

$\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应共振-近阈效应关联的研究*

苏肇冰 高崇寿 周光召

提 要

本文建議作 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应的实验,其中质心系总能量固定为 1900 MeV. 在末态 K 介子动能 0—90 MeV 的变化范围内,观察末态 Λ - π 共振和在 $\Sigma\pi K$ 道产生阈附近的近阈效应. 通过共振-近阈效应关联和共振的角分布可以确定 Y_1^* 的自旋和 Y_1^* , Λ 和 Σ 之间的相对宇称. 按照先处理 T 矩阵的么正性,后处理解析性的思想,本文引入了 T 矩阵在道空间上的对角表象. 在此基础上,提出了唯象描述近阈效应、共振现象和末态相互作用,特别是近阈效应和在阈附近共振的关联的一个新方法. 并且应用这个方法,处理了所建议实验中的末态共振-近阈效应关联.

一、引 言

随着高能物理和高能技术的发展,基本粒子 $2 \rightarrow n$ 反应 ($n > 2$) 的研究愈来愈重要. 一方面这种多体产生机构是过去所不熟知的, 另一方面多体的末态相互作用使这些现象变得更为丰富复杂,常常可以通过适当地选择实验条件来控制一部分末态粒子的自由度,使得相应于另一部分自由度的现象典型化和特征化,从而可以对基本粒子有关的性质进行很好的研究. 本文主要研究 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应. 固定初态 πp 质心系总能量为 1900 MeV, 选择末态 K 介子相对 $\Lambda\pi$ 系统质心的动能变化范围由 0 到 90 MeV, 观察在 $\Sigma\pi K$ 道产生阈附近 $\Lambda\pi K$ 截面的近阈效应和与它邻近的 $\Lambda\pi$ 末态共振. 通过它们和它们之间的关联 (以下简称共振-近阈关联) 来研究 $\Lambda\pi$ 共振态 Y_1^* 的自旋、 Y_1^* - Λ 相对宇称和 Λ - Σ 相对宇称,并且对超子可能具有的对称性也进行了简单的讨论.

在新开道产生阈 (简称新道阈) 附近, 观察道截面的反常变化 (近阈效应) 在原则上由 S 矩阵的么正性和解析性所决定. 么正性决定了在阈上面的新开道通过几率守恒对观察道反应振幅的影响, 解析性规定了观察道反应振幅在新开道阈上和阈下的联系. 共振现象在原则上也是 S 矩阵在共振极点附近解析行为的表现. 因此共振-近阈关联的唯象研究需要引入对 S 矩阵元适当的参数描述, 使得能够最好地体现新道阈附近 S 矩阵的解析性和么正性. 通常的共振理论^[1] 首先考虑 S 矩阵的解析性, 但么正条件对共振参数的限制并不明显. 近阈效应的唯象处理也常先考虑 S 矩阵元在新道阈附近的解析行为, 然后再利用么正条件来定参数^[2]. 在本文中, 我们引入道空间上 S 矩阵的对角表象, 首先考虑么正性, 得到保证满足么正条件的 S 矩阵参数表示; 然后由各参数在新道阈附近和共振极

* 1962 年 11 月 30 日收到.

点附近的正确的解析行为,自然得到近阈效应、共振现象和共振-近阈关联的公式. 这种先考虑么正性后考虑解析性的唯象参数方法,在某些场合常常更为方便.

道空间上 S 矩阵对角表象体现了反应各观察道之间的一种联系,它给出了与原子核物理复合核^[3]相对应的内部衰变态,从而我们可以得到不依赖于复合核模型假定的基本粒子反应的物理机构. 并且通过这种联系,可以导出在 $2 \rightarrow 3$ 反应中两体共振末态作用对反应振幅的贡献. 本文就是通过这种方法,处理 $\Lambda\pi$ 共振对 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 过程的贡献.

将上述结果应用到所设计的实验,得到:

1. 可以从共振-近阈关联和反应截面角分布的各向同性两方面各自独立地判断 $\Lambda\pi$ 共振态 Y_1^* 的自旋 $J_{Y_1^*}$.

2. 如果 $J_{Y_1^*} = \frac{1}{2}$, 并且能够得到极化的初态核子,则可以通过超子极化角分布的各向同性来判断 $Y_1^*-\Lambda$ 的相对宇称;与共振-近阈关联一起,可以判断 $\Lambda-\Sigma$ 的相对宇称.

在第二节,我们引入了道空间上 S 矩阵对角表象. 按照受到么正条件限制的 S 矩阵参数在新道阈和共振附近的解析行为,导出了共振-近阈关联公式. 为了说明问题,以忽略自旋宇称的 $2 \rightarrow 2$ 反应为例进行讨论. 第三节在对角表象中导出 $2 \rightarrow 3$ 反应中共振末态作用对反应振幅的贡献. 将第二节的结果对有自旋粒子的 $2 \rightarrow 3$ 反应作直接推广,得出 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应末态 Y_1^* 共振-近阈关联的唯象公式. 第四节把上述结果应用到所设计的实验,结合角分布分析,预测从实验结果可能得到的各种判断. 在第五节中,对结果进行了简单的讨论.

作为第二节推导的出发点之一,在附录 I 中讨论了观察道 K 矩阵元 $K_{ij} (1 \leq i, j \leq n)$ 在第 $n+1$ 新道阈附近的不解析行为,并且具体地给出了在阈上、阈下 K_{ij} 对 $|p_{n+1}|$ 的依赖关系. 附录 II 以波包入射为例,分析了对角表象所提供的、与原子核物理中复合核模型相当的基本粒子反应机构.

二、 S 矩阵的对角表象、共振现象和近阈效应的唯象描述

这一节中,我们以无自旋标量粒子的 $2 \rightarrow 2$ 反应作为例子进行讨论. 容易看到,所得结果不难推广到更一般的情形. 我们以产生阈的能量由低到高来编排对应道的标记次序,并且所有讨论都在质心系中进行. 引入系统的 S , T 和 K 矩阵,

$$S = 1 + 2iT; \quad (2.1a)$$

$$S = \frac{1 + iK}{1 - iK}, \quad K = \frac{1}{i} \frac{S - 1}{S + 1}; \quad (2.1b)$$

$$T = \frac{K}{1 - iK}, \quad K = \frac{T}{1 + iT}. \quad (2.1c)$$

我们感兴趣的是在具有确定能量、确定角动量分波的道空间上进行讨论. S 矩阵在动量空间上的表示和在道空间上表示之间的联系,由式(2.2)给出,以 T 矩阵为例:

$$\langle \mathbf{p}_f | T | \mathbf{p}_i \rangle = \delta(E_f - E_i) \sum_{lm} Y_{lm}(\Omega_f) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_f)}} T_{fi}^l(E) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_i)}} Y_{lm}^*(\Omega_i), \quad (2.2)$$

其中 $\mathbf{p}_i$ 和 $\mathbf{p}_f$ 分别是入射道 i 和出射道 f 的相对动量; Ω_i 和 Ω_f 是相应的立体角; $\rho(E_i)$ 和 $\rho(E_f)$ 是相应的相空间密度; $T_{fi}^l(E)$ 即是在给定 $E = E_i$ 和 l 下 T 矩阵在道空间上的表示, 或记为 $\langle f | T^l(E) | i \rangle$. 所有 S , T 和 K 矩阵的算符关系在道空间上都保持不变, 特别是

$$S^l(E) = 1 + 2iT^l(E); \quad (2.3a)$$

$$S^l(E) = \frac{1 + iK^l(E)}{1 - iK^l(E)}, \quad K^l(E) = \frac{1}{i} \frac{S^l(E) - 1}{S^l(E) + 1}; \quad (2.3b)$$

$$T^l(E) = \frac{K^l(E)}{1 - iK^l(E)}, \quad K^l(E) = \frac{T^l(E)}{1 + iT^l(E)}. \quad (2.3c)$$

引入道空间上 S 矩阵的对角表象. 下面所有的讨论都是在道空间上进行的. 当系统满足时间反演不变时, 么正条件等价于 K 是实对称矩阵. 这时, 一定存在实正交矩阵 $O^l(E)$ 将 $K^l(E)$ 对角化, 相应的本征值是实数. 考虑到 S 和 T 是 K 的函数, 所以实正交矩阵 O 同时将 S , T 和 K 对角化, 矩阵之间的函数关系化为本征值之间的函数关系. 引入属于本征值 $K_r^l(E)$ 的本征态 $|r^l(E)\rangle$ (简称为 $|r\rangle$), 则有 (我们约定以 $i, j, k, f = 1, \dots, n$ 标记观察道, $r, s = 1, \dots, n$ 标记本征态)

$$K^l(E) = \sum_r |r\rangle K_r^l(E) \langle r|, \quad (2.4a)$$

$$T^l(E) = \sum_r |r\rangle T_r^l(E) \langle r|; \quad (2.4b)$$

$$K_{fi}^l(E) = \langle f | K^l(E) | i \rangle = \sum_r O_{fr}^l(E) K_r^l(E) \tilde{O}_{ri}^l(E), \quad (2.5a)$$

$$T_{fi}^l(E) = \langle f | T^l(E) | i \rangle = \sum_r O_{fr}^l(E) T_r^l(E) \tilde{O}_{ri}^l(E); \quad (2.5b)$$

$$O^{-1l}(E) = \tilde{O}^l(E), \quad (2.6a)$$

$$T_r^l(E) = \frac{K_r^l(E)}{1 - iK_r^l(E)} \quad K_r^l(E) \text{ 实数}; \quad (2.6b)$$

$$O_{fr}^l(E) = \langle f | r \rangle, \quad (2.7a)$$

$$\tilde{O}_{ri}^l(E) = \langle r | i \rangle = O_{ir}^l(E) = \langle i | r \rangle. \quad (2.7b)$$

对角表象对基本粒子反应过程提供了这样的观点: 在道空间上存在两组正交完备态 $\{|i\rangle\}$, $i = 1, \dots, n$ 和 $\{|r\rangle\}$, $r = 1, \dots, n$. 一组 $\{|i\rangle\}$ 是描述参加反应的个别粒子的入射道或出射道, 另一组 $\{|r\rangle\}$ 是描述在反应中各自独立互不干扰地进行弹性散射的内部态. 前者直接与观察效果相联系, 后者不能直接观察, 描述反应机构. 反应将首先由入射道跃迁到内部道, 在内部道各自独立地进行弹性散射, 再跃迁到末态观察道. 关于内部态和基本粒子反应的物理意义的进一步讨论, 将在附录 II 中进行.

对角表象也对 T 矩阵提供了一组唯象描述的参数: 由实正交矩阵 O 所对应的 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个实参数和 K 矩阵本征值所对应的 n 个实参数所组成的 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个实参数. 么正条件在对角表象中等价于

$$1. \quad O \text{ 矩阵实正交, 即 } O^{-1} = \tilde{O}; \quad (2.6a)$$

$$2. \quad T_r^l(E) = \frac{K_r^l(E)}{1 - iK_r^l(E)} \quad K_r^l(E) \text{ 实数.} \quad (2.6b)$$

条件(2.6a)和(2.6b)保证么正性被满足,因此讨论由么正性和解析性所决定的近阈效应和共振现象时,只要求出 $O_{fr}^l(E)$ 和 $K_r^l(E)$ 在新道阈和共振极点附近的解析行为,就可得到近阈效应和共振现象的唯象公式. 下面我们分别考察参数在共振极点和新道阈附近的解析行为.

首先,我们引入关于共振的假定:

1. 假定实正交矩阵元 $O_{fr}^l(E)$ 是缓慢变化的,即它对于 T 矩阵元的共振性质没有贡献.

2. 如果在反应能量 $E = E_1$ 出现共振峰,对应地在 K 矩阵的各本征值中至少有一个在 $E = E_1$ 处有一阶极点,对应的留数是小量. 在附录 II 中,我们将指出因果性要求极点留数小于零.

