

# 自旋波之間的散射对鉄磁 共振曲綫的影响\*

蒲富格 鄭庆祺

## 提 要

本文討論了  $k \neq 0$  自旋波間的散射对共振吸收曲綫的影响, 得到了吸收曲綫的1級矩的严格的表达式。用微扰法求出了在一級近似下对吸收曲綫的改正。

## 一、引 言

Clogston 等人曾用自旋波之間的散射来討論有限大样品中鉄磁共振的峯寬問題<sup>[1]</sup>, 他們认为  $k = 0$  的自旋波(一致进动)和  $k \neq 0$  自旋波間的散射能使一致共振的共振曲綫变寬。  $k = 0$  自旋波和  $k \neq 0$  自旋波間的散射破坏了自旋系統的动量守恒。但由于样品的不均匀性, 动量可以从周围不均匀介質中得到补偿。这种不均匀性可以是磁性离子在晶格中的无序分布<sup>[1]</sup>、表面不均匀性<sup>[2]</sup>、多晶体晶粒的各向异性<sup>[3]</sup>、内胁強等等。

由于这种散射机构的存在, 各种不同  $k$  的自旋波間也存在有相互作用, 要严格的考虑包括所有这些相互作用是困难的, 通常只考虑  $k = 0$  和  $k \neq 0$  自旋波間的相互作用, 而将  $k \neq 0$  自旋波間的相互作用略去不計。假如只討論一致共振的峯寬問題, 这种近似在一般情形下是够好的。但是  $k \neq 0$  自旋波之間的相互作用, 无疑地也将对共振吸收曲綫的形状、峯寬产生影响, 因而进一步討論这种影响仍是有兴趣的問題。

Schlöman<sup>[3]</sup> 曾企图同时考虑  $k \neq 0$  自旋波之間的相互作用后的解, 他用了逐次近似的方法討論了吸收曲綫的矩, 但他所用的方法是比較复杂, 也不完善。本文将表明可以用更簡洁的方法, 直接得出吸收曲綫的矩的严格的分析表达式, 另外, 我們还用微扰法討論了  $k \neq 0$  自旋波間的相互作用对共振吸收曲綫的影响。

## 二、吸收曲綫的矩

对一个处于恒定磁場  $H_0$  中的旋轉椭球体样品, 在垂直于  $H_0$  的平面中加了正圓偏振的微波磁場  $h_0 e^{i\omega t}$ 。由旋磁性方程可以很容易得到磁矩的运动方程<sup>1)</sup>。对磁矩  $m_x + im_y$  用傅立叶分量  $m_k$  表示, 即

$$m_x + im_y = \sum_k (m_{kx} + im_{ky}) e^{ik \cdot r} = \sum_k m_k e^{ik \cdot r},$$

对  $m_k$  作变换:

\* 1961年8月23日收到。

1) 例如見文献<sup>[3]</sup>。

$$m_k = M \left( \cosh \frac{\lambda_k}{2} \mu_k - \sinh \frac{\lambda_k}{2} e^{i2\phi_k} \mu_k^* \right), \quad (1)$$

其中  $M$  为样品的饱和磁化强度,  $\lambda_k$  由下列方程决定:

$$\omega_k \cosh \lambda_k = \gamma [H + H_{ex}(ak)^2 + 2\pi M \sin^2 \theta_k],$$

$$\omega_k \sinh \lambda_k = \gamma [2\pi M \sin^2 \theta_k],$$

其中  $\gamma$  为旋磁比,  $H = H_0 - 4\pi N_z M$  为样品中的内场,  $N_z$  为  $z$  方向 (恒定磁场方向) 的退磁因子,  $H_{ex}$  为交换作用有效场,  $a$  为离子间最近距离.

$$\theta_k = \tan^{-1} \frac{k_\perp}{k_x} = \tan^{-1} \frac{(k_x^2 + k_y^2)^{1/2}}{k_x}$$

为波矢  $\mathbf{k}$  与恒定磁场方向间的夹角,  $\tan \varphi_k = \frac{k_y}{k_x}$ .  $\omega_k$  为椭球体样品的  $k$  自旋波的频率:

$$\omega_k = \gamma \{ [H + H_{ex}(ak)^2 + 2\pi M \sin^2 \theta_k]^2 - (2\pi M)^2 \sin^4 \theta_k \}^{1/2} \quad (2)$$

$$\omega_0 = \gamma(H + 4\pi M N_\perp),$$

其中  $N_\perp$  是旋转椭球体垂直于旋转轴方向的退磁因子.  $k = 0$  相应于一致进动. 经过这样的变换, 得到  $\mu_k$  的运动方程为

$$\dot{\mu}_k = i \left\{ \sum_{k'} (P_{kk'} \mu_{k'} + Q_{kk'} \mu_{k'}^*) - \gamma h_0 e^{i\omega t} \delta_{k0} \right\}, \quad (3)$$

