

輕原子核中的超流效应*

曾謹言 單啓鰲 陳難先
(北京大学物理系)

提 要

本文用 Боголюбов-Беляев 理論討論了輕核中 ($F^{19}-Mg^{24}$) 对偶力对轉动慣量及奇偶质量差的影响。取平均对偶力强度 G 为

$$GA \sim 16-18 \text{ MeV}$$

时(相应能隙 $\Delta \simeq 1.5 \text{ MeV}$), 可以很好地解释它們的轉动慣量。我們估計了奇偶质量差, 結果和实验相近, 在輕核中它比能隙 Δ 要略大些, 計算表明粒子数涨落 $\Delta N \sim 1-1.5$ 。我們还討論了理論中忽略的高級項的修正以及理論的主要困难。

原子核中存在“超流效应”的实验根据主要有三^[1]:

1. 偶偶核、特别是大形变重偶偶核的低激发譜中有“能隙”存在。
2. 原子核质量的奇偶效应。
3. 原子核轉动慣量問題。用諧振子位阱中独立粒子波函数所得的計算值比实验值大很多。考虑自旋軌道耦合后^[2], 計算值有一定变小, 但和实验还有相当距离。

目前一般认为这些现象源于核子間对偶吸引力所引起的对关联。Беляев^[3] 用 BCS 和 Боголюбов 的理論^[4]处理了原子核中的对偶力, 从而定性闡明了上述现象。Nilsson^[5] 仔細計算了稀土元素和超鈾元素等重核的轉动慣量, 进一步肯定了对偶力对原子核性质的影响。

本文試用 Боголюбов-Беляев 理論来研究輕原子核 ($F^{19}-Mg^{24}$) 中对偶力的大小及其对輕核結構(轉动慣量、奇偶质量差)的影响, 并討論了 BCS 和 Боголюбов 方法处理輕核时的主要困难。

一、理論的簡單介紹

为了便于参考及后面的討論, 我們先簡述一下 Беляев 理論的主要綫索和結果^[3,5]。

假設粒子处在含自旋軌道耦合的軸对称变形場 (Nilsson) 中运动^[6], 用 $\sigma\nu$ 表示其状态, $\sigma = \pm 1$ 表示核子角动量在原子核对称軸上的投影为 $\pm Q_\nu$, 能級是二重簡并的。这里我們並沒有把标志粒子态的全部量子数明显表示出来。假設只有同类粒子間有对偶力作用, 則質子系(或中子系)的哈密頓量可表为

$$H = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} (a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu}) - G \sum_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{-\nu}^{\dagger} a_{-\nu} a_{\nu}, \quad (1)$$

* 1962年5月9日收到。

其中 a_v^+ (a_{-v}^+), a_v (a_{-v}) 分別表示核子的产生算符和湮灭算符, ϵ_v 表示单粒子能量, G 是对偶力的平均强度.

体系的粒子数

$$N = \sum_v (a_v^+ a_v + a_{-v}^+ a_{-v}) \quad (2)$$

应是守恒量, 当粒子数较多时, 严格处理此问题比较困难, 为此我们放松此要求, 引入体系的化学势 λ (拉氏乘子), 然后求

$$H' = H - \lambda N \quad (3)$$

的本征态, 此时只要求粒子数平均值确定, 即

$$\bar{N} = n. \quad (4)$$

Беляев 引用了 Боголюбов 的正则变换来处理此问题:

$$\begin{cases} a_v = u_v \alpha_v + v_v \beta_v^+, \\ a_{-v} = u_v \beta_v - v_v \alpha_v^+, \end{cases} \quad (5)$$

α_v^+ , β_v^+ ($\equiv \alpha_{-v}^+$) 和 α_v , β_v 分别是准粒子的产生和湮灭算符, u_v , v_v 是实数并满足

$$u_v^2 + v_v^2 = 1, \quad (6)$$

v_v^2 表示能级 v 被粒子对填充的几率, 此时 H' 可以化成

$$H' = U' + H'_{11} + H'_{20} + H'_{int}, \quad (7)$$

其中

$$U' = 2 \sum_v (\epsilon_v - \lambda) v_v^2 - G \left(\sum_v u_v v_v \right)^2 - G \sum_v v_v^4, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} H'_{11} = \sum_v [(\epsilon_v - \lambda)(u_v^2 - v_v^2) + 2Gu_v v_v \sum_{v'} u_{v'} v_{v'} - \\ - Gv_v^2(u_v^2 - v_v^2)](\alpha_v^+ \alpha_v + \beta_v^+ \beta_v), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H'_{20} = \sum_v [(\epsilon_v - \lambda)2u_v v_v - G(u_v^2 - v_v^2) \sum_{v'} u_{v'} v_{v'} - 2Gu_v v_v^3] \times \\ \times (\alpha_v^+ \beta_v^+ - \alpha_v \beta_v), \end{aligned} \quad (10)$$