容易证明,在么正条件得到满足的前提下, K 矩阵本征值在能量实轴上小留数的一阶极点——对应于 T 矩阵相应本征值在能量复平面上的一阶复极点. 其实部和虚部分别等于 K 矩阵元相应极点的数值和留数. 这样由假定 2 所给出的 T 矩阵本征值的共振极点将处于离能量实轴不远的下半平面. 我们将根据上述假定讨论 T 矩阵元在共振能量附近的解析行为. 设 $r = 1$, $K_1^l(E)$ 在 $E = E_1$ 处有一共振极点,留数为 $-\Gamma_1$ ($\Gamma_1 > 0$ 小量),则在 $E \sim E_1$ 附近有

$$K_1^l(E) \simeq K_1^{l'}(E) - \frac{\Gamma_1}{E - E_1}, \quad (2.8)$$

其中 $K_1^{l'}(E)$ 是小量. 按照(2.6b), (2.5b)和(2.6a),在 $E \sim E_1$ 附近有

$$T_1^l(E) \simeq T_1^{l'}(E) - \frac{\Gamma_1}{E - E_1 + i\Gamma_1} \quad (2.9)$$

[其中 $T_1^{l'}(E)$ 是小量]以及

$$T_{fi}^l(E) \simeq \sum_{r=2}^n O_{fr}^l(E) \frac{K_r^l(E)}{1 - iK_r^l(E)} \tilde{O}_{ri}^l(E) + O_{f1}^l(E) T_1^{l'}(E) \tilde{O}_{i1}^l(E) - \frac{O_{f1}^l(E) \Gamma_1 \tilde{O}_{i1}^l(E)}{E - E_1 + i\Gamma_1} = P_{fi}^l(E) - \frac{\gamma_{f1}^l(E) \gamma_{i1}^l(E)}{E - E_1 + i\Gamma_1}, \quad (2.10)$$

其中

$$P_{fi}^l(E) = \sum_{r=2}^n O_{fr}^l(E) O_{ri}^l(E) \frac{K_r^l(E)}{1 - iK_r^l(E)} + O_{f1}^l(E) O_{i1}^l(E) T_1^{l'}(E), \quad (2.11a)$$

$$\gamma_{f1}^l(E) = \Gamma_1^{1/2} O_{f1}^l(E), \quad (2.11b)$$

还有

$$\sum_{f=1}^n [\gamma_{f1}^l(E)]^2 = \Gamma_1. \quad (2.12)$$

(2.10)中第二项即是共振项, $[\gamma_{f1}^l(E)]^2$ 即是通常所谓部分宽度, Γ_1 即是总宽度¹⁾, (2.12)即是熟知的部分宽度求和公式. 在 $E \sim E_1$ 附近, $K_1^{l'}(E)$ 和其他 $K_r^l(E)$ ($r = 2, \dots, n$)

1) 在本文中,为了方便起见,所提到的宽度都是指半宽度而言.

都是小量,所以 $P_{ji}^I(E)$ 构成在共振峰后的背景,即是通常所谓势散射项,(2.10)即是满足么正条件的 Breit-Wigner 单能级共振公式. 所进行的讨论显然很容易在开道数目不变的能范围上推广到多能级共振情形,这时不同的共振峰既可来自同一本征值,也可来自不同本征值的贡献. 此外,如果同时有两个以上的 $K_i^I(E)$ 具有相同的极点,则将出现共振的干涉现象. 在附录 II 中,我们将把 $|r^I(E)\rangle$ 的宗量 E 延拓到 T 的共振极点,就得到与原子核物理复合核模型相当的衰变态,波包入射的反应,可以归结为一系列衰变态的形成和它的衰变.

其次,我们讨论 $O_{ir}^I(E)$ 和 $K_i^I(E)$ 的近阈解析行为. 设系统第 $n+1$ 道产生阈为 E_i , 当 $E < E_i$ 时系统开 n 个道,当 $E > E_i$ 时,系统开 $n+1$ 个道(在以后的讨论中,所提到的阈,都是指第 $n+1$ 道而言). 当 $E > E_i$, 并在 E_i 附近,第 $n+1$ 道只有 S 波,因此它开在观察道 $l=0$ 所属的道空间上. 有兴趣的是在这个道空间上, $n+1$ 维 O 矩阵元和 K 矩阵本征值对第 $n+1$ 道 3 维动量 p_{n+1} 的依赖行为. 附录 I 给出在阈上附近 $n+1$ 维 K 矩阵元对 p_{n+1} 的依赖关系准到 p_{n+1} 一次项为(略去分波指标 $l=0$)

$$K_{ij}(E) = K_{ij}(0) \quad 1 \leq i, j \leq n, \quad (2.13a)$$

$$K_{i, n+1}(E) = K_{n+1, i}(E) \sim O(p_{n+1}^{1/2}) \quad 1 \leq i \leq n, \quad (2.13b)$$

$$K_{n+1, n+1}(E) \sim O(p_{n+1}). \quad (2.13c)$$

由(2.13)出发,利用标准的线性代数方法,容易得到

$$O_{ir}(E) \simeq O_{ir}(0) + O_{ir}(1) \quad 1 \leq i, r \leq n, \quad (2.14a)$$

$$O_{i, n+1}(E) \sim O(p_{n+1}^{1/2}) \quad 1 \leq i \leq n, \quad (2.14b)$$

$$O_{n+1, r}(E) \sim O(p_{n+1}^{1/2}) \quad 1 \leq r \leq n, \quad (2.14c)$$

$$O_{n+1, n+1}(E) \simeq 1 + O(p_{n+1}), \quad (2.14d)$$

$$K_r(E) = K_r(0) + K_r(1), \quad (2.15a)$$

$$K_{n+1}(E) \sim O(p_{n+1}). \quad (2.15b)$$

其中 $K_r(0)$, $O_{ir}(0)$ 和 $K_r(1)$, $O_{ir}(1)$ 分别是 $K_r(E)$ 和 $O_{ir}(E)$ 的在 $E = E_i$ 的数值和对 p_{n+1} 展开的一次项 ($1 \leq i, j, r \leq n$). 么正条件(2.6a)和(2.6b)要求

$$\sum_{r=1}^n O_{ir}(0) O_{jr}(0) = \delta_{ij}, \quad (2.16a)$$

$$\sum_{i=1}^n O_{ir}(0) O_{is}(0) = \delta_{rs}, \quad (2.16b)$$

$$\sum_{r=1}^n [O_{ir}(0) O_{jr}(1) + O_{ir}(1) O_{jr}(0)] + O_{i, n+1}(E) O_{j, n+1}(E) = 0, \quad (2.16c)$$

$$\sum_{i=1}^n [O_{ir}(0) O_{is}(1) + O_{ir}(1) O_{is}(0)] + O_{n+1, r}(E) O_{n+1, s}(E) = 0, \quad (2.16d)$$

$$T_r(E) = T_r(0) + T_r(1), \quad (2.17a)$$

$$T_r(0) = \frac{K_r(0)}{1 - iK_r(0)}, \quad (2.17a')$$

$$T_r(1) = \frac{K_r(1)}{(1 - iK_r(0))^2}, \quad (2.17a'')$$

$$T_{n+1}(E) = O(p_{n+1}). \quad (2.17b)$$

条件(2.13a)即 $K_{ij}(E) (1 \leq i, j \leq n)$ 不含 p_{n+1} 一次项要求

$$\sum_{r=1}^n [O_{ir}(1)K_r(0)O_{jr}(0) + O_{ir}(0)K_r(1)O_{jr}(0) + O_{ir}(0)K_r(0)O_{jr}(1)] = 0. \quad (2.18)$$

由于第 $n+1$ 个本征值的贡献 $\sim O(p_{n+1}^2)$, 所以在(2.18)中不出現。由(2.14)和(2.15)即可得到 $T_{ij}(E) (1 \leq i, j \leq n)$ 在閾上面的解析行为:

$$T_{ij}(E) = T_{ij}(0) + T_{ij}(1), \quad (2.19)$$

$$T_{ij}(1) = \sum_{r=1}^n [O_{ir}(1)T_r(0)O_{jr}(0) + O_{ir}(0)T_r(1)O_{jr}(0) + O_{ir}(0)T_r(0)O_{jr}(1)]. \quad (2.20)$$

利用(2.17a), (2.18)和(2.16b), 有

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^n O_{ir}(0)T_r(1)O_{jr}(0) = \\ & = - \left(\sum_{r=1}^n O_{ir}(0)T_r(0)O_{kr}(1) \right) \left(\sum_{s=1}^n O_{ks}(0) \frac{1}{1 - iK_s(0)} O_{js}(0) \right) - \\ & - \left(\sum_{r=1}^n O_{ir}(0) \frac{1}{1 - iK_r(0)} O_{kr}(0) \right) \left(\sum_{s=1}^n O_{ks}(1)T_s(0)O_{js}(0) \right), \end{aligned}$$

所以

$$T_{ij}(1) = -i \sum_{r,k,s} O_{ir}(0)T_r(0)[O_{kr}(0)O_{ks}(1) + O_{ks}(1)O_{kr}(0)]T_s(0)O_{js}(0).$$

考虑到(2.16b), 就有

$$\begin{aligned} T_{ij}(1) &= i \left(\sum_{r=1}^n O_{ir}(0)T_r(0)O_{n+1,r}(E) \right) \left(\sum_{s=1}^n O_{n+1,s}(E)T_s(0)O_{js}(0) \right) = \\ &= iT_{in+1}(E)T_{n+1,j}(E) \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$= ip_{n+1}\mathbf{T}_{in+1}(0)\mathbf{T}_{n+1,j}(0), \quad (2.22)$$

其中

$$T_{in+1}(E) \simeq p_{n+1}^{1/2}\mathbf{T}_{in+1}(0), \quad (2.22a)$$

$$T_{n+1,j}(E) \simeq p_{n+1}^{1/2}\mathbf{T}_{n+1,j}(0). \quad (2.22b)$$

根据众所周知的 $T_{ij}(E) (1 \leq i, j \leq n)$, 在閾附近的解析性^[4], 就有

$$\begin{aligned} T_{ij}(E) &= T_{ij}(0) + iT_{in+1}(E)T_{n+1,j}(E) + O(p_{n+1}^2) = \\ &= T_{ij}(0) + ip_{n+1}\mathbf{T}_{in+1}(0)\mathbf{T}_{n+1,j}(0) + O(p_{n+1}^2), \quad \text{当 } E > E_i, \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$= T_{ij}(0) - |p_{n+1}|\mathbf{T}_{in+1}(0)\mathbf{T}_{n+1,j}(0) + O(|p_{n+1}|^2), \quad \text{当 } E < E_i. \quad (2.24)$$

这就是熟知的反应振幅近閾效应的参数公式^[2].

