

锗中隧道电流过程的理论 (II)* ——声子隧道电流

甘子剑

(北京大学物理系)

摘 要

本文是对锗中声子散射引起的隧道电流的理论分析。指出这过程主要是二级过程,由导带底进入禁带的电子,被声子散射到联系着导带 $(0, 0, 0)$ 谷的状态,再在结势垒场的作用下跃迁到价带。对这过程起主要作用的是在结势垒区中一定区域(大致是 $20 \text{ \AA}$ 厚)的晶体原子振动。这过程的几率几乎是各向同性的。从对称性的一般考虑,说明锗中纵声学支格波对隧道过程的贡献是最强的。

锗、硅隧道二极管的低温(液氮)伏安特性的测量结果^[1],确实证明了在锗、硅中有联系着大动量声子的发射或吸收的隧道电流过程。在Si和掺Sb的Ge二极管中,它占隧道电流的主要部分。这种声子隧道电流一般都解释为凯尔迪什(Кельдыш)所首先提出的^[2]一级声子隧道电流过程:导带底和价带顶的电子波函数由结位垒的两边穿入禁带,电子和晶格振动的相互作用引起它们之间的跃迁;发射或吸收的声子的准动量适足以补偿这两个状态的准动量的不同。

但是,正如我们在本文的第一部分:“锗中隧道电流过程的理论(I)——杂质引起的隧道电流”^[3]中所指出的,由于锗的能带结构的特点,二级过程是更为重要的。电子开始以联系着导带底的电子状态,(具体说,就是用导带底附近的布洛赫波组成的状态)穿行禁带,然后被声子散射到联系着导带 $(0, 0, 0)$ 谷的状态,再在势垒电场的作用下,直接隧道到价带顶的空状态。因为Ge的 $(0, 0, 0)$ 谷电子有效质量小于导带底的(至少也小二倍),而它相应的禁带宽并不比导带底的大多少,所以在穿进禁带的一定深度后(如在(I)的表III所看到的,不到 0.1 eV),电子用联系着 $(0, 0, 0)$ 谷的状态衰减要比以导带底的衰减要慢。所以,这样一个二级过程是较前面的一级过程有利的。(I)中对杂质散射的情况,提供了这样过程的理论。本文对声子散射的情况提供这样的理论,得出相应的隧道电流的表达式。

我们知道晶体中存在着不同支的晶格振动,低温伏安特性的观察确实看到反映于不同支的声子的“阶梯”。不同支声子和电子作用的强弱是复杂的,但可由对称性(电子的初态与终态的对称性,该支格波的对称性)对它作一些一般的结论。我们对Ge的分析结果说明,纵声学支对隧道过程的贡献最强。这大致符合[1]的实验结果。

* 1962年8月23日收到。

1) 见本期25—48,由于在本文中一再引用它,今后把它简记作(I),引用其中的公式也用同样记号,例如(I.2.19)就是表示它的第(2.19)式。

也如(I)中指出的,因为硅的能带结构特殊,声子-隧道过程主要是一级的,即和凯尔迪什理论一致。

下面第一节是这过程的普遍理论,先求出被声子散射出来的(0,0,0)谷的电子波在势垒中的传播,然后求它直接隧道到价带去的几率,得到总电流的表达式。第二节是对导带底与(0,0,0)极值间是禁戒跃迁的情况的分析,并从对称性讨论了 Ge 中各支声子的作用。第三节是在一具体模型下把第一节的结果具体化。本文很多地方与(I)是相似的,这些地方就不再详细解释了。

I. 散射波、跃迁几率和隧道电流

由导带底穿入势垒的电子波基本上是由导带底附近的布洛赫函数组成的,由于和晶格振动的相互作用,掺进一些远离导带底的成分;这些散射波在势垒中传播,其中处在导带(0,0,0)极值附近的成分可以靠势垒场的作用,直接隧道到(0,0,0)价带顶附近的空状态上去。我们关心的就是这部分散射波的行为。

令势垒位场为 $\phi(\mathbf{x})$; 导带电子能量函数是 $E(\mathbf{k})$; 声子能量函数 $\hbar\omega(\mathbf{p})$, $\mathbf{p}$ 是格波的波矢;略去势垒场的带间作用矩阵元和电-声子相互作用的带间矩阵元¹⁾,在电子以布洛赫函数为基的表象上,声子以粒子数表象上写出单电子和声子系统的薛丁格方程:

$$[E_{e,p} - E(\mathbf{k})]a(\mathbf{k})\Phi - \sum_{\mathbf{q}} \phi(\mathbf{q})a(\mathbf{k} - \mathbf{q})\Phi - \sum_{\mathbf{p}} \hbar\omega(\mathbf{p})[b_{\mathbf{p}}^{\dagger}b_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2}]a(\mathbf{k})\Phi = \sum_{\mathbf{p}} \frac{c(\mathbf{p}, \mathbf{k})\Omega^{1/2}}{V^{1/2}}(e^{\mathbf{p} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}} b_{\mathbf{p}}^{\dagger} - e^{-\mathbf{p} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}} b_{\mathbf{p}})a(\mathbf{k})\Phi, \quad (1.1)$$

其中 $E_{e,p}$ 是单电子和声子系统的总能量, $b_{\mathbf{p}}^{\dagger}$, $b_{\mathbf{p}}$ 是波矢为 $\mathbf{p}$ 的声子的产生和消灭算符; $a(\mathbf{k})$ 是电子波函数; $\Phi = \Phi(\dots, n_{\mathbf{p}}, \dots)$ 是声子波函数; V 是晶体的体积, $\phi(\mathbf{q})$ 是势垒场的富氏展开系数:

$$\phi(\mathbf{q}) = \frac{1}{V} \int e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} \phi(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (1.2)$$