而

$$H'_{int} = H'_{40} + H'_{31} + H'_{22}, \quad (11)$$

其中 H'_{40} 包含四个准粒子的产生或湮灭算符, 余类推. 从后面讨论可知, 直到二级微扰 H'_{int} 的贡献是比较小的, 在略去 H'_{int} 后, 可以适当选取 u_v , v_v 使体系变成无相互作用的准粒子体系, 为此令 $H'_{20} = 0$, 则得

$$(\epsilon_v - \lambda)2u_v v_v - G(u_v^2 - v_v^2) \sum_{v'} u_{v'} v_{v'} = 0. \quad (12)$$

(10) 式中最后一项只有在很靠近费米面时才有较大的贡献, 通常都可略去或纳入自洽场中^[3,5], 它的影响以后将讨论. 令

$$\Delta = G \sum_v u_v v_v, \quad (13)$$

$$E_v = \sqrt{(\epsilon_v - \lambda)^2 + \Delta^2}, \quad (14)$$

则由(12)及(6)即知

$$\begin{cases} u_v^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\epsilon_v - \lambda}{E_v} \right), \\ v_v^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_v - \lambda}{E_v} \right). \end{cases} \quad (15)$$

这时

$$H' = U' + H'_{11}$$

描述独立准粒子体系, 偶偶核基态相应于准粒子真空态

$$|0\rangle = \prod_v (u_v + v_v a_v^+ a_{-v}^+) |0\rangle, \quad (16)$$

它满足 $\alpha_v |0\rangle = 0, \beta_v |0\rangle = 0$. (16) 式中 $|0\rangle$ 是壳模型粒子真空态.

偶偶核基态 ($|0\rangle$) 的粒子数平均值为

$$\bar{N} = 2 \sum_v v_v^2 = n,$$

即

$$\sum_v \left(1 - \frac{\epsilon_v - \lambda}{E_v} \right) = n. \quad (17)$$

对于每一个核 (n 已知) 在给定 ϵ_v 和 Δ (或 G) 后, 即可由 (17) 定出 λ , 从而可以利用 (15) 计算 u_v, v_v . 基态粒子数涨落为

$$\Delta N = \sqrt{(N^2 - \bar{N})^2} = 2 \sqrt{\sum_v u_v^2 v_v^2}. \quad (18)$$

奇核体系 (设奇粒子处于 v_0) 的基态可近似表成一个准粒子态:

$$a_{v_0}^+ |0\rangle \equiv a_{v_0}^+ \prod_{v \neq v_0} (u_v + v_v a_v^+ a_{-v}^+) |0\rangle,$$

相应的能量 $\approx E_{v_0}$. 在略去最后奇粒子的堵塞效应 (blocking effect) 以及高级修正后, 奇偶质量差为

$$P \approx E_{v_0} = \sqrt{(\epsilon_{v_0} - \lambda)^2 + \Delta^2}, \quad (19)$$

其中 v_0 为费米面下最高的能级, 在轻核中 λ 不很靠近能级 v_0 , 通常奇偶质量差比 Δ 大些, 和重核中情况不同.

应用所得的结果可以求得偶偶核转动惯量的公式为

$$I_{\text{偶}} = 2\hbar^2 \sum_{v, v'} \frac{|\langle v | j_x | v' \rangle|^2}{E_v + E_{v'}} (u_v v_{v'} - u_{v'} v_v)^2. \quad (20)$$

对于奇 A 核只要把奇粒子所处的能级除去 (堵塞效应), 然后再单独对不受对偶力影响的奇粒子进行处理, 这样求得的转动惯量公式为

$$\begin{aligned} I_{\text{奇}} = 2\hbar^2 \sum_{v, v' \neq v_0} \frac{|\langle v | j_x | v' \rangle|^2}{E_v + E_{v'}} (u_v v_{v'} - u_{v'} v_v)^2 + \\ + 2\hbar^2 \sum_{v (\neq v_0)} \frac{|\langle v | j_x | v_0 \rangle|^2}{\epsilon_v - \epsilon_{v_0}} u_v^2. \end{aligned} \quad (21)$$