如果在閾上面不远处存在一个共振峯, 按照关于共振的第二个假定, 如果共振极点存在在 $r=1$ 的本征值中, 并且考虑到因子 $\frac{\Gamma_1}{E - E_1 + i\Gamma_1}$ 不含有 p_{n+1} 的一次项, 所以

$T_1(E)$ 有

$$T_1(E) = - \frac{\Gamma_1}{E - E_1 + i\Gamma_1} + T_1(1) + T_1'(E), \quad (2.25)$$

其中 $T'_1(E)$ 不包含 p_{n+1} 的一次项, 并且共振能量附近是小量. 这时

$$T_{ij}(E) = \sum_{\sigma=2}^{n+1} O_{i\sigma}(E) T_{\sigma}(E) O_{j\sigma}(E) + O_{i1}(E) T_1(E) O_{j1}(E), \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\sigma=2}^{n+1} O_{i\sigma}(E) T_{\sigma}(E) O_{j\sigma}(E) &= Q_{ij}(E) + \sum_{r=2}^{n+1} (O_{ir}(1) T_r(0) O_{jr}(0) + \\ &+ O_{ir}(0) T_r(1) O_{jr}(0) + O_{ir}(0) T_r(0) O_{jr}(1)), \end{aligned} \quad (2.26a)$$

$$\begin{aligned} O_{i1}(E) T_1(E) O_{j1}(E) &= O_{i1}(E) \left(-\frac{\Gamma_1}{E - E_1 + i\Gamma_1} + T'_1(E) + T_1(1) \right) O_{j1}(E) = \\ &= -\frac{\Gamma'_{ij}}{E - E_1 + i\Gamma_1} + R_{ij}(E) + (O_{i1}(1) T_1(0) O_{j1}(0) + \\ &+ O_{i1}(0) T_1(1) O_{j1}(0) + O_{i1}(0) T_1(0) O_{j1}(1)). \end{aligned} \quad (2.26b)$$

其中 $R_{ij}(E)$, $Q_{ij}(E)$ 是既不包含 p_{n+1} 一次项又不包含共振极点的缓变小量. 由于 $O_{ir}(E)$ 缓变, 所以当共振峰离阈不远时, 就有

$$\Gamma'_{ij} \simeq O_{i1}(0) O_{j1}(0) \Gamma_1. \quad (2.27)$$

将(2.26a), (2.26b)和(2.27)代入(2.26), 应用(2.20), (2.21)和(2.22), 并注意到 $Q_{ij}(E)$, $R_{ij}(E)$ 近似地可看作常量

$$T_{ij}(E) = -\frac{O_{i1}(0) O_{j1}(0) \Gamma_1}{E - E_1 + i\Gamma_1} + P_{ij}(0) + iT_{in+1}(E) T_{n+1j}(E) \quad (2.28a)$$

$$= -\frac{O_{i1}(0) O_{j1}(0) \Gamma_1}{E - E_1 + i\Gamma_1} + P_{ij}(0) + ip_{n+1} \mathbf{T}_{in+1}(0) \mathbf{T}_{n+1j}(0), \quad (2.29)$$

其中

$$P_{ij}(0) = R_{ij}(0) + Q_{ij}(0)$$

这即是 $2 \rightarrow 2$ 反应共振-近阈关联的唯一象公式. 我们特别有兴趣的是这样的情形: 当共振离阈不远, 并且在 $E = E_i$ 有

$$\left| \frac{\Gamma_1}{E_i - E_1 + i\Gamma_1} \right| \gg |T_{\sigma}(0)| \quad \sigma = 2, \dots, n, \quad (2.30a)$$

即

$$|T_1(0)| \gg |T_{\sigma}(0)| \quad \sigma = 2, \dots, n, \quad (2.30b)$$

这时背景 $P_{ij}(0)$ 的贡献将远小于共振项. 同时注意到

$$T_{in+1}(E) T_{n+1j}(E) = \left(\sum_{r=1}^n O_{ir}(0) T_r(0) O_{n+1r}(E) \right) \left(\sum_{s=1}^n O_{n+1s}(E) T_s(0) O_{js}(0) \right),$$

就有

$$\begin{aligned} T_{in+1}(E) T_{n+1j}(E) &\simeq O_{i1}(0) T_1(0) O_{n+11}(E) O_{n+11}(E) T_1(0) O_{j1}(0) + \\ &+ O_{i1}(0) T_1(0) O_{n+11}(E) \left(\sum_{s=2}^n O_{n+1s}(E) T_s(0) O_{js}(0) \right) + \\ &+ \left(\sum_{s=2}^n O_{is}(0) T_s(0) O_{n+1s}(E) \right) O_{n+11}(E) T_1(0) O_{j1}(0). \end{aligned} \quad (2.31)$$

由(2.30)和(2.31), 对所发生的共振-近阈关联可以得到下列推断:

1. 由于在 $E = E_i$ 附近, 共振峰超过背景, 因此近阈效应发生在共振峰上, 而不是在可能被共振峰所掩盖的背景上.

2. 近阈效应的深度也因 $T_1(0)$ 的贡献而变得更为显著.

三、2→3 反应中末态作用和末态共振-近阈效应的关联

这一节我们将在对角表象中讨论固定入射能量下 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应中 $\Lambda\pi$ 末态作用, 特别是 $\Lambda\pi$ 末态共振和在 $\Sigma\pi K$ 阈处近阈效应的关联的唯一象描述. 为了说明问题, 首先忽略自旋和宇称结构进行讨论, 最后将结果推广到考虑自旋和宇称的情形. 设入射道和出射道分别为 $a + b$ 和 $c + d + e$, 记为 (ab) 道和 (cde) 道, a, b, c, d 和 e 均无自旋. 我们感兴趣的是在确定总能量 E 、确定总角动量 e 的角分波表象中讨论. 这时反应道的确定, 除了粒子种类以外, 还需要确定 cd 系统(或 e) 的部分能量 E_{cd} (或 E_e), cd 系统的相对角动量 l_{cd} 和 e 相对 cd 系质心的相对角动量 l_e . 与(2.2)相应, 动量表象和角分波表象中 T 矩阵元的联系为

$$\begin{aligned} \langle (cde) \mathbf{p}_{cd} \mathbf{p}_e | T | \mathbf{p}_i(ab) \rangle = & \delta(E_f - E_i) \sum_{lm l_{cd} l_e} (i)^{l-l_{cd}-l_e} Y_{lm l_{cd} l_e}(\Omega_{cd}, \Omega_e) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{cd})\rho(E_e)}} \cdot \\ & \cdot \langle (cde) l_{cd} l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle \frac{1}{\sqrt{\rho(E_i)}} Y_{lm}(\Omega_i), \end{aligned} \quad (3.1)$$

其中

$$\mathbf{p}_{cd} = \frac{m_d}{m_c + m_d} \mathbf{q}_c - \frac{m_e}{m_c + m_d} \mathbf{q}_d, \quad (3.1a)$$

$$\mathbf{p}_e = \frac{m_c + m_d}{M} \mathbf{q}_e - \frac{m_e}{M} (\mathbf{q}_c + \mathbf{q}_d) = \mathbf{q}_e \quad M = m_c + m_d + m_e, \quad (3.1b)$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{q}_c + \mathbf{q}_d + \mathbf{q}_e = 0, \quad (3.1c)$$

$$Y_{lm l_{cd} l_e}(\Omega_{cd}, \Omega_e) = \sum_{m_{cd}+m_e=m} c(l_{cd} l_e l; m_{cd} m_e m) Y_{l_{cd} m_{cd}}(\Omega_{cd}) Y_{l_e m_e}(\Omega_e), \quad (3.1d)$$

$$E_{cd} = \frac{1}{2\mu_{cd}} p_{cd}^2, \quad \mu_{cd} = \frac{m_c m_d}{m_c + m_d}, \quad (3.1e)$$

$$E_e = \frac{1}{2\mu_e} p_e^2, \quad \mu_e = \frac{m_e(m_c + m_d)}{M}, \quad (3.1f)$$

$$E_{cd} + E_e + M = E_f = E_i = E, \quad (3.1g)$$

$$\mathbf{l}_{cd} + \mathbf{l}_e = \mathbf{l} \quad \sum_{l_{cd} l_e} \text{按宇称所允许的求和}, \quad (3.1h)$$

$\mathbf{q}_c, \mathbf{q}_d, \mathbf{q}_e$ 分别是粒子 c, d, e 在质心系中的 3 维动量, $\rho(E_i), \rho(E_{cd})$ 和 $\rho(E_e)$ 分别是 $\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_{cd}$ 和 $\mathbf{p}_e$ 的相空间密度. 有时我们将 $\langle (cde) l_{cd} l_e E_{cd} | T^l(E) | l_i(ab) \rangle$ 简写为 $\langle cde | T | ab \rangle$. 对于有三体道出现的情形, 确定总能量和总角动量下的道空间有了新的内容: 三体道的确定与两体道不一样, 除了粒子类别以外, 还需确定部分能量和相对角动量. 道空间上的矩阵附标, 不仅有两体道附标, 还有三体道附标. 前者只需粒子类别, 后者除此以外还需部分能量和相对角动量. 道空间上矩阵运算中, 对不同道求和时, 不仅要不对

同粒子求和,而且要对相同粒子不同相对角动量 l_{cd} 和 l_e 求和,以及对部分能量 E_{cd} (或 E_e) 求积分. 由于道空间指标出现了连续变化的部分能量,因此,对角表象中,本征态和本征值指标也将出现连续谱(下面讨论中,对连续指标的求积分,常隐含在求和号的形式中). 在对道空间的概念作了如上的扩充后,第二节中所有 $2 \rightarrow 2$ 反应的结论,都可以直接推广到 $2 \rightarrow 3$ 反应中来.

在通常的末态作用理论^[5]中,反应 $a + b \rightarrow c + d + e$ 分成两步:第一步是原始产生机构;第二步是末态 $c-d$ 散射. 在产生后 cde 粒子之间只发生 $c-d$ 散射,忽略 $c-e, d-e$ 或 3 体作用等价于条件^[6]

$$\langle cde | T | c'd'e' \rangle \sim \langle cd | T | c'd' \rangle \langle e | e' \rangle, \quad (3.2a)$$

如果考虑到 $c-d$ 的非弹性末态作用,即是

$$\langle cde | T | f'g'e' \rangle \sim \langle cd | T | f'g' \rangle \langle e | e' \rangle, \quad (3.2b)$$

在(3.2)中,我们略去了部分能量和部分角动量指标. 我们将选定某一个入射总能量和总角动量,使得在它所允许的部分能量和相对角动量的变化范围内,条件(3.2)得到满足,从而研究 $c-d$ 作用特别是共振对 $\langle cde | T | ab \rangle$ 的影响.

如所周知,实验上 $2 \rightarrow 3$ 反应振幅,常常比 $2 \rightarrow 2$ 反应振幅小一个数量级或者更小. 因此在(3.2)成立的条件下道空间在零级近似下,分解为两个子空间的直和:一个是 $\langle ab | T | a'b' \rangle$ 所属的所有 $2 \rightarrow 2$ 反应组成的二体道子空间;一个是 $\langle cde | T | c'd'e' \rangle$ 所属的所有 $3 \rightarrow 3$ 反应组成的三体道子空间. 由(3.2),后者即是 $\langle cd | T | c'd' \rangle$ 所属的二体道空间和 $\langle e | e' \rangle$ 的直乘. 用矩阵符号来表达:

$$T^I(E) = \begin{pmatrix} \begin{matrix} \langle ab | T | a'b' \rangle \\ \text{(零级量)} \end{matrix} & \begin{matrix} \langle ab | T | c'd'e' \rangle \\ \text{(一级量)} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \langle cde | T | a'b' \rangle \\ \text{(一级量)} \end{matrix} & \begin{matrix} \langle cde | T | c'd'e' \rangle \\ \sim \langle cd | T | c'd' \rangle \langle e | e' \rangle \\ \text{(零级量)} \end{matrix} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} \begin{matrix} \langle ab | T | a'b' \rangle \\ 0 \end{matrix} & 0 \\ 0 & \langle cd | T | c'd' \rangle \langle e | e' \rangle \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

实际上,(3.3)即是(3.2)的推论:因为在零级近似下,(3.2)意味着 e 和 c, d 之间没有作用, $2 \rightarrow 3$ 反应的逆反应 $3 \rightarrow 2$ 反应不能发生. 由细致平衡原理, $2 \rightarrow 3$ 反应亦不发生. (3.3)说明对角表象中, T 矩阵本征值在零级近似下即是二体道子空间和三体道子空间各自本征值的全体,并且由条件(3.2), (3.3), 三体道子空间的本征值即是 $\langle cd | T | c'd' \rangle$ 所属的二体道空间上的本征值. 记二体道子空间和三体道子空间上本征值和本征态分别为 $T_{r_1}^I(E)$ 和 $|r_1^I(E)\rangle$, $r_1 = 1, \dots, n$, $T_{r_2}^I(E)$ 和 $|r_2^I(E)\rangle$, r_2 含有连续指标;记 $\langle cd | T | c'd' \rangle$ 所属二体道空间上的本征值和本征态为 $T_{\sigma}^{I_{cd}}(E_{cd})$ 和 $|\sigma^{I_{cd}}(E_{cd})\rangle$. 由条件(3.2),

$$T_{r_2}^I(E) = T_{l_{cd} E_{cd} \sigma}^{I_{cd}}(E) = T_{\sigma}^{I_{cd}}(E_{cd}), \quad (3.4a)$$

$$|r_2^I(E)\rangle = |\sigma^{I_{cd}}(E_{cd})\rangle |l_e E_e(e)\rangle. \quad (3.4b)$$

