

实验室动能 4 BeV 左右的核子-核子散射*

陈 时 戴元本

(中国科学院)

提 要

本文给出了带区近似下 $N-N$ 散射振幅虚部的表示式。利用 $\pi-N$ 低能散射的实验数据, 计算了实验室动能为 4 BeV 时带区 $4\mu^2 < t < 16\mu^2$ 内的谱函数对 $N-N$ 散射总截面的贡献。对质子-质子散射得到和实验比较符合的结果, 但是在 3—4 BeV. 之间, 中子-质子散射的总截面比质子-质子散射的总截面大得多。可以认为, 这个结果表示较远的谱函数也很重要。

一、引 言

最近, Chew 和 Frautschi^[1] 提出, 由于在 高能粒子散射时出现绕射峰, 这意味着在双色散关系中谱函数靠近边界的部分贡献最大。这部分谱函数来自交换两个 π 介子的图形, 可以比较容易地计算出来。Amati^[2] 等曾由这个假设出发, 给出带区近似下 (Strip approximation) 小角度散射振幅的积分方程, 并由此讨论了实验室动能几个 BeV. 区域散射粒子的角分布。在他们的工作中没有考虑自旋和同位旋。但是, 由于在能量不太高时积分方程中主要的贡献来自低能区域的振幅, 所以自旋、同位旋效应可能很重要。此外, 他们作了一些近似, 其合理性也是不很清楚的。

在本文中, 我们研究了几个 BeV. 区域的 $N-N$ 散射, 详细考虑了自旋、同位旋效应。由于低能 $\pi-N$ 散射已有较完全的实验数据, 因而能够由此计算出谱函数的边缘部分。初步结果在文献[3]中已经作了一个简单的报导。

在第二节中给出了带区近似下散射振幅虚部的表示式。在第三节中计算了当实验室动能 T_L 为 4 BeV. 时这部分谱函数对非弹性散射总截面的贡献。对 $p-p$ 散射得到了合理的结果, $\sigma_{in(pp)} \approx 25$ mb. 但是 $n-p$ 散射截面比 $p-p$ 散射截面约大一倍, 这是与实验不符的。在第四节中讨论了所作的近似和所得的结果。

二、带区近似下散射振幅虚部的表示式

在文献[3]中给出了交换两个 π 介子的图形的谱函数表示式。设 p, k 和 $-p', -k'$ 为始态和终态核子的动量, 散射振幅的虚部可表示为^[4]

$$\begin{aligned} A_{NN} &= 3A_{NN}^+ + 2\tau_1 \cdot \tau_2 A_{NN}^-, \\ A_{NN}^\pm &= \bar{u}(-\mathbf{p}')\bar{u}(-\mathbf{k}')O^\pm u(\mathbf{p})u(\mathbf{k}), \\ O^\pm &= A_1^\pm + A_2^\pm(I \times i\gamma P + i\gamma K \times I) + A_3^\pm i\gamma K \times i\gamma P + A_4^\pm i\gamma K\gamma_5 \times \\ &\quad \times i\gamma P\gamma_5 + A_5^\pm \gamma_5 \times \gamma_5, \end{aligned} \quad (1)$$

* 1962 年 11 月 1 日收到。

其中 $P = \frac{p-p'}{2}$, $K = \frac{k-k'}{2}$,

$$A_i^\pm(s, t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\rho_i^\pm(st')}{t' - t} dt'. \quad (2)$$