二、计算方案

1. ϵ_v 的选取

我们认为不考虑对偶力时, Nilsson 能级可以比较好地描写形变核粒子能级, 确定 ϵ_v

时应注意下列問題:

(1) $\hbar\omega_0$ 的选取 Nilsson 取^[6]

$$\hbar\omega_0 \approx 41 \times A^{-1/3} \text{MeV}. \quad (22)$$

这对应于核半径

$$R = 1.20 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{cm}, \quad (23)$$

但这公式并不很正确^[7], 对于輕核的實驗結果是

$$R = 1.30 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{cm}, \quad (24)$$

或

$$R = 1.63 \times 10^{-13} Z^{1/3} \text{cm}, \quad (25)$$

这时相应

$$\hbar\omega_0 \approx 35 \times A^{-1/3} \text{MeV}. \quad (26)$$

但从我們的計算表明, $\hbar\omega_0$ 对轉动慣量計算結果影响很小, 见图 4.

(2) 形变度 δ 的选取 根据相当多的材料表明, F^{19} — Mg^{24} 的形变較大(見表 1), 一般可认为 $\delta \approx 0.30$ — 0.40 . 下面我們对 Ne^{20} — Mg^{24} 取 $\delta = 0.36$, F^{19} 取 $\delta \sim 0.30$. 后面計算結果表明 I 和 δ 的关系不敏感, 在 $\delta \approx 0.30$ — 0.40 范围中計算結果变化极少. 在这种形变下, 按照文献[6], Nilsson 参数 $\eta \approx 6$, 同时 $\kappa = \frac{\delta}{\eta} \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3\right)^{-1/6}$, 其中

κ 表示自旋軌道耦合 C 的大小: $\kappa = -\frac{1}{2} \frac{C}{\hbar\omega_0}$

表 1 輕核电四极矩与形变度

核	$Q(10^{-24} \text{cm}^2)$	$Q_0(10^{-24} \text{cm}^2)$	δ
Ne^{21}	0.093 ¹		0.36
Na^{23}	0.100 ²		0.36
Mg^{24}		0.45 ³	0.33
		0.43 ⁴	0.32

1. Grosf G. M., et al., *Phys. Rev. Letters*, **1**, (1958), 214.

2. Perl M. L., et al., *Phys. Rev.*, **98** (1955), 611.

3. Glendenning N. K., and Sawicki J., *Nucl. Phys.*, **18**, (1960), 595.

4. Litherland H. F., et al., Chalkriver Report PD-289 (1956).

2. A 或 G 的选择

分析 Ne^{20} — Mg^{24} 附近原子核結合能^[10]可以求出其奇偶質量差 P , 其中 P_n 和 P_p 的定义是

$$\begin{aligned} P_n(Z, N) &= \frac{1}{2} [S_n(Z, N) - S_n(Z, N-1)], \\ P_p(Z, N) &= \frac{1}{2} [S_p(Z, N) - S_p(Z-1, N)]. \end{aligned} \quad (27)$$

其中 Z, N 均为偶数, S_p 和 S_n 是原子核最后質子和中子的結合能. 由于 BCS 波函数粒子数不守恒, 計算值是相应于核子数在一定值附近变化的原子核的平均, 因此

$$A \sim 24, \quad P \sim 1.7 \text{ MeV},$$

$$A \sim 20, \quad P \sim 2.4 \text{ MeV}.$$

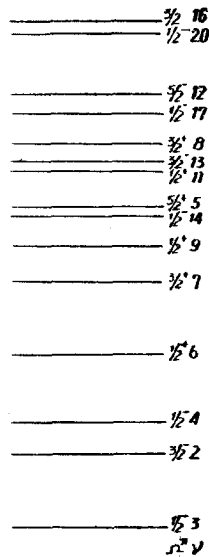
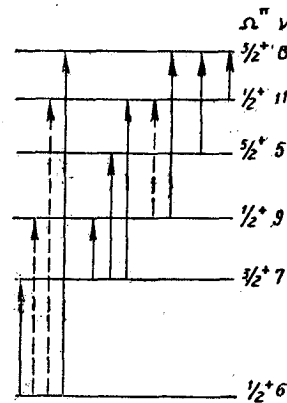
表 2 原子核奇偶质量差^[10](单位: MeV)