其中 $|l_e E_e(e)\rangle$ 是处于观察道并具有能量 $E_e = E - M - E_{cd}$ 和角动量 l_e 的自由 e 粒子. 这时, $2 \rightarrow 3$ 反应振幅在对角表象中的展开式有

$$\begin{aligned}
\langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle &= \\
&= \sum_{r_1} \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_1^l(E) \rangle T_{r_1}^l(E) \langle r_1^l(E) | l(ab) \rangle + \\
&\quad + \sum_{r_2} \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_2^l(E) \rangle T_{r_2}^l(E) \langle r_2^l(E) | l(ab) \rangle \quad (3.5a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r_1} \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_1^l(E) \rangle T_{r_1}^l(E) \langle r_1^l(E) | l(ab) \rangle + \\
&\quad + \int dE'_e \sum_{\substack{l'_{cd}l'_e \\ l'_{cd}+l'_e=1}} \sum_{\sigma} \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | \sigma^{l'_{cd}}(E'_{cd}) | l'_e E'_e(e) \rangle \cdot \\
&\quad \cdot T_{\sigma}^{l'_{cd}}(E'_{cd}) \langle \sigma^{l'_{cd}}(E'_{cd}) | \langle (e)l'_e E'_e | l(ab) \rangle \rangle. \quad (3.5b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r_1} \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_1^l(E) \rangle T_{r_1}^l(E) \langle r_1^l(E) | l(ab) \rangle + \\
&\quad + \sum_{\sigma} \langle (cd)l_{cd} | \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) \rangle T^{l_{cd}}(E_{cd}) \langle \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle \rangle. \quad (3.6)
\end{aligned}$$

在从(3.5)到(3.6)的推导中,利用了

$$\begin{aligned}
\langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_2^l(E) \rangle &= \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | \sigma^{l'_{cd}}(E'_{cd}) | l'_e E'_e(e) \rangle = \\
&= \langle (cd)l_{cd} | \sigma^{l'_{cd}}(E_{cd}) \rangle \delta(E_e - E'_e) \delta_{l_{cd}l'_{cd}} \delta_{l_e l'_e},
\end{aligned}$$

由条件(3.2)和(3.3)容易看到,(3.6)中 $\langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_1^l(E) \rangle$ 和 $\langle \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle$ 是一级小量,所以本征值只需取零级项即可。如果在(3.6)中和第二项相比,第一项可以忽略,即

$$\begin{aligned}
\langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle &\simeq \\
&\simeq \sum_{\sigma} \langle (cd)l_{cd} | \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) \rangle T_{\sigma}^{l_{cd}}(E_{cd}) \langle \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle \rangle. \quad (3.7)
\end{aligned}$$

这即是在对角表象中,考虑到非弹性过程的末态相互作用唯象公式。推导(3.7)所用近似条件与其他末态作用理论^[5,6]相同。如果在所允许的部分能量变化范围内, $T_{\sigma}^{l_{cd}}(E_{cd})$ 之一 $T_{\sigma_0}^{l_{cd}}(E_{cd})$ 存在一个共振极点

$$T_{\sigma_0}^{l_{cd}}(E_{cd}) \simeq T_{\sigma_0}^{l'_{cd}}(E_{cd}) - \frac{\Gamma_{cd}^0}{(E_{cd} - E_{cd}^0) + i\Gamma_{cd}^0}, \quad (3.8)$$

则根据(3.6),

$$\begin{aligned}
\langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle &\simeq \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | P^l(E) | l(ab) \rangle - \\
&- \langle (cd)l_{cd} | \sigma_{\sigma_0}^{l_{cd}}(E_{cd}) \rangle \frac{\Gamma_{cd}^0}{(E_{cd} - E_{cd}^0) + i\Gamma_{cd}^0} \langle \sigma_{\sigma_0}^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle \rangle, \quad (3.9)
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
\langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | P^l(E) | l(ab) \rangle &= \\
&= \sum_{r_1} \langle (cde)l_{cd}l_e E_{cd} | r_1^l(E) \rangle T_{r_1}^l(E) \langle r_1^l(E) | l(ab) \rangle +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\sigma \neq \sigma_0} \langle (cd)l_{cd} | \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) \rangle T_{\sigma}^{l_{cd}}(E_{cd}) \langle \sigma^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle + \\
& + \langle (cd)l_{cd} | \sigma_0^{l_{cd}}(E_{cd}) \rangle T_{\sigma_0}^{l_{cd}}(E_{cd}) \langle \sigma_0^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle \quad (3.9a)
\end{aligned}$$

是緩变背景。(3.9)即是末态 $c-d$ 共振对 $\langle cde | T | ab \rangle$ 贡献的唯象公式。

如果在固定 $a + b \rightarrow c + d + e$ 入射总能量时, cd 部分能量的变化范围内存在且只存在 $f + d + e$ 道的产生阈,并且如果下列条件得到满足:

1. 在 (fde) 道 fd 系统部分能量的上限很小,即只有 $l_{fd} = 0$ 的分波;
2. 条件(3.2)得到满足;

则在 $a + b \rightarrow c + d + e$ 中, $l_{cd} = 0$ 的分波振幅按部分能量 E_{cd} 变化时,在 (fde) 阈处将产生近阈效应^[6,7]。考虑到本节一开始对三体道出现情形下道空间和它上面运算的扩充,并且按照条件 1 所导致的 Wigner 行为^[7,8]

$$\langle fde | T | ab \rangle |_{l_{fd}=0} \sim p_{fd}^{1/2} \quad \text{在阈上}, \quad (3.10)$$

容易将第二节近阈效应的讨论直接推广而有

$$\begin{aligned}
& \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle = \\
& = \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd}^t | T^l(E) | l(ab) \rangle + \\
& + i \sum_{l'_{fd} l'_e} \int_0^{E-M-E_{cd}^t} dE'_{fd} \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd} | T^l(E) | l'_{fd} l'_e E'_{fd}(fde) \rangle \cdot \\
& \quad \cdot \langle (fde)l'_{fd} l'_e E'_{fd} | T^l(E) | l(ab) \rangle = \\
& = \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd}^t | T^l(E) | l(ab) \rangle + \\
& + i \sum_{l'_e} \int_0^{E-M-E_{cd}^t} dE'_{fd} \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd} | T^l(E) | l'_{fd} = 0 | l'_e E'_{fd}(fde) \rangle \cdot \\
& \quad \cdot \langle (fde)l'_{fd} = 0 | l'_e E'_{fd} | T^l(E) | l(ab) \rangle, \quad (3.11)
\end{aligned}$$

其中 $E_{cd}^t = m_f - m_c$ 是对应 (fde) 道产生阈的 cd 部分能量。由条件(3.2),

$$\begin{aligned}
& \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd} | T^l(E) | l_{fd} = 0 | l'_e E'_{fd}(fde) \rangle \simeq \\
& \simeq \langle (cd)l_{cd} = 0 | T^{l_{cd}=0}(E_{cd}) | l_{fd} = 0(fd) \rangle \delta(E_{cd} - E'_{fd} - E_{cd}^t) \delta_{l_e l'_e} \delta_{l l_e},
\end{aligned}$$

就有

$$\begin{aligned}
& \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle = \\
& = \langle (cde)l_{cd} = 0 | l_e E_{cd}^t | T^l(E) | l(ab) \rangle + \\
& + i \langle (cd)l_{cd} = 0 | T^{l_{cd}=0}(E_{cd}) | l_{fd} = 0(fd) \rangle \cdot \\
& \quad \cdot \langle (fde)l_{fd} = 0 | l_e E_{fd} | T^{l_e}(E) | l_e(ab) \rangle \delta_{l l_e}, \quad (3.12)
\end{aligned}$$

其中 $E_{fd} = E_{cd} - E_{cd}^t$ 。(3.12)即是 $2 \rightarrow 3$ 反应固定入射能量的近阈效应公式。有兴趣的问题是在 (fcd) 阈上面不远处,存在 cd 系统共振情形下的末态 $c-d$ 共振-近阈关联现象。在扩充的道空间上,按照与第二节相同的考虑,并根据(3.9)和(3.12),容易得到 $2 \rightarrow 3$ 反应末态共振-近阈关联公式:

$$\begin{aligned}
& \langle (cde)l_{cd} l_e E_{cd} | T^l(E) | l(ab) \rangle = \\
& = \langle (cde)l_{cd} l_e E_{cd}^t | P^l(E) | l(ab) \rangle - \\
& - \langle (cd)l_{cd} | \sigma_0^{l_{cd}}(E_{cd}) \rangle \frac{\Gamma_{cd}^0}{E_{cd} - E_{cd}^0 + i\Gamma_{cd}^0} \langle \sigma_0^{l_{cd}}(E_{cd}) | \langle (e)l_e E_e | l(ab) \rangle \delta_{l_{cd} l_e} \delta(l_{cd}^0, l_e; l) +
\end{aligned}$$

$$+ i \langle (cd) l_{cd} = 0 | T^{l_{cd}=0}(E_{cd}) | l_{fd} = 0 (fd) \rangle \langle (fde) l_{fd} = 0 l_e E_{fd} | T^{l_e}(E) | l_c(ab) \rangle \delta_{l_{cd}0} \delta_{l_e l}, \quad (3.13)$$

其中 $\langle (cde) l_{cd} l_e E_{cd} | P^l(E) | l(ab) \rangle$ 是既不包含 p_{fd} 一次项, 并且在共振附近缓变的背景项, l_{cd}^0 是共振分波的轨道角动量. (3.13) 中引入的 Kröneckner 符号 $\delta_{l_{cd} l_{cd}^0}$, $\delta(l_{cd}^0, l_e; l)$, $\delta_{l_{cd}0}$ 和 $\delta_{l_e l}$ 反映了共振-近阈关联的各种不同可能情况, 其中

$$\delta(l_{cd}^0, l_e; l) = \begin{cases} 1 & \text{当 } l_e + l_{cd}^0 = l; \\ 0 & \text{当 } l_e + l_{cd}^0 \neq l. \end{cases} \quad (3.14)$$

对于考虑粒子的自旋和宇称结构的情形, 除了运动学的复杂性有所增加以外, 没有任何新的问题. 我们将对 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 直接写出所求的结果. 在目前情形下, 动量表象 T 矩阵元的角分波展开有

$$\langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle = \delta(E_i - E_f) \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle \quad E = E_i = E_f. \quad (3.15)$$

$$\langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle = \sum_{JJ_z l_{A\pi} l_K l_i} X_{JJ_z l_{A\pi} l_K l_i} (\mathcal{Q}_{A\pi} \alpha_A; \mathcal{Q}_K) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K)}} \cdot \left\langle (\Lambda \pi K) j \left(l_{A\pi} \frac{1}{2} \right) l_K E_{A\pi} | T^J(E) | l_i \frac{1}{2} (\pi p) \right\rangle \frac{1}{\sqrt{\rho(E_i)}} X_{JJ_z l_i \frac{1}{2}}^+ (\mathcal{Q}_i \alpha_i). \quad (3.16)$$

$$X_{JJ_z l_i \frac{1}{2}} (\mathcal{Q}_i \alpha_i) = \sum_{m_i + S_z = J_z} c \left(l_i \frac{1}{2} J; m_i S_z J_z \right) Y_{l_i m_i}(\mathcal{Q}_i) \xi_{\frac{1}{2} S_z}(\alpha_i), \quad (3.16a)$$

$$X_{JJ_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} l_K (\mathcal{Q}_{A\pi} \alpha_A; \mathcal{Q}_K) = \sum_{j_z + m_K = J_z} c(j l_K J; j_z m_K J_z) X_{j j_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} (\mathcal{Q}_{A\pi} \alpha_A) Y_{l_K m_K}(\mathcal{Q}_K), \quad (3.16b)$$