其中

$$P_{00} = \omega_0, \quad P_{kk} = \omega_k, \quad Q_{kk} = 0, \quad P_{kk'} = P_{k'k}^*, \quad Q_{kk'} = Q_{k'k}. \quad (4)$$

当不存在自旋波的散射机构时,  $P_{kk'} = 0$ ,  $Q_{kk'} = 0$ . (对  $k \neq k'$ ), 这时  $\mu_k$  的方程即为自旋波的本征振动方程, 自旋波频谱即为本征振动频率  $\omega_k$ . 当存在散射机构时  $P_{kk'} \neq 0$ ,  $Q_{kk'} \neq 0$ , (它们的具体形式视所讨论的问题的具体机构而定<sup>1)</sup>), 这时  $P_{kk'}$ ,  $Q_{kk'}$  表达了  $k$  自旋波和  $k'$  自旋波之间的相互作用, 由于这种作用引起自旋波之间的散射, 从而产生一致共振的峰宽.

(3) 式的共轭方程为

$$\dot{\mu}_k^* = -i \left\{ \sum_{k'} (P_{kk'}^* \mu_{k'}^* + Q_{kk'}^* \mu_{k'}) - \gamma h_0^* e^{-i\omega t} \delta_{k0} \right\}, \quad (3')$$

令

$$\mu_k = a_k e^{i\omega t} + b_k e^{-i\omega t},$$

代入(3)和(4)式, 比较  $e^{i\omega t}$  的系数, 可得到

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k'} \{ (P_{kk'} - \omega \delta_{kk'}) a_{k'} + Q_{kk'} b_{k'}^* \} &= \gamma h_0 \delta_{k0}, \\ \sum_{k'} \{ Q_{kk'}^* a_{k'} + (P_{kk'}^* + \omega \delta_{kk'}) b_{k'}^* \} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由附录 1 知道, (5) 式的解可写为

$$a_k = \sum_{k'} \sum_n \left[ \frac{u_{kn} u_{k'n}^*}{v_n - \omega} + \frac{v_{kn}^* v_{k'n}}{v_n + \omega} \right] \gamma h_0 \delta_{k'0}, \quad (6)$$

1) 详细讨论参阅文献[1,3]等.

$$b_k^* = \sum_{k'} \sum_n \left[ \frac{v_{kn} u_{k'n}^*}{v_n - \omega} + \frac{u_{kn}^* v_{k'n}}{v_n + \omega} \right] \gamma h_0 \delta_{k'0}, \quad (7)$$

其中  $u_{kn}$ ,  $v_{kn}$  及  $v_n$  分别为下列本征方程的本征函数和本征值:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k'} (P_{kk'} u_{k'n} + Q_{kk'} v_{k'n}) &= v_n u_{kn}, \\ \sum_{k'} (Q_{kk'}^* u_{k'n} + P_{kk'}^* v_{k'n}) &= -v_n v_{kn}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$u_{kn}$ ,  $v_{kn}$  的正交关系为

$$\left. \begin{aligned} \sum_n (u_{kn} u_{k'n}^* - v_{kn}^* v_{k'n}) &= \delta_{kk'}, \\ \sum_n (u_{kn} v_{k'n}^* - v_{kn}^* u_{k'n}) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对一致共振  $k = 0$ ,  $m_0 = M\mu_0$ , 采用通常的定义, 得到正圆偏振的磁化率为

$$\chi = \frac{M\mu_0}{h} = \frac{M\mu_0}{h_0} = \gamma M \sum_n \left( \frac{u_{0n} u_{0n}^*}{v_n - \omega} + \frac{v_{0n}^* v_{0n}}{v_n + \omega} \right). \quad (10)$$

可以证明, 由(10)式将  $\omega$  代成  $\omega + i\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ ), 就得到  $\chi$  的实数部分  $\chi'$  和虚数部分  $\chi''$ .

