

$K-\bar{K}$ 共 振 态*

許伯威 孔凡梅 宮學惠

(南 开 大 学)

提 要

最近实验指出,在 $\pi^- + p \rightarrow K + \bar{K} + n$ 以及 $K^- + p \rightarrow K + \bar{K} + \Lambda$ 反应中,存在 $K-\bar{K}$ 的共振态,共振能量为 1.02 BeV. 不少人对 $K-\bar{K}$ 共振态进行了分析,但并没有得出一致的结论. 本文从场论观点出发,在链式近似下,研究了有关 $K-\bar{K}$ 共振的一些问题,计算结果表明,在 1.02 BeV 附近可能存在两个共振态,而 1.02 BeV 的 $K-\bar{K}$ 共振对应 $T=0, J^{PC}=0^{++}$ 态较为合理.

一、计 算

最近实验结果指出^[1-5], 在 $\pi^- + p \rightarrow K + \bar{K} + n$, $K^- + p \rightarrow K + \bar{K} + \Lambda$ 反应中,存在 $K-\bar{K}$ 共振态,与此所对应的质量为 1.02 BeV, 总共振宽度为 3 MeV^[3-5,14]. 不少人对此共振态的自旋、同位旋以及有关的量子数进行了分析^[1,2,4-7], 但没有得到一致的意见. 现在,我们从场论观点出发,具体来讨论 $K-\bar{K}$ 相互作用,并进一步研究 $K-\bar{K}$ 共振态.

首先我们从相对论协变微扰论导出 $K-\bar{K}$ 的作用位势,然后在链式近似下来讨论 $K-\bar{K}$ 共振,并对有关 $K-\bar{K}$ 共振态的一些量子数及其本身提出我们的看法. 在以下计算中,我们采用 Salam^[6] 等人所提出的相互作用哈密顿函数形式:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_1 &= g_1[\bar{N}i\gamma_5 K\Lambda + \bar{\Lambda}K^*i\gamma_5 N], \\ \mathcal{H}_2 &= g_2[\bar{N}i\gamma_5 \tau \cdot \Sigma K + K^* \bar{\Sigma} \cdot \tau i\gamma_5 N], \\ \mathcal{H}_3 &= g_3[\bar{\Lambda}i\gamma_5 \tilde{K}\epsilon E + \bar{E}\epsilon^* \tilde{K}^* i\gamma_5 \Lambda], \\ \mathcal{H}_4 &= g_4[\bar{E}i\gamma_5 \tau \epsilon \tilde{K}^* \cdot \Sigma + \bar{\Sigma} \cdot \tilde{K}\epsilon^* \tau i\gamma_5 E].\end{aligned}$$

所对应的 $K-\bar{K}$ 散射费曼图可分为图 1 至图 6 六种类型. 图 1, 图 2 可有

$$\begin{aligned}a &= p, p, n(4), \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^+(4), p, p, \Lambda, \Sigma^0, \\ b &= \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^-(4), E^-, E^-, E^0(4), \Sigma^0, \Lambda, E^-, E^-, \\ c &= p, p, n(4), \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^+(4), p, p, \Sigma^0, \Lambda, \\ d &= \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^-(4), E^-, E^-, E^0(4), \Lambda, \Sigma^0, E^-, E^-. \end{aligned}$$

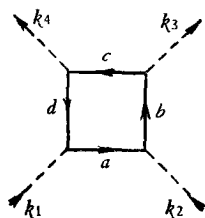


图 1

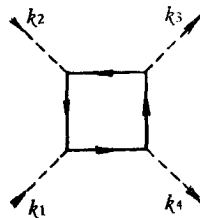


图 2

* 1963 年 10 月 4 日收到.