在(3.16)中, 初态按相对论处理, 末态作非相对论近似. 在质心系中, 令 $\mathbf{p}_i$ 为初态 π 介子入射动量, $\mathbf{q}_K$, $\mathbf{q}_A$ 和 $\mathbf{q}_\pi$ 分别为末态粒子的动量, α_i 和 α_A 分别为初态核子和末态超子的自旋指标, E_i 和 E_f 分别为初态和末态的总能量, 则有

$$E_i = E = \sqrt{p_i^2 + m_\pi^2} + \sqrt{p_i^2 + m_p^2} = E_\pi^i + E_p^i, \quad (3.16c)$$

$$E_f = E = \frac{1}{2\mu_{A\pi}} p_{A\pi}^2 + \frac{1}{2\mu_K} p_K^2 + m_A + m_\pi + m_K, \quad (3.16d)$$

$$E_K = \frac{1}{2\mu_K} p_K^2, \quad E_{A\pi} = \frac{1}{2\mu_{A\pi}} p_{A\pi}^2,$$

$$\mathbf{p}_K = \frac{m_A + m_\pi}{m_A + m_\pi + m_K} \mathbf{q}_K - \frac{m_K}{m_A + m_\pi + m_K} (\mathbf{q}_A + \mathbf{q}_\pi) = \mathbf{q}_K, \quad (3.16e)$$

$$\mathbf{p}_{A\pi} = \frac{m_\pi}{m_A + m_\pi} \mathbf{q}_A - \frac{m_A}{m_A + m_\pi} \mathbf{q}_\pi, \quad (3.16f)$$

$$0 = \mathbf{q}_A + \mathbf{q}_\pi + \mathbf{q}_K, \quad (3.16g)$$

$$\mu_{A\pi} = \frac{m_A m_\pi}{m_A + m_\pi}, \quad (3.16h)$$

$$\mu_K = \frac{m_K(m_A + m_\pi)}{m_A + m_\pi + m_K}. \quad (3.16i)$$

将公式(3.13)加上自旋和宇称修正后, 得

$$\begin{aligned}
& \left\langle (\Lambda\pi K)_j \left(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2} \right) l_K E_{\Lambda\pi} \middle| T^J(E) \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle = \\
& = \left\langle (\Lambda\pi K)_j \left(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2} \right) l_K E_{\Lambda\pi}^* \middle| T^J(E) \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle - \\
& - \left\langle (\Lambda\pi)_j \left(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2} \right) E_{\Lambda\pi} \middle| \sigma_0^{j^0 l_{\Lambda\pi}^0}(E_{\Lambda\pi}) \right\rangle \frac{\Gamma_{\Lambda\pi}^0}{E_{\Lambda\pi} - E_{\Lambda\pi}^0 + i\Gamma_{\Lambda\pi}^0} \cdot \\
& \cdot \left\langle \sigma_0^{j^0 l_{\Lambda\pi}^0}(E_{\Lambda\pi}) \middle| \left\langle (K) l_K E_K \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle \delta_{j^0} \delta_{l_{\Lambda\pi}^0} \delta(l_K^0, l_K; J) + \right. \\
& + \left. \left\langle (\Lambda\pi) l_{\Lambda\pi} \middle| T^{\frac{1}{2}}(E_{\Lambda\pi}) \middle| l_{\Sigma\pi} = 0(\Sigma\pi) \right\rangle \left\langle (\Sigma\pi K) \frac{1}{2} \left(0 \frac{1}{2} \right) l_K E_{\Sigma\pi} \middle| T^J(E) \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle \cdot \right. \\
& \cdot \delta_{j^0} \delta_{l_{\Lambda\pi}^0}(0, 1) \delta \left(\frac{1}{2}, l_K; J \right). \tag{3.17}
\end{aligned}$$

这即是我們討論 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应末态共振-近阈关联的唯象公式。其中

$$\delta_{l_{\Lambda\pi}^0}(0, 1) = \begin{cases} \delta_{l_{\Lambda\pi}^0} & \text{当 } P(\Lambda-\Sigma) = +, \\ \delta_{l_{\Lambda\pi}^1} & \text{当 } P(\Lambda-\Sigma) = -, \end{cases} \tag{3.18}$$

$P(\Lambda-\Sigma)$ 是 $\Lambda-\Sigma$ 相对宇称, $\delta_{j^0} \delta_{l_{\Lambda\pi}^0}(0, 1)$ 反映了 $(\Sigma\pi K)$ 道在阈附近只有 $l_{\Sigma\pi} = 0, j = \frac{1}{2}$ 的分波, $(\Lambda\pi K)$ 道中的近阈效应只能按 $\Lambda-\Sigma$ 相对宇称相同或相反而发生, 发生在 $j = \frac{1}{2}, l_{\Lambda\pi} = 0$ 或 1 的分波上。 $\delta_{j^0} \delta_{l_{\Lambda\pi}^0} \delta(l_K^0, l_K; J)$ 说明, 只有 $j^0, l_{\Lambda\pi}^0$ 分波才有共振, 其他分波共振不存在。

四、 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应的研究

这一节中我們將具体研究 $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^- + K^+$ 反应。由于内部对称性将自动在内部态分类中所包括, 不必再考虑反应振幅对同位旋的分类。我們研究的问题是在固定入射能量的条件下, 截面作为部分能量 $E_{\Lambda\pi}$ (或 E_K) 的函数在 Σ 阈和 $\Lambda\pi$ 共振峰附近的变化情况, 通过共振-近阈关联来研究 Y_1^* 的自旋和 $Y_1^*-\Sigma$ 相对宇称 $P(Y_1^*-\Sigma)$, 并且再加上共振时截面和超子极化角分布的知识, 定出 Y_1^* 的自旋和 $\Lambda-\Sigma$ 相对宇称 $P(\Lambda-\Sigma)$ 。由于我們感兴趣的是在 $\Lambda\pi$ 系统中的现象, 要求尽可能地减少 $\Lambda\pi$ 系统的分波和 K 介子在反应中的影响。我們设计一个实验: 在质心系中固定总能量为 1900 MeV, 即初态 $\pi^- + p$ 系统动能为 820 MeV, 并且通过选取实验事例限制 K 介子的部分能量变化范围为

$$0 \text{ MeV} \leq E_K \leq 90 \text{ MeV},$$

即

$$60 \text{ MeV} \leq E_{\Lambda\pi} \leq 150 \text{ MeV}. \tag{4.1}$$

根据现在有关 K 介子和 $\Lambda\pi$ 系的实验资料, 可以认为反应是在下列条件下进行的:

1. $\Lambda\pi$ 系统只有相对角动量 $l_{\Lambda\pi} = 0$ 和 1 的分波, K 介子相对 $\Lambda\pi$ 系统质心的角动量只有 $l_K = 0$ 的分波。

2. 讨论涉及的能量范围是在 $\Lambda\pi$ 系统的共振 $Y_1^*(M_{Y_1^*} \sim 1385 \text{ MeV})^{[9]}$ 附近, 离 $K\pi$ 系统的共振态 $K^{*[10]}(M_{K^*} \sim 880 \text{ MeV})$ 很远。因此可以认为, 在末态中, $\Lambda\pi$ 之间有很强的末态作用, K 介子近似地处在独立于 $\Lambda\pi$ 系统的各向同性分布中。也就是条件(3.2)得到

滿足。

可以看到,与过去所建議的定 Λ - Σ 相对宇称的 $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$ 实验^[2]相比較,我們建議的实验避开了 $\pi^- + p$ 第三共振峯的影响,沒有高 l 分波所引起的角分布分析的困难^[11]。此外,在我們的实验中, K 介子仅起控制 $\Lambda\pi$ 系統部分能量 $E_{\Lambda\pi}$ 在一定范围内連續变化的作用,而沒有其他效果。

考虑到所设计的实验条件与(3.17)成立的条件完全一致,并且注意到 $l_K = 0$, 因而 $J = j$ 得

$$\begin{aligned} & \left\langle (\Lambda\pi K) J \left(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2} \right) E_{\Lambda\pi} \middle| T^J(E) \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle = \\ & = \left\langle (\Lambda\pi K) J \left(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2} \right) E_{\Lambda\pi} \middle| P^J(E) \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle - \\ & - \left\langle (\Lambda\pi) J \left(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2} \right) E_{\Lambda\pi} \middle| \sigma_0^{j_0(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2})}(E_{\Lambda\pi}) \right\rangle \frac{\Gamma_{\Lambda\pi}^0}{E_{\Lambda\pi} - E_{\Lambda\pi}^0 + i\Gamma_{\Lambda\pi}^0} \cdot \\ & \cdot \left\langle \sigma_0^{j_0(l_{\Lambda\pi} \frac{1}{2})}(E_{\Lambda\pi}) \middle| \langle (K) l_K = 0 \ E_K \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle \delta_{J, j_0} \delta_{l_{\Lambda\pi}, l_{\Lambda\pi}^0} + \\ & + i \langle (\Lambda\pi) l_{\Lambda\pi} \middle| T^{1/2}(E_{\Lambda\pi}) \middle| l_{\Sigma\pi} = 0 \ (\Sigma\pi) \rangle \cdot \\ & \cdot \left\langle (\Sigma\pi K) \frac{1}{2} \left(l_{\Sigma\pi} = 0 \ \frac{1}{2} \right) E_{\Lambda\pi} \middle| T^J(E) \middle| J \left(l_i \frac{1}{2} \right) (\pi p) \right\rangle \delta_{J, \frac{1}{2}} \delta_{l_{\Lambda\pi}, (0,1)}. \quad (4.2) \end{aligned}$$

在上述实验条件下的共振-近阈关联公式(4.2),即是我們討論的出发点。

当部分能量 $E_{\Lambda\pi}$ 由 60 MeV 逐漸增加到 75 MeV 附近时,由于 Σ 道的开放,将要出現

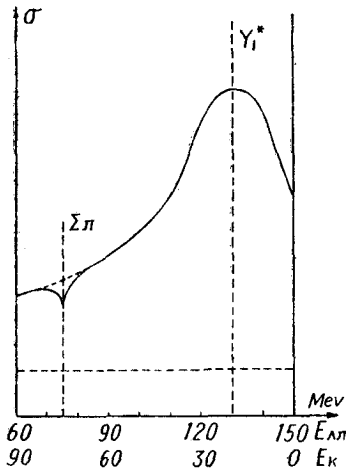


图 1 所設計实验示意图
虛綫表明估計的最大背景

近阈效应, 不难估計它在阈上下延伸区域約为 5—10 MeV^[4]。当 $E_{\Lambda\pi}$ 达到 130 MeV 附近时出現 Y_1^* 共振峯。

由于 $\frac{P}{2} = 25$ MeV, 近阈效应將出現在峯坡上(見图 1)。

从 Y_1^* 的实验資料^[12]来看, 背景不超过峯值的 1/10 到 1/7, 而在离共振峯 55 MeV 左右, 峯坡不小于背景的两倍, 因此在 Σ 阈附近, 截面將主要由共振峯坡所貢獻。如果近阈效应与共振发生在同一分波上, 則在共振峯坡上应观察到有近阈現象出現; 如果近阈效应与共振发生在不同分波上, 則在背景中某一分波上的近阈效应將被共振峯坡的貢獻所掩盖, 从而观察不到共振与近阈現象同时存在(下面簡称前者为共存, 后者为不共存)。我們將利用这种关联来研究 Y_1^* 的性质和 Λ - Σ 相对宇称。

在我們的实验中, 只有三个分波貢獻是主要的: $J =$

$= \frac{1}{2}$, $l_{\Lambda\pi} = 0$ 或 1, $J = \frac{3}{2}$, $l = 1$ 。由(4.2)近阈效应只发生在 $J = \frac{1}{2}$ 的一个分波上, 它的 $l_{\Lambda\pi}$ 的取值决定于 Λ - Σ 相对宇称。并且, 注意到共振发生分波的 J 就是 Y_1^* 的自旋, 而共振发生分波的 $l_{\Lambda\pi}$ 則决定了 $Y_1^*-\Lambda$ 的相对宇称

$$P(Y_1^*-\Lambda) = (-)^{l_{\Lambda\pi}+1}. \quad (4.3)$$

表 1

共振发生的分波	J	$l_{\Lambda\pi}$	近阈效应发生的分波	
			$P(\Lambda\Sigma) = +$ $l_{\Lambda\pi} = 0$	$P(\Lambda\Sigma) = -$ $l_{\Lambda\pi} = 1$
	$\frac{1}{2}$	0	共存	不共存
	$\frac{1}{2}$	1	不共存	共存
	$\geq \frac{3}{2}$		不共存	不共振