$$\chi'(\omega) = \gamma M \sum_n \left\{ P \frac{u_{0n} u_{0n}^*}{v_n - \omega} + P \frac{v_{0n}^* v_{0n}}{v_n + \omega} \right\}, \quad (11)$$

$$\chi''(\omega) = \pi \gamma M \sum_n \{ u_{0n} u_{0n}^* \delta(\omega - v_n) - v_{0n} v_{0n}^* \delta(\omega + v_n) \}, \quad (12)$$

这里我们利用了熟知的符号等式:

$$\frac{1}{v_n + \omega + i\varepsilon} = P \frac{1}{v_n + \omega} - i\pi \delta(v_n + \omega) \quad (13)$$

$P$  为主值的记号. 吸收曲线的第  $l$  次矩的定义为

$$\langle \omega^l \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \chi''(\omega) \omega^l d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \chi''(\omega) d\omega} = \sum_n \{ u_{0n} u_{0n}^* v_n^l - (-v_n)^l v_{0n}^* v_{0n} \}, \quad (14)$$

应用(8)式和正交关系(9), 可以得出

$$\langle \omega^1 \rangle = P_{00} = \omega_0, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \langle \omega^2 \rangle &= L_{00}^{(2)} = \sum_{k_1} (P_{0k_1} P_{k_1 0} - Q_{0k_1} Q_{k_1 0}^*) = \\ &= \omega_0^2 + \sum_{k \neq 0} (|P_{0k}|^2 - |Q_{k0}|^2). \end{aligned} \quad (16)$$

对于  $L > 2$ , 有

$$\langle \omega^l \rangle = L_{00}^{(l)}, \quad (17)$$

其中  $L_{00}^{(l)}$  由下列递推公式决定:

$$\left. \begin{aligned} L_{0k_l}^{(l)} &= \sum_{k_{l-1}} \{ L_{0k_{l-1}}^{(l-1)} P_{k_{l-1} k_l} - M_{0k_{l-1}}^{(l-1)} Q_{k_{l-1} k_l}^* \}, \\ M_{0k_l}^{(l)} &= \sum_{k_{l-1}} \{ L_{0k_{l-1}}^{(l-1)} Q_{k_{l-1} k_l} - M_{0k_{l-1}}^{(l-1)} P_{k_{l-1} k_l}^* \}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

而  $L_{0k}^{(1)} = P_{0k}$ ,  $M_{0k}^{(1)} = Q_{0k}$ .

在 Clogston 的磁性离子无序分布的散射机构和 Schlömann 的多晶晶粒磁晶各向异性无序分布的散射中,  $\sum_{k \neq 0} (|P_{0k}|^2 - |Q_{0k}|^2)$  都是和  $\omega$ ,  $\omega_k$ ,  $H$  无关, 而仅含与具体机构所决定的参数(在 Clogston 情形为  $\langle H_p^2 \rangle$ , Schlömann 情形为  $H_d^2$ )有关的常数. 这样我們得到各种  $k$  的自旋波間相互作用对吸收曲綫的一級矩沒有修正, 二級矩則增加了一个常数量. 应该指出, 解(10)–(12)是完全严格的, (14)–(18)式給出了吸收曲綫的各級矩的严格的分析表达式.

要得到吸收曲綫(12), 就必须由方程(8)求出本征函数  $u_{0n}$ ,  $v_{0n}$  及本征值  $\nu_n$ . 但要严格求解是不可能的, 可以想到, 将  $P_{kk'}$ ,  $Q_{kk'}$  ( $k \neq k'$ ) 看作微扰, 用微扰法来求解, 但是因为我们討論的自旋波的波譜的簡并度是很大的, 因此用这样的微扰法在实际上是行不通的. 在下节中我們將按另一种方式应用微扰法.

### 三、 $k \neq 0$ 自旋波間相互作用对共振曲綫的影响

作为零級近似<sup>1)</sup>, 我們在方程(5)中只保留  $k = 0$  和  $k \neq 0$  的自旋波間的相互作用,  $b_0$  項可以略去, 这样由方程(5)得到

$$\left. \begin{aligned} (\omega_0 - \omega)a_0^{(0)} + \sum_{k \neq 0} (P_{0k}a_k^{(0)} + Q_{k0}b_k^{(0)*}) &= \gamma h_0, \\ (\omega_k + \omega)a_k^{(0)} + P_{k0}a_0^{(0)} &= 0, \\ (\omega_k + \omega)b_k^{(0)*} + Q_{k0}a_0^{(0)*} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