等式(1.1)右边是电-声子相互作用, $c(\mathbf{p}, \mathbf{k})\Omega^{1/2}$ 是电声子作用矩阵元, Ω 是元胞的体积。

算符 $e^{\pm \mathbf{p} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}}$ 的作用是 $e^{\pm \mathbf{p} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}} f(\mathbf{k}) = f(\mathbf{k} \pm \mathbf{p})$ 。右边第一项相当于波矢是 $\mathbf{p} + \mathbf{k}$ 的电子放出一个波矢是 $\mathbf{p}$ 的声子变到波矢 $\mathbf{k}$ 的状态, 第二项相当于波矢 $\mathbf{k} - \mathbf{p}$ 的电子吸收一个 $\mathbf{p}$ 声子变到波矢 $\mathbf{k}$ 的状态。如果由导带底(设它的波矢是 K_j) 到导带(0,0,0)极小间的跃迁是容许跃迁, $c(K_j, K_j)$ 不为零。这时,由于所讨论的只是导带底附近与(0,0,0)极小附近的态,即 $\mathbf{p}$ 和 $\mathbf{k}$ 都是在 $\mathbf{k}_j$ 的附近,所以可以近似地把 $c(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ 当作一个常数 c 。以后还将另外讨论禁戒跃迁的情况。

把电声子作用看作是微扰,零级解电子波函数满足的方程是

$$(E - E(\mathbf{k}))a^{(0)}(\mathbf{k}) - \sum_{\mathbf{q}} \phi(\mathbf{q})a^{(0)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) = 0, \quad (1.3)$$

1) 势垒场的带间作用以后是引起散射波隧道跃迁的原因。电-声子作用的带间矩阵元产生一级的声子隧道,不在这里考虑。

其中 E 是電子能量, $E = E_{c,p} - \sum_p \left(n(\mathbf{p}) + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega(\mathbf{p})$; $n(\mathbf{p})$ 是波矢為 $\mathbf{p}$ 的聲子數。如前所述, 由於 $\phi(\mathbf{x})$ 的變化比較緩慢, $a^{(0)}(\mathbf{k})$ 只有對 $\mathbf{k}$ 在導帶底 $\mathbf{K}_j$ 附近時有值。因此引入標號 $\mathbf{k}_j = \mathbf{k} - \mathbf{K}_j$ 和 $E(\mathbf{k})$ 在 $\mathbf{k} = \mathbf{K}_j$ 附近的近似表达式:

$$E(\mathbf{K}_j + \mathbf{k}_j) \approx E_j(\mathbf{k}_j), \quad (1.4)$$

選能量零點在導帶底, 則 $E_j(0) = 0$ 。故 $a^{(0)}(\mathbf{k})$ 滿足的方程是

$$(E - E_j(\mathbf{k}_j))a^{(0)}(\mathbf{K}_j + \mathbf{k}_j) - \sum_{\mathbf{q}} \phi(\mathbf{q})a^{(0)}(\mathbf{K}_j + (\mathbf{k}_j - \mathbf{q})) = 0. \quad (1.5)$$

或者, 引入相應的“有效質量波函數”:

$$f^{(0)}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}_j} \frac{1}{V^{1/2}} e^{i(\mathbf{K}_j + \mathbf{k}_j) \cdot \mathbf{x}} a^{(0)}(\mathbf{K}_j + \mathbf{k}_j), \quad (1.6)$$

得到零級解的“有效質量方程”為

$$[E - E_j(-i\nabla)]f^{(0)}(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{K}_j \cdot \mathbf{x}} - \phi(\mathbf{x})f^{(0)}(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{K}_j \cdot \mathbf{x}} = 0. \quad (1.7)$$

現在看一級解所滿足的方程, 因為我們所關心的只是 $(0, 0, 0)$ 導帶底谷附近的成分, 所以, 引入 $E(\mathbf{k})$ 在 $(0, 0, 0)$ 極值附近的近似表达式¹⁾,

$$E(\mathbf{k}) \approx E_0(\mathbf{k}) + \Delta, \quad E_0(0) = 0, \quad (1.8)$$

(1.1) 右边包括聲子的產生與消滅算符, 所以一級波函數可以寫成

$$\sum_{\mathbf{p}} a_{+, \mathbf{p}}^{(1)}(\mathbf{k}) \Phi(\cdots, n(\mathbf{p}) + 1, \cdots) + \sum_{\mathbf{p}} a_{-, \mathbf{p}}^{(1)}(\mathbf{k}) \Phi(\cdots, n(\mathbf{p}) - 1, \cdots), \quad (1.9)$$

每一項對應於放(“+”)或吸(“-”)一波矢為 $\mathbf{p}$ 的聲子。顯然, 由於躍遷問題能量守恆的要求, 我們只要處理每一單獨過程, 求出它的躍遷几率, 然後對所有的過程相加。我們所關心的那些過程的聲子的波矢 $\mathbf{p}$ 都在 $\mathbf{K}_j$ 附近, 引入 $\mathbf{t} = \mathbf{p} - \mathbf{K}_j$ 來標記。很容易得到相應的 $a_{+, \mathbf{p}}^{(1)}(\mathbf{k})$ 和 $a_{-, \mathbf{p}}^{(1)}(\mathbf{k})$ 所滿足的方程。為了確定起見, 下面考慮 $a_{+, \mathbf{K}_j + \mathbf{t}}^{(1)}(\mathbf{k})$, 即放一波矢為 $\mathbf{K}_j + \mathbf{t}$ 的聲子的過程。為了書寫簡便, 約定在以後都略去附標“+”和“($\mathbf{K}_j + \mathbf{t}$)”, 就把它簡單寫成 $a^{(1)}(\mathbf{k})$ 。得到 $a^{(1)}(\mathbf{k})$ 的方程是

$$\begin{aligned} (E - \hbar \omega(\mathbf{K}_j + \mathbf{t}) - E(\mathbf{k}))a^{(1)}(\mathbf{k}) - \sum_{\mathbf{q}} \phi(\mathbf{q})a^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) = \\ = \frac{eQ^{1/2}}{V^{1/2}} a^{(0)}(\mathbf{K}_j + \mathbf{t} + \mathbf{k})[1 + n(\mathbf{K}_j + \mathbf{t})]^{1/2}, \end{aligned} \quad (1.10)$$

相應的聲子一級波函數是

$$\Phi^{(1)} = \Phi(\cdots, n(\mathbf{K}_j + \mathbf{t}) + 1, \cdots), \quad (1.11)$$

對 $(0, 0, 0)$ 谷附近的成分, (1.10) 可以近似地寫為

$$\begin{aligned} [E - \hbar \omega_{\mathbf{t}} - E_0(\mathbf{k}) - \Delta]a_0^{(1)}(\mathbf{k}) - \sum_{\mathbf{q}} \phi(\mathbf{q})a_0^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \\ = \frac{eQ^{1/2}}{V^{1/2}} a^{(0)}(\mathbf{K}_j + \mathbf{t} + \mathbf{k})(1 + n_{\mathbf{t}})^{1/2}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