这样,我们就得到表 1 所示的共振-近阈关联。利用表 1 可以对实验结果作如下的预测:

1. 如果实验上同时观察到共振和较显著的近阈现象,则 $J = \frac{1}{2}$, $P(Y_1^* - \Sigma) = -$, 并且有

$$P(\Lambda\Sigma) = (-)^{l_{\Lambda\pi}}, \quad (4.4)$$

因此如果进一步能判断共振发生的 $l_{\Lambda\pi}$, 则 $\Lambda\Sigma$ 相对宇称也就确定了。

2. 如果实验上主要观察到共振,近阈现象不存在,并且实验上能进一步判断共振发生的 J ; 则当 $J = \frac{1}{2}$ 时, $P(Y_1^* - \Sigma) = +$, 并且由共振发生的 $l_{\Lambda\pi}$ 可以确定 $\Lambda\Sigma$ 的相对宇称

$$P(\Lambda\Sigma) = (-)^{l_{\Lambda\pi}+1}. \quad (4.5)$$

当 $J = \frac{3}{2}$ 时,由于 $E_{\Lambda\pi}$ 最大不超过 150 MeV, 共振发生在 $l_{\Lambda\pi} = 1$ 的可能性比 $l_{\Lambda\pi} = 2$ 大很多,所以这时很可能 $P(Y_1^* - \Lambda) = +$, 对 $\Lambda\Sigma$ 相对宇称则不能作出判断。

下面我们对截面和超子极化角分布进行分析,进一步研究实验上如何判断共振发生的 J 和 $l_{\Lambda\pi}$ 。从(3.16)出发,考虑到 K 介子处在 S 态,按照附录 III 的推导,在自旋空间上的反应振幅

$$\langle \mathbf{p}_{\Lambda\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle = \frac{1}{(4\pi)^{3/2}} \frac{1}{[\rho(E_i)\rho(E_{\Lambda\pi})\rho(E_K)]^{1/2}} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i A(x) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_{\Lambda\pi} B(x)), \quad (4.6)$$

$$A(x) = \sum_l [T^{l+\frac{1}{2}}(l|l+1)P'_{l+1}(x) - T^{l-\frac{1}{2}}(l|l-1)P'_{l-1}(x)], \quad (4.6a)$$

$$B(x) = \sum_l [-T^{l+\frac{1}{2}}(l|l+1) + T^{l-\frac{1}{2}}(l|l-1)]P'_l(x); \quad (4.6b)$$

其中

$$\mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{p}_i}{p_i}, \quad \mathbf{n}_{\Lambda\pi} = \frac{\mathbf{p}_{\Lambda\pi}}{p_{\Lambda\pi}}, \quad (4.7a)$$

$$\rho(E_i) = \frac{p_i E_\pi^i E_p^i}{E}, \quad (4.7b)$$

$$\rho(E_{\Lambda\pi}) = \mu_{\Lambda\pi} p_{\Lambda\pi}, \quad \rho(E_K) = \mu_K p_K, \quad (4.7c)$$

$$P'_i(x) = \frac{dP_i(x)}{dx}, \quad x = \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_{A\pi}, \quad (4.7d)$$

$$T^J(l_{A\pi}|l_i) \quad J \text{ 总角动量, 记 } l_{A\pi} \equiv l. \quad (4.7e)$$

設初态質子的极化为 $\mathbf{P}$, 則反应截面和 A 超子的极化 $\mathbf{P}_A$ 分别为

$$d\sigma = \frac{1}{2\pi F_0} \text{Sp} \left\{ \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle \frac{1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{2} \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle^+ \right\} \cdot \rho(E_K) \rho(E_{A\pi}) dE_K d\Omega_{A\pi} d\Omega_K, \quad (4.8)$$

$$\mathbf{P}_A = \frac{\text{Sp} \left\{ \boldsymbol{\sigma} \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle \frac{1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{2} \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle^+ \right\}}{\text{Sp} \left\{ \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle \frac{1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}}{2} \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle^+ \right\}}. \quad (4.9)$$

其中

$$F_0 = \frac{\rho_p^0 \rho_\pi^0}{E_p^i E_\pi^i} E p_i = \frac{\rho_p^0 \rho_\pi^0}{\rho(E_i)} p_i^2. \quad (4.10)$$

Sp 是在自旋空間上求迹, ρ_p^0 和 ρ_π^0 分别是质心系中初态核子和 π 介子的体密度, F_0 即是熟知的入射流密度的不变表达式. 将(4.6)代入(4.8)和(4.9), 并对 $d\Omega_K$ 积分, 得

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{A\pi} dE_K} \right) = \frac{1}{4(2\pi)^3 \rho_p^0 \rho_\pi^0 p_i^2} [|A(x)|^2 + |B(x)|^2 + 2\text{Re} A^* B \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_{A\pi} - 2\text{Im} A^* B \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_{A\pi}], \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{A\pi} dE_K} \right) \mathbf{P}_A = & \frac{1}{4(2\pi)^3 \rho_p^0 \rho_\pi^0 p_i^2} \{ |A(x)|^2 [2\mathbf{n}_i (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{P}) - \mathbf{P}] + \\ & + |B(x)|^2 [2\mathbf{n}_{A\pi} (\mathbf{n}_{A\pi} \cdot \mathbf{P}) - \mathbf{P}] + \\ & + 2\text{Re} A^* B [\mathbf{n}_i (\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_{A\pi}) + \mathbf{n}_{A\pi} (\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_i) - \mathbf{P} (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_{A\pi})] + \\ & + 2\text{Im} A^* B \mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_{A\pi} \}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

在目前条件下, 只有 $l_{A\pi} = 0, 1$ 分波, 即

$$\begin{aligned} A(x) &= T^{1/2}(0|1) + 3xT^{3/2}(1|2), \\ B(x) &= T^{1/2}(1|0) - T^{3/2}(1|2). \end{aligned} \quad (4.13)$$

再考虑到在共振区域主要贡献来自共振矩阵元, 其他矩阵元贡献可忽略; 这时共振发生的分波与非零 T 矩阵元的对应关系如表 2 所示.

表 2

共振发生分波		对观察结果主要贡献	
J	$l_{A\pi}$	$A(x)$	$B(x)$
$\frac{1}{2}$	0	$T^{1/2}(0 1)$	~ 0
$\frac{1}{2}$	1	~ 0	$T^{1/2}(1 0)$
$\frac{3}{2}$	1	$3xT^{3/2}(1 2)$	$-T^{3/2}(1 2)$

由表 2 从实验现象可以进一步得到下列结果:

3. 当初态核子无极化时 $\mathbf{P} = 0$, 可以判断共振发生的 J , 即 Y_1^* 的自旋:

$$\text{当 } \frac{d\sigma}{d\Omega_{\Lambda\pi}dE_K} \text{ 各向同性并且 } \mathbf{P}_\Lambda \frac{d\sigma}{d\Omega_{\Lambda\pi}dE_K} \sim 0, \text{ 则}$$

$$J = \frac{1}{2}; \quad (4.14a)$$

当 $\frac{d\sigma}{d\Omega_{\Lambda\pi}dE_K} \sim x$ 的二次多项式并且

$$\mathbf{P}_\Lambda \frac{d\sigma}{d\Omega_{\Lambda\pi}dE_K} \sim \sin 2\theta \frac{\mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_{\Lambda\pi}}{|\mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_{\Lambda\pi}|},$$

则

$$J = \frac{3}{2}, \quad (4.14b)$$

但这还不能判断共振的 $l_{\Lambda\pi}$.

4. 当初态核子极化为 $\mathbf{P}$, 可以通过 Λ 超子的极化判断 $J = \frac{1}{2}$ 共振的条件下的 $l_{\Lambda\pi}$, 即 $Y_1^*-\Lambda$ 相对宇称. 如果控制入射动量与核子极化相垂直 $\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_i = 0$, 则有

$$\text{当 } \mathbf{P}_\Lambda \frac{d\sigma}{d\Omega_{\Lambda\pi}dE_K} \sim \mathbf{P} \cdot \text{常数}, \text{ 则}$$

$$l_{\Lambda\pi} = 0, \quad (4.15a)$$

$$\text{当 } \mathbf{P}_\Lambda \frac{d\sigma}{d\Omega_{\Lambda\pi}dE_K} \sim \mathbf{P} - 2\mathbf{P}_{\Lambda\pi}(\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_{\Lambda\pi}), \text{ 则}$$

$$l_{\Lambda\pi} = 1, \quad (4.15b)$$

截面并不能提供比无极化反应更多的知识. 如果能从(4.15a), (4.15b)判断 $l_{\Lambda\pi}$, 则由(4.5)即可确定 $P(\Lambda-\Sigma)$. 值得指出的是, (4.14a), (4.14b)和(4.15a), (4.15b)只要求实验上判断截面、极化是否均匀分布, 不需要更精确的要求.

从上面的结果 1—4, 首先我们得到了关于 Y_1^* 自旋的两个独立的判断: 共振-近阈关联和初态无极化核子反应的角分布. 附带我们也确定了 $P(Y_1^*-\Sigma)$. 其次从 Y_1^* 自旋和极化核子反应中超子极化的角分布可以判断在 $J_{Y_1^*} = \frac{1}{2}$ 情形下的 $Y_1^*-\Lambda$ 相对宇称, 再考虑到共振-近阈关联就可以判断 $\Lambda-\Sigma$ 相对宇称. 在 $J_{Y_1^*} = \frac{3}{2}$ 或者 $J_{Y_1^*} = \frac{1}{2}$ 而得不到 $l_{\Lambda\pi}$ 的知识时, 我们只能得到 Y_1^* , Λ , Σ 相对宇称之间的一些制约关系. 显然在所设计的条件下, 实验上是否观察到共振和近阈效应的共存非常重要: 共存则可以明确地判断 J 和 $P(Y_1^*-\Sigma)$, 不共存则所得结果较少.

五、讨 论

本文对 $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应中末态共振-近阈效应关联所作的主要结论并不灵敏地依赖于条件(3.2). 如果条件(3.2)近似较差, 这对近阈效应的影响会导致产生阈处 $\frac{d\sigma}{dE}$ 不再是无穷大, 但截面在阈附近仍有一定程度的反常行为; 对末态共振的影响是使共振参数与原来 Y_1^* 的参数有所偏离, 但仍旧出现与 Y_1^* 相应的末态共振. 因此当对(3.2)

的偏离不太严重时,所有結論都依然成立. 同样,本文对通过末态角分布定 Y_1^* 自旋和宇称的分析也基本上不依赖于(3.2), 只要末态中出现与 Y_1^* 相对应的共振. 破坏(3.2)最主要的因素是 $K\pi$ 作用. 由于 $K\pi$ 共振态 K^{*10} (质量 ~ 880 MeV, Q 值 ~ 250 MeV) 远不在所设计实验的能量范围中出现,而且在所选择的测量范围上又是 $\Lambda\pi$ 共振的区域; 因此条件(3.2)是合理的. 在我们对实验测量的要求除了得到初态极化核子较为困难以外,对角分布测量只要求判断是否各向同性. 所以对所设计的实验和所作预言寄予希望是有理由的.

本文引入的对角表象,提供一种唯象参数描述基本粒子反应的方法. 我们以这种方法主要讨论了共振现象、近阈效应和它们之间的关联,也讨论了末态作用. 这种方法的应用并不限于上述现象;例如,对 T 矩阵值作类似弹性散射有效力程理论的近似,就可得到一组多道有效力程唯象参数. 原则上对弹性散射 $e^{i\delta} \sin \delta$ 所作各种近似都可对 T 矩阵本征值进行,多道反应的特点将体现在联系内部态和观察道跃迁的 O_{ir} 上.