	O ¹⁸	Ne ¹⁸	Ne ²⁰	Ne ²²	Mg ²⁴	Mg ²⁶	Si ²⁸
P_p		1.78	2.42		1.46	1.55	1.65
P_n	1.95		2.74	1.80		1.88	

在輕核中由于費米能級不一定很靠近某一 Nilsson 能級, 因此最靠近費米面下面的能級的 $E_{v_0} = \sqrt{(\epsilon_{v_0} - \lambda)^2 + \Delta^2}$ 比 Δ 要大些, 我們估計 $\Delta \sim 1.5 \text{ MeV}$ 較好, 下面我們用 $\Delta = 1.3, 1.5, 1.6, 1.8 \text{ MeV}$ 計算 $\hbar^2/2I$, 并估計奇偶质量差, 由結果和实验比較来判断 Δ 或对偶力强度 G 的大小.

3. λ 的确定和 u_v, v_v 的計算

在利用(17)式来确定費米能級 λ 时, 我們一共考虑費米能級附近 15 条能級(如图 1 所示). 这些能級所扩张的范围 $\sim 30 \text{ MeV}$, 比起对偶力强度 ($G \sim 1 \text{ MeV}$) 要大得多, 因此計算結果是比較精确的, 在求得 λ 之后, 利用(15)式計算 u_v, v_v .

图 1 Ne²⁰—Mg²⁴ 費米面附近能級图图 2 $N=2$ 壳层对轉动慣量有贡献的跃迁

4. 矩陣元的計算

由文献[2]可知只有 $Q_v = Q_{v'} \pm 1$ 时

$$\langle v | j_x | v' \rangle \neq 0,$$

其中 $Q_v, Q_{v'}$ 表示 v 和 v' 态下粒子角动量在核对称軸上的投影. 因此对于 $N=2$ 壳层有图 2 所示的 11 个矩陣元对 I 有贡献. 图中虛綫表示 $Q = \pm \frac{1}{2} \rightarrow Q' = \mp \frac{1}{2}$. 当 v 和 v' 不同时等于 $\frac{1}{2}$ 时, 則有

$$\langle v | j_x | v' \rangle = \frac{1}{2} \sum_l \left[\sum_A a_{lA} a'_{lA \pm 1} \sqrt{(l \mp A)(l \pm A + 1)} + a_{l0 \pm 1/2} a'_{l0 \pm 1/2} \right]; \quad (28)$$

当 v 和 v' 都等于 $\frac{1}{2}$ 时, 則

$$\langle v'_{0=1/2} | j_x | v_{0=-1/2} \rangle = \frac{1}{2} \sum_l [\sqrt{l(l+1)}(a_{l0} a'_{l1} + a'_{l0} a_{l1}) + a_{l0} a'_{l0}], \quad (29)$$

上式中 a_{lA} 和 a'_{lA} 是 Nilsson 波函数 $|v\rangle$ 和 $|v'\rangle$ 的展开系数, 可查表^[6].

三、計算結果和实验比較

我們应用上述方法計算了 Mg^{24} 、 Ne^{20} 、 Ne^{22} 、 F^{19} 、 Ne^{21} 、 Ne^{23} 等核的轉动慣量, 估計了奇偶质量差, 并討論了輕核中对偶力強度 G . 我們先对 Mg^{24} 和 Ne^{20} 作較詳細的討論.

Mg^{24} 的計算結果如表 3.

表 3 Mg^{24} 的計算結果

$\Delta(\text{MeV})$	$\hbar^2/2I(\text{KeV})$	$G \times A(\text{MeV})$	$E_{v_0}(\text{MeV})$
1.3	205	14.6	1.49
1.5	232	15.5	1.64
1.6	248	15.9	1.72
1.8	276	17.0	1.89

为清楚起見, 我們把 Mg^{24} 和 Ne^{20} 的 $\hbar^2/2I$ 随能隙 Δ 变化的趋势画于图 3 中.