谱函数 ρ_i 可表示为

$$\begin{aligned} \rho_1^\pm &= \frac{1}{\pi^2} \iint ds_1 ds_2 \mathbf{K}(sts_1s_2) [a^\pm(s_1t)a^\pm(s_2t)^* + 2MC(s_1s_2)b^\pm(s_1t)a^\pm(s_2t)^* + \\ &\quad + 2MC(s_2s_1)a^\pm(s_1t)b^\pm(s_2t)^* + 4M^2C(s_1s_2)C(s_2s_1)b^\pm(s_1t)b^\pm(s_2t)^*], \\ \rho_2^\pm &= \frac{1}{\pi^2} \iint ds_1 ds_2 \mathbf{K}(sts_1s_2) [2M(C(s_1s_2)^2 + C(s_2s_1)^2)b^\pm(s_1t)b^\pm(s_2t)^* + \\ &\quad + C(s_2s_1)(a^\pm(s_1t)b^\pm(s_2t)^* + b^\pm(s_1t)a^\pm(s_2t)^*)], \\ \rho_3^\pm &= \frac{4}{\pi^2} \iint ds_1 ds_2 \mathbf{K}(sts_1s_2) C(s_1s_2)C(s_2s_1)b^\pm(s_1t)b^\pm(s_2t)^*, \\ \rho_4^\pm &= \frac{4}{\pi^2} \iint ds_1 ds_2 \mathbf{K}(sts_1s_2) \frac{-t^2}{4} d^2b^\pm(s_1t)b^\pm(s_2t)^*, \\ \rho_5^\pm &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} C(s_1s_2) &= 2 \frac{-4vv_1 + (t - 4M^2) \frac{v_2}{M}}{16v^2 - (4M^2 - t)^2 \frac{1}{M^2}}, \\ -\frac{t^2}{4} d^2 &= \frac{t}{[(t - 4M^2)^2 - 16M^2v^2]} \left\{ \frac{t}{4} - \mu^2 - \frac{4M^2v_1^2}{t - 4M^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{4M^2[(t - 4M^2)v_2 - 4vv_1M]^2}{(t - 4M^2)[(t - 4M^2)^2 - 16M^2v^2]} \right\}, \end{aligned}$$

其中

$$v = -\frac{(k-k')(p-p')}{4M}, \quad v_{1,2} = \frac{1}{2M} \left(S_{1,2} + \frac{t}{2} - M^2 - \mu^2 \right). \quad (4)$$

$a^\pm, b^\pm$ 为通常定义的 π -N 散射不变量 $A^\pm, B^{\pm[5]}$ 的虚部;

$$a^\pm = Im A^\pm, \quad b^\pm = Im B^\pm, \quad (5)$$

而

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(sts_1s_2) &= \frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{t(ft - g)}}, \\ f &= [s - (\sqrt{s_1} + \sqrt{s_2})^2][s - (\sqrt{s_1} - \sqrt{s_2})^2], \\ g &= 4\{\mu^2s^2 + 4s[s_1s_2 - (M^2 + \mu^2)(s_1 + s_2) + 4(M^2 - \mu^2)^2] + M^2(s_1 - s_2)^2\}. \end{aligned} \quad (6)$$

计算谱函数的主要困难在于(3)中包含非物理区 $t > 4\mu^2$ 的 π -N 振幅, 文献[2]中所作的近似相当于令 $a^\pm(s_1t) = a^\pm(s_10)$, $b^\pm(s_1t) = b^\pm(s_10)$, 而色散积分(2)仍积到 $t = \infty$. 本文采取另一种做法, 由于对内部区域的谱函数我们没有可靠的计算方法, 我们将积分(2)切断于 $t = t_m$, $t_m \lesssim 16\mu^2$, 这是符合于带区近似的精神的. 由于实验室动能 $T_{L(\pi)} = 400 \text{ MeV}$. 以下, 物理区内的 π -N 散射振幅可以用 s, p 两个分波表示, 我们将 π -N 振幅用

s, p 波延拓到 $t \leq t_m$ 的区域, 这种延拓方法的合理性将在第四节中讨论.