其中 $a_0^{(1)}(\mathbf{k})$ 是 $a^{(1)}(\mathbf{k})$ 在 $(0, 0, 0)$ 谷的近似, $\omega_{\mathbf{t}} = \omega(\mathbf{K}_j + \mathbf{t})$, $n_{\mathbf{t}} = n(\mathbf{K}_j + \mathbf{t})$ 。

1) 這個近似表达式必須有較複雜的形式, 要能夠反映出導帶與價帶的 $E(\mathbf{k})$ 是作為同一解析函數的兩葉。詳細討論見(I)的第二節和附錄 II。

選結電場的方向為 x 軸, 則散射出來的波在傳播中橫向動量是保持不變的. 原來橫向波矢是 $K_{iy} + k_{iy}$, $K_{iz} + k_{iz}$ 的电子波, 放出波矢 $\mathbf{K}_j + \mathbf{t}$ 的聲子後, 成為橫向波矢是 $k_{iy} - t_y$, $k_{iz} - t_z$ 的散射波. 故可引入它的“有效質量波函數”:

$$f_0(x) e^{i(k_{iy}-t_y)y+i(k_{iz}-t_z)z}, \quad (1.13)$$

$f_0(x)$ 所滿足的方程是

$$\begin{aligned} \left[E - \hbar\omega_t - \Delta - E_0 \left(-i \frac{\partial}{\partial x}, k_y, k_x \right) \right] f_0(x) - \phi(x) f_0(x) \\ = \frac{cQ^{1/2}}{V^{1/2}} \frac{1}{(L_y L_x)^{1/2}} e^{-it_x x} f^{(0)}(\mathbf{x}) (1 + n_t)^{1/2}, \end{aligned} \quad (1.14)$$

其中 $k_y = k_{iy} - t_y$, $k_x = k_{iz} - t_z$; L_y , L_x 是晶体橫向綫大小, $f^{(0)}(\mathbf{x})$ 的定義見 (1.6). 這方程有明顯的物理涵義, 它的右方是波矢為 $\mathbf{K}_j + \mathbf{t}$ 的格波, 從原來導帶底的电子波 $f^{(0)}$ 中散射出來的波. 左邊是散射出的波在勢壘中傳播所滿足的方程.

在 (I) 的第三節中已求得, 算符 $E - \Delta - E \left(-i \frac{\partial}{\partial x}, k_y, k_x \right) - \phi(x)$ 的格林函數的近似表达式, 它是相當於對散射出來的波的傳播作了准古典近似. 對於一個比較平滑的函數族來說, 這格林函數的近似是較好的, 現在我們處理的問題中 t_x 是較小的, 因此可用這結果. 按照 (I.3.7), (1.14) 的近似格林函數是

$$G(x, x') = \frac{m}{\hbar^2} \frac{1}{|k_x(x')|} \frac{[\partial E_0 / \partial k_x(x')]^{1/2}}{[\partial E_0 / \partial k_x(x)]^{1/2}} \exp \left\{ - \left| \int_{x'}^x \text{Im} k_x(x) dx \right| \right\}, \quad (1.15)$$

其中 $\frac{1}{m} = \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E_0}{\partial k_x^2} \right)_{\mathbf{k}=0}$, $k_x(x)$ 是准古典波矢, 由

$$E - \hbar\omega_t - \Delta - \phi(x) - E(k_x(x), k_y, k_x) = 0 \quad (1.16)$$

決定. 所以 $G(xx')$ 其實與 k_y , k_x 有關. 為了書寫簡便, 沒有特別標明這點.

故 (1.14) 的解是

$$\begin{aligned} f_0(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{L_y L_x} \right)^{1/2} (1 + n_t)^{1/2} \frac{cQ^{1/2}}{V^{1/2}} e^{i(k_{iy}-t_y)y+i(k_{iz}-t_z)z} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} G(xx') f^{(0)}(x') e^{-it_x x'} dx', \end{aligned} \quad (1.17)$$

它表示波矢為 $\mathbf{K}_j + \mathbf{t}$ 的格波, 在各處散射出來的波的迭加底准古典近似.

現在求這散射波由於結勢壘的帶間作用而產生的到價帶頂的直接穿透. 由於穿透時橫向波矢保持不變, 因此它只能穿到橫向波矢也是 $k_y = k_{iy} - t_y$, $k_x = k_{iz} - t_z$ 的價帶空狀態上去. 注意到 (1.11), 可知末態的聲子波函數應是 $\Phi(\cdots, n_t + 1, \cdots)$. 價帶能量為 E_v , 橫向動量是 k_y , k_x 的电子狀態, 在准古典近似下, 有效質量波函數 (見 (I) 附錄 I) 是

$$f'_0(xyz) = \left(\frac{1}{L_y L_x} \right)^{1/2} e^{ik_y y + ik_x z} \frac{(\partial E'_0 / \partial k'_x)^{1/2}}{[\partial E'_0 / \partial k'_x(x)]^{1/2}} \exp \left\{ - \int_x^{x_v} \text{Im} k'_x(x) dx \right\}, \quad (1.18)$$

其中 $E'_0(\mathbf{k})$ 是價帶頂的能量近似表达式 (如前所述, 它与 $E_0(\mathbf{k})$ 是同一解析函數的兩葉). $k'_x(x)$, 及 x_v 分別由

$$E_v - \phi(x) - E'_0(k'_x(x), k_y, k_x) = 0 \quad (1.19)$$

$$E_v - \phi(x_v) - E'_0(0, k_y, k_x) = 0 \quad (1.20)$$

所確定。由於躍遷前後能量守恆，所以， $E_V = E - \hbar\omega_t$ ，這樣，准古典波矢 $k_x(x)$ ，與 $k_x(x')$ 所滿足的方程(1.16)與(1.19)其實是同一方程，如果把 E_0 與 E'_0 看作同一函數的兩葉的話，如同(I)中說明的，這統一的方程在每一 x 給出唯一的一個 $k(x)$ 值。令連結這兩葉的分支點為 $k_q = iq$ ，確定“轉換點” x_q ，滿足

$$\phi(x_q) = E - \hbar\omega_t - \Delta - E(k_q, k_y, k_z), \quad (1.21)$$

則在 x_q 點以左是方程(1.16)，以右是方程(1.19)。

按照(I)附錄 II 給出的直接穿透矩陣元的表達式，散射波(1.17)到價帶狀態(1.19)的躍遷矩陣元是

$$M = \frac{cQ^{1/2}}{V^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} dx' f^{(0)}(x') e^{-it_{xx'}} \int_{-\infty}^{\infty} dx G(xx') f'_0(x_1) \times \\ \times \frac{\pi}{2} e^{-q|x-x_1|} \frac{\phi(x) - \phi(x_1)}{x - x_1} dx_1. \quad (1.22)$$

