

奇 A 核 Mg^{25} 和 Al^{25} 的非轴对称转动

吳崇試 曾謹言

(北京大学物理系)

提 要

本文在絕热近似下,探討了奇 A 核非轴对称转动的一般規律及其与轴对称转动的关系,并应用所得結果仔細分析了 Mg^{25} 和 Al^{25} 的能譜,得到了較好的結果。基态磁矩的結果也很符合实验。我們也还計算了某些低能級之間的 E2 跃迁几率及分支比。

一、引 言

Давыдов 提出的原子核非轴对称转动理論^[1,2],在解释大变形区 ($A \geq 220$, $150 \leq A \leq 190$, $A \sim 24$) 及其边缘区中偶偶核的能譜和 γ 跃迁几率分支比方面取得了显著的成就。进一步考虑了 β 振动^[3,4] 和 γ 振动^[5,6] 后,还可以对偶偶核中更高的一些激发态 (主要是 0^+ 能級) 給予一定的說明。

偶偶核中,核子間的成对效应使得核子內部激发比較困难,絕热近似可以較好成立。然而,把这个理論推广到奇 A 核时,問題就比較复杂。首先,要把奇核子內部态考虑进去。其次,一般說来,絕热近似并不一定很好的成立。只有在某些原子核中,当奇核子的激发能較高,原子核转动慣量又較大,因而转动能譜較低时,才可以近似地应用絕热近似。本文试图在絕热近似下研究奇 A 核非轴对称转动能譜,尽管从理論上事先还难于判断絕热近似是否成立。

在絕热近似下,原子核哈密頓量可表成

$$H = H_p + H_r, \quad (1.1)$$

H_p 和 H_r 分別是粒子运动和核心轉动的哈密頓量,

$$H_p = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + V(\mathbf{r}), \quad (1.2)$$

$$H_r = \sum_{i=1}^3 \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}_i} \mathbf{R}_i^2. \quad (1.3)$$

$\mathbf{R}$ 是核心转动角动量, $\mathbf{R} = \mathbf{I} - \mathbf{j}$, $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{j}$ 分別是原子核的和奇核子的角动量, $\mathcal{I}_i$ 是核心的三个主转动慣量。一般說, $V(\mathbf{r})$ 应该是非轴对称变形場。

Kerman^[7] 曾經研究过轴对称情况下 (1.1) 的解。此时, $V(\mathbf{r})$ 是一个轴对称势場 (例如,是 Nilsson^[8] 势場), 而体系只有繞垂直于对称軸 (取为第 3 軸) 的軸转动。令 $\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_2 = \mathcal{I}$, 則

$$H = H_0 + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} (\mathbf{I}^2 - \mathbf{I}_3^2 - \mathbf{j}_3^2) + RPC, \quad (1.4)$$

$$H_0 = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \mathbf{j}^2.$$

其中,

$$RPC = -\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} (\mathbf{I}_+ \mathbf{j}_- + \mathbf{I}_- \mathbf{j}_+), \quad (1.5)$$

$$\mathbf{I}_{\pm} = \mathbf{I}_1 \pm i\mathbf{I}_2,$$

$$\mathbf{j}_{\pm} = \mathbf{j}_1 \pm i\mathbf{j}_2.$$

在忽略去 RPC 时, 将 H 对角化, 即得到軸对称轉动能譜^[9]. 在一定的粒子内部态 ($\mathbf{j}_3$ 具有确定值 Q) 下的各轉动激发能級构成一带 ($K = Q$). 考虑 RPC 后, 将引起 K 带与 $K + 1$ 带的混合. 由此, Kerman^[7] 很好地解释了 W^{183} 能譜及部分 γ 跃迁几率, 但是引进了較多的参数. 后来有人把这理論用到輕核 ($F^{19[10,11]}$, $Ne^{21[12]}$, $Ne^{23[12]}$, $Na^{23[13]}$ 等等), 也取得了一定成績.

Давыдов 首先考虑了非軸对称情形^[14]. 在某些情况下, 壳层效应比較显著, 使得奇核子角动量 $\mathbf{j}$ 近似地仍是好量子数 (Давыдов 称之为弱耦合情形). 此时^[14,9],

$$V(\mathbf{r}) = V(r) + H_{int}, \quad (1.6)$$

$$H_{int} = -T\beta [\cos \gamma (3\mathbf{j}_3^2 - \mathbf{j}^2) + \sqrt{3} \sin \gamma (\mathbf{j}_1^2 - \mathbf{j}_2^2)]. \quad (1.7)$$

其中 T 是常数, β 表示原子核形变. 在 $j = \frac{1}{2}$ 时, 所謂粒子表面耦合項^[9] $H_{int} = 0$. 这样, 問題就更简单. Давыдов 也計算了 W^{183} , 但和实验符合得不够好. 此后, Давыдов 提出将哈密頓量(1.1)加以修改. 我們曾引用此理論去計算了 Si^{29} , P^{29} , P^{31} 和 W^{183} 的能譜, 得到了很好的結果^[15].

后来, Давыдов 还計算了 $j = \frac{5}{2}$ 的情形^[16]. 但作了如下近似: $\gamma \approx 0$, $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 = \mathcal{J}$, $\mathcal{J}_3 = 0$. 此时, H_r 和 Kerman 的一样, 而

$$H_{int} = -T\beta (3\mathbf{j}_3^2 - \mathbf{j}^2), \quad (1.8)$$

$T\beta$ 和 $\mathcal{J}$ 看成参数. 他把 H_{int} 作为微扰处理, 并用来说明超鈾元素 (Th^{229} , U^{233} , Np^{237}) 的能譜. 这个区域的偶偶核 $\gamma \sim 8-10^\circ$, 因此, 可以希望, 奇 A 核的 γ 也不会太大, 这种近似可能是一个好的近似.

但一般說来, 核子非軸对称位阱中运动, j 和 Q 都不再是好量子数. 我們需要把粒子内部态搞清楚. 然后, 再在絕热近似下来求得轉动能譜.