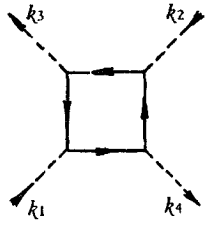


图 3

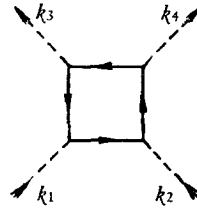


图 4

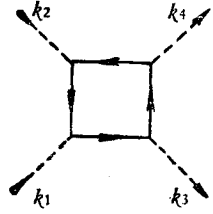


图 5

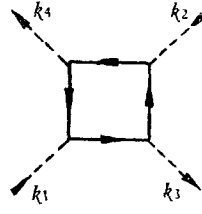


图 6

图 3, 图 4 可有

$$\begin{aligned} a &= p, \quad p, \quad p, \quad p, & b &= \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^0, \Lambda, \\ c &= \Xi^-, \Xi^-, \Xi^-, \Xi^-, & d &= \Lambda, \Sigma^0, \Lambda, \Sigma^0. \end{aligned}$$

图 5, 图 6 可有

$$\begin{aligned} a &= \Lambda, \Sigma^0, \Lambda, \Sigma^0, & b &= p, \quad p, \quad p, \quad p, \\ c &= \Lambda, \Sigma^0, \Sigma^0, \Lambda, & d &= \Xi^-, \Xi^-, \Xi^-, \Xi^-. \end{aligned}$$

括号中 4 表示贡献为该图的 4 倍。

为了方便, 所标出的费曼图仅与 $K^+-\bar{K}^+$ 作用对应, 至于 $K^0-\bar{K}^0$ 的费曼图只需将内线粒子换成相应的粒子即可。由上面可知, $K-\bar{K}$ 散射共有 36 个费曼图。由于考虑低能近似, 所以只展开到外线动量平方项即可。在计算过程中, 我们略去了内线质量差, 而取平均值代之, 即 $m_a^2 = m_b^2 = m_c^2 = m_d^2 = \bar{m}^2$, 这样在二位有效数字范围内并没有带来附加的误差。由此即可求出散射矩阵元, 考虑到散射矩阵元 M_{fi} 和有效位势 V 有以下关系:

$$M_{fi} = -i(2\pi)^4 V,$$

并假设 $g_i = g (i = 1, 2, 3, 4)$, 不难得到各费曼图的有效位势:

$$V_{i=1} = \left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \frac{2}{3\bar{m}^2} [\lambda - k_1^2 - 2k_2^2 - 2k_3^2 - k_1k_2 + k_1k_4 + 3k_2k_4],$$

$$V_{i=2} = V_{i=1}(k_2 \rightarrow -k_4, k_4 \rightarrow -k_2),$$

$$V_{i=3} = V_{i=1}(k_2 \rightarrow -k_4, k_3 \rightarrow -k_2, k_4 \rightarrow k_3),$$

$$V_{i=4} = V_{i=1}(k_3 \rightarrow k_4, k_4 \rightarrow k_3),$$

$$V_{i=5} = V_{i=1}(k_2 \rightarrow -k_3, k_3 \rightarrow k_4, k_4 \rightarrow -k_2),$$

$$V_{i=6} = V_{i=1}(k_2 \rightarrow -k_3, k_3 \rightarrow -k_2).$$

其中 $k_1, k_2; k_3, k_4$ 分别为初态、末态的动量-能量四维矢量, 而 λ 为与重整化方法有关的常数项。

在质心坐标系中有 $k_1 = (\mathbf{p}, p_0), k_2 = (-\mathbf{p}, p_0), k_3 = (-\mathbf{q}, p_0), k_4 = (\mathbf{q}, p_0),$

所以

$$V_{i=1} = V_{i=2} = \left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{m^2} \frac{4}{3} (\lambda_1 - \mathbf{p}^2 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}),$$

$$V_{i=3} = V_{i=6} = \left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{m^2} \frac{4}{3} (\lambda_2 + 2\mathbf{p}^2),$$

$$V_{i=4} = V_{i=5} = \left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{m^2} \frac{4}{3} (\lambda_1 - \mathbf{p}^2 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}).$$