由此得到

$$a_0^{(0)} = \frac{\gamma h_0}{f(\omega)}, \quad (20)$$

$$a_k^{(0)} = \frac{P_{k0}}{\omega - \omega_k} \frac{\gamma h_0}{f(\omega)}, \quad (21)$$

$$b_k^{(0)*} = -\frac{Q_{k0}^*}{\omega + \omega_k} \frac{\gamma h_0}{f(\omega)}. \quad (22)$$

其中

$$f(\omega) = \omega_0 - \omega - \sum_{k \neq 0} \left( \frac{P_{0k}P_{k0}}{\omega_k - \omega} + \frac{Q_{0k}Q_{k0}^*}{\omega_k + \omega} \right). \quad (23)$$

将(23)式中的  $\omega$  代以  $\omega + i\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ ), 利用等式(13), 将(23)式中第三項的实数和虚数部分分別記作  $S(\omega)$  和  $W(\omega)$ :

$$f(\omega) = \omega_0 - \omega + S(\omega) + iW(\omega). \quad (24)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} S(\omega) &= - \sum_{k \neq 0} \left\{ P \frac{P_{0k}P_{k0}}{\omega_k - \omega} + P \frac{Q_{0k}Q_{k0}^*}{\omega_k + \omega} \right\}, \\ W(\omega) &= \pi \sum_{k \neq 0} \{ -P_{0k}P_{k0}\delta(\omega - \omega_k) + Q_{0k}Q_{k0}^*\delta(\omega + \omega_k) \}. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

1) 我們求零級近似解的方法和 Schlömann<sup>[3]</sup> 的相同.

考虑到  $\chi = \frac{m}{h} = \frac{Ma_0}{h}$ , 我們得到零級近似的吸收曲线为

$$\chi''_0 = -M\gamma \frac{W}{(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2}, \quad (26)$$

由(25)式知, 只有当频率  $\omega$  在自旋波谱以内时,  $W$  才不为零, (26)式亦即文献[1], [3]的结果.

为考虑  $k \neq 0$  的自旋波间的相互作用, 我們將(5)式改写成下列形式:

$$\left. \begin{aligned} (\omega_0 - \omega)a_0 + \sum_{k \neq 0} (P_{0k}a_k + Q_{0k}b_k^*) &= \gamma h_0, \\ (\omega_0 + \omega)b_0^* + \sum_{k \neq 0} (Q_{0k}^*a_k + P_{0k}^*b_k^*) &= 0, \\ (\omega_k - \omega)a_k + P_{k0}a_0 + Q_{k0}b_0^* &= C_k, \\ (\omega_k + \omega)b_k^* + P_{k0}^*b_0^* + Q_{k0}^*a_0 &= D_k, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} C_k &= - \sum_{k' \neq k} \{P_{kk'}a_{k'} + Q_{kk'}b_{k'}^*\}, \\ D_k &= - \sum_{k' \neq k} \{Q_{kk'}^*a_{k'} + P_{kk'}^*b_{k'}^*\}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

将零級近似解(20)–(22)代入(28), 得

$$\left. \begin{aligned} C_k^{(0)} &= \sum_{\substack{k' \neq k \\ k' \neq 0}} \left\{ \frac{P_{kk'}P_{k'0}}{\omega_{k'} - \omega} + \frac{Q_{kk'}Q_{k'0}^*}{\omega_{k'} + \omega} \right\} \frac{\gamma h_0}{f(\omega)}, \\ D_k^{(0)} &= \sum_{\substack{k' \neq k \\ k' \neq 0}} \left\{ \frac{Q_{kk'}^*P_{k'0}}{\omega_{k'} - \omega} + \frac{P_{kk'}^*Q_{k'0}^*}{\omega_{k'} + \omega} \right\} \frac{\gamma h_0}{f(\omega)}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

用  $C_k^{(0)}$ ,  $D_k^{(0)}$  代入(27)式右边, 求出一級近似的解  $a_0^{(1)}$ ,  $a_k^{(1)}$ ,  $b_k^{(1)}$  ( $b_0^{(1)}$  仍可略去)为