這是原來橫向波矢 $K_{iy} + k_{iy}$, $K_{iz} + k_{iz}$ 的導帶電子，放一波矢是 $\mathbf{K}_i + \mathbf{t}$ 的聲子，經過二級過程到價帶去的躍遷矩陣元。由於 $f^{(0)}$ 是一個衰減函數，對這積分主要有貢獻的都是在 x' 離轉換點 x_q 相當遠的地方，用(I)附錄 II 的辦法求出(1.22)的第二個積分，得到

$$M = \frac{cQ^{1/2}}{V^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} dx' f^{(0)}(x') e^{-it_{xx'}} \frac{m}{\hbar^2} \left(\frac{\partial E_0}{\partial k_x(x')} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial E'_0}{\partial k'_x} \right)^{1/2} \frac{1}{k_x(x')} \\ \times \frac{\pi^2}{4} \exp \left\{ - \left| \int_{x'}^{x_V} \text{Im } k_x(x) dx \right| \right\}, \quad (1.23)$$

其中指數上的積分的 $k_x(x)$ ，就是按(1.16)和(1.19)所確定的准古典波矢。這表達式表示在 x' 處產生的散射波准古典地通過禁帶，進入價帶空狀態。

(1.23)中 $f^{(0)}(x')$ 是入射波的有效質量波函數，按准古典近似

$$f^{(0)}(x) = \frac{(\partial E_j / \partial k_x)^{1/2}}{(\partial E_i / \partial k_x(x))^{1/2}} \exp \left\{ - \int_{x_c}^x \text{Im } k_{ix}(x) dx \right\}, \quad (1.24)$$

其中准古典波矢 $k_{ix}(x)$ 由

$$E = E_j(k_{ix}(x) k_{iy} k_{iz}) + \phi(x) \quad (1.25)$$

確定；古典返回點 x_c 由

$$E = E_s(0, k_{iy}, k_{iz}) + \phi(x_c) \quad (1.26)$$

確定。代入(1.23)，得到

$$M = \frac{cQ^{1/2}}{V^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{\partial E'_0}{\partial k_x} \right)^{1/2} \left(\frac{\partial E_j}{\partial k_{ix}} \right)^{1/2} \frac{m}{\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\partial E_0 / \partial k_x(x)]^{1/2}}{[\partial E_j / \partial k_{ix}(x)]^{1/2}} \frac{1}{|k_x(x)|} \\ \times e^{-it_{xx}} \exp \left\{ - \int_{x_c}^x \text{Im } k_{ix}(x) dx - \int_x^{x_V} \text{Im } k_x(x) dx \right\}, \quad (1.27)$$

被積函數隨 x 的改變中包括兩個指數項。第一個指數項表示由導帶底穿入禁帶的電子從 x_c 到 x 的衰減。第二個指數項表示在 x 點電子受格波散射變成了聯繫着(0, 0, 0)谷的狀態穿行禁帶到價帶頂的衰減。頭一個隨 x 增大而減小；第二個隨 x 增大而增大。兩者的乘積在某 x 值達到極大，這個 x 值相當於最有利的“交替點”(即在這點由導帶底狀態轉變到(0, 0, 0)谷狀態對穿透最有利)。針對這種情況用鞍點法求積，得到

$$M \approx \frac{c\Omega^{1/2}}{V^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{\partial E'_0}{\partial k_x} \right)_{+\infty}^{1/2} \left(\frac{\partial E_j}{\partial k_{ix}} \right)_{-\infty}^{1/2} \frac{m}{\hbar^2} \frac{[\partial E_0 / \partial k_x(x_0)]^{1/2}}{[\partial E_j / \partial k_{ix}(x_0)]^{1/2}} \frac{1}{|k_x(x_0)|} \\ \times \frac{1}{\delta(x_0)} \sqrt{2\pi} \exp \left\{ - \int_{x_c}^{x_0} \text{Im } k_{ix}(x) dx - \int_{x_0}^{x_v} \text{Im } k_x(x) dx \right\} \exp \left(- \frac{t_x^2}{2\delta(x_0)^2} \right), \quad (1.28)$$

其中 x_0 是鞍点(最有利的交替点), 由方程

$$\text{Im } k_x(x_0) = \text{Im } k_{ix}(x_0) \quad (1.29)$$

决定, $\delta(x_0)$ 是一常数:

$$\delta(x_0) = \left(\frac{\partial k_{ix}(x_0)}{\partial x} - \frac{\partial k_x(x_0)}{\partial x} \right)^{1/2}. \quad (1.30)$$

(1.28)的末项 $\exp \left(- \frac{t_x^2}{2\delta(x_0)^2} \right)$ 来自(1.27)积分中振荡项 $e^{-it_x x}$. 它表明, 虽然电子的初态与终态都没有确定的纵向波矢 k_x , 所以跃迁时放出的声子的纵向动量是没有限制的; 不过实际上有显著作用的声子的纵向波矢接近 K_{ix} , 大致集中在 K_{ix} 附近 $\delta(x_0)$ 那样大小的范围中.