考虑所有的費曼图,即可求得 $K-\bar{K}$ 总的位势。显然,其中包含同位旋 $T = 0, 1$ 两个态,经过一番处理,可分别算出 $T = 0$ 和 $T = 1$ 的贡献。

由此得到同位旋为 T 的 $K-\bar{K}$ 态的有效位势

$$V_T = a_T^S + b_T^S \nu + b_T^P \nu \cos \theta, \quad (1)$$

式中 $\nu = |\mathbf{p}|^2$, a_T^S 为与重整化有关的常数项。且

$$b_{T=0}^S = -21.2 \lambda_3, \quad b_{T=1}^S = -0.41 \lambda_3,$$

$$b_{T=0}^P = -14.5 \lambda_3, \quad b_{T=1}^P = -7.0 \lambda_3,$$

$$\lambda_3 = \left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{m_N^2}, \quad m_N \text{ 为核子质量}.$$

以上计算结果表明, $K-\bar{K}$ 的 S 波相互作用势 $a_T^S + b_T^S \nu$ 中与 $\mathbf{p}^2$ 有关的部分以及 P 波的相互作用势 $b_T^P \nu \cos \theta$, 无论对 $T = 0, 1$ 都具有负值, 即为引力, 因而它们均有可能引起 $K-\bar{K}$ 的共振散射。

以下我们应用链式近似来讨论 $K-\bar{K}$ 的共振散射。对 $K-\bar{K}$ 散射的链式图如下图。于是在链式近似下有^[9]

$$V'_T = V_T + V_T J_T + V_T J_T^2 + \cdots = \frac{V_T}{1 - J_T}, \quad (2)$$

$$J_T = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{V_T(p''q'') \delta^4(k_1 + k_2 - p'' - q'')}{(p'^2 + 1)(q'^2 + 1)} d^4 p'' d^4 q''. \quad (3)$$

(2) 和 (3) 式在质心坐标系中对 S 波是明显成立的。

一般说来, 对于 P 波不能直接写成这种形式, 但经过一番计算, 可以证明其结果总可化成以上

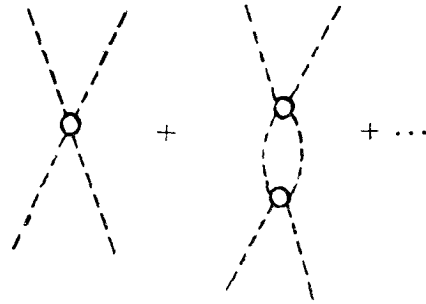
形式, 只不过把 (2) 式中的 J_T 以 $\frac{1}{3} J_T$ 代之。由 (3)

式可以看出, J_T 实际上是二次发散的。为了消除这种发散, 可从 J_T 中减去 $\nu = 0$ 时 J_T 的值, 即 $J_T = J_T(\nu) - J_T(\nu = 0)$, 这种做法是与耦合常数 a_T^S, b_T^S 的重整化相对应的^[9]。如果考虑了 a_T^S, b_T^S 的重整化, 就可将 (3) 式写为

$$J_T = a_T J^{(1)} + b_T J^{(2)}, \quad (4)$$

式中

$$J^{(1)} = J^{(1)}(\nu) - J^{(1)}(0) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{\delta^4(k_1 + k_2 - p'' - q'')}{(p'^2 + 1)(q'^2 + 1)} d^4 p'' d^4 q'' - J^{(1)}(0) =$$



$$= \frac{1}{8\pi^2} \left[\sqrt{\frac{v}{v+1}} \ln(\sqrt{v+1} + \sqrt{v}) - \frac{i\pi}{2} \sqrt{\frac{v}{v+1}} \right], \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} J^{(2)} &= J^{(2)}(v) - J^{(2)}(0) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int \frac{\mathbf{p}''^2 \delta^4(k_1 + k_2 - p'' - q'')}{(p''^2 + 1)(q''^2 + 1)} d^4 p'' d^4 q'' - J^{(2)}(0) = \\ &= \frac{v}{8\pi^2} \left[-\ln 2\Lambda + \sqrt{\frac{v}{v+1}} \ln(\sqrt{v+1} + \sqrt{v}) - \frac{i\pi}{2} \sqrt{\frac{v}{v+1}} \right], \end{aligned} \quad (5b)$$

