m_p} \right) e^{-i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_i} \varphi_\mu(r_i) | i \rangle \rangle, \quad (2)$$

分别为中微子及 μ^- 介子的自旋波函数； i, f 分别为原子核始态与末态的波核子运动方向的单位向量， $\varphi_\mu(r_i)$ 为 μ^- 介子的库仑波函数：

$$\varphi_\mu(r_i) = \pi^{-\frac{1}{2}} (Z/a_\mu)^{\frac{3}{2}} \exp(-Zr_i/a_\mu),$$

$$a_\mu = \hbar^2/m_\mu e^2.$$

$$G_P = \beta(f' + \mu),$$

$$\beta = \frac{v}{2m_P}, \quad \mu = \mu' + 1, \quad f' = f - \lambda,$$

为了计算 μ^- 俘获的总几率, 必须知道 μ^- 介子的始态密度矩阵. μ^- 介子在介子原子中不同超精细结构状态上的密度矩阵, 它的普遍公式已在文献[11]中给出. 如果令核自旋 $I = 1$, 并对 μ^- 介子极化方向求和后, 就得到在 Li^6 介子原子中 μ^- 介子的始态密度矩阵:

$$\rho = (1 - a)\rho_{\frac{3}{2}} + a\rho_{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

$$\rho_{\frac{3}{2}} = \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{2} \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\sigma} \right),$$

$$\rho_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} (1 - \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\sigma}).$$

$\rho_{\frac{1}{2}}$ 为 $F = \frac{3}{2}$ 及 $F = \frac{1}{2}$ 状态上的密度矩阵, $(1-a)$ 与 a 分别是这两状态的统计权重. 运用文献[12]中的计算方法, 可以得到包含所有高次矩阵元在内的 $1^+ \rightarrow 0^+$ 的俘获公式:

$$\omega = \frac{Z^3 G^2}{2\pi^2 a_\mu^3} N_0 v^2 \left(1 - \frac{v}{Am_P} \right),$$

$$\begin{aligned} N_0 = \int \frac{d\Omega}{4\pi} \Big\{ & G_A^2 \langle \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^2 + \frac{\langle \mathbf{P}_i \rangle^2}{m_P^2} + i2J_m G_A \langle \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^* \cdot \left\langle \mathbf{v}_0 \times \frac{\mathbf{P}_i}{m_P} \right\rangle - \\ & - 2G_A G_P \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^* \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle - 2\lambda G_A \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^* \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{P}_i \rangle}{m_P} + \\ & + \left(G_P \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle + \lambda \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{P}_i \rangle}{m_P} \right)^2 - a' \left[G_A^2 \langle \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^2 + \right. \\ & + \frac{\langle \mathbf{P}_i \rangle^2}{m_P^2} - 2G_A G_P \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^* \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle - \\ & \left. - 2\lambda G_A \langle \mathbf{v}_0 \boldsymbol{\sigma}_i \rangle^* \frac{\langle \boldsymbol{\sigma}_i \mathbf{P}_i \rangle}{m_P} \right] \Big\}, \quad (5) \end{aligned}$$

其中表示对中微子方向积分. 系数 $a' = 1 - 3a$,

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\sigma}_i \rangle = \left\langle f \left| \sum_{i=1}^A \tau_i^{(-)} j_0(vr_i) \boldsymbol{\sigma}_i \right| i \right\rangle - \\ - \left\langle f \left| \sum_{i=1}^A \tau_i^{(-)} j_2(vr_i) \sqrt{4\pi \cdot 5} Y_{20}(\theta_i) \boldsymbol{\sigma}_i \right| i \right\rangle, \quad (6-I) \end{aligned}$$

$$\frac{\langle \mathbf{P}_i \rangle}{m_P} = \left\langle f \left| \sum_{i=1}^A \tau_i^{(-)} j_1(vr_i) (-i) \sqrt{4\pi \cdot 3} Y_{10}(\theta_i) \frac{\mathbf{P}_i}{m_P} \right| i \right\rangle, \quad (6-II)$$

$$= \left\{ (\lambda + \beta\mu)^2 - \frac{2}{3} \beta(f' + \mu)(\lambda + \beta\mu) + \frac{1}{3} \beta^2(f' + \mu)^2 \right\} \langle \sigma_1 \rangle^2 - a' \left\{ (\lambda + \beta\mu)^2 - \frac{2}{3} \beta(f' + \mu)(\lambda + \beta\mu) \right\} \langle \sigma_i \rangle^2. \quad (7)$$