从(1.28)得到, 由初态(能量 E , 横向波矢 $K_{iy} + k_{iy}$, $K_{iz} + k_{iz}$, 导带)放一波矢是 $\mathbf{K}_i + \mathbf{t}$ 的声子, 经二级过程到终态(能量 E_v , 横向波矢 $k_y = k_{iy} - t_y$, $k_z = k_{iz} - t_z$, 价带)的单位时间跃迁几率是

$$\delta(E - \hbar\omega_t - E_v) \frac{2\pi c^2 \Omega}{\hbar V} (1 + n_t) \frac{\pi^5 m^2}{8 \hbar^4} \left(\frac{\partial E'_0}{\partial k_x} \right)_{+\infty} \left(\frac{\partial E_j}{\partial k_{ix}} \right)_{-\infty} \frac{(\partial E_0 / \partial k_x(x_0))}{(\partial E_j / \partial k_{ix}(x_0))} \times \\ \times \frac{1}{\delta(x_0)^2} \frac{1}{|k_x(x)|^2} \exp \left\{ - \frac{t_x^2}{\delta(x_0)^2} \right\} \exp \left\{ - 2 \int_{x_c}^{x_0} \text{Im } k_{ix}(x) dx - 2 \int_{x_0}^{x_v} \text{Im } k_x(x) dx \right\}. \quad (1.31)$$

由于跃迁时放的声子的纵向波矢是没有限制的, 故由这初态经过放声子的二级过程而到价带去的几率应该把(1.31)对不同纵向波矢的声子求和. 在这样做时, 由于有显著作用的声子的纵向波矢都很接近 K_{ix} , 可以近似地认为这些声子的 ω_t , n_t 相同. 于是得到

$$\delta(E - E_v - \hbar\omega_t) \frac{2\pi c^2 \Omega}{\hbar V} (1 + n_t) \frac{\pi^4 m^2}{16 \hbar^4} \left(\frac{\partial E'_0}{\partial k_x} \right)_{+\infty} \left(\frac{\partial E_j}{\partial k_{ix}} \right)_{-\infty} \frac{\partial E_0 / \partial k_x(x_0)}{\partial E_j / \partial k_{ix}(x_0)} \times \\ \times \frac{\sqrt{\pi}}{\delta(x_0)} \frac{1}{|k(x_0)|^2} \exp \left\{ - 2 \int_{x_c}^{x_0} \text{Im } k_{ix}(x) dx - 2 \int_{x_0}^{x_v} \text{Im } k_x(x) dx \right\}. \quad (1.32)$$

实际上放出的声子既然是在 $\delta(x_0)$ 这样一个纵向波矢范围中的, 它们形成的波包大小是 $\frac{1}{\delta(x_0)}$. 结合前面的讨论, 可见电子由导带底放声子经二级过程到价带去时, 基本上是在 x_0 点邻近 $\frac{1}{\delta(x_0)}$ 的范围内失能引起晶格原子振动的.

考虑到(1.32)随横向波矢 k_{iy} , k_{iz} ; k_y , k_z ; 的增加而迅速下降, 可以进一步近似地认为 ω_t , n_t 是常数. 把(1.32)乘上初终态的电子分布函数, 对初态终态求和. 得到放声子的二级声子隧道电流的表达式:

$$I = L_y L_z (1 + n) c^2 \Omega \frac{1}{2^9 \pi^{1/2}} \frac{m^2}{\hbar^5} \int dE (f_c(E) - f_v(E - \hbar\omega)) \int dk_{iy} dk_{iz} \times$$

$$\times dk_y dk_z \frac{1}{|k_x(x_0)|^2} \frac{1}{\delta(x_0)} \frac{\partial E_0 / \partial k_x(x_0)}{\partial E_i / \partial k_{ix}(x_0)} \exp \left\{ -2 \int_{x_c}^{x_0} \text{Im} k_{ix}(x, k_{iy}, k_{iz}) dx - \right. \\ \left. - 2 \int_{x_0}^{x_V} \text{Im} k_x(x, k_y, k_z) dx \right\}, \quad (1.33)$$

$f_c(E)$, $f_v(E)$ 分別表示 n 区导带电子和 p 区价带电子的分布函数, $n = [e^{\hbar\omega \mathbf{k}_j/kT} - 1]^{-1}$ 是平均声子数.

前面具体討論的是放声子过程. 但很显然, 如在前面的全部推导中, 把 $\hbar\omega \rightarrow -\hbar\omega$, 把积分号前的 $1 + n \rightarrow n$, 就可以得到吸声子过程的表达式. 为了区分这两种过程, 把所有放声子过程的量都加上角标“+”, 吸声子过程的都加角标“-”.

这样总的二級声子隧道电流密度是

$$J = J^+ + J^-, \quad (1.34)$$

$$J^+ = (1 + n) c^2 \Omega \frac{1}{2^9 \pi^{1/2}} \frac{m^2}{\hbar^5} \int dE [f_c(E) - f_v(E - \hbar\omega)] \int dk_{iy} dk_{iz} dk_y dk_z \times \\ \times \frac{1}{|k^+(x_0^+)|^2 (\delta^+(x_0^+))} \frac{\partial E_0 / \partial k_x(x_0^+)}{\partial E_i / \partial k_{ix}(x_0^+)} \exp \left\{ -2 \int_{x_c}^{x_0^+} \text{Im} k_{ix}^+(x) dx - 2 \int_{x_0^+}^{x_V} \text{Im} k_x^+(x) dx \right\}, \quad (1.35)$$

$$J^- = n c^2 \Omega \frac{1}{2^9 \pi^{1/2}} \frac{m^2}{\hbar^5} \int dE [f_c(E) - f_v(E + \hbar\omega)] \int dk_{iy} dk_{iz} dk_y dk_z \times \frac{1}{|k^-(x_0^-)|^2} \times \\ \times \frac{1}{(\delta^-(x_0^-))} \frac{\partial E_0 / \partial k_x(x_0^-)}{\partial E_i / \partial k_{ix}(x_0^-)} \exp \left\{ -2 \int_{x_c}^{x_0^-} \text{Im} k_{ix}^-(x) dx - 2 \int_{x_0^-}^{x_V} \text{Im} k_x^-(x) dx \right\}. \quad (1.36)$$

在这些积分中, 一般說可以略去指数項前的因子与 E , k_{iy} , k_{iz} , k_y , k_z 的关系而提出积分号外. 指数項是随横向波矢的增大而迅速減小的, 一般可以把指数上的函数对横向波矢作展开, 这在第三节中再具体討論.