Λ 为截断因子。根据分析, Λ 取 $2m_\pi$ 是较为合理的^[10]。

对 S 波: $a_T = a_T^S, \quad b_T = b_T^S;$

对 P 波: $a_T = 0, \quad b_T = \frac{1}{3} b_T^P.$

又根据有效势与相移的关系^[10],

$$V'_T = -16\pi \sum_l (2l+1) P_l(\cos\theta) \sqrt{\frac{v+1}{v}} \sin \delta_T^l \exp[i\delta_T^l] \quad (6)$$

可导出有关各态的相移关系式:

$l=0$ 时,

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{v}{v+1}} \cot \delta_T^S &= \frac{-16\pi}{a_T^S + b_T^S v} \left\{ 1 - \frac{a_T^S}{8\pi^2} \sqrt{\frac{v}{v+1}} \ln(\sqrt{v+1} + \sqrt{v}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{b_T^S v}{8\pi^2} \left[\ln 2\Lambda - \sqrt{\frac{v}{v+1}} \ln(\sqrt{v+1} + \sqrt{v}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7a)$$

$l=1$ 时,

$$\sqrt{\frac{v^3}{v+1}} \cot \delta_T^P = \frac{-48\pi}{b_T^P} \left\{ 1 + \frac{b_T^P v}{24\pi^2} \left[\ln 2\Lambda - \sqrt{\frac{v}{v+1}} \ln(\sqrt{v+1} + \sqrt{v}) \right] \right\}, \quad (7b)$$

在共振散射时,其条件为 $\cot \delta_T^l = 0$ 。此时,对 $l=0$ 有

$$\begin{aligned} 1 - \frac{a_T^S}{8\pi^2} \sqrt{\frac{v_r}{v_r+1}} \ln(\sqrt{v_r+1} + \sqrt{v_r}) + \\ + \frac{b_T^S v_r}{8\pi^2} \left[\ln 2\Lambda - \sqrt{\frac{v_r}{v_r+1}} \ln(\sqrt{v_r+1} + \sqrt{v_r}) \right] = 0, \end{aligned} \quad (8a)$$

对 $l=1$ 有

$$1 + \frac{b_T^P v_r}{24\pi^2} \left[\ln 2\Lambda - \sqrt{\frac{v_r}{v_r+1}} \ln(\sqrt{v_r+1} + \sqrt{v_r}) \right] = 0, \quad (8b)$$

且共振宽度 Γ 与耦合常数 a_T, b_T 的关系为^[9]

$$l=0: \quad \Gamma = \frac{-(a_T^S + b_T^S v_r) v_r^{3/2}}{16\pi(v_r+1)}, \quad (9a)$$

$$l=1: \quad \Gamma = \frac{-b_T^P v_r^{5/2}}{48\pi(v_r+1)}. \quad (9b)$$

在此我們要強調指出,以上公式是在鏈式近似下得到的。所以,以下的討論和分析也只在这个前提下有效。最后,我們根据以上共振公式及共振宽度公式,并設各态在 1.02 BeV 产生共振,其分宽度 $\Gamma \sim 1$ MeV。經計算,要求 $K \bar{K}$ 系統具有不同同位旋和角动量的

耦合常数分别为

$$T = 0, \quad l = 0 \text{ 态}, \quad \frac{g^2}{4\pi} \simeq 10,$$

$$T = 1, \quad l = 0 \text{ 态}, \quad \frac{g^2}{4\pi} \simeq 73,$$

$$T = 0, \quad l = 1 \text{ 态}, \quad \frac{g^2}{4\pi} \simeq 21,$$

$$T = 1, \quad l = 1 \text{ 态}, \quad \frac{g^2}{4\pi} \simeq 42.$$

上面的結果表明: 由 $T = 1$ 的态所导致的耦合常数极不正常, 因而有理由认为对 1.02 BeV 的 $K\bar{K}$ 共振不可能是 $T = 1$ 的态; 而在 $T = 0$ 的态所导致的耦合常数, 对于 $l = 1$ 态也过于大, 对于 $l = 0$ 态, 虽然也稍大一些, 但比起其他态, 显然要合理得多.