$$\begin{aligned} a_0^{(1)} &= \frac{\gamma h_0}{f(\omega)} \left\{ 1 - \sum_{\substack{k, k' \neq 0 \\ k, k' \neq k}} \left[ \frac{1}{\omega_k - \omega} \frac{1}{f(\omega)} \left( \frac{P_{0k}P_{kk'}P_{k'0}}{\omega_{k'} - \omega} + \frac{P_{0k}Q_{kk'}Q_{k'0}^*}{\omega_{k'} + \omega} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\omega_k + \omega} \frac{1}{f(\omega)} \left( \frac{Q_{0k}Q_{kk'}^*P_{k'0}}{\omega_{k'} - \omega} + \frac{Q_{0k}P_{kk'}^*Q_{k'0}^*}{\omega_{k'} + \omega} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} a_k^{(1)} &= - \frac{P_{k0}}{\omega_k - \omega} a_0^{(1)} + \frac{C_k^{(0)}}{\omega_k - \omega}, \\ b_k^{(1)} &= - \frac{Q_{k0}^*}{\omega_k + \omega} a_0^{(1)} + \frac{D_k^{(0)}}{\omega_k + \omega}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

为得到正圆偏振磁化率  $\chi = \frac{Ma_0}{h_0}$  的实数和虚数部分, 可在(30)式中以  $\omega + i\varepsilon$  代  $\omega$ , 并

考虑到等式(13)及等式:

$$\frac{1}{(\omega - \omega_k + i\varepsilon)^2} = P \frac{1}{(\omega - \omega_k)^2} + i\pi\delta'(\omega - \omega_k),$$

則得到

$$a_0^{(1)} = \frac{\gamma h_0}{f(\omega)} \left\{ 1 + \frac{R(\omega) + iI(\omega)}{f(\omega)} \right\}, \quad (32)$$

其中  $R(\omega)$ ,  $I(\omega)$  皆为实函数:

$$\begin{aligned}
 -R(\omega) = & \sum_{\substack{k, k' \\ k \neq k' \\ k, k' \neq 0}} \left\{ \delta(\omega_k - \omega_{k'}) \left( P \frac{P_{0k} P_{kk'} P_{k'0}}{(\omega - \omega_k)^2} + P \frac{Q_{0k} P_{kk'}^* Q_{k'0}^*}{(\omega + \omega_k)^2} \right) + \right. \\
 & + P \left( \frac{P_{0k} P_{kk'} P_{k'0} + P_{0k}^* P_{kk'}^* P_{k'0}^*}{(\omega_k - \omega_{k'}) (\omega - \omega_k)} - \frac{P_{0k} Q_{kk'} Q_{k'0}^* + Q_{0k} Q_{kk'}^* P_{k'0}^*}{(\omega_k + \omega_{k'}) (\omega - \omega_k)} \right) + \\
 & \left. + P \left( \frac{Q_{0k} Q_{kk'} P_{k'0}^* + Q_{0k} Q_{kk'}^* P_{k'0}^*}{(\omega_k + \omega_{k'}) (\omega + \omega_k)} - \frac{Q_{0k} P_{kk'}^* Q_{k'0}^* + Q_{0k}^* P_{kk'} Q_{k'0}}{(\omega_k - \omega_{k'}) (\omega + \omega_k)} \right) \right\}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -I(\omega) = & \pi \sum_{\substack{k, k' \\ k \neq k' \\ k, k' \neq 0}} \left\{ P_{0k} P_{kk'} P_{k'0} \delta(\omega_k - \omega_{k'}) \delta'(\omega - \omega_k) + \right. \\
 & + Q_{0k} P_{kk'}^* Q_{k'0}^* \delta(\omega_k - \omega_{k'}) \delta'(\omega + \omega_k) - \\
 & - (1 - \delta(\omega_k - \omega_{k'})) \left[ \frac{P_{0k} P_{kk'} P_{k'0} + P_{0k}^* P_{kk'}^* P_{k'0}^*}{\omega_k - \omega_{k'}} \delta(\omega - \omega_k) - \right. \\
 & - \left. \frac{Q_{0k} P_{kk'}^* Q_{k'0}^* + Q_{0k}^* P_{kk'} Q_{k'0}}{\omega_k - \omega_{k'}} \delta(\omega + \omega_k) \right] + \\
 & + \left( \frac{P_{0k} Q_{kk'} Q_{k'0}^* + P_{0k} Q_{kk'}^* Q_{k'0}}{\omega_k + \omega_{k'}} \right) \delta(\omega - \omega_k) - \\
 & \left. - \left( \frac{Q_{0k} Q_{kk'} P_{k'0}^* + Q_{0k} Q_{kk'}^* P_{k'0}^*}{\omega_k + \omega_{k'}} \right) \delta(\omega + \omega_k) \right\}, \quad (34)
 \end{aligned}$$