由表 3 及图 3 我們看出: 要得到符合 $\hbar^2/2I$ 实验結果所需的能隙都是 $\Delta = 1.5 \text{ MeV}$, 相应的对偶力強度是

$$\text{Mg}^{24}: \quad G \times A = 15.5 \text{ MeV},$$

$$\text{Ne}^{20}: \quad G \times A = 17.7 \text{ MeV}.$$

当忽略高級近似和堵塞效应时, 这样的对偶力強度相应的奇偶质量差估計为

$$\text{Mg}^{24}: \quad P \sim E_{v_0} = 1.64 \text{ MeV}, \quad (P_{\text{实}} \sim 1.7 \text{ MeV})$$

$$\text{Ne}^{20}: \quad P \sim E_{v_0} = 2.25 \text{ MeV}, \quad (P_{\text{实}} \sim 2.4 \text{ MeV})$$

它們都和实验接近.

值得注意的是 $\hbar^2/2I$ 的計算結果对形变 δ 的依賴关系很不敏感, 在 δ 的实验值范围 ($\delta \sim 0.30-0.40$) 中变化很小, 例如

$$\text{Mg}^{24}: \quad \delta = 0.36, \quad \hbar^2/2I = 232 \text{ keV},$$

$$\delta = 0.32, \quad \hbar^2/2I = 233 \text{ keV}.$$

$$\text{Ne}^{20}: \quad \delta = 0.36, \quad \hbar^2/2I = 266 \text{ keV},$$

$$\delta = 0.30, \quad \hbar^2/2I = 267 \text{ keV}.$$

其次 $\hbar^2/2I$ 和 $\hbar\omega_0$ 的选择也不敏感, 在图 4 中我們比較了不同 $\hbar\omega_0$ 时 Mg^{24} 的結果, 虛綫画出了 $\hbar\omega_0 = 41 \times A^{-1/3} \text{ MeV}$ ($R = 1.20 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm}$) 的結果, 实綫表示 $\hbar\omega_0 = 35 \times A^{-1/3} \text{ MeV}$ ($R = 1.30 \times 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm}$) 的結果, 可知两者相差很小, Ne^{20} 的相差甚至更

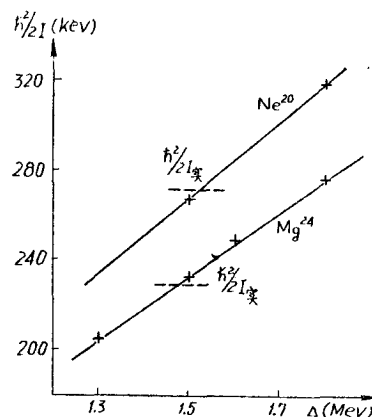


图 3 Mg^{24} 和 Ne^{20} 的轉动慣量

小。

由此可見我們的計算結果主要和对偶力強度 G 或能隙 Δ 有关, 而与 $\hbar\omega_0$ 及 δ 选择关系不灵敏, 因此这样求出的对偶力強度是比较有意义的。

在这区域中几个原子核計算結果表明 $GA \sim 16-18 \text{ MeV}$ (在計算 $G \times A$ 时我們取了 15 条能級), 这結果和 Nilsson 分析重核轉动慣量时得到的中子对偶力強度^[5]

$$G_n \times A \approx 18 \text{ MeV}$$

接近, 但比质子对偶力強度 $G_p \times A \approx 24-26 \text{ MeV}$ 則略小, Kisslinger 和 Sorenson^[8] 在分析单满壳层核 (Ni, Sn, Pb) 的低激发譜时曾 求出 $G \times A \sim 17-28 \text{ MeV}$, Kerman 等人^[9] 在分析这些核时曾得出 $G \times A \approx 20-22 \text{ MeV}$ 。

应当指出, $G \times A$ 的值和計算中包括的能級数目有关。如我們只取和費米能級最靠近的 8 条能級, 則对于 Mg^{24} , $G \times A \approx 20 \text{ MeV}$ 。正如 Nilsson 所指出的^[5], Kisslinger 和 Sorenson 等人

求出对偶力強度較大是因为計算中考虑能級数目較小的緣故, 但我們还应指出, 如所取能級过多, 則 G 将变得更小, 但这时 G 作为一平均常量意义就不大了。其次, 能級 ϵ_ν 的选择也会影响到所应取的 G 的大小。如果选择比文献[6]更合理的能級^[11], 有可能所需的 G 要小些。