A_{NN} 又可写为^[4]

$$A_{NN}^{\pm} = [\alpha^{\pm} + \beta^{\pm} \sigma^{(1)} \cdot n \sigma^{(2)} \cdot n + i \gamma^{\pm} (\sigma^{(1)} + \sigma^{(2)}) \cdot n + \delta^{\pm} \sigma^{(1)} \cdot m \sigma^{(2)} \cdot m + \epsilon^{\pm} \sigma^{(1)} \cdot l \sigma^{(2)} \cdot l], \quad (7)$$

式中 l, m, n 为 $k - k', k + k', k' \times k$ 方向的单位矢量. (7) 中 α 等五个量与 (1) 中 A_i 等五个不变量之间的关系在文献 [4] 中已经给出. 在 $\frac{|t|}{M^2} \ll 1$ 时, β, γ 项的贡献恒可忽略, 在带区近似下 $\delta = 0$, 如果切断积分 (2) 于 $t' = t_m \lesssim 16 \mu^2$, 我们得到 $\epsilon \ll \alpha$. 结果只留下一个与自旋无关的振幅 α .

$$A_{NN}^{\pm} \doteq \alpha^{\pm} \doteq A_1^{\pm} - 2v A_2^{\pm} + v^2 A_3^{\pm}. \quad (8)$$

三、非弹性散射总截面的计算

在物理区中, π - N 振幅可以按通常的符号表示为

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} a^{\pm}(s_1 t) &= \frac{W_1 + M}{E_1 + M} f_1^{\pm} - \frac{W_1 - M}{E_1 - M} f_2^{\pm}, \\ \frac{1}{4\pi} b^{\pm}(s_1 t) &= \frac{1}{E_1 + M} f_1^{\pm} + \frac{1}{E_1 - M} f_2^{\pm}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$s_1 > (M + \mu)^2,$$

式中 E_1, W_1 为 π - N 质心系中的核子能量和总能量,

$$f_{1,2}^{+} = \frac{2}{3} f_{1,2}^{T=\frac{3}{2}} + \frac{1}{3} f_{1,2}^{T=\frac{1}{2}}, \quad f_{1,2}^{-} = -\frac{1}{3} f_{1,2}^{T=\frac{3}{2}} + \frac{1}{3} f_{1,2}^{T=\frac{1}{2}}. \quad (10)$$

对于 (3) 中的积分, 在 $T_{L(\pi)} < 400$ MeV. 的积分区域中 S 波贡献只占百分之几, 所以在这个区域中我们可以忽略 S 波和三个小的 P 波, 只保留 (3, 3) 共振态.

$$a^{-} \doteq \frac{1}{2} a^{+}, \quad b^{-} \doteq \frac{1}{2} b^{+}. \quad (11)$$

除 (9) 以外 $\frac{1}{4\pi} b^{\pm}$ 尚有一个 δ 函数项:

$$\pi g^2 \delta(s_1 - M^2). \quad (12)$$

由 (9)、(3) 及 (2) 式, 先对 t 积分后可利用数值积分求出 α . 因为我们所考虑的项只包含 s 道中么正条件的非弹性中间过程, 所以我们记如此求得的 α 为 α_{in} . 再利用公式

$$\sigma_{in} = \frac{M^2}{Ek} \alpha_{in}(s, t=0), \quad (13)$$

求出非弹性散射截面. 计算结果, 如只取 (9) 式中的项, 则散射总截面很小. 如果取 $t_m = 16 \mu^2$, 则在 $T_L = 4$ BeV. 时 $\sigma_{in(pp)} = 0.6$ m. b., $T_L = 6.2$ BeV. 时 $\sigma_{in(pp)} = 2.2$ m. b.. 在我们的计算中所得的 $\alpha_{in}(s, 0)$ 是几个较大的项相消的结果, 可能有较大的相对误差, 但是 (9) 中的项单独的贡献很小这一定性的结论不会受到影响, 至少对于 $T_L \lesssim 4$ BeV. 时如此. 因此我们还须要考虑 $\frac{1}{4\pi} b^{\pm}$ 中的 δ 函数项 (12), 这一项的贡献是被以前的研究^[2]所忽视了. 我们考虑这样的积分: 在 (3) 中的积分号内两个相乘的 π - N 振幅中, 一个振幅 $b^{\pm}$ 取 δ