二、討 論

誠然, 以上結果依赖于截断因子 Λ 的选取, 如 $\Lambda > 2m_\pi$, 耦合常数都相应变小, 但这种变化并不十分显著, 即使取 $\Lambda = 10m_\pi$, 相应的耦合常数仍比以上結果的 $\frac{2}{3}$ 还大, 所以, 依然不能改变 $T = 0, l = 0$ 共振态的合理性. 另外, 我們还注意到, 在 $T = 0, l = 0$ 及 $l = 1$ 的两态之間, 对于阈能附近的共振能量而言, 共振时的 ν_r^l 有近似关系 $\nu_r^{l=1} \simeq 4.4\nu_r^{l=0}$ 存在, 它并不依赖于截断因子, 耦合常数等值的选取.

我們知道, 对于 $T = 0$, 奇异量子数 $S = 0$, $K\bar{K}$ 的两个本征态为^[11]

$$|T = 0, T_3 = 0, G = +\rangle = \frac{1}{2}(-|K^+K^- \rangle - |K^-K^+ \rangle - |K_1K_1 \rangle - |K_2K_2 \rangle), \quad (10a)$$

$$|T = 0, T_3 = 0, G = -\rangle = \frac{1}{2}(-|K^+K^- \rangle + |K^-K^+ \rangle + i|K_1K_2 \rangle - i|K_2K_1 \rangle). \quad (10b)$$

所以, 对于我們的計算結果 $T = 0, J^{PG} = 0^{++}$ 共振的 $K^0\bar{K}^0$ 只应以 $2K_1$ 态出現. 这一結論与 Erwin^[11], Alexander^[12] 根据实验 $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \bar{K}^0 + n$ 所分析得出的結果是一致的, 并且与 Chew-Low 的 π 介子交換模型也是符合的^[12]. 又从共振能量 1.02 BeV 与 $K\bar{K}$ 的阈能相差很小看来, 倾向于 S 波也还是合理的. 但 Sakurai 认为是 $T = 0, J^{PG} = 1^{--}$ 态. 他的主要根据是在 1.02 BeV 处沒发现 2π 共振态, 因而肯定 G 为奇, 然后又从 Bertanza 实验并未发现 $K^0\bar{K}^0$ 的 $2K_1$ 态, 所以就确定 $T = 0, l = 1$; 并称这共振态为 ϕ 矢量介子. 最近一些分析也支持他的观点^[4,5]. 但如果是这样, 則如何对待由 $\pi^- + p$ 实验所作出的 $T = 0, J^{PG} = 0^{++}$ 这一結論, 看来 Sakurai 并没給出适当的解释, 因而 Sakurai 等人的观点仍有商討的余地. 另外, Minami 认为共振态是 $T = 1, J^{PG} = 0^{+-}$ ^[7]. 他的根据仅是在 1.02 BeV 附近沒有发现 $2\pi, 3\pi$ 共振, 缺少正面的理由, 所以依据显得不够充分.