本文討論了 Mg^{25} , Al^{25} 的轉动能譜, 并对奇 A 核非軸对称轉动能譜的一般規律及与軸对称轉动的关系作了探討. 計算发现, 在通常所取形变 $\beta (\sim 0.3-0.4)$ 之下, 如采用适当的非軸对称度, 例如, $\gamma \sim 26^\circ$, 再加上振动修正, Mg^{25} 和 Al^{25} 的能譜都能較好地解释. 基态磁矩的計算結果也較滿意. 某些低激发态之間的 $E2$ 跃迁几率及分支比的計算值, 与实验比較, 大多也很接近, 个别的相差十几倍.

下面第二节中, 討論在一定非軸对称粒子内部态下, Mg^{25} 和 Al^{25} 的轉动能譜. 第三节計算基态磁矩和 $E2$ 跃迁几率及分支比.

二、轉 动 能 譜

下面,在絕热近似下来处理奇 A 核非軸对称轉动能譜。在振動冻结时,体系的哈密頓量可表为 (1.1) 式。其中 H_r 已由 (1.3) 給出,而 H_p 則是

$$\left. \begin{aligned} H_p &= \dot{H}_0 + \kappa \hbar \omega_0 R, \\ \dot{H}_0 &= \frac{1}{2} \hbar \omega_0 (-\Delta + r^2), \\ R &= \eta U - 2\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \mu \mathbf{l}^2, \\ U &= -\frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} r^2 \left[Y_{20} \cos \gamma + \frac{Y_{22} + Y_{2-2}}{\sqrt{2}} \sin \gamma \right], \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

已为王庆林、楊泽森等^[17]所討論过。原子核的主轉动慣量 $\mathcal{J}_l$, 按照 A. Bohr^[9] 的公式, 是

$$\mathcal{J}_l = 4B\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - l \frac{2\pi}{3} \right). \quad (2.2)$$

令

$$\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}_l} = \alpha_l, \quad l = 1, 2, 3, \quad (2.3)$$

則

$$\begin{aligned} H_r &= \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) [(\mathbf{L}^2 - \mathbf{L}_3^2) - (\mathbf{j}^2 - \mathbf{j}_3^2)] + \alpha_3 (\mathbf{L}_3 - \mathbf{j}_3)^2 - \\ &\quad - \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) (\mathbf{L}_+ \mathbf{j}_- + \mathbf{L}_- \mathbf{j}_+) + \\ &\quad + \frac{1}{4} (\alpha_1 - \alpha_2) [(\mathbf{L}_+ \mathbf{L}_+ + \mathbf{L}_- \mathbf{L}_-) + (\mathbf{j}_+ \mathbf{j}_+ + \mathbf{j}_- \mathbf{j}_-)] - \\ &\quad - \frac{1}{2} (\alpha_1 - \alpha_2) (\mathbf{L}_+ \mathbf{j}_+ + \mathbf{L}_- \mathbf{j}_-). \end{aligned} \quad (2.4)$$

在絕热近似下, H 的本征态可表成

$$\Psi = |v; IM\rangle = \sum_K A_K^{IM} |v; IMK\rangle = \sum_K \sum_{jQ} A_K^{IM} C_{jQ}^{(v)} |jQ; IMK\rangle, \quad (2.5)$$

其中 I, M 表示原子核角动量及其 z 方向分量, v 是粒子內部态的編号 (在軸对称极限时和 Nilsson 能級編号一致), 而

$$|jQ; IMK\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \{ \chi_D^i D_{MK}^I + (-)^{I-i} \chi_{-Q}^i D_{M-K}^I \}. \quad (2.6)$$

在以 $|NI; Q\rangle$ 为基矢的表象中, 非軸对称单粒子波函数是 $\langle NI; Q | v \rangle = C_{jQ}^{(v)}$, 我們所需用的数据見附录, 而相应的单粒子能級图見图 1.

将 (2.5) 代入 Schrödinger 方程, 注意 H_p 已对角化, 于是,

$$\sum_{K'} A_{K'}^I \langle v; IK | H_r | v; IK' \rangle = (E_K^{(v)} - \epsilon_p^{(v)}) A_K^I. \quad (2.7)$$

在上式中, 我們略去了量子数 M , 而附加量子数 τ , 用以区别具有相同自旋 I 的各能态, 利

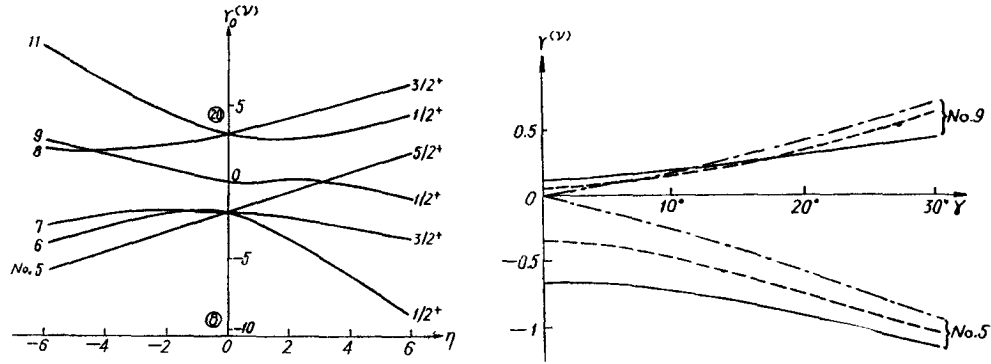


圖 1 非軸對稱場中的單粒子能級

左：軸對稱 ($\gamma = 0$) 的極限情形，即 Nilsson 能級 ($N = 2$ 壳層)；右：一般情形，實綫： $\eta = 2$ ；虛綫： $\eta = 2.5$ ；鎖綫： $\eta = 3$

用熟知的角動量公式，可求出 H_r 的全部矩陣元^[15]。解久期方程(2.7)即可求得 $E_r^{(v)}$ ，從而求得 A_K^r 。這樣，對於一定的單粒子態 $\chi^{(v)}$ ，就能得到一定形式的非軸對稱轉動帶。可以希望，在 γ 不大時，其中的低激發能譜很類似於軸對稱轉動帶。隨着 γ 的增大，在低激發能譜中將出現許多新的能級。無論就能級次序或其間隔而言，非軸對稱轉動帶都將表現出新的規律性。