我們还計算了 BCS 波函数相应的粒子数涨落的方均根值 ΔN

$$\text{Ne}^{20}: \quad \Delta N \sim 1.0,$$

$$\text{Mg}^{24}: \quad \Delta N \sim 1.5.$$

因此 Ne^{20} 的所有計算結果实际上应是 $A \sim 20$ 的一些原子核 (Ne^{18} , Ne^{20} , Ne^{22}) 的平均結果, Mg^{24} 的結果應該是 $A \sim 24$ 的一些核 (Ne^{22} , Mg^{24} , Mg^{26}) 的平均結果。

粒子数不守恒是 Боголюбов-Беляев 理論用于輕核的較大的問題、由于輕核粒子不多, BCS 波函数对于具体的个别原子核特性的描述就相差較远了。如要仔細地討論各具体的原子核性质, 要寻求粒子数守恒的处理方法^[14]。

在計算中我們发现粒子填布和完全簡并費米填布相差不大, 如图 5 所示。对偶力引起的組态混合主要是費米能級附近不多的能級, 原因是輕核中对偶力強度比起单粒子能級間隔要小。

最后我們把其它原子核計算結果列于表 4 中。在計算奇 A 核 $\hbar^2/2I$ 时, 我們把奇粒子所占据的那条能級除去(堵塞效应)来定 λ 和 u_ν, v_ν 。而奇粒子对 I 的貢獻我們用 Inglis 公式計算, 因为除了 Pauli 原理限制外, 它不受对偶力的影响。

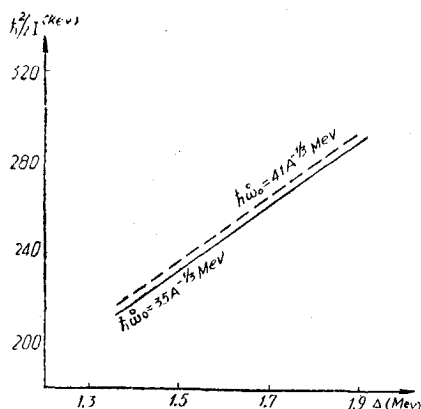


图 4 Mg^{24} 轉动慣量和 $\hbar\omega_0$ 的关系

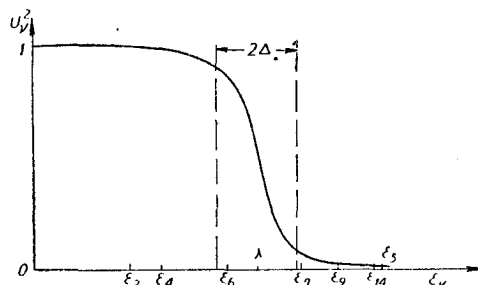


图 5 Ne^{20} 中核子填布几率随能級的变化

表 4 輕核轉動慣量計算結果 ($\Delta = 1.5\text{MeV}$; $\delta = 0.36$)

	Ne ²⁰	Ne ²²	Mg ²⁴	F ¹⁹	Ne ²¹	Ne ²³
$\hbar^2/2I_{\text{計}}(\text{keV})$	266	248	232	257	230	222
$\hbar^2/2I_{\text{實}}(\text{keV})$	272	(213)	229	(300) ¹		(290) ²

1. Rakavy G., *Nucl. Phys.*, **4** (1957), 375.2. Freeman J. M., *Phys. Rev.*, **120**, (1960), 1436.

高級近似的討論

最后,我們对略去的高級項进行討論.

(1) H'_{20} 中略去的高級項討論(參看(10)式). 正如 Nilsson 指出^[5],若把(10)中略去的高級項 $-2Gv_v^3u_v$ 納入自洽場中,則相当于变动

$$(\epsilon_v - \lambda) \rightarrow \widetilde{(\epsilon_v - \lambda)} = (\epsilon_v - \lambda) \left(1 + \frac{G}{2E_v}\right),$$

$$E_v \rightarrow \tilde{E}_v = \sqrt{(\epsilon_v - \lambda)^2 + \Delta^2},$$

依此重新計算 $\hbar^2/2I$, 影响很小,例如 Mg²⁴ 原来計算結果为

$$\hbar^2/2I = 232 \text{ keV}, \quad GA = 15.5 \text{ MeV}, \quad E_{v_0} = 1.64 \text{ MeV},$$

改进后为

$$\hbar^2/2I = 234 \text{ keV}, \quad GA = 16.5 \text{ MeV}, \quad \tilde{E}_{v_0} = 1.69 \text{ MeV}.$$