結果比較, 可以看到, 与 $\frac{1^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}$ 相反, 在 $1^+ \rightarrow 0^+$ 的跃迁中, 被禁戒的不 $F = \frac{1}{2}$, 而是較高的 $F = \frac{3}{2}$ 态。因为如果(4)中 $a = 0$ 时, 跃迁几率仅仅高次項来决定。

$\langle \sigma_i \rangle = \left\langle \sigma_i \left(1 - \frac{1}{6} v^2 r^2 + \dots \right) \right\rangle$, 第一項 $\langle \sigma_i \rangle_\beta$ 就是 β 衰变中的原子核矩陣处于不同介質中时, 改变的仅仅是 a' 的数值。因此比較两种介質中 μ^- 俘获 β 核矩陣元完全相消。

三、原子核矩陣元的討論

中共略去三个比較次要的高次矩陣元, 即(6-I)中的第二項, 和 $\frac{\langle \mathbf{P}_i \rangle}{m_p}, \frac{\langle \sigma_i \mathbf{P}_i \rangle}{m_p}$ 。討論这三个矩陣元的大小。为了比較精确地估計出它們的大小, 我們采用了 $-S$ 耦合的壳模型波函数来进行計算。計算中假設 1S 壳层中的四个核子不始态原子核 Li^6 的波函数有如下的形式:

$$\begin{aligned} & \alpha \psi_i(^3S_1) + \sqrt{1 - |\alpha|^2} \psi_i(^3D_1), \\ \psi_i(^3S_1) &= \sum_m C_{1m1-m}^{00} Y_{1m}(\mathbf{r}_1) Y_{1-m}(\mathbf{r}_2) \times \\ & \quad \times R_i(r_1) R_i(r_2) {}^3\chi_{Mi}(\sigma_1, \sigma_2) {}^1\phi_0(\tau_1, \tau_2), \\ \psi_i(^3D_1) &= \sum_{M,m} C_{2M1M-m}^{1M_i} C_{1m1M-m}^{2M} Y_{1m}(\mathbf{r}_1) \times \\ & \quad \times Y_{1M-m}(\mathbf{r}_2) R_i(r_1) R_i(r_2) {}^3\chi_{Mi-M}(\sigma_1, \sigma_2) {}^1\phi_0(\tau_1, \tau_2). \end{aligned} \quad (8)$$

2 分别表示 1P 壳层中的两个核子坐标, α 与 $\sqrt{1 - |\alpha|^2}$ 是 S 波与 D 波的 Li^6 的磁矩值中可以定出 $\alpha^2 = 0.88$ 。 M_i 为始态原子核的磁量子数。 χ 与 ϕ 的自旋与同位旋的波函数。 径向波函数 R_i 取諧振子位井中的波函数, 对

$$R_i(r) = \left(\frac{8}{3\pi^{1/2} d^5} \right)^{\frac{1}{2}} r \exp(-r^2/2d^2). \quad (9)$$

He^6 的波函数假設是

$$= \sum_m C_{1m1-m}^{00} Y_{1m}(\mathbf{r}_1) Y_{1-m}(\mathbf{r}_2) R_i(r_1) R_i(r_2) \times {}^1\chi_0(\sigma_1, \sigma_2) {}^3\phi_{-1}(\tau_1, \tau_2). \quad (10)$$

), (9) 与 (10), 就可以对(5)式中各个矩陣元进行計算

这一结果与文献[13]中 3.56 Mev 能级的 γ 跃迁中出现的两个矩陣元 $\langle \sigma_i \rangle$ 和 He^6 的基态是同一同位旋的多重态, 所以在这一 γ 跃迁中出现的两个矩陣元 $\langle \sigma_i \rangle$ 和 He^6 的 β 衰变中的相同。我們从 He^6 的 ft 值中定出了 $\langle \sigma_i \rangle_\beta$, 并和实验测到的 3.56 Mev 能级寿命相比^[13], 指明在实验的误差范围以内, $\langle \sigma_i \rangle_\beta$ 刚好可以解释 3.56 能级的寿命。这就是說, 在实验误差范围以内, $\frac{\langle \mathbf{P}_i \rangle}{m_p}$ 等于零。

矩陣元 $\frac{\langle \sigma_i \mathbf{P}_i \rangle}{m_p}$, 利用径向波函数(9)的性质, 并且在貝塞尔函数 $J_1(\nu r)$ 展开式中只取首项, 其径向部分就和 $\langle \sigma_i \rangle_\beta$ 一样, 即(1)的形式。这样得到 $\frac{\langle \sigma_i \mathbf{P}_i \rangle}{m_p} / \langle \sigma_i \rangle_\beta = 0.029$ 。