本工作是在周光召同志指导下进行的. 作者高崇寿、苏肇冰对胡宁教授经常的关心、支持和有益的讨论表示感谢.

*

*

*

后 記

在本文工作已经完成进行整理期间,我们注意到 Erwin et al.^[13] 和 Alexander et al.^[14] 的工作. 文献[13]提出了 Y_1^* 自旋为 $\frac{1}{2}$, $P(\Lambda-Y_1^*) = -$ 的实验判断; 这与 Fly et al. 文献[15]判断 $J_{Y_1^*} = \frac{3}{2}$ 相矛盾. 我们希望本文提出的共振-近阈关联对进一步判断 $J_{Y_1^*}$ 有所帮助. 如果文献[13]的判断正确,则按照本文结论实验上是否同时观察到共振和峰上的近阈现象将决定 Λ 和 Σ 的相对宇称是相同还是相反. 在文献[13]和文献[14]的 $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ 反应中都观察到 $\Lambda\pi$ 末态共振,并且参数与 Y_1^* 很好吻合. 这对条件(3.2)是一个有利的支持. 由于实验的精确度还不够,不能判断近阈效应是否存在,我们期待进一步的实验. 在文献[14]中还指出,在末态 $K\pi$ 共振中,不仅存在质量为 880 MeV 的 K^* ,还有迹象存在一个质量 ~ 730 MeV、 Q 值 ~ 100 MeV 但峰值很低的共振态 K^{**} . K^{**} 的存在将直接影响(3.2)的正确性. 由于事例太少、峰值很低、又只在 $\Sigma\pi K$ 道有迹象而 $\Lambda\pi K$ 道没有观察到,并且文献[13]的数据说明 Y_1^* 衰变各向同性 $K\pi$ 作用一定很弱,因此我们认为 K^{**} 存在的可靠性很差,还有待进一步的实验. 同时,即使 K^{**} 存在,由于峰值很低,在所选择的能量范围内 $\Lambda\pi$ 末态共振很强,根据文献[13]关于 Y_1^* 衰变各向同性的迹象和 K^{**} 在 $\Lambda\pi K$ 道几乎观察不到的事实,我们认为(3.2)式不致于有严重的偏差,本文主要结论也不致被破坏.

附录 I K 矩阵在阈附近的解析行为

我们根据 T 矩阵的解析性和么正性来讨论 K 矩阵在阈附近的解析行为,并且证明 $K_{fi}(E) (1 \leq f, i \leq n)$ 在第 $n+1$ 道产生阈上面附近对 $p_{n+1} \equiv p$ 的依赖不包含一次项.

我們仍以标量粒子 $2 \rightarrow 2$ 反应为例.

按照 T 的解析性,并考虑到第 $n+1$ 道处在 S 波的 Wigner 行为^[8], T 矩陣在第 $n+1$ 道阈上面不远对 p 的依赖准确到 p 一次項有

$$T(E) = \left(\begin{array}{c|c} T_{fi} & T_{f,n+1} \\ \hline T_{n+1,i} & T_{n+1,n+1} \end{array} \right) \simeq \left(\begin{array}{c|c} A(0) + pA & p^{\frac{1}{2}}C \\ \hline p^{\frac{1}{2}}\tilde{C} & pD \end{array} \right) \quad 1 \leq f, i \leq n. \quad (\text{I.1})$$

其中 $A, C, \tilde{C}$ 和 D 都是常数矩陣. 对于 K 矩陣,按照(2.3c),并利用矩陣分块运算^[16]

$$K(E) = \left(\begin{array}{c|c} K_{fi} & K_{f,n+1} \\ \hline K_{n+1,i} & K_{n+1,n+1} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} X & Z \\ \hline \tilde{Z} & Y \end{array} \right), \quad (\text{I.2})$$

$$Z = p^{\frac{1}{2}}\tilde{Z}, \quad \tilde{Z} = \frac{1}{1 + iA(0)} C, \quad (\text{I.3})$$

$$X = X(0) + pX, \quad (\text{I.4})$$

$$X(0) = \frac{A(0)}{1 + iA(0)}, \quad (\text{I.4a})$$

$$X = \frac{1}{1 + iA(0)} (A - iC\tilde{C}) \frac{1}{1 + iA(0)} \quad (\text{I.4b})$$

$$= \frac{1}{1 + iA(0)} A \frac{1}{1 + iA(0)} - i\tilde{Z}\tilde{Z}. \quad (\text{I.4c})$$

在阈下面只开 n 个道. 考虑到 $T_{fi} (1 \leq f, i \leq n)$ 在阈上到阈下的解析性,

$$T(E) = \left(\begin{array}{c|c} T_{fi} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} A(0) + i|p|A & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right). \quad (\text{I.5})$$

按照(2.3c),在阈下附近, K 矩陣为

$$K(E) = \left(\begin{array}{c|c} K_{fi} & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} X' & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right). \quad (\text{I.6})$$

$$X' = X'(0) + i|p|X', \quad (\text{I.7})$$

$$X'(0) = \frac{A(0)}{1 + iA(0)} = X(0), \quad (\text{I.7a})$$

$$X' = \frac{1}{1 + iA(0)} A \frac{1}{1 + iA(0)}. \quad (\text{I.7b})$$

在产生阈处和阈下面的么正条件分别要求 $X(0)$ 实对称和 X' 純虛对称. 再考虑阈上面的么正条件,容易看到, X 的一次項 X 一定是純虛对称的. 实对称条件要求 $X = 0$,

$$X = \frac{1}{1 + iA(0)} A \frac{1}{1 + iA(0)} - i\tilde{Z}\tilde{Z} = 0, \quad (\text{I.8})$$

即

$$A = iC\tilde{C}. \quad (\text{I.9})$$

(1.4), (1.8) 和 (1.7) 给出了 $K_{fi} (1 \leq f, i \leq n)$ 在阈上和阈下的解析行为,并且

1. 在阈下 K_{fi} 中不存在与阈上 $-ip\tilde{Z}\tilde{Z}$ 相对应的項,說明 K_{fi} 由阈上到阈下不能进行与 T_{fi} 一样的 $p_{n+1} \rightarrow i|p_{n+1}|$ 的解析延拓.

2. (I.9) 即是通常的近阈效应公式

$$T_{fi}(1) = iT_{f, n+1}T_{n+1, i}. \quad (\text{I.10})$$

对比通常的近阈效应理论^[2], 可以得到结论: T_{fi} 在阈上和阈下的么正性和解析性等价于 K_{fi} 在阈上的么正条件和不含 p_{n+1} 一次项的解析行为。

附录 II 内部态的物理意义和基本粒子反应机构

为了说明内部态的物理意义和基本粒子反应机构, 附带得出共振极点留数的符号, 我们讨论能量在某共振能量附近的波包入射的反应。

设在道空间上对应于系统第 r_0 内部态, 本征值 $K_{r_0}(E)$ 在实轴上 $E = E_0$ 处有一个一阶极点, 留数为 $-\Gamma_0$; 则在 $E \sim E_0$ 附近有

$$K_{r_0}(E) = K'_{r_0}(E) - \frac{\Gamma_0}{E - E_0}, \quad (\text{II.1a})$$

$$T_{r_0}(E) = T'_{r_0}(E) - \frac{\Gamma_0}{E - E_0 + i\Gamma_0}, \quad (\text{II.1b})$$

其中 $K'_{r_0}(E)$ 和 $T'_{r_0}(E)$ 是 $E \sim E_0$ 附近的缓变小量。考虑一个中心能量为 E_0 , 有一能量分布范围(以 ΔE 标帜)的入射波包, 在道空间上波包为

$$|\psi\rangle = \int_{\Delta E} C(E)e^{-iEt/\hbar} |E\rangle dE, \quad (\text{II.2})$$

其中 $\int_{\Delta E}$ 表示积分限为以 $E = E_0$ 为中心的数量级为 ΔE 的区间。反应后的波包为

$$\begin{aligned} |\psi'\rangle &= \int_{\Delta E} C(E)e^{-iEt/\hbar} T(E) |E\rangle dE = \\ &= \int_{\Delta E} C(E)e^{-iEt/\hbar} \sum_{r=1}^n |r(E)\rangle T_r(E) \langle r(E) | E \rangle dE, \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

把 $C(E)$ 解析延拓到全复平面。延拓时保持 $C(E)$ 在实轴上只在以 E_0 为中心、宽度为 ΔE 的区间内才显著地不为零, 并且在 E 沿任何方向趋于无穷时一致趋于零。由解析性的要求, $C(E)$ 在能量复平面上, 至少有一对极点。我们以一个简单情形 $C(E) = \frac{1}{\pi} \cdot$

$\frac{\Delta E}{(\Delta E)^2 + (E - E_0)^2}$ 为例来考虑, 这时 $C(E)$ 只在 $E = E_0 \pm i\Delta E$ 处有一阶极点。把积分换成大半圆回路, 利用留数定理求出积分。由于被积函数共有三个有贡献的一阶极点 $E_0 \pm i\Delta E$ 和 $E_0 - i\Gamma_0$, 我们得, 当 $\Gamma_0 > 0$ 时,

$$|\psi'\rangle = e^{-iE_0 t/\hbar} e^{\Delta E t/\hbar} \sum_{r=1}^n |r(E_0 + i\Delta E)\rangle T_r(E_0 + i\Delta E) \langle r(E_0 + i\Delta E) | E_0 + i\Delta E \rangle$$

当 $t < 0$,

$$\begin{aligned} |\psi'\rangle &= e^{-iE_0 t/\hbar} e^{-\Delta E t/\hbar} \sum_{r=1}^n |r(E_0 - i\Delta E)\rangle T_r(E_0 - i\Delta E) \langle r(E_0 - i\Delta E) | E_0 - i\Delta E \rangle - \\ &\quad - \Gamma_0 C(E_0 - i\Gamma_0) e^{-iE_0 t/\hbar} e^{-\Gamma_0 t/\hbar} |r_0(E_0 - i\Gamma_0)\rangle \langle r_0(E_0 - i\Gamma_0) | E_0 - i\Gamma_0 \rangle \end{aligned}$$

当 $t > 0$,

或合起来写作

$$|\psi'\rangle = e^{-iE_0 t/\hbar} \left[e^{-\Delta E |t|/\hbar} \sum_{r=1}^n \left| r \left(E_0 - i \frac{t}{|t|} \Delta E \right) \right\rangle T_r \left(E_0 - i \frac{t}{|t|} \Delta E \right) \left\langle r \left(E_0 - i \frac{t}{|t|} \Delta E \right) \right| E_0 - i \frac{t}{|t|} \Delta E \right\rangle - \theta(t) \Gamma_0 C(E_0 - i\Gamma_0) e^{-\Gamma_0 t/\hbar} |r_0(E_0 - i\Gamma_0)\rangle \langle r_0(E_0 - i\Gamma_0)| E_0 - i\Gamma_0 \rangle \right], \quad (\text{II.4})$$

其中

$$\theta(t) = \begin{cases} 1 & \text{当 } t > 0, \\ 0 & \text{当 } t < 0. \end{cases} \quad (\text{II.4a})$$

第一项代表一个反应波包,其宽度以 ΔE 为标帜. 因子 $e^{-\Delta E |t|/\hbar}$ 反映了宽度为 ΔE 的波包的扩散,它相当于通常所谓势散射项(无共振反应). 第二项在 $t > 0$ 时才出现,按因子 $e^{-\Gamma_0 t/\hbar}$ 而衰减,这即是通过反应形成的宽度为 Γ_0 的共振衰变态. 由此可见,当 $K_{r_0}(E)$ 有一阶极点 $-\frac{\Gamma_0}{E - E_0}$ 时,相应的内部态 $|r_0(E)\rangle$ 中, E 延拓到复平面后的 $|r_0(E_0 - i\Gamma_0)\rangle$ 的物理意义是处于相互作用之中的共振衰变态.