(2) H'_{11} 中忽略的部分 $\{-Gu_v^2(u_v^2 - v_v^2)(\alpha_v^+\alpha_v + \beta_v^+\beta_v)\}$ 对偶偶核基态能量无影响,但使一个准粒子态的能量增加 $\{-Gu_{v_0}^2(u_{v_0}^2 - v_{v_0}^2)\}$, 这将引起对奇偶質量差的修正,如

$$\text{Mg}^{24}: \quad -Gu_{v_0}^2(u_{v_0}^2 - v_{v_0}^2) = 48 \text{ keV},$$

$$\text{Ne}^{20}: \quad -Gu_{v_0}^2(u_{v_0}^2 - v_{v_0}^2) = 127 \text{ keV}.$$

这部分修正将使得奇偶質量差增大.

(3) 准粒子間剩余相互作用 $H'_{int} = H'_{31} + H'_{40} + H'_{22}$ 的估計及其对奇偶質量差的影响.

不难求出

$$H'_{40} = G \sum_{v,v'} u_v^2 v_{v'}^2 (\alpha_v' \beta_{v'} \beta_v \alpha_v + \alpha_v^+ \beta_{v'}^+ \beta_v^+ \alpha_v^+),$$

$$H'_{31} = G \sum_{v,v'} u_v v_{v'} (u_v^2 - v_v^2) [\beta_v^+ \alpha_v^+ (\alpha_v^+ \alpha_v' + \beta_v^+ \beta_{v'}) + (\alpha_v^+ \alpha_v' + \beta_v^+ \beta_{v'}) \alpha_v \beta_v],$$

$$H'_{22} = G \sum_{v,v'} [(u_v^2 u_{v'}^2 + v_v^2 v_{v'}^2) \alpha_v^+ \beta_{v'}^+ \beta_v \alpha_v + u_v v_v u_{v'} v_{v'} (2\alpha_v^+ \beta_{v'}^+ \beta_{v'} \alpha_v + \alpha_v^+ \alpha_v^+ \alpha_v' \alpha_v + \beta_v^+ \beta_{v'}^+ \beta_{v'} \beta_v)].$$

下面就用二級微扰近似来估計 H'_{int} 中各項对真空态或一个准粒子态的影响.

H'_{31} 对真空态无影响,它使一个准粒子态的能量改变

$$\delta E(H'_{31}) = -\frac{G^2}{2} u_{v_0}^2 v_{v_0}^2 \sum_{v \neq v_0} (u_v^2 - v_v^2)^2 / E_v,$$

这样就使奇偶质量差的值减小, 对 Mg^{24} 是 0.086 MeV, 对 Ne^{20} 是 0.044 MeV. 这结果比 Nilsson 粗略估计的上限^[5]

$$\delta E(H'_{31}) \leq \frac{G}{4} \sim 0.2 \text{ MeV}$$

要小.

H'_{40} 对真空态和单准粒子态的影响分别是

$$\delta E_0(H'_{40}) = -\frac{G^2}{4} \sum_{v \neq v'} \frac{u_v^4 v_{v'}^4}{E_v + E_{v'}}$$

和

$$\delta E_1(H'_{40}) = -\frac{G^2}{2} \sum_{v \neq v_0 \neq v'} \frac{u_v^4 v_{v'}^4}{E_v + E_{v'}}$$

其中 v_0 是准粒子所占据的能级, 两者相减得

$$\frac{1}{2} G^2 \sum_{v \neq v_0} \frac{u_{v_0}^4 v_v^4 + v_{v_0}^4 u_v^4}{E_{v_0} + E_v},$$

它使奇偶质量差增大, 对 Mg^{24} 是 0.134 MeV, 对 Ne^{20} 是 0.294 MeV.

综上所述 H'_{in} 对奇偶质量差影响为

$$\text{Mg}^{24}: \quad P \text{ 增大} \quad 0.048 \text{ MeV},$$

$$\text{Ne}^{20}: \quad P \text{ 增大} \quad 0.25 \text{ MeV}.$$

再考虑 H'_{20} 和 H'_{11} 的影响后, 我们得出 $\Delta = 1.5 \text{ MeV}$ 时的奇偶质量差为

$$\text{Mg}^{24}: \quad P \sim 1.78 \text{ MeV},$$

$$\text{Ne}^{20}: \quad P \sim 2.87 \text{ MeV}.$$

应当指出, 轻核奇偶质量差是一个很复杂的问题, 它不仅来自对偶力的贡献, 而且与偶偶核和奇 A 核的形变变化、表面刚度等影响有关, 和对-对力 (Pair-Pair force) 也有关^[12,13], 我们只是在考虑相同核子对偶力影响后对此作了粗略估计而已.