應用上述步驟可以計算 Mg^{25} 和 Al^{25} 的非軸對稱轉動能譜。

Mg^{25} 和 Al^{25} 是一對鏡核，處在輕核大變形區 ($19 < A < 31$) 的中心。低激發能譜已經知道得比較完全，結構非常相似，且具有集體激發的特點^[18-21]。相鄰的偶偶核 Mg^{24} ，一般認為也可能有非軸對稱轉動能譜 ($\gamma \sim 23^\circ$)。

由它們基態自旋 ($\frac{5}{2}^+$) 的考慮，這兩個原子核的最后一个奇核子，應該填充在第 5 號能級上。

參考 Mg^{25} 及相鄰核的形變，我們在計算時選用了兩組參數： $\eta = 2$ 及 2.5。在 $\kappa \approx 0.15$ 時，它們相應於 $\beta \sim 0.30$ 及 0.37。這樣解得的能級 $E_r^{(v)}$ ，和波函數 A_K^r 見表 1。

具體的計算表明（見表 1），由於不同 K 之間的混合引起的能級移動一般均在 5% 以下，且能量愈高，相對移動愈小。因此，在初步近似中，我們可以忽略去不同 K 之間的混合，即把 K 看成是近似好量子數。這時， K 的意義是原子核總角動量在最长 ($\eta < 0$

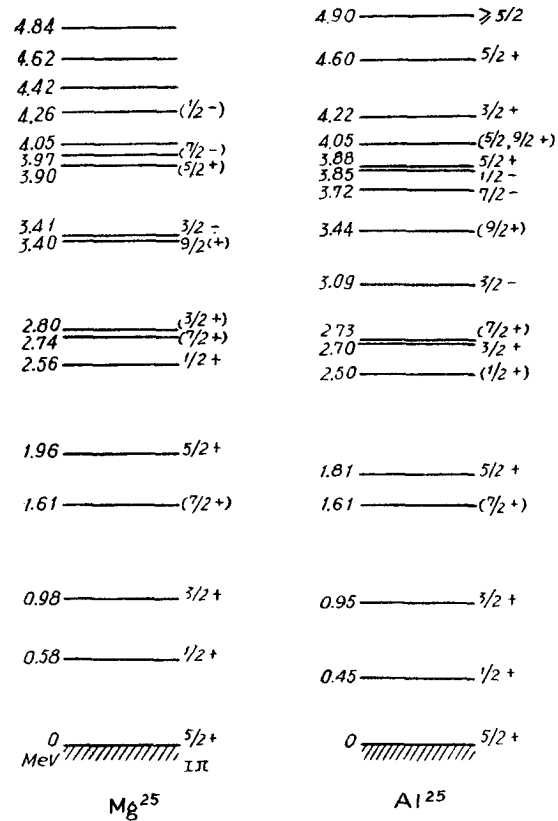
圖 2 Mg^{25} 和 Al^{25} 的能譜^[18-21]

表 1 $A = 25$ 的能谱和波函数〔能量单位为 $\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2)$ 〕a. $\eta = 2.5$ $\gamma = 25^\circ$

$I\tau$	精 确 解				近 似 解 ¹⁾	
	$E_{I\tau}$	$A_K^{I\tau}$			K	$E_{I(K)}$
		$K = \frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$		
$\frac{1}{2}$	3.85	1	—	—	$\frac{1}{2}$	3.63
$\frac{3}{2}, 1$	6.04	0.9998	0.0185	—	$\frac{1}{2}$	5.83
$\frac{3}{2}, 2$	32.26	-0.0185	0.9998	—	$-\frac{3}{2}$	32.04
$\frac{5}{2}, 1$	0	0.123	-0.018	0.992	$\frac{5}{2}$	0
$\frac{5}{2}, 2$	12.27	0.987	0.105	-0.120	$\frac{1}{2}$	12.16
$\frac{5}{2}, 3$	37.58	-0.102	0.994	0.031	$-\frac{3}{2}$	37.04

b. $\eta = 2$ $\gamma = 30^\circ$

$I\tau$	精 确 解				近 似 解 ¹⁾	
	$E_{I\tau}$	$A_K^{I\tau}$			K	$E_{I(K)}$
		$K = \frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$		
$\frac{1}{2}$	3.04	1	—	—	$\frac{1}{2}$	2.71
$\frac{3}{2}, 1$	4.91	0.999	0.054	—	$\frac{1}{2}$	4.63
$\frac{3}{2}, 2$	20.88	-0.054	0.999	—	$-\frac{3}{2}$	20.50
$\frac{5}{2}, 1$	0	0.154	-0.027	0.998	$\frac{5}{2}$	0
$\frac{5}{2}, 2$	11.06	0.963	0.228	-0.145	$\frac{1}{2}$	11.23
$\frac{5}{2}, 3$	26.66	-0.221	0.973	0.061	$-\frac{3}{2}$	25.50

1) 由 (2.8) 式求得.

时为最短) 主軸方向上的分量.

此时, 很容易求得

$$E_{I(K)} = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega_0 + r^{(v)}_{K\hbar\dot{\omega}_0} + \frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \left[\epsilon^{(0)} + I(I+1) - K^2 + \right. \\ \left. + a(-)^{I+\frac{1}{2}} \left(I + \frac{1}{2} \right) \delta_{K, \frac{1}{2}} \right] + \alpha_3 [K - \langle \mathbf{j}_3 \rangle]^2, \quad (2.8)$$

式中的前两项是单粒子的能量. 第三项中 $\epsilon^{(0)}$ 也只与单粒子态有关,

$$\epsilon^{(0)} = \langle \mathbf{j}^2 - \mathbf{j}_3^2 \rangle + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2(\alpha_1 + \alpha_2)} \langle \mathbf{j}_+ \mathbf{j}_+ + \mathbf{j}_- \mathbf{j}_- \rangle. \quad (2.9)$$

a 称为脫耦合常数 (de-coupling content), 定义为¹⁾

$$a = \sum_j |c_{j\frac{1}{2}}|^2 (-)^{j-\frac{1}{2}} \left(j + \frac{1}{2}\right) + 2 \sum_j c_{j\frac{1}{2}} c_{j\frac{3}{2}} (-)^{j-\frac{1}{2}} \sqrt{\left(j + \frac{5}{2}\right)\left(j - \frac{3}{2}\right)} + \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\alpha_1 + \alpha_2} \sum_j c_{j\frac{1}{2}} c_{j\frac{3}{2}} (-)^{j-\frac{1}{2}} \sqrt{\left(j + \frac{3}{2}\right)\left(j - \frac{1}{2}\right)}. \quad (2.10)$$

应当注意, 在 $\gamma = 0$ 时, 后两项变为 0, 公式 (2.10) 与 Nilsson^[8] 推得的结果一致.