对于  $I(\omega)$ ,  $R(\omega)$ , 有下列关系式存在:

$$\left. \begin{aligned} R(\omega) &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega', \\ I(\omega) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega', \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

其中  $\int_{-\infty}^{\infty}$  表示积分取主值. 利用(32)及(24)式, 得到

$$\begin{aligned}
 \chi_1'' = M\gamma \left\{ -\frac{W}{(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2} + \frac{I}{(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2} - \right. \\
 \left. - \frac{2IW^2}{[(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2]^2} - \frac{2RW(\omega_0 - \omega + S)}{[(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2]^2} \right\}, \quad (36)
 \end{aligned}$$

(36)式中第一项即为零级近似的磁化率的虚数部分  $\chi_0''$ , 因此考虑了包括  $k \neq 0$  自旋波间的相互作用后, 在一级近似中所得到的改正为

$$\begin{aligned}
 \Delta\chi_1'' = M\gamma \left\{ \frac{I}{(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2} - \frac{2IW^2}{[(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2]^2} - \right. \\
 \left. - \frac{2RW(\omega_0 - \omega + S)}{[(\omega_0 - \omega + S)^2 + W^2]^2} \right\}. \quad (37)
 \end{aligned}$$

(37)式中各项都含有  $Q_{k0} P_{kk'} Q_{k'0}^*$ ,  $P_{0k} P_{kk'} P_{k'0}$ ,  $Q_{0k} Q_{kk'} P_{k'0}$  等形式的乘积, 因而和  $\chi_0''$  相比是更高一级小量. (37)式中第一项仍是 Lorentz 型, 相当于  $\chi_0''$  上加了一个小的修正 (由  $W - I$  代替了原来的分子  $W$ ), 它不改变峰宽. 第三项对中心频率  $\omega = \omega_0 + S$  (亦即共振频率) 是不对称的, 因而它将影响曲线的对称性, 其影响大小视系数  $R$  而定. 最后

(37)式右边的第二項和  $(\chi''_0)^2$  成正比,它不影响吸收曲綫的对称性,但不是 Lorentz 型,如果峯寬仍定义为  $\chi'' = \frac{1}{2} \chi''(\omega)_{\text{最大}}$  处的頻率差,則第二項的作用将使峯寬略有减小,当然所有这些修正都是高一級小量的修正。

#### 四、結 論

用本文所述的方法,可以严格求出当存在不均匀性机构而引起的各种  $k$  自旋波間的散射时吸收曲綫的各級矩。和不存在自旋波散射机构时的吸收曲綫的矩相比較,一級矩沒有改变,二級矩在通常情形下增加了一和  $\omega, \omega_k, H_0$  无关的常数,該常数只和引起散射的机构的参量有关。更高級矩也可以写出严格的分析表达式。

用包括  $k=0$  和  $k \neq 0$  自旋波間的相互作用的解作为零級近似解,将  $k-k'$  ( $k, k' \neq 0$ ) 自旋波間的相互作用看作微扰,利用通常的微扰法得到了一級近似下的吸收曲綫  $\chi''_1(\omega)$ ,和零級近似相比較,  $k \neq 0$  自旋波間的作用对吸收曲綫的改正是更高一級小量。共分三項,第一項改变  $\chi''(\omega)$  的数值不影响曲綫的对称性和峯寬;第二項不改变吸收曲綫的对称性,但使吸收曲綫不再是 Lorentz 型,同时使峯寬略有减小;第三項对于共振頻率是不对称的,它将使吸收曲綫的形状有畸变,从而不再是对称的了。总的吸收曲綫將視各項的貢獻大小而定。

#### 附 录 I.

考虑方程組:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k'} \{ (P_{kk'} - \omega \delta_{kk'}) U_{k'} + Q_{kk'} V_{k'} \} &= C_k, \\ \sum_{k'} \{ Q_{kk'}^* U_{k'} + (P_{kk'}^* + \omega \delta_{kk'}) V_{k'} \} &= 0_k, \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.1})$$

其中  $P_{kk'} = P_{k'k}^*$ ,  $Q_{kk'} = Q_{k'k}$ . 若函数  $G_{kk'}$ ,  $\Gamma_{kk'}$  满足下列方程:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k'} \{ (P_{kk'} - \omega \delta_{kk'}) G_{k'k''} + Q_{kk'} \Gamma_{k'k''} \} &= \delta_{kk''}, \\ \sum_{k'} \{ Q_{kk'}^* G_{k'k''} + (P_{kk'}^* + \omega \delta_{kk'}) \Gamma_{k'k''} \} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.2})$$