考虑到开道数目不变的能量范围上各本征值的共振极点时,基本粒子反应按这样的机构进行:入射波包一部分按照势散射(无共振反应)反应,反应后波包的扩散行为与入射波包相同;另一部分形成与各共振极点相对应的一系列衰变态,再从这些衰变态衰变进入各观察道中去.

上述讨论同样可以对共振极点 $E_0 - i\Gamma_0$, $\Gamma_0 < 0$ 的情形进行. 所得共振极点贡献项是一个随时间增长的态. 体现因果性要求的反应在无穷远的边条件要求这种态反应振幅没有直接贡献,所以只有 $\Gamma_0 > 0$ 的极点才是共振极点.

附录 III (4.6) 的推导

现在我们来推导(4.6). 由(3.15)和(3.16), T 矩阵元的分波展开式为

$$\langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle = \delta(E_i - E_f) \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle \quad E = E_i = E_f, \quad (\text{III.1})$$

$$\begin{aligned} \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle &= \sum_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}} X_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}}(l_{A\pi} \frac{1}{2}) l_K (\Omega_{A\pi} \alpha_A; \Omega_K) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K)}} \cdot \\ &\cdot \left\langle \langle \Lambda \pi K \rangle_j \left(l_{A\pi} \frac{1}{2} \right) l_K E_{A\pi} | T^J(E) | l_i \frac{1}{2} (\pi p) \right\rangle \frac{1}{\sqrt{\rho(E_i)}} X_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}}^+ (\Omega_i \alpha_i), \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

$$X_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}}(l_{A\pi} \frac{1}{2}) (\Omega_i \alpha_i) = \sum_{m_i + s_z = J_z} C \left(l_i \frac{1}{2} J; m_i s_z J_z \right) Y_{l_i m_i}(\Omega_i) \xi_{\frac{1}{2} s_z}(\alpha_i), \quad (\text{III.2a})$$

$$X_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}}(l_{A\pi} \frac{1}{2}) l_K (\Omega_{A\pi} \alpha_A; \Omega_K) = \sum_{j_z + m_K = J_z} C(j l_K J; j_z m_K J_z) X_{j j_z i_{A\pi} l_{K i}}(l_{A\pi} \frac{1}{2}) (\Omega_{A\pi} \alpha_A) Y_{l_K m_K}(\Omega_K). \quad (\text{III.2b})$$

在我们所讨论的问题中 $l_K = 0$, 因此有 $m_K = 0$, $J = j$ 可简化为

$$X_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}}(l_{A\pi} \frac{1}{2}) l_K (\Omega_{A\pi} \alpha_A; \Omega_K) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} X_{JJ_z i_{A\pi} l_{K i}}(l_{A\pi} \frac{1}{2}) (\Omega_{A\pi} \alpha_A) \delta_{j j} \delta_{l_K 0}, \quad (\text{III.3a})$$

$$\begin{aligned} \left\langle (\Lambda\pi K)_j \left(l_{A\pi} \frac{1}{2} \right) l_{K E_{A\pi}} | T^J(E) | l_i \frac{1}{2} (\pi p) \right\rangle = \\ = \left\langle (\Lambda\pi K)_J \left(l_{A\pi} \frac{1}{2} \right) 0_{E_{A\pi}} | T^J(E) | l_i \frac{1}{2} (\pi p) \right\rangle \delta_{l_K 0} \delta_{j J} \end{aligned}$$

簡記为

$$= T^J(l_{A\pi} | l_i) \delta_{l_K 0} \delta_{j J}. \quad (\text{III.3b})$$

在总能量固定下, 它还是 $E_{A\pi}$ 的函数. (III.2) 变为

$$\begin{aligned} \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{JJ_z l_{A\pi} l_i} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} (\mathcal{Q}_{A\pi} \alpha_A) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_i)}} \cdot \\ \cdot T^J(l_{A\pi} | l_i) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_i)}} X_{J J_z l_i \frac{1}{2}}^+ (\mathcal{Q}_i \alpha_i). \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

由于 $P(\Lambda K - P) = -$, 因此

$$\begin{aligned} \text{当 } J = l_{A\pi} + \frac{1}{2} \text{ 时, } \quad J = l_i - \frac{1}{2}, \\ \text{当 } J = l_{A\pi} - \frac{1}{2} \text{ 时, } \quad J = l_i + \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

即 $l_{A\pi}$ 与 l_i 差为 ± 1 . 为了便于计算, 引入算符 $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i$, 由于空间转动不变性, 它对态矢量运算后不改变 J 和 J_z , 但其宇称为负, 故得

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i \left| JJ_z l_i \frac{1}{2} \right\rangle = \left| JJ_z l_{A\pi} \frac{1}{2} \right\rangle. \quad (\text{III.6})$$

(III.2) 变为

$$\begin{aligned} \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{JJ_z l_{A\pi}} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} (\mathcal{Q}_{A\pi} \alpha_A) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K)}} \cdot \\ \cdot T^J(l_{A\pi} | l_i) \frac{1}{\sqrt{\rho(E_i)}} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}^+ (\mathcal{Q}_i \alpha_i) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i). \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

再引入投影算符

$$P^{(+)} = \frac{l_{A\pi} + 1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}_{A\pi}}{2l_{A\pi} + 1}, \quad P^{(-)} = \frac{l_{A\pi} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}_{A\pi}}{2l_{A\pi} + 1}, \quad (\text{III.8a})$$

$$P^{(+)} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} = \delta_{J l_{A\pi} + \frac{1}{2}} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}, \quad (\text{III.8b})$$

$$P^{(-)} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} = \delta_{J l_{A\pi} - \frac{1}{2}} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}, \quad (\text{III.8c})$$

$$P^{(+)} + P^{(-)} = 1. \quad (\text{III.8d})$$

在(III.7)中, $X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}$ 前插入 $P^{(+)} + P^{(-)}$, 利用(III.8b)和(III.8c)化简得到

$$\begin{aligned} \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K) \rho(E_i)}} \cdot \\ \cdot \sum_{l_{A\pi}} [T^{l_{A\pi} + \frac{1}{2}}(l_{A\pi} | l_{A\pi} + 1) P^{(+)} + T^{l_{A\pi} - \frac{1}{2}}(l_{A\pi} | l_{A\pi} - 1) P^{(-)}] \cdot \\ \cdot \sum_{JJ_z} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}} (\mathcal{Q}_{A\pi} \alpha_A) X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}^+ (\mathcal{Q}_i \alpha_i) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i. \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

由(III.2a)利用 Clebsch-Gordan 系数的正交性,我们有

$$\begin{aligned} \sum_{JJ_z} X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}(\Omega_{A\pi} \alpha_A) X_{J J_z l_{A\pi} \frac{1}{2}}^+(\Omega_i \alpha_i) &= \\ &= \left(\sum_m Y_{l_{A\pi} m}(\Omega_{A\pi}) Y_{l_{A\pi} m}^*(\Omega_i) \right) \left(\sum_{S_z} \xi_{\frac{1}{2} S_z}(\alpha_A) \xi_{\frac{1}{2} S_z}^+(\alpha_i) \right) = \\ &= \frac{2l_{A\pi} + 1}{4\pi} P_{l_{A\pi}}(\mathbf{n}_{A\pi} \cdot \mathbf{n}_i) \delta_{\alpha_A \alpha_i}. \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

将(III.10)和(III.8a)代入(III.9), $l_{A\pi}$ 简写作 l , 得

$$\begin{aligned} \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle &= \frac{1}{(4\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K) \rho(E_i)}} \cdot \\ &\cdot \sum_l [T^{l+\frac{1}{2}}(l|l+1)(l+1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}_{A\pi}) P_l(\mathbf{n}_{A\pi} \cdot \mathbf{n}_i)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i) + \\ &+ T^{l-\frac{1}{2}}(l|l-1)(l - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}_{A\pi}) P_l(\mathbf{n}_{A\pi} \cdot \mathbf{n}_i)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i)]_{\alpha_A \alpha_i}. \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

再利用 $\boldsymbol{\sigma}$ 和 $\mathbf{L}_{A\pi}$ 算符的运算性质, 化简, 最后得

$$\begin{aligned} \langle \alpha_A \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \alpha_i \rangle &= \\ &= \frac{1}{(4\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K) \rho(E_i)}} [\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i A(x) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_{A\pi} B(x)]_{\alpha_A \alpha_i}, \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

其中

$$A(x) = \sum_l [T^{l+\frac{1}{2}}(l|l+1) P'_{l+1}(x) - T^{l-\frac{1}{2}}(l|l-1) P'_{l-1}(x)], \quad (\text{III.12a})$$

$$B(x) = \sum_l [-T^{l+\frac{1}{2}}(l|l+1) + T^{l-\frac{1}{2}}(l|l-1)] P'_l(x), \quad (\text{III.12b})$$

$$P'_l(x) = \frac{dP_l(x)}{dx}, \quad x = \mathbf{n}_{A\pi} \cdot \mathbf{n}_i. \quad (\text{III.12c})$$

把(III.12)写成自旋空间矩阵形式为

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}_{A\pi} \mathbf{p}_K | T(E) | \mathbf{p}_i \rangle &= \\ &= \frac{1}{(4\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{\rho(E_{A\pi}) \rho(E_K) \rho(E_i)}} [\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_i A(x) + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}_{A\pi} B(x)]. \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

参 考 文 献

- [1] Humblet, J. and Rosenfeld, L., *Nucl. Phys.*, **26** (1961), 529.
- [2] 例如: Базъ и Окунь, *ЖЭТФ*, **35** (1958), 757.
Newton, *Annals of Phys.*, **4** (1958), 29.
- [3] Blatt, J. and Weisskopf, V., *Theoretical Nuclear Physics* (1952). 夏蓉, 原子核理论讲义 (1961).
- [4] 例如: Липидус, Л. И. и чжоу Гуан-Чжао, *ЖЭТФ*, **39** (1960), 112.
- [5] Watson, K. M., *Phys. Rev.*, **88** (1952), 1163.
- [6] Липидус, Л. И. и чжоу Гуан-Чжао, *ЖЭТФ*, **39** (1960), 364.
- [7] Fonda, L. and Newton, R. G., *Phys. Rev.*, **119** (1960), 1394.
- [8] Wigner, E. P., *Phys. Rev.*, **73** (1948), 1002.
- [9] Alston, M., et al., *Phys. Rev. Letters*, **5** (1960), 520.
- [10] Alston, M., et al., *Phys. Rev. Letters*, **6** (1961), 300.
- [11] Ersler, F., et al., *Revs. Mod. Phys.*, **33** (1961), 436.
Wolf, S. E., et al., *Revs. Mod. Phys.*, **33** (1961), 439.

- [12] Alston, M. H. and Ferro-Luzzi, M., *Revs. Mod. Phys.*, **33** (1961), 416.
- [13] Erwin, A. R., March, R. H. and Waiker, W. D., *Nuovo Cimento*, **24** (1962), 237.
- [14] Alexander, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), 447.
- [15] Fly, R. P., et al., *Phys. Rev. Letters*, **7** (1961), 461.
- [16] Dalitz and Tuan, *Annals of Phys.*, **10** (1960), 307.

INVESTIGATION OF THE CORRELATION BETWEEN RESONANCE EFFECT AND NEAR THRESHOLD EFFECT IN THE $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ REACTION

SU ZHAO-BIN GAO CHONG-SHOU CHOU KUANG-CHAO

ABSTRACT

In this paper an experiment for the reaction $\pi + p \rightarrow \Lambda + \pi + K$ is proposed. The total energy in the centre of mass system is fixed at 1900 MeV. The kinetic energy of the final K -meson is then in the range 0—90 MeV. We propose to observe the final state Λ - π resonance and the cusp at the $\Sigma\pi K$ threshold. From the correlation between the resonance and the cusp and from the angular distribution of the resonance, the spin of Y_1^* and the relative parities among Y_1^* , Λ and Σ may be determined. Based on the diagonal representation of T -matrix in the channel space, a general phenomenological description of the resonance effect, the near threshold effect and the final state interaction is developed, which takes into account especially the correlation of the cusp with a near-by resonance. The general theory is applied to the present experiment as a special case.