上面用到的記号 $\langle \rangle$ 表示对于一定单粒子内部态取平均值.

一般說来, K 是近似好量子数的条件是:

(1) γ 不太大 (例如, $\gamma \leq 15^\circ$); 或

(2) 在某些内部态下, 它们的 $\langle j_3 \rangle$ 接近于 Q 的某一个允許值^[17] (但不包括 $\langle j_3 \rangle \approx \frac{1}{2}$).

表 1 所选两组参数即有 $\langle j_3 \rangle = 1.98$ 与 2.18.

这里需要解释一下条件 (2). 因为 $\alpha_3 \gg \alpha_1, \alpha_2$, (2.7) 中 H_r 的对角矩阵元 [即 $E_{I(K)} - e_p^{(v)}$, 参閱 (2.8)] 主要取决于 (2.8) 式中的最后一项, 在第 2 个条件下, 对于不同的 K , 相差甚大 (在 $\langle j_3 \rangle \approx \frac{1}{2}$ 时却不然); 而非对角元一般却与小量 $\frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2)$ 成正比, 因而使得不同 K 的混合可以略去.

由 (2.8) 可以看出, 一个非軸對稱轉動帶还可以近似地分成若干“子带 (sub-band)”. 属于同一“子带”的各能态, 近似地具有一确定的量子数 K . 每一“子带”的能級結構与軸

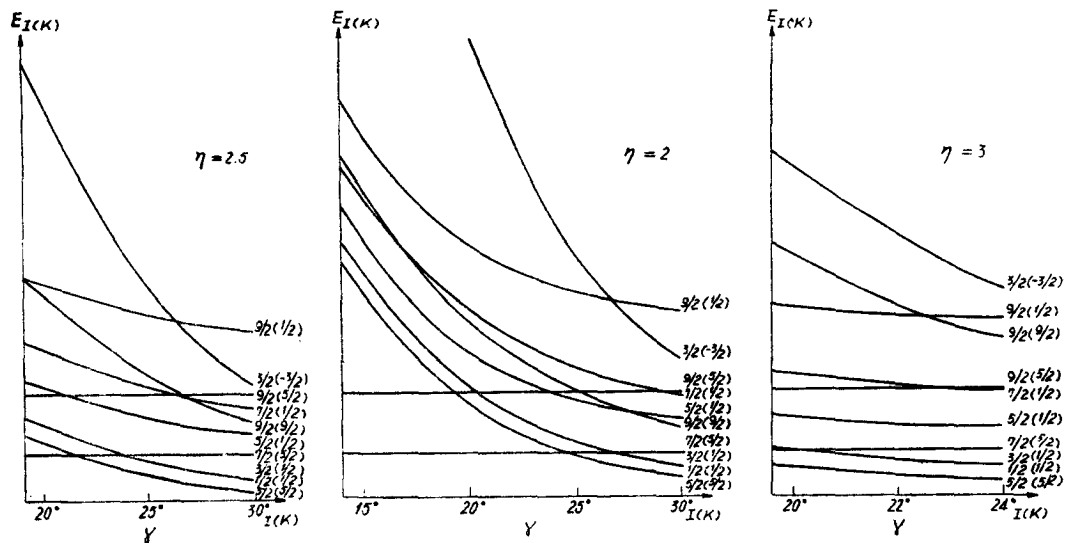


图 3 $A = 25$ 的非軸對稱轉動能譜

1) 这个公式只适用于 $N \leq 2$, 否則,

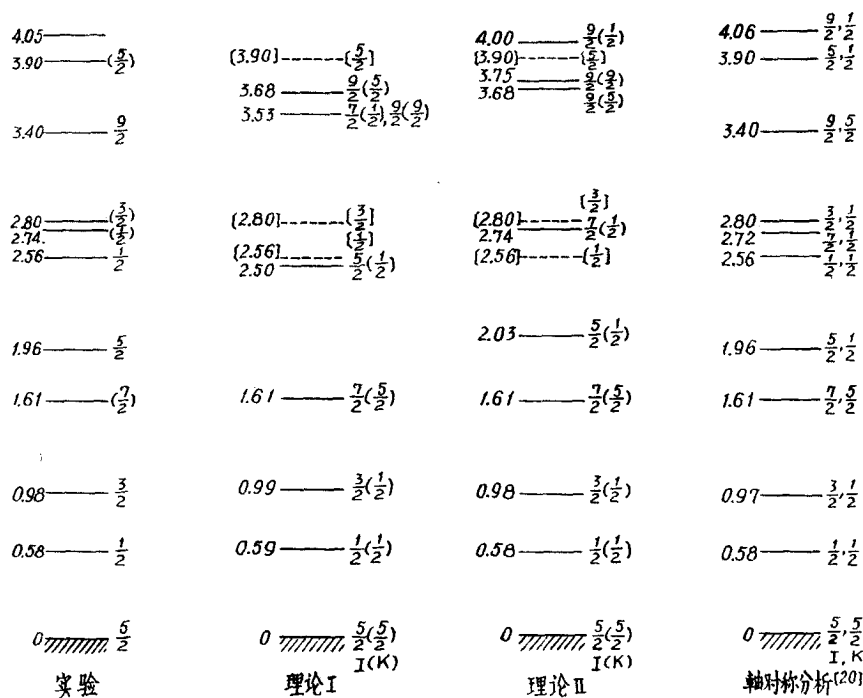
$$a = \sum_j |c_{j\frac{1}{2}}|^2 (-)^{j-\frac{1}{2}} \left(j + \frac{1}{2}\right) + 2 \sum_j \sum_{Q < 0} c_{jQ} c_{j, -Q+1} (-)^{j-\frac{1}{2}} \sqrt{(j+Q)(j-Q+1)} + \frac{2(\alpha_1 - \alpha_2)}{\alpha_1 + \alpha_2} \sum_j \sum_{Q > 0} c_{jQ} c_{j, -Q-1} (-)^{j-\frac{1}{2}} \sqrt{(j-Q)(j+Q+1)}.$$

2) $\langle j_3 \rangle \approx \frac{1}{2}$ 时, 有可能应用 Давыдов^[14] 的“弱耦合”理論.