II. 禁戒跃迁的情况

前面討論了由导带底到导带 $\mathbf{k} = (0, 0, 0)$ 极值的声子散射是容許跃迁的情况. 在本节中我們扼要分析散射是禁戒跃迁的情形. 这时, (1.1) 中 $c(\mathbf{p}, \mathbf{k})$ 对 $\mathbf{p} = \mathbf{K}_i$, $\mathbf{k} = (0, 0, 0)$ 是等于零的. 因此不能再把它看成常数. 类似于一般处理光跃迁的問題一样, 我們可以把 $(0, 0, 0)$ 附近一波矢为 $\mathbf{k}$ 的电子, 与波矢为 $\mathbf{K}_i + \mathbf{t}$ 的格波相互作用, 散射到带底邻近波矢 $\mathbf{K}_i + \mathbf{k} + \mathbf{t}$ 的状态上去的矩陣元, 近似地展开为

$$c(\mathbf{k}, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i t_i + \sum_{i=1}^3 \beta_i (k_i + t_i), \quad (2.1)$$

$i = 1, 2, 3$ 表示三个坐标分量. α_i, β_i 是常数. 則相应于前面(1.10)式, 放波矢 $\mathbf{K}_i + \mathbf{t}$ 的声子的一級解所滿足的方程是

$$(E - \hbar\omega_{\mathbf{t}} - \Delta - E_0(\mathbf{k})) a_0^{(1)}(\mathbf{k}) - \sum_{\mathbf{q}} \phi(\mathbf{q}) a_0^{(1)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}) = \\ = \sum_{i=2,3} \left[\frac{\alpha_i t_i \Omega^{1/2}}{V^{1/2}} + \frac{\beta_i \Omega^{1/2}}{V^{1/2}} (k_i + t_i) \right] a^{(0)}(\mathbf{k} + \mathbf{t}) (1 + n_{\mathbf{t}})^{1/2} + \frac{\alpha_1 \Omega^{1/2}}{V^{1/2}} \times \\ \times t_x a^{(0)}(\mathbf{k} + \mathbf{t}) (1 + n_{\mathbf{t}})^{1/2} + \frac{\beta_1 \Omega^{1/2}}{V^{1/2}} (k_x + t_x) a^{(0)}(\mathbf{k} + \mathbf{t}) (1 + n_{\mathbf{t}})^{1/2}, \quad (2.2)$$

类似于前面得到(1.13)和(1.14),可以得到“有效质量方程”:

$$\begin{aligned} & \left(E - \hbar\omega_t - \Delta - E_0 \left(-i \frac{\partial}{\partial x} k_y k_z \right) \right) f_0(x) - \phi(x) f_0(x) = \\ & = \frac{Q^{1/2}}{V^{1/2}} \sum_{i=2,3} [\alpha_i t_i + \beta_i (k_i + t_i)] \frac{e^{-it_x x}}{(L_y L_z)^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} f^{(0)}(x) + \frac{Q^{1/2}}{V^{1/2}} \alpha_1 t_x \frac{e^{-it_x x}}{(L_y L_z)^{1/2}} \times \\ & \quad \times (1 + n_t)^{1/2} f^{(0)}(x) + \frac{Q^{1/2}}{V^{1/2}} \beta_1 e^{-it_x x} \frac{1}{(L_y L_z)^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} \frac{\partial}{\partial x} f^{(0)}(x), \end{aligned} \quad (2.3)$$

用前一节同样的步骤,可以得到跃迁矩阵元.

$$\begin{aligned} M \approx & \frac{Q^{1/2}}{V^{1/2}} (1 + n_t)^{1/2} \left(\sum_{i=2,3} [\alpha_i t_i + \beta_i (k_i + t_i)] + \alpha_1 t_x - \beta_1 |k_{ix}(x_0)| \right) \times \\ & \times \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{\partial E_0}{\partial k_x} \right)_{+\infty}^{1/2} \left(\frac{\partial E_x}{\partial k_{ix}} \right)_{-\infty}^{1/2} \frac{m}{\hbar^2} \frac{\sqrt{2\pi}}{|k_x(x_0)|} \frac{(\partial E_0 / \partial k_x(x_0))^{1/2}}{[\partial E_i / \partial k_{ix}(x_0)]^{1/2}} \frac{1}{\delta(x_0)} \exp \left\{ - \int_{x_c}^{x_0} \text{Im } k_{ix}(x) dx - \right. \\ & \quad \left. - \int_{x_0}^{x_v} \text{Im } k_x(x) dx \right\} \exp \left(- \frac{t_x^2}{2\delta(x_0)^2} \right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

其中各记号的意义和前一节是一样的. 在得到(2.4)时使用了近似:

$$\frac{\partial f^{(0)}(x)}{\partial x} \approx -\text{Im } k_{ix}(x) f^{(0)}(x). \quad (2.5)$$

比较(2.4)与(1.28),看到代替那里的常数 c 的是 $\sum_{i=2,3} [\alpha_i t_i + \beta_i (k_i + t_i)] + \alpha_1 t_x - \beta_1 |k_{ix}(x_0)|$ 这样三项. 如前所述,实际上对电流有贡献的电子的横向动量都是比较小的. 有贡献的声子的 t_x 也较小. 所以这三项中最主要的是 $\beta_1 |k_{ix}(x_0)|$. 这项的物理意义是很明显的. 因为象前一节的分析所表明的,实际上散射主要是产生在 x_0 点附近的. 在这点附近,电子已穿入禁带中相当深($\sim 0.1\text{eV}$),故这些状态中包含有相当大的 k_x (或 k_{ix})的布洛赫波的成分. 这些成分间的跃迁矩阵元就不等于零,而 $\sim \beta_1 |k_{ix}(x_0)|$. 由此可见,在禁戒跃迁的情况,二级隧道仍旧发生,不过一般说,它比容许跃迁的情况可能弱一些. 假设(2.1)是相当粗略的,得到的结果也只是粗略估计.