則 (I.1) 式的解可以写成

$$\left. \begin{aligned} U_k &= \sum_{k'} G_{kk'} C_{k'k'}, \\ V_k &= \sum_{k'} \Gamma_{kk'} C_{k'k'}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.3})$$

将 (I.3) 直接代入 (I.1) 式并考虑到 (I.2) 式,不难証明 (I.3) 确是 (I.1) 式的解。

若函数  $u_{kn}$ ,  $v_{kn}$  和  $v_n$  满足下列方程組:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k'} (P_{kk'} u_{k'n} + Q_{kk'} v_{k'n}) &= v_n u_{kn}, \\ \sum_{k'} (Q_{kk'}^* u_{k'n} + P_{kk'}^* v_{k'n}) &= -v_n v_{kn}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.4})$$

及有正交归一条件<sup>[4]</sup>为

$$\left. \begin{aligned} \sum_n (u_{kn} u_{k'n}^* - v_{kn}^* v_{k'n}) &= \delta(k - k'), \\ \sum_n (u_{kn} v_{k'n}^* - u_{k'n} v_{kn}^*) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.5})$$

不难证明, 满足 (I.2) 式的函数  $G_{kk'}$ ,  $\Gamma_{kk'}$  可以写成

$$\left. \begin{aligned} G_{kk'} &= \sum_n \left( \frac{u_{kn} u_{k'n}^*}{v_n - \omega} + \frac{v_{kn}^* v_{k'n}}{v_n + \omega} \right), \\ \Gamma_{kk'} &= \sum_n \left( \frac{v_{kn} u_{k'n}^*}{v_n - \omega} + \frac{u_{kn} v_{k'n}}{v_n + \omega} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.6})$$

实际上将 (I.6) 代入 (I.2) 第一式, 得到

$$\begin{aligned} & \sum_{k'} \left\{ (P_{kk'} - \omega \delta_{kk'}) \sum_n \left( \frac{u_{k'n} u_{k''n}^*}{v_n - \omega} + \frac{v_{k'n}^* v_{k''n}}{v_n + \omega} \right) + \right. \\ & \quad \left. + Q_{kk'} \sum_n \left( \frac{v_{k'n} u_{k''n}^*}{v_n - \omega} + \frac{u_{k'n} v_{k''n}}{v_n + \omega} \right) \right\} = \\ &= \sum_n \frac{\sum_{k'} (P_{kk'} u_{k'n} + Q_{kk'} v_{k'n}) - \omega u_{kn}}{v_n - \omega} u_{k''n}^* + \\ & \quad + \sum_n \frac{\sum_{k'} (P_{kk'} v_{k'n}^* + Q_{kk'} u_{k'n}^*) - \omega v_{kn}^*}{v_n + \omega} v_{k''n} = \\ &= \sum_n (u_{kn} u_{k''n}^* - v_{kn}^* v_{k''n}) = \delta_{kk''}. \end{aligned}$$

同样可以证明 (I.2) 的第二个等式亦满足。函数  $G_{kk'}$ ,  $\Gamma_{kk'}$  实际上相当于解微分方程中的格林函数。

## 附 录 II.

圆偏振磁化率的公式(11), (12), 根据工作[5]<sup>1)</sup>可以很容易地从量子力学的处理推导出来。从自旋算符作类似的正则变换变到新算符  $\mu_k$ , 则得到  $\mu_k$  的运动方程和经典方程(3)相类似:

$$i \frac{d\mu_k}{dt} = [\mu_k, \mathcal{H}] = \sum_{k'} \{ P_{kk'} \mu_{k'} + Q_{kk'} \mu_{k'}^* \}, \quad (\text{II.1})$$

其中  $P_{kk'}$ ,  $Q_{kk'}$  由(4)式所决定的相同。算符  $\mu_k$  满足

$$\left. \begin{aligned} \langle [\mu_k, \mu_{k'}^*] \rangle &= \delta_{kk'} \sigma, \\ \langle [\mu_k, \mu_{k'}] \rangle &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.2})$$

而

$$S\sigma = \langle S_z^2 \rangle,$$

作正则变换:

1) 以下符号和引文相同。



$$\left. \begin{aligned} \mu_k &= \sum_n (u_{kn} \xi_n + v_{kn}^* \xi_n^+), \\ \mu_k^+ &= \sum_n (u_{kn}^* \xi_n^+ + v_{kn} \xi_n), \end{aligned} \right\} \quad (II.3)$$