对称转动带相近(但内部态中, Q 并非好量子数). 在一个“子带”中, 最低的能级是 $I = K$ ($\approx \frac{1}{2}$), 其余依次是 $K + 1, K + 2, \dots$. 在 $K = \frac{1}{2}$ 时, 能级次序还要视 a 值而定. 至于各个“子带”的相对位置, 则由(2.8)中的最后一项决定. 最低的“子带”, 使这一项取最小值; 因此, 它的 K 值最接近于 $\langle j_3 \rangle$. 于是, 基态自旋 I_0 亦最接近于 $\langle j_3 \rangle$.

最低的“子带”可称为“正常子带 (normal sub-band)”, 其余的可称为“非常 (anomalous) 子带”. 在 γ 不大时, “非常子带”的能级都很高, 低激发谱中将只有“正常子带”的诸能级出现, 它即和轴对称转动下的转动带相对应.

由(2.8)计算得的能谱 ($A = 25$) 列在图 3 中. 随着 γ 的增大, 低激发态中出现了一些新的能级, 它们都是属于“非常子带”. 将图 3 和 Mg^{25} 的实验观察能谱比较, 可以看出, 当 $\eta = 2.5$, $\gamma = 27^\circ$ 时, 在 3 MeV 以下与实验接近, 见图 4 中理论值 I. 理论值 II 是对 $K = \frac{1}{2}$ 的“非常子带”考虑振动修正后的结果, 相当满意地符合实验.



2.5	η	2.5	K	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
27°	γ	26.2°	$\frac{\hbar^2}{2I}$ (Kev)	276.0	176.8	167.12
876	$\frac{\hbar^2}{8B^2}$ (Kev)	876	a	—	-0.2430	-0.5047
—	$B(\frac{1}{2})$ (Kev)	-2.53	B (Kev)	-1.892	-1.402	-1.5672

图 4 Mg^{25} 的偶宇称能谱分析 (能量单位为 MeV)

严格处理奇 A 核非轴对称转动-振动干扰还有一些困难, 特别是要考虑 γ 振动时, 但是我们可以知道, 振动对转动的影响既与振动状态有关, 也与转动状态 (I, K) 有关. 我

們可以仿照軸對稱和偶偶核非軸對稱轉動時的轉動振動修正^[22,3], 假定在計及振動的影響後, (2.8) 式變為

$$E_{I(K)} = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar\omega_0 + r^{(\nu)} \kappa \hbar\omega_0 + \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) [E_r + B(K)E_r^2], \quad (2.11)$$

其中

$$E_r = \epsilon^{(0)} + I(I+1) - K^2 + a(-)^{I+\frac{1}{2}} \left(I + \frac{1}{2}\right) \delta_{K, \frac{1}{2}} + \frac{2\alpha_3}{\alpha_1 + \alpha_2} [K - \langle j_z \rangle]^2. \quad (2.12)$$

在用軸對稱理論分析^[20]時, Mg^{25} 的低激發能譜可分成三個正宇稱轉動帶: $K = \frac{5}{2} +$ (基帶), $K = \frac{1}{2} +$, $K = \frac{1}{2} +$. 但在我們的非軸對稱分析中, $K = \frac{5}{2} +$ 帶和第一個 $K = \frac{1}{2} +$ 帶的各能級是屬於同一非軸對稱內部態下的各種轉動激發態. 而第二個 $K = \frac{1}{2} +$ 帶 (2.56 MeV、2.80 MeV 和 3.90 MeV 三條能級) 則應是屬於另一單粒子態下的轉動帶 (故在圖 4 的理論計算能譜中, 這些能級用虛線畫出). 奇核子將填充在第 9 號單粒子能級上 (這條能級, $\gamma = 0$ 時為 $Q = \frac{1}{2}$), 它比第 5 號能級高出約 $1.5 \kappa \hbar\omega_0 \sim 2.8$ MeV, 這也與實驗相近.

對於 Al^{25} , 上面的討論顯然也可適用.

在這一節的最後, 我們討論一下非軸對稱轉動能譜出現的可能性. 由上面的討論可以看出, 奇 A 核低激發能譜中明顯地出現非軸對稱轉動的条件有二:

1) 絕熱近似成立. 這個條件, 我們無法提出一個理論上判斷的標準. 但作為一個經驗上的估計, 我們不妨由其附近的偶偶核來判斷. 同時, 為了使得轉動激發能量 $\ll$ 粒子激發能量, 要求原子核變形 β 較大, 即原子核的轉動慣量較大.

2) γ 較大, 例如 $\gamma > 15^\circ$. 否則, “非常子帶” 較高, “正常子帶” 又表現為軸對稱轉動帶. γ 的大小, 也可以由其鄰近的偶偶核來估計.

這樣的條件是比較苛刻的. 因此, 奇 A 核中存在非軸對稱轉動的区域將可能比偶偶核小. 一般看來, 有希望在下述区域的奇 A 核中出現非軸對稱轉動能譜:

1) 重核及中等重量核大變形邊緣區, 例如 W, Os, Gd, Sm 等的同位素;

2) 輕核大變形區 (Mg^{24} 附近);

3) 其他一些奇 A 核, 它們表現出有集體運動存在的跡象, 但用軸對稱理論又不能滿意地解釋.