函数(12), 另一个振幅取(9)式。这些项相当于图1中的费曼图形。不幸的是对于这类图形如果取 $t_m = 16\mu^2$, 则积分中有相当一部分在 $T_{L(\pi)} > 400$ MeV. 的区域, 在这一区域中还没有足够的 π -N 散射数据和可靠的解析延拓方法, 所以我们先取 $t_m = 9\mu^2$, 计算 $4\mu^2 < t < 9\mu^2$ 的边缘区域的谱函数。这时积分中只用到 $T_{L(\pi)} < 400$ MeV. 的 π -N 振幅。计算结果, 当 $T_L = 4$ BeV. 时这部分谱函数对 p - p 散射总截面的贡献约为 $\sigma_{in(pp)} = 25$ m. b.。因为在 $T_L < 4$ BeV. 时主要的贡献来自(3, 3)态 π -N 振幅, 所以对于图1中的图形, 总同位旋 $T = 1$ 态的振幅三倍于 $T = 0$ 态的振幅。因此中子-质子散射具有较大的总截面, $\sigma_{in(np)} = 2\sigma_{in(pp)}$ 。对于这一类的项, 在 $t_m = 9\mu^2$ 附近, 如只考虑 $T = \frac{3}{2}$ 态 π -N 振幅, 计算结果对 t_m 的依赖不灵敏, 这是因为 $T_L = 4$ BeV. 时(3, 3)共振峰的贡献集中于边缘部分, 在下节中我们将估计 $9\mu^2 < t \lesssim 16\mu^2$ 区的谱函数。

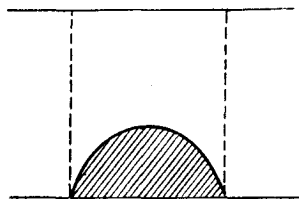


图 1

四、讨 论

在谱函数边缘部分的计算中, 理论上主要的不确定性来自 π -N 振幅的解析延拓。 $a_i^\pm$ 满足减一次的色散关系:

$$a^\pm(s_1 t) = a^\pm(s_1 0) + \frac{t}{\pi} \int_{t_0(s_1)}^{\infty} \frac{\rho_a^\pm(s_1 t')}{t'(t' - t)} dt', \quad (14)$$

对 $b^\pm$ 有相似的公式。我们用 S, P 波来作延拓, 即等于相对于 t' 忽略积分号内分母中的 t 。因为在能量增加时谱函数的边界 t_0 数值变小, 所以这个近似在能量高时产生的误差较大。 π -N 散射振幅的谱函数如图2所示。其中 C_1 相当于交换四个 π 介子的图形。考虑例如

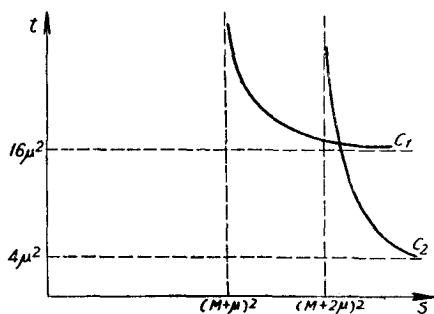


图 2

$T_{L(\pi)} = 310$ MeV. 的情形, 此时 $t_0 \approx 21\mu^2$, 在这个能量附近物理区延伸至 $t_0 = -20\mu^2$, 物理区的宽度和物理区到谱函数边界的距离差不多, 而物理区内用 S, P 波仍可很好地代表散射振幅, 因此一个合理的假定是: (14) 式的色散积分中 t' 大的区域贡献重要。假定如此, 则用 S, P 波延拓至 $t < 16\mu^2$ 的区域也不至引起过大的误差, 至少不会影响到(9)中的项贡献小的定性结论。对于 $t < 9\mu^2$ 区域谱函数的数值也不会有大的改变。这也可以用如下的方法估计: 利用文献[6]中所用的方法可以证明这部分谱函数在边界上 $\sim (t - t_0)^{5/2}$, 所以 π -N 振幅可表为

$$a^\pm(s_1 t) = a^\pm(s_1 0) + t[(t_0 - t)^{5/2}\phi_1(t) + \phi_2(t)], \quad (15)$$