其中  $u_{kn}$ ,  $v_{kn}$  由本征方程(8)决定, 将 (II.3) 代入 (II.1) 可以得到新算符  $\xi_n$  的运动方程:

$$i \frac{d\xi_n}{dt} = v_n \xi_n, \quad (II.4)$$

其中  $v_n$  为本征方程(8)的本征值, 由 (II.3) 及 (II.2), 不难证明:

$$\left. \begin{aligned} \langle [\xi_n, \xi_{n'}^+] \rangle &= \delta_{nn'} \sigma, \\ \langle [\xi_n \xi_{n'}] \rangle &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (II.5)$$

由此可知,

$$\left. \begin{aligned} \langle \xi_n | \xi_{n'}^+ \rangle_E &= i \frac{\sigma}{2\pi} \delta_{nn'} \frac{1}{E - v_n}, \\ \langle \xi_n^+ | \xi_{n'} \rangle_E &= -\frac{i}{2\pi} \sigma \delta_{nn'} \frac{1}{E + v_n}, \\ \langle \xi_n | \xi_{n'} \rangle_E &= \langle \xi_n^+ | \xi_{n'}^+ \rangle_E = 0. \end{aligned} \right\} \quad (II.6)$$

由正圆偏振磁化率的公式<sup>[6]</sup>, 并利用 (II.3)、(II.6), 得到

$$\begin{aligned} \chi(\omega) &= \pi i \langle M^+ | M^- \rangle_\omega^{\text{ret}} = \\ &= 2i S N g^2 \beta^2 \sum_{nn'} \{ u_{0n} u_{0n'}^* \langle \xi_n | \xi_{n'}^+ \rangle_\omega^{\text{ret}} + v_{0n}^* v_{0n'} \langle \xi_n^+ | \xi_{n'} \rangle_\omega^{\text{ret}} + \\ &+ u_{0n} v_{0n'} \langle \xi_n | \xi_{n'} \rangle_\omega^{\text{ret}} + v_{0n}^* u_{0n'}^* \langle \xi_n^+ | \xi_{n'}^+ \rangle \} = \\ &= N S \sigma g^2 \beta^2 \sum_n \left\{ -\frac{u_{0n} u_{0n}^*}{\omega - v_n + i\varepsilon} + \frac{v_{0n} v_{0n}^*}{\omega + v_n + i\varepsilon} \right\}, \end{aligned} \quad (II.7)$$

利用等式(13), 得到

$$\left. \begin{aligned} \chi'(\omega) &= M \gamma \sum_n \left\{ P \frac{u_{0n} u_{0n}^*}{v_n - \omega} + P \frac{v_{0n} v_{0n}^*}{v_n + \omega} \right\}, \\ \chi''(\omega) &= \pi M \gamma \sum_n \{ u_{0n} u_{0n}^* \delta(\omega - v_n) - v_{0n} v_{0n}^* \delta(\omega + v_n) \}, \end{aligned} \right\} \quad (II.8)$$

即为(11), (12)式.

方程 (II.1) 描述有相互作用的自旋波的运动方程, 变换 (II.3) 引进了新的赝粒子(或集体振动方式)对新的赝粒子间并无相互作用存在. 因而对于它们, 吸收是  $\delta$  函数型的(没有峰宽), 激发一致共振( $k=0$  的自旋波)相当于激发了一系列的新的赝粒子, 它们的频率有一分布, 从而造成了有限的峰宽.

### 参 考 文 献

- [1] Clogston, A. M. et al., *J. Phys. Chem. Solids*, **1** (1956), 129.
- [2] Clogston, A. M., *J. Appl. Phys.*, **29** (1958), 334.
- [3] Schlömann, E., *J. Phys. Chem. Solids*, **6** (1958), 242.
- [4] Боголюбов, Н. Н. 量子统计学 (杨肇译).
- [5] 孟宪振, 蒲富恪, 物理学报, **17** (1961), 214.
- [6] Тябликов, С. В., *ФТТ*, **2** (1960), 361.

## INFLUENCE OF THE SCATTERING BETWEEN SPIN WAVES ON FERROMAGNETIC RESONANCE ABSORPTION

PU FU-CHO, CHENG CHIN-CHI

### ABSTRACT

In this paper the influence of the scattering between spin waves on the ferromagnetic resonance absorption curves is discussed. The first order approximation of absorption curves and an exact expression for its 1-th moment are obtained.