三、磁矩和 γ 躍遷分支比

1. 基態磁矩

奇 A 核的磁矩算符是

$$\mu = g_S \mathbf{s} + g_I \mathbf{l} + g_R \mathbf{R}. \quad (3.1)$$

g_S , g_I 和 g_R 分別表示自旋、軌道和集體轉動 g 因子,

$$g_S = 5.585 \quad g_I = 1; \quad (\text{質子})$$

$$g_S = -3.826 \quad g_I = 0; \quad (\text{中子})$$

$$g_R \approx \frac{Z}{A}.$$

磁矩为

$$\mu = \frac{\langle \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{I} \rangle_{M=I}}{I+1} = \frac{1}{I+1} [(g_S - g_I) \langle \mathbf{s} \cdot \mathbf{I} \rangle + (g_I - g_R) \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{I} \rangle + g_R \langle \mathbf{I}^2 \rangle]. \quad (3.2)$$

这里,我们对两种情况感兴趣:一种是 K 是近似好量子数,且原子核的基态自旋 $I_0 = K \approx \frac{1}{2}$,

$$\mu = \frac{1}{I_0 + 1} \left\{ (g_S - g_I) \frac{I_0}{2} \sum_{IA} [(a_{IA+}^{(v)})^2 - (a_{IA-}^{(v)})^2] + (g_I - g_R) I_0 \langle \mathbf{j}_3 \rangle + g_R I_0 (I_0 + 1) \right\}, \quad (3.3)$$

其中

$$a_{IA\pm}^{(v)} = \langle NIA \pm \frac{1}{2} | v \rangle \quad (3.4)$$

$$= \sum_{jQ} \langle IA \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} | jQ \rangle C_{jQ}^{(v)}. \quad (3.5)$$

另外一种 $\langle \mathbf{j}_3 \rangle \approx \frac{1}{2}$. 尽管 K 一般不再是好量子数,但是,如果基态自旋 $I_0 = \frac{1}{2}$, 则 K 亦只能取 $\frac{1}{2}$. 此时,磁矩为

$$\mu = \frac{2}{3} \left\{ (g_S - g_I) \left[\frac{1}{4} \sum_{IA} (a_{IA+}^2 - a_{IA-}^2) + \frac{1}{2} (-)^I \sum_I a_{I0+}^2 \right] + \frac{1}{2} (g_I - g_R) [\langle \mathbf{j}_3 \rangle + a] + \frac{3}{4} g_R \right\}. \quad (3.6)$$

a 的定义见 (2.10).

至于 K 不是近似好量子数时,公式稍复杂些,对结果亦可能只略有修正.

由 (3.3) 计算了 Mg^{25} 和 Al^{25} 的基态磁矩,结果比轴对称理论值 μ_{Nil} 有所改进. 见表 2.

表 2 $A=25$ 的磁矩 (单位: 核磁子)

原子核	μ_{exp}	μ_{sch}	μ_{Nil}	$\eta = 2$			$\eta = 2.5$		
				$\gamma = 20^\circ$	25°	30°	20°	25°	30°
Mg^{25}	-0.855 ¹⁾	-1.91	-1.02	-0.899	-0.866	-0.840	-0.742	-0.716	-0.638
Al^{25}	2)	4.79	3.79	3.661	3.628	3.598	3.487	3.462	3.407

1) G. Laukien, Handbuch der physik, Bd. 38/1, 1958.

2) 尚未测出,但 Al^{27} 的 $\mu = 3.641^{1)}$.

II. 转动态间的电四极跃迁几率

电四极约化跃迁几率为

$$B(E2; IKv \rightarrow I'K'v) = \frac{5}{16\pi} \sum_{M'\mu} |\langle v; I'M'K' | Q_{2\mu} | v; IMK \rangle|^2, \quad (3.7)$$

其中 $Q_{2\mu}$ 是電四極矩算符，

$$Q_{2\mu} = 2 \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \sum_{p=1}^Z e_p r_p^2 Y_{2\mu}(\vartheta_p, \varphi_p), \quad (3.8)$$

可以通過集體坐標表示出來^[1]：

$$Q_{2\mu} = eQ_0 \left(D_{\mu 0}^2 \cos \gamma + \frac{D_{\mu 2}^2 + D_{\mu -2}^2}{\sqrt{2}} \sin \gamma \right), \quad (3.9)$$

$$Q_0 = \frac{3ZK^2\beta}{\sqrt{5\pi}}. \quad (3.10)$$

K 是近似好量子數時，對於同一“子帶”內的躍遷， $\Delta K = 0$ ，有

$$B(E2; IK\nu \rightarrow I'K\nu) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 |\langle IK20 | I'K \rangle|^2 \cos^2 \gamma. \quad (3.11)$$

同樣，可求 $|\Delta K| = 2$ 的躍遷几率，

$$B(E2; IK\nu \rightarrow I'K \pm 2\nu) = \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 \cdot \frac{1}{2} |\langle IK2 \pm 2 | I'K \pm 2 \rangle|^2 \sin^2 \gamma. \quad (3.12)$$

這種躍遷的 $B(E2)$ 值要比 $\Delta K = 0$ 的小一個數量級。

在 K 不是好量子數時，

$$\begin{aligned} B(E2; I\tau\nu \rightarrow I'\tau'\nu) &= \frac{5}{16\pi} \sum_{M'\mu} |\langle \nu; I'M'\tau' | Q_{2\mu} | \nu; IM\tau \rangle|^2 = \\ &= \frac{5}{16\pi} e^2 Q_0^2 \left\{ \sum_K A_K^{I\tau} [A_K^{I'\tau'} \langle IK20 | I'K \rangle \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} (A_{K+2}^{I'\tau'} \langle IK22 | I'K+2 \rangle + \right. \\ &\quad \left. + A_{K-2}^{I'\tau'} \langle IK2-2 | I'K-2 \rangle) \sin \gamma] \right\}^2. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Mg^{25} 和 Al^{25} 的部分 $B(E2)$ 值已經測出。我們分別用 (3.11)，(3.12) 和 (3.13) 式計算了這些躍遷 (Coulomb 激發) 的約化几率 ($\eta = 2.5$, $\gamma = 25^\circ$)。 Al^{25} 的計算值中還考慮了單質子矩陣元的貢獻 (取 $\hbar\omega_0 = 35A^{-1/3}$ MeV)。結果與實驗比較符合 (見表 3)。例外的是 Mg^{25} 基態 $\rightarrow$ 第一激發態的躍遷，計算值要比實驗值約大 10 倍；但鏡核 Al^{25} 中相應的