总之, 从我們的鏈式近似計算結果看来, 尽管定量方面可能有異議, 但 $T = 0$ 这一点是明确的, 因此 Minami 的观点很可能是有問題的. 虽然和 Sakurai 的結論也有所不同, 但如果我們认为 $\pi^- + p \rightarrow K + \bar{K} + n$ 所对应的 1.02 BeV $K\bar{K}$ 共振态为 $T = 0, J^{PG} = 0^{++}$, 而 $K^- + p \rightarrow K + \bar{K} + \Lambda$ 所对应的 $K\bar{K}$ 共振即为 Sakurai 的 ϕ 介子, 且 ϕ 介子的質量大

于 1.02 BeV, 即它們分別為两个不同的 $K-\bar{K}$ 共振态, 这样和 Sakurai 的矛盾也許可調和。因为如果認為 1.02 BeV 共振态为 $T = 0, J^{PG} = 0^{++}$, 則計算結果表明 $T = 0, J^{PG} = 1^{--}$ 所对应共振态的能量为 1.12 BeV, 即 ϕ 介子質量应为 1.12 BeV。当然, 我們也設想过, 如果把 1.02 BeV 解释为 $T = 0, J^{PG} = 1^{--}$ 共振态, 那么对应于 $T = 0, J^{PG} = 0^{++}$ 的共振能量約为 1.00 BeV。这就是說, 也有可能 Sakurai ϕ 矢量介子的質量为 1.02 BeV。这和 Glashow 和 Rosenfeld 的結果是一致的^[13], 他們認為 $K-\bar{K}$ 共振态有两个, 一个为 K_1-K_2 态 ($T = 0, J^{PG} = 1^{--}$), 对应能量 1.03 BeV, 另一个为 $2K_1$ 态 ($T = 0, J^{PG} = 0^{++}$), 而它的能量在 $K-\bar{K}$ 閾能附近 (1.00 BeV)。不过, 这时我們的截断因子就需要取得非常大, 这从場論观点来看, 是較难接受的。然而, 他們認為 $2K_1$ 态的能量小于 K_1-K_2 态的能量, 这一点和我們从場論观点出发在鏈式近似下所得的結論是完全一致的。但究竟 $K-\bar{K}$ 在 1.02 BeV 附近, 有一个共振态还是两个共振态; 如果有两个, 究竟哪一个質量大, 这还有待实验进一步澄清。当然, 在理論上这也是一个令人感兴趣的問題。

在我們的分析工作中, 高崇寿同志与作者之一进行了不少有益的討論, 我們深为感謝。

参 考 文 献

- [1] Erwin, A. R., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 34.
- [2] Alexander, G., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 460.
- [3] Bertanza, L., et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 180.
- [4] Schlein, P., et al., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 368.
- [5] Connolly, P. L., et al., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 371.
- [6] Sakurai, J. J., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 472.
- [7] Minami, S. and Huggett, R. W., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 507.
- [8] 朱洪元, 量子場論 (科学出版社, 1960).
- [9] 石田普, 中泽嘉三, 物理譯丛, 1963, 第2期 46 頁; Ishida, S. and Nakazawa, K., *Prog. Theor. Phys.*, **27** (1962), 33.
- [10] Miyamoto, Y., *Prog. Theor. Phys.*, **24** (1960), 840.
- [11] Goldhaber, M., Lee, T. D. (李政道) and Yang, C. N. (楊振宁), *Phys. Rev.*, **112** (1958), 1796.
- [12] Chew, C. F. and Low, F. E., *Phys. Rev.*, **113** (1959), 1640.
- [13] Glashow, S. L. and Rosenfeld, A. H., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 192.
- [14] Kersch, L. and Plano, R., *Phys. Rev. Letters*, **11** (1963), 438.

$K-\bar{K}$ RESONANCE

Hsu PEI-WEI KUNG FAN-MEI KUNG HSUCH-HUI

(Nankai University)

ABSTRACT

The existence of a resonance in $K-\bar{K}$ pair with a mass of 1.02 BeV has been recently observed in π^-p and K^-p collisions. In several reports the quantum numbers in this resonant state have been determined, but the results are different from one another. From the field theoretical point of view and by means of the chain approximation, we have calculated the interaction potential of $K-\bar{K}$ system and indicated that there is a resonance in 1.02 BeV $T = 0, J^{PG} = 0^{++}$.