四、结 束 语

由前讨论, 我们可以看出, 对偶力对轻核 (F^{19} — Mg^{24}) 结构有相当大的影响, 在选取

$$GA \sim 16-18 \text{ MeV} \text{ 或 } \Delta \sim 1.5 \text{ MeV}$$

后, 可以得到和实验很相符的转动惯量, 计算结果对参数 δ 、 $\hbar\omega_0$ 的选取并不灵敏. 由此估计的奇偶质量差及其变化趋势和实验也甚为接近. Боголюбов-Беляев 理论中略去的高级项对转动惯量和奇偶质量差的影响不很大.

用 Боголюбов-Беляев 理论处理轻核的主要问题如下:

(1) 粒子数不守恒. 中子数或质子数的涨落 $\Delta N \sim 1-1.5$. 因此理论结果只是某些原子核的平均性质, 对具体处理个别原子核性质尚有不足之处.

(2) Б-Б 理论用来处理轻核激发态是比较困难的. 不同激发态下的粒子填布状况 (u_v 、 v_v) 是不同的, 需要分别地一一处理. 对奇 A 核说来, 堵塞效应是必需考虑的, 不同激发态堵塞情况不同.

(3) 在计算中若考虑对力强度对能级的依赖, 则常数 G 应换成矩阵 $G_{\mu\nu}$, 从而能隙 $\Delta\nu$ 和 ν 有关. 这时的计算就会十分复杂.

(4) 在輕核中我們还应考虑 np 对偶力。或者如輕核結構中表現出的对对关联 (Pair-Pair correlation)^[13]。此时理論計算要复杂些, 可靠性也更差, 但此时相同核子对偶力强度应当减小, 就可以說明轉动慣量和質量奇偶效应。

工作中和楊立銘教授作过有益的討論, 特此志謝。

参 考 文 献

- [1] Bohr, Mottelson and Pines, *Phys. Rev.*, **110** (1958), 936.
- [2] 曾謹言、張庆营、楊立銘, 物理學報, **15** (1959), 565.
- [3] Беляев, С. Т., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **31**, No. 11 (1959).
- [4] Bardeen, Cooper and Schrieffer, *Phys. Rev.*, **108** (1957), 1175.
Боголюбов, Н. Н., *ЖЭТФ.*, **34** (1958), 58, 73.
- [5] Nilsson, S. G., Prior, O., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **32**, No. 16 (1961).
- [6] Nilsson, S. G., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **29**, No. 16 (1955).
- [7] 曾謹言, 物理學報, **13** (1957), 537. 北京大學學報 (自然科學), **5** (1959), 355.
- [8] Kisslinger and Sorensen, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **32**, No. 9 (1960).
- [9] Karman, A., et al., *Phys. Rev.*, **124** (1961), 162.
- [10] Кравцов В. А., *УФН.*, **65** (1958), 451.
- [11] 張庆营等, 北京大學學報 (自然科學) **6** (1960), 137.
- [12] Soloviev, V. G., *Nucl. Phys.*, **18** (1960), 161.
- [13] Беляев, Захарьев, Соловьев, *ЖЭТФ.*, **38** (1960), 952.
- [14] 曾謹言. (未发表)

THE SUPERFLUIDITY EFFECTS IN LIGHT NUCLEI

TSENG, C. Y., SHAN, Q. Z., CHENG, L. S.

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

We have analyzed the effects of the pairing force on the nuclear structure of light nuclei: F^{19} — Mg^{24} . It is found that with the coupling strength G , $G \times A \sim 16$ — 18 Mev, the observed moments of inertia of these nuclei can be predicated very well. The estimated even-odd mass difference P in general is a little larger than the energy gap in light nuclei. The fluctuation of the number of particles $\Delta N \sim 1$ — 1.5 . The neglected higher-order terms in Bogolyubov—Belyaev's theory are also discussed. The main difficulties of the theory are the nonconservation of the number of particles, the treatment of excited states and the up pairing force.