表 3 $A = 25$ 的 $E2$ 躍遷几率 $B(E2)$ (單位: $e^2 \cdot 10^{-18} \text{cm}^4$)

原 子 核	I_i	I_f	ΔE (MeV)	實 驗 值	理 論 值		理論值 實驗值	
					I ¹⁾	II ²⁾	I	II
Mg^{25}	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	0.58	0.000060 ³⁾ 0.000081 ⁴⁾	0.00128	0.00118	15.8	14.6
	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	0.98	0.00036 ⁴⁾	0.00146	0.000625	4.1	1.7
	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	1.61	0.011 ³⁾	0.0166	0.0090	1.5	0.82
Al^{25}	$\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$	0.45	0.00057 ⁴⁾	0.00188	0.00166	3.3	2.9

1) 由 (3.11)、(3.12) 計算。

2) 由 (3.13) 計算。

3) Адриев Д. С. и др., *Изв. АН СССР, сер. физ.*, **25** (1961), 832.

4) Ferguson A. J. et al., *Nucl. Phys.*, **17** (1960), 1.

計算值又与实验值相符。由表 3 我們也看到, K 的混合在討論 $E2$ 跃迁时是重要的。同时計算的分支比列在表 4 中。

表 4 Mg^{25} 的 $E2$ 跃迁分支比 (根据表 3 計算)

	实 驗 值	理 論 I	理 論 II
$\frac{B(E2; \frac{5}{2} \rightarrow \frac{7}{2})}{B(E2; \frac{5}{2} \rightarrow \frac{3}{2})}$	30.5	11.4	14.4
$\frac{B(E2; \frac{5}{2} \rightarrow \frac{1}{2})}{B(E2; \frac{5}{2} \rightarrow \frac{3}{2})}$	0.23	0.88	1.85

最后, 作者对于楊立銘教授和楊泽森同志在工作中給予的关心和帮助表示感謝。

附 录

奇核子在非軸对称形变場中的运动, 在文献[17]中已討論过, 其哈密頓量見(2.1)式。相应的能級 $\epsilon_p^{(\nu)}$ 和本征波函数 $|\nu\rangle$ 則为

$$\epsilon_p^{(\nu)} = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega_0 + r^{(\nu)} \kappa \hbar \tilde{\omega}_0, \quad (i)$$

$$|\nu\rangle = \sum_{\substack{jQ \\ (Q-\frac{1}{2}=\text{偶数})}} C_{jQ}^{(\nu)} |NljQ\rangle \quad (iia)$$

$$= \sum_{\substack{l\Lambda\Sigma \\ (L+\Sigma-\frac{1}{2}=\text{偶数})}} a_{l\Lambda\Sigma}^{(\nu)} |Nl\Lambda\Sigma\rangle. \quad (iib)$$

本文采用这种方法計算了我們所需要的单粒子能級, 其能級编号 $\nu = 5$ 和 9 (见图 1)。 $\nu = 5$ 的单粒子波函数則在附表中給出。

在計算中, 取 $0 \leq \eta \leq 30^\circ$ 。这种限制, 在原子核为长椭球 ($\eta > 0$) 时, 相当于取最长的主軸与 z' 軸(第 3 軸)重合, z' 軸次之。在 $\eta < 0$ 时, 則恰相反。

計算中所取其他参数如下: 和 Nilsson 一样, 在 $N = 2$ 壳层, 取 $\mu = 0$ 。 κ 表示自旋軌道耦合作用的强度。 Nilsson 取为 0.05。 后来, B. R. Mottelson 和 S. G. Nilsson^[23] 为更好地符合实验, 取 $\kappa = 0.08$ 。 实际上, 在輕核中 κ 的数值似乎还要大些。 Litherland 等人^[18] 曾分析 O^{17} 的单粒子能級, 指出 $\kappa \approx 0.13$ 。 按照 Kurath^[24] 对 $1p$ 壳层的經驗分析, 自旋軌道耦合作用在壳层中部比滿壳层附近还要大。 因此, 我們估計 κ 值可以略大一些, 例如 $\kappa = 0.15$ 。

由 Mg^{25} 的电四极矩 $Q = 0.22 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ ^[25] 可定出 $\beta \approx 0.37$ 。 这样, 当 $\kappa = 0.15$ 时, 要求 $\eta \approx 2.5$ 。 在軸对称情形下, 我們早就知道, 要用 Nilsson 能級解释 Mg^{25} 和 Al^{25} 的基态自旋, 就要求 $\eta < 3$ (参见图 1)。

計算中的另一个参数 $\hbar \omega_0$ 可由原子核半径的数据定出。 在輕核中, 高能电子散射实验表明, 原子核(电荷分布)半径为^[26]

$$R_p = 1.30 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm}, \quad (\text{iii})$$

相應地，

$$\hbar\omega_0 = 35 A^{-1/3} \text{ MeV}. \quad (\text{iv})$$

附表 $\nu = 5$ 的非軸對稱粒子態

下表是由文獻[17]中列出的本征方程求得的。 Mg^{25} 和 Al^{25} 的最后一个奇核子就處在這個態上。

表的第一、二行給出所選用的參數 η 和 γ 。

第三行列出相應的本征值 $r^{(\nu=5)}$ 。

繼後的六個數字是在 $|NIA\Sigma\rangle$ 表象中的本征波函數 $a_{IA\Sigma}$ ，它們分別代表 a_{00+} ， $a_{2,-2,+}$ ， $a_{2,-1,-}$ ， a_{20+} ， a_{21-} 和 a_{22+} 。

再後的六個數字是在 $|NIjQ\rangle$ 表象中的本征波函數 C_{jQ} ，它們分別代表 $C_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$ ， $C_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}}$ ， $C_{\frac{3}{2},-\frac{3}{2}}$ ， $C_{\frac{5}{2},\frac{1}{2}}$ ， $C_{\frac{5}{2},-\frac{1}{2}}$ 和 $C_{\frac{5}{2},\frac{5}{2}}$ ，是由 $a_{IA\Sigma}$ 通過么正變換 (3.5) 求得的。