其中 $\phi_1(t), \phi_2(t)$ 为在 $t = t_0$ 处正则的函数。设 $\phi_1(t) = \sum C_i^{(1)} t^i, \phi_2(t) = \sum C_i^{(2)} t^i$ 。如果我们在展开式中取前两项, 用最小二乘法决定展开式的系数, 使(15)在物理区内与文献[7]中第 I 类 S, P, D, F 相移分析符合, 则在 $t < 16\mu^2$ 时用(15)作解析延拓和用 S, P 波作解析延拓相差不到 10%。假使用文献[7]中第 II 类 S, P, D, F 相移, 则二者相差较大, 但是这一类相移和色散关系的符合较差。

在 $T_{L(\pi)} = 230$ MeV. 附近 C_2 部分譜函数进入 $t < 16\mu^2$ 的邊緣地区. 对于两个振幅都取(9)式中的項的积分, 在 $T_L \lesssim 4$ BeV. 时积分区域都在这个能量以下, 所以不受这部分譜函数的影响. 对于图 1 所示图形的譜函数, $T_{L(\pi)} > 230$ MeV. 区域的积分只贡献 $\frac{1}{7}$, 所以不很重要. 有一些迹象说明这部分譜函数对 $a^\pm, b^\pm$ 的贡献可能很小. 因为这部分譜函数来自 s 道么正条件中的非弹性項, 而在 $T_{L(\pi)} < 400$ MeV. 时 π - N 非弹性散射的截面很小, 利用光学定理可以知道这部分譜函数对 $a^\pm(s_1t=0), b^\pm(s_1t=0)$ 的贡献是很小的. 而这部分譜函数对 $a^\pm, b^\pm$ 的贡献在边界附近 $\sim (t - t_0)$, 即在边界附近趋于零, 所以很可能它对 $a^\pm(s_1t), b^\pm(s_1t)$ ($t < 9\mu^2$) 的贡献也很小. 从另一方面来看, 这部分譜函数相当于交换两个 π 介子的图形, 如果 π - π 散射相移知道, 这一部分譜函数也可以用計算图 1 的譜函数的方法計算出来, 而在区域 $t < 16\mu^2$ 中, 积分仅限于 π - π 能量 $s_1 < 8\mu^2$ 的区域, 由于在低能区域 π - π 散射相移小, 而且积分区間也小, 所以很可能它对 $a^\pm, b^\pm$ 的贡献也是小的.

由文献 [8] 中的实验結果, 在 $T_L = 4.15$ BeV. 时 p - p 非弹性散射总截面 $\sigma_{in(pp)}$ 約为 28 m. b., 計算的結果和实验值的符合是比較好的. 但是理論的結果显示在 $T_L = 3-4$ BeV. 时 n - p 散射截面比 p - p 散射截面大得多. n - p 截面在 3—4 BeV. 区域这样大是与現有实验不符的^[9]. 唯一理論与实验符合的机会是: 在 $9\mu^2 < t < 16\mu^2$ 区域的譜函数对 n - p 向前散射吸收振幅贡献一个負数而对 p - p 振幅贡献很小. 如果譜函数确有这样的行为, 则 n - p 散射应比 p - p 散射有較窄的角分布.

用和求 $\alpha_{in}(s, 0)$ 相似的方法我們可以求出在繞射峯內的 $\alpha_{in}(s, t)$. 算出 $\alpha_{in}(s, t)$ 以后, 作为第一次近似, 可以利用 s 道中的么正条件求出弹性中間态对 α 的贡献 $\alpha_{el}^{(1)}(s, t)$, 然后再以 $\alpha_{in} + \alpha_{el}^{(1)}$ 代入么正条件, 可以求出修正的振幅 $\alpha_{el}^{(2)}$, 經几次迭代后就可以求出精确的弹性散射截面. 我們沒有作这样的計算. 作为第一次近似, 向前弹性散射截面 $\left. \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \right|_{\theta=0} = \left(\frac{M^2}{4\pi E} \right)^2 \alpha_{in}(s, 0)^2 = 20$ mb., 而实验結果約为 30 mb., 但是按照我們的計算,

$$\left. \frac{d\sigma_{el(np)}}{d\Omega} \right|_{\theta=0} \simeq 4 \left. \frac{d\sigma_{el(pp)}}{d\Omega} \right|_{\theta=0} \simeq 4 \left. \frac{d\sigma_{ex}}{d\Omega} \right|_{\theta=0},$$

这对于 n - p 向前散射和电荷交换散射显然是太大了.