中第二项矩陣元径向积分部分具有 $\langle r^2 \rangle$ 的形式, 而且只有 D 波才会对它有所贡献。可以从电子(或 μ^- 介子)在 Li^6 上的非弹性散射的数据中获得。由于没有相应的实验, 我們取了文献[1]中所用的 $\langle r^2 \rangle$ 数值后, 得到 $\langle \sigma_i \mathbf{Y}_{20} \rangle / \langle \sigma_i \rangle_\beta = 0.010$ 。在(5)式中对 θ 方向积分后, 可以发现, 这些高次矩陣元对全部所起的贡献仅仅为 2%。

以上结果之所以得出, 是由于我們采用了 $L-S$ 耦合的壳模型波函数。而壳模型的准确性是值得怀疑的。不过, 既然由壳模型的计算结果表明它们的贡献很小, 那末在(5)式中去这些项, 将不致引起很大的误差。在 M. Gell-Mann 的工作中^[14], 也曾利用壳模型 κ 矩陣元的效应作了计算, 并对壳模型的误差估计为 50%。如果这里再将这一误差一倍, 那么, (7)式中忽略高次矩陣元所引起的误差应该是 4%。也就是說, (7)式中互相抵消的精确度将为 5%。

四、結 論

在上述误差范围以内, 利用(7)式, 从处于两种介质中 Li^6 的 μ^- 俘获几率的比值中, 可得到一与矩陣元无关的关系式:

$$\lambda^2 + \frac{2}{3} \lambda \beta (2\mu - f') + \frac{1}{3} \beta^2 \mu (\mu - 2f') = \frac{1}{9} \frac{R-1}{a_1 - R a_2} \beta^2 (f' + \mu)^2, \quad (11)$$

λ 为在介质 1 与 2 中俘获几率的比值; 常数 a_1 与 a_2 为在介质 1 与 2 中, μ^- 介子处于 $\frac{1}{2}$ 态上的统计权重。利用例如文献[15]中的方法, 实验中可以定出。由于(11)式中的矩陣元是相消的, 壳模型的理论只是用来估计被忽略的项的大小, 所以精确度较高。如果要研究 Li^6 中的 μ^- 俘获几率, 那么必须知道矩陣元 $\langle \sigma_i \rangle_\beta$ 与 $\langle r^2 \rangle$ 。实验中从 He^6 值可以定出 $\langle \sigma_i \rangle_\beta$, 从电子(或 μ^- 介子)在 Li^6 上的非弹性散射可以定出 $\langle r^2 \rangle$ 。因而在略去贡献约为 5% 的其他高次矩陣元后, 也可以得到一精确的关系式。在核波函数作上述的假设后, 被忽略的高次矩陣元虽可还原为实验中可以测定的形式, 这一结果则是与原子核波函数有关。另外, 应该指出的是: 目前 He^6 的 ft 值不够, 而电子(或 μ^- 介子)在 Li^6 上的非弹性散射实验数据也还没有。

- Л. *ЖЭТФ.*, **37** (1959), 159.
 郭夫斯基 В. *物理学报*, **15** (1959), 377.
 . 李政道, 楊振宁, Primakoff, H. *Phys. Rev.*, **111** (1958), 313.
ЖЭТФ., **38** (1960), 1620.
 F. Selove, T. Lauritsen *Nucl. Phys.*, **11** (1959).
 光召, 彭宏安, *物理学报*, **16** (1960), 61.
 正宇, 吳世益, 曹亨道等, *物理学报*, **16** (1960), 379.
 Я. Б., Герштейн, С. С. *ЖЭТФ.*, **35** (1958), 649.
 i. Shell Theory of the Nucleus.
 ч, И. М. *ЖЭТФ.*, **36** (1959), 953.
 V. B., Joffe, B. L., Rudik, A. P., Ter-Martirosyan, K. A. *Nucl. Phys.*, **5** (1958), 464.
 n, Ralph A. Tobin, *Nucl. Phys.*, **14** (1959), 243.
 M., Berman, S. M. *Phys. Rev.*, (1), **3** (1959), 99.
 Б., Журавлев, Г. В., Игнашенко, А. Е., Куицов, А. В., 李宣明, Петраиску, М. Г.
41 (1961), 684.

ВЕРОЯТНОСТЬ ЗАХВАТА $\mu^- + \text{Li}^6 \rightarrow \text{He}^6 + \nu$

Цин Чэн-жуй

(Пекинский Университет)

Резюме

В работе вычислена вероятность перехода $\mu^- + \text{Li}^6 \rightarrow \text{He}^6 + \nu$ для μ^- , на различных состояниях сверхтонкой структуры μ -мезоатома. Показано, что в пределах точности 5%, отношение вероятностей захвата μ^- на двух состояниях сверхтонкой структуры не зависит от ядерных матричных