$\eta = 2$ $\gamma = 5^\circ$	10°	15°	20°	25°	30°
-0.687	-0.745	-0.827	-0.932	-1.051	-1.179
0.1164	0.2199	0.2565	0.3301	0.3647	0.3887
0.0007	0.0035	0.0017	0.0051	0.0055	0.0038
-0.0061	-0.0223	-0.0487	-0.0749	-0.1068	-0.1424
-0.0188	-0.0334	-0.0648	-0.0677	-0.0795	-0.0892
-0.0455	-0.0711	-0.1217	-0.1044	-0.0985	-0.0850
0.9919	0.9721	0.9552	0.9325	0.9158	0.9019
0.1164	0.2199	0.2565	0.3301	0.3647	0.3887
-0.0233	-0.0339	-0.0533	-0.0383	-0.0261	-0.0094
-0.0034	-0.0131	-0.0233	-0.0401	-0.0527	-0.0671
-0.0434	-0.0709	-0.1272	-0.1182	-0.1239	-0.1228
-0.0052	-0.0185	-0.0428	-0.0647	-0.0930	-0.1257
0.9919	0.9721	0.9552	0.9325	0.9158	0.9019
$\eta = 2.5$ $\gamma = 20^\circ$	25°	30°	$\eta = 3$ $\gamma = 20^\circ$	25°	30°
-0.740	-0.900	-1.067	-0.581	-0.655	-0.733
0.4079	0.4283	0.4310	0.4692	0.4724	0.4710
0.0119	0.0143	0.0116	0.0177	0.0097	0.0220
-0.1096	-0.1471	-0.1927	-0.1497	-0.1517	-0.1788
-0.0939	-0.1112	-0.1347	-0.1113	-0.1188	-0.1314
-0.1835	-0.1596	-0.1437	-0.2859	-0.2647	-0.2375
0.8826	0.8700	0.8592	0.8139	0.8183	0.8196
0.4079	0.4283	0.4310	0.4692	0.4724	0.4710
-0.0827	-0.0533	-0.0261	-0.1510	-0.1299	-0.1010
-0.0596	-0.0785	-0.0966	-0.0828	-0.0765	-0.0996
-0.1887	-0.1871	-0.1953	-0.2670	-0.2594	-0.2521
-0.0927	-0.1252	-0.1672	-0.1260	-0.1312	-0.1501
0.8826	0.8700	0.8592	0.8139	0.8183	0.8196

参 考 文 献

- [1] Давыдов, А. С., Филиппов, Г. Ф., *ЖЭТФ*, **5** (1958), 440; 或見 *Nucl. Phys.*, **8** (1958), 237.
- [2] Давыдов, А. С., Ростовский, В. С., *ЖЭТФ*, **36** (1959), 1788; 或見 *Nucl. Phys.*, **12** (1959), 58.
- [3] Чабан, А. А., *ЖЭТФ*, **38** (1960), 1630; 或見 Davydov, A. S. and Chaban, A. A., *Nucl. Phys.*, **20** (1960), 499.
- [4] Davydov, A. S., in Proc. Int. Conf. on Nucl. structure, Kingston, Ontario (North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1960), p. 801.
- [5] Давыдов, А. С., *Вестн. Моск. Ун-та., сер. физ., астрон.*, № 1 (1961), 56.
- [6] Давыдов, А. С., Ростовский, В. С., Чабан, А. А., *Вестн. Моск. Ун-та., сер. физ., астрон.*, № 3 (1961), 66.
- [7] Kerman, A. K., *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **30** (1955—56), No. 15.
- [8] Nilsson, S. G., *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **29**, (1955), No. 16.
- [9] Bohr, A., *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **26** (1952), No. 14.
- [10] Paul, E. B., *Phil. Mag.*, **2** (1957), 311.
- [11] Abaraham, G. and Warke, C. S., *Nucl. Phys.*, **8** (1958), 69.
- [12] Freeman, J. M., *Phys. Rev.*, **120** (1960), 1436.
- [13] Paul, E. B. and Montague, J. H., *Nucl. Phys.*, **8** (1958), 61.
- [14] Давыдов, А. С., *ЖЭТФ*, **36** (1959), 1555; 或見 *Nucl. Phys.*, **16** (1960), 597.
- [15] 吳崇武、曾謹言, 北京大学学报(自然科学), **7** (1962), 47.
- [16] Давыдов, А. С., Сардарян, Р. А., *ЖЭТФ*, **40** (1960), 1429.
- [17] 王庆林、楊泽森等, 北京大学学报(自然科学), **7** (1962), 53.
- [18] Litherland, A. E., McManus, H., Paul, E. B., Bromley, D. A. and Gove, H. E., *Can. J. Phys.*, **36** (1958), 378.
- [19] Hinds, S., Middleton, R. and Litherland, A. E., *Nucl. Phys.*, **24** (1961), 510.
- [20] Sheline, R. K. and Harlan, R. A., *Nucl. Phys.*, **29** (1962), 177.
- [21] Litherland, A. E., Gove H. E. and Ferguson, A. J., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 1312.
- [22] Bohr, A. and Mottelson, B. R., *Dan Mat. Fys. Medd.*, **27** (1953), No. 16.
- [23] Mottelson, B. R. and Nilsson, S. G., *Mat. Fys. Skr. Vid. Selekt.*, **1** (1959), No. 8.
- [24] Kurath, D., *Phys. Rev.*, **101** (1956), 216.
- [25] Lurio, A., *Phys. Rev. Letters*, **8** (1962), No. 7, A10.
- [26] 曾謹言, 物理学报, **13** (1957), 357.

THE NON-AXIALLY-SYMMETRIC ROTATIONAL MOTION OF THE ODD-A NUCLEI Mg^{25} AND Al^{25}

WU TSUNG-SHYH TSENG CHIN-YUEN
(Peking University, Faculty of Physics)

ABSTRACT

In the present paper, the non-axially-symmetric rotational motion of the odd-A nucleus is treated under the adiabatic condition. The relationship between the non-axial and axial rotation is pointed out. The spectra of Mg^{25} and Al^{25} have been analysed in detail. The agreement with experiment is fair. The ground state magnetic moments and reduced E2 transition probabilities between some low-lying states are also calculated.