根据現有初步实验結果估計, 对 $9\mu^2 < t \lesssim 16\mu^2$ 区域的譜函数來說, $T = \frac{3}{2}$ 态 π - N 振幅的項似不可能对 $\alpha_{in}(s, 0)$ 作出較大的負贡献, 而 $T = \frac{1}{2}$ 态 π - N 振幅对 $\alpha_{in(pp)}(s, 0)$ 和 $\alpha_{in(np)}(s, 0)$ 的贡献的比例为 5:1. 如果这个贡献是正的, 这将无助于减小 $\sigma_{in(np)}$; 如果这个贡献是負的, 则将大大地增加 $\sigma_{in(np)} - \sigma_{in(pp)}$. 如果象初步实验結果所表明的^[11], 在 400—600 MeV. 之間 $T = \frac{1}{2}$ 态的主要分波是 $D_{3/2}$, 則似乎可以断定, 即使有一个相当大的 S 波, $T = \frac{1}{2}$ 态对 $\alpha_{in}(s, 0)$ 的贡献也是負的. 所以很难在带区近似范围内同时符合 p - p 和 n - p 散射的結果. 这可能意味着較远的譜函数是重要的, 而繞射峯的存在是在一个相当寬的范围内譜函数振蕩相消的結果. 因此文献 [2] 中在邊緣部分譜函数重要的

假定下所得到的角分布是可怀疑的。当然,也不能完全排斥偏差是由解析延拓造成的。

最后,可以注意我们的计算方法与边缘碰撞理论^[10]的区别。在我们的计算中不出现虚粒子的散射问题,但是需要对 t 作解析延拓。我们认为对 t 作延拓比对质量作延拓容易处理些。

作者感谢朱洪元先生提出的一些建议。

参 考 文 献

- [1] Chew and Frautschi, *Phys. Rev.*, **123** (1961), 1478.
- [2] Amati, Fubini, Stanghellini and Tonin, *Nuovo Cim.*, **22** (1961), 569.
- [3] 陈时,戴元本,物理学报, **18** (1962), 321.
- [4] Goldberger, Nambu and Oehme, *Ann. Phys.*, **2** (1957), 226.
- [5] Chew, Goldberger, Low and Nambu, *Phys. Rev.*, **106** (1957), 1337.
- [6] Streit, *Nuovo Cim.*, **23** (1962), 934.
- [7] Foot, Chamberlain, Rogers and Steiner, Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, p. 52.
- [8] Blue, Lord, Parks and Tsao, *Phys. Rev.*, **125** (1962), 1386.
- [9] Manning, Taylor, Walker and Wetherell, *Phys. Rev.*, **125** (1962), 1385.
- [10] Drell, *Rev. Mod. Phys.*, **33** (1961), 458.
- [11] Walker, Davis and Shephard, *Phys. Rev.*, **118** (1960), 1612.

N—N SCATTERING AT 4 BeV. LABORATORY ENERGY

CHEN SHIH, DAI YUANG-BENG

(*Academia Sinica*)

ABSTRACT

The expression of the absorptive part of the nucleon-nucleon scattering amplitude in the "strip approximation" is given. Utilizing the experimental data of low energy π -N scattering, the total cross section of N—N inelastic scattering at 4 BeV. laboratory energy is calculated. For p - p scattering we find $\sigma_{in}=25$ mb., in agreement with the experimental data. However, the isotopic spin dependence is important in the energy region 3—4 BeV. The result shows that the internal part of the spectral function may be also important.