现在我们根据这结论分析一下Ge中各支晶格振动的贡献. Ge的 $[1, 1, 1]$ 方向的声子,共四支:纵向声学振动与纵向光学振动,记作 LA 与 LO ;横向声学振动与横向光学振动,记作 TA ,与 TO ,它们是两重简并的;这四支所属的群表象是 L'_2, L_1 与 L'_3, L_3 (另一种说法是 $TA - L_3, TO - L'_3$)[3]. 我们知道,Ge的导带底属于群表象 L_1 ,导带 $(0, 0, 0)$ 极小属于 Γ'_2 ,价带顶是 Γ'_2 . 很容易证明,导带底到导带 $(0, 0, 0)$ 极小的散射,对 LA 是容许的,其它三支 LO, TA, TO 都是禁戒的. 光间接吸收的实验证实了这个结论[3]. 荷伦纳克(Holonyak)[11]对Ge隧道二极管的低温伏安特性的观察表明,相应于发射声子的最明显的一个“阶梯”是与 LA 的能量相对应的. 另外一些较弱的“阶梯”可能是 TO 或 TA . 这实验结果证明了本文所述的二级声子隧道模型. 因为按照这模型,声子散射是发生在导带底与导带 $(0, 0, 0)$ 极小间的. 相反,如果是一个一级过程,声子散射是在导带底(L_1)与价带顶(Γ'_2)间,很容易证明, LA 是禁戒的, LO 是容许的;这就与荷伦纳克的实验结果不一致了.

III. 電流的具体表达式

和在(I)第四節所作的一樣,在本節中,我們就一类似于 Ge 的能帶模型來把第一節中得到的表达式具体化。這時設

$$E_0(\mathbf{k}) = \frac{E_G}{2} \left(1 + \frac{2}{m} \frac{\hbar^2 k^2}{E_G} \right)^{1/2} - \frac{E_G}{2}, \quad (3.1)$$

$$E'_0(\mathbf{k}) = -\frac{E_G}{2} \left(1 + \frac{2}{m} \frac{\hbar^2 k^2}{E_G} \right)^{1/2} - \frac{E_G}{2}, \quad (3.2)$$

$$E_x(\mathbf{k}_x) = \frac{\hbar^2}{2m_x} k_{ix}^2 + \frac{\hbar^2}{2m_y} k_{iy}^2 + \frac{\hbar^2}{2m_z} k_{iz}^2, \quad (3.3)$$

結場選 x 方向。

把(3.1)–(3.3)代入(1.16)、(1.19)、(1.25)與(1.29),可以得到 x_0^+ 所滿足的方程:

$$\begin{aligned} \phi(x_0^+) + \Delta + \hbar\omega - E = \frac{1}{2} [& (K-1)^2 E_G^2 + 4E_G(E_\perp - KE_{\perp i}) + \\ & + 4E_G K(\Delta + \hbar\omega)]^{1/2} - (K-1)E_G, \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中

$$K = m_x/m, \quad (3.5)$$

$$E_\perp = \frac{\hbar^2}{2m} (k_y^2 + k_z^2), \quad E_{\perp i} = \frac{\hbar^2}{2m_y} k_{iy}^2 + \frac{\hbar^2}{2m_z} k_{iz}^2, \quad (3.6)$$

$E_\perp, E_{\perp i}$ 較小,把(3.4)對它們展開到一級,得到

$$\phi(x_0^+) + \Delta + \hbar\omega - E = V^+ + b^+(E_\perp - E_{\perp i}), \quad (3.7)$$

其中

$$V^+ = \frac{E_G}{2} \left\{ \left[(K-1)^2 + 4 \frac{K}{E_G} (\Delta + \hbar\omega) \right]^{1/2} - (K-1) \right\}, \quad (3.8)$$

$$b^+ = \left[(K-1)^2 + 4 \frac{K}{E_G} (\Delta + \hbar\omega) \right]^{-1/2}, \quad (3.9)$$

代入(1.35),略去指數前的項與 $E, E_\perp, E_{\perp i}$ 的關係,提到積分號外,得到

$$\begin{aligned} J^+ = & (1+n)c^2\Omega \frac{m^{3/4}}{2^{10-1/4}\pi^{1/2}} \frac{1}{\hbar^{5/2}} \frac{1}{K^{5/4}} \frac{1}{(V^+ - \Delta - \hbar\omega)^{3/4}} \frac{E_G}{E_G - 2V^+ + 2\hbar\omega} \times \\ & \times \left(\frac{KE_G}{(K-1)E_G + 2V^+} \right)^{1/2} \left(\frac{d\phi(x_0^+)}{dx} \right)^{-1/2} \int dE (f_c(E) - f_v(E - \hbar\omega)) \\ & \times \int dk_{iy} dk_{iz} dk_y dk_z \exp \left\{ -2 \int_{x_c}^{x_0^+} \text{Im } k_{ix}^+(x) dx - 2 \int_{x_0^+}^{x_V} \text{Im } k_x^+(x) dx \right\}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

同樣,把(3.8)(3.9)中 $\hbar\omega \rightarrow -\hbar\omega$, 得到 V^-, b^- , 代入得

$$\begin{aligned} J^- = & nc^2\Omega \frac{m^{3/4}}{2^{10-1/4}\pi^{1/2}} \frac{1}{\hbar^{5/2}} \frac{1}{K^{5/4}} \frac{1}{(V^- - \Delta + \hbar\omega)^{3/4}} \frac{E_G}{E_G - 2V^- - 2\hbar\omega} \times \\ & \times \left(\frac{KE_G}{(K-1)E_G + 2V^-} \right)^{1/2} \left(\frac{d\phi(x_0^-)}{dx} \right)^{-1/2} \int dE (f_c(E) - f_v(E + \hbar\omega)) \\ & \times \int dk_{iy} dk_{iz} dk_y dk_z \exp \left(-2 \int_{x_c}^{x_0^-} \text{Im } k_{ix}^-(x) dx - 2 \int_{x_0^-}^{x_V} \text{Im } k_x^-(x) dx \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

进一步,假定結势垒場是綫性的, $\frac{d\phi}{dx} = F$; 完成(3.10)(3.11)指数上的积分, 对 $E_{\perp}$, $E_{\perp i}$ 展开到一級. 然后把(3.10)(3.11)中对 k_{iy} , k_{ix} ; k_y , k_x 的积分根据(3.6)变为对 $E_{\perp}$, $E_{\perp i}$ 的积分, 经过比較繁瑣的計算, 可以得到

$$J^+ = c^2 \Omega \frac{\pi^{3/2} m^{7/4} (m_y m_x)^{1/2}}{2^{8-1/4} K^{5/4} \hbar^{13/2} F^{1/2}} (1+n) A^+ D^+ \int dE [f_c(E) - f_v(E - \hbar\omega)] \times \\ \times \int dE_{\perp i} dE_{\perp} \exp\left(-\frac{E_{\perp i}}{\bar{E}_{\perp i}^+} - \frac{E_{\perp}}{\bar{E}_{\perp}^+}\right), \quad (3.12)$$

其中

$$A^+ = \frac{1}{(V^+ - \Delta - \hbar\omega)^{3/4}} \frac{E_G}{E_G - 2V^+ + 2\hbar\omega} \left(\frac{KE_G}{(K-1)E_G + 2V^+}\right)^{1/2}, \quad (3.13)$$

$$D^+ = \exp\left(-\frac{m^{1/2}}{\hbar F} \left[\frac{4}{3} \sqrt{2} K^{1/2} (V^+ - \Delta - \hbar\omega)^{3/2} + \frac{E_G^{3/2}}{2\sqrt{2}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{E_G - 2V^+}{E_G}\right)\right]\right), \quad (3.14)$$

$$(\bar{E}_{\perp i}^+)^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\hbar F} m^{1/2} \left[b^+ K \left(\frac{E_G}{4} - \frac{1}{E_G} \left(\frac{E_G}{2} - V^+\right)^2\right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} (1 - b^+ K) (V^+ - \Delta - \hbar\omega)^{1/2} \right], \quad (3.15)$$

$$(\bar{E}_{\perp}^+)^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\hbar F} m^{1/2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{E_G - 2V^+}{E_G}\right) E_G^{1/2} - \right. \\ \left. b^+ \left(\frac{E_G}{4} - \frac{1}{E_G} \left(\frac{E_G}{2} - V^+\right)^2\right)^{1/2} + \frac{2}{3} b^+ (V^+ - \Delta - \hbar\omega)^{1/2} \right]. \quad (3.16)$$

同样得到

$$J^- = c^2 \Omega \frac{\pi^{3/2} m^{7/4} (m_y m_x)^{1/2}}{2^{8-1/4} K^{5/4} \hbar^{13/2} F^{1/2}} n A^- D^- \int dE (f_c(E) - f_v(E + \hbar\omega)) \int dE_{\perp i} dE_{\perp} \times \\ \times \exp\left(-\frac{E_{\perp i}}{\bar{E}_{\perp i}^-} - \frac{E_{\perp}}{\bar{E}_{\perp}^-}\right), \quad (3.17)$$

其中

$$A^- = \frac{1}{(V^- - \Delta + \hbar\omega)^{3/4}} \frac{E_G}{E_G - 2V^- - 2\hbar\omega} \left(\frac{KE_G}{(K-1)E_G + 2V^-}\right)^{1/2}, \quad (3.18)$$

$$D^- = \exp\left\{-\frac{m^{1/2}}{\hbar F} \left[\frac{4}{3} \sqrt{2} K^{1/2} (V^- - \Delta + \hbar\omega)^{3/2} + \frac{E_G^{3/2}}{2\sqrt{2}} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{E_G - 2V^-}{E_G}\right)\right]\right\}, \quad (3.19)$$

$$(\bar{E}_{\perp i}^-)^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\hbar F} m^{1/2} \left[b^- K \left(\frac{E_G}{4} - \frac{\left(\frac{E_G}{2} - V^-\right)^2}{E_G}\right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \frac{2}{3} (1 - b^- K) (V^- - \Delta + \hbar\omega)^{1/2} \right], \quad (3.20)$$

$$(\bar{E}_\perp)^{-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\hbar F} m^{1/2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{E_G - 2V^-}{E_G} \right) E_G^{1/2} - b^- \left(\frac{E_G}{4} - \frac{1}{E_G} \right) \times \left(\frac{E_G}{2} - V^- \right)^{1/2} + \frac{2}{3} b^- (V^- - \Delta + \hbar\omega)^{1/2} \right]. \quad (3.21)$$

具体計算表明,由于 $\hbar\omega \lesssim 0.01\text{ev}$, 所以本节各公式所决定的 V^+ , V^- , b^+ , b^- , 以及其它参量都与(I)表 III, IV 所列相差不远,也具有如(I)表 4 所示的性质,表示导带底是各向异性的,但二級过程隧道电流却几乎是各向同性的。

比較(I.4.19)与(3.12)、(3.17)只要 K 不是很大, V 比 $\hbar\omega$ 大得多, V^+ , V^- 与 V 相差不远,便得到声子隧道电流与杂质隧道电流的比:

$$\frac{J_{\pi}}{J_{\text{杂}}} \approx \frac{1}{4} \frac{c^2 Q (1+n) D^+ + n D^-}{\rho \lambda^2 D}. \quad (3.22)$$

我們在 I 中已根据这个关系式具体比較了声子和杂质电流的大小,这里不再重复。

本文是(I)的繼續,对鍺的隧道过程中声子的作用进行了具体分析,指出鍺中声子隧道过程主要是一个二級过程。在这个基础上从对称性的考虑初步估計了不同支的声子作用的強弱,說明了鍺的隧道过程中从声学声子作用最显著的事实。

本文(I和II)是在黃昆教授的指导下完成的。韓汝琦、張綺香、強元榮等同志参加过这工作的討論。作者在此一并致謝。

参 考 文 献

- [1] Holonyak N., *Phys. Rev., Lett.* **3** (1959), 167.
- [2] Кельдыш, Л. В., *Ж. Э. Т. Ф.*, **34** (1958), 962.
- [3] McLean, T. P., *Progress in Semiconductor*, V. 5. 53

THEORY OF TUNNELLING PROCESSES IN GERMANIUM TUNNEL DIODES (II)—PHONON-ASSISTED CURRENT

KAN TZE-GHAO

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

The present paper is a sequel to the accompanying paper I, where a theory is given for the impurity-induced current in germanium tunnel diodes. It is pointed out that for reasons similar to those given in connexion with the impurity-induced current, the phonon-assisted current in germanium diodes should be attributed to a second order process via $(0, 0, 0)$ conduction band minimum rather than the first order process hitherto assumed. By methods similar to those developed in I, the second order current expression is deduced and discussed; in particular, symmetry arguments indicate that for the second order process in germanium diodes, the longitudinal acoustic phonons should be by far the most effective, in agreement with existing experimental evidences.