第20卷 第2期　　物 理 学 报　　Vol. 20, No. 2
1964 年 2 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　Feb., 1964

論 π 介子光致产生过程的分波分析中的不定性*

黄 念 宁

自从南氏[1]发現 π 介子与核子散射中的著名的南氏不定性后，不少作者[2]研究了各种弹性过程的分波分析中的运动学不定性，并給出了相应的物理解释．对非弹性过程迄今还沒有进行仔細的研究．作为第一步，并为了实际上的目的，本文討論 π 介子光致产生过程的分波分析中的不定性．

跃迁振幅可以写成如下形式：

$$M(\mathbf{q}, \mathbf{k}) = \frac{2\pi}{ik} \sum_{JMlLP} Y_{l\frac{1}{2}}^{JM}(\mathbf{q}) Y_{LP\frac{1}{2}}^{JM+}(\mathbf{k}) R_{lLP}^{J}, \tag{1}$$

式中 $Y_{l\frac{1}{2}}^{JM}$ 为旋量球諧函数；$Y_{LP\frac{1}{2}}^{JM}$ 为旋量多极波函数；$\mathbf{k}, \mathbf{q}$ 为始末态相对动量；R_{lLP}^{J} 为多极振幅．由守恆律，除 $l, L, P = \left(J+\frac{1}{2}, J-\frac{1}{2}, 1\right), \left(J+\frac{1}{2}, J+\frac{1}{2}, 0\right), \left(J-\frac{1}{2}, J-\frac{1}{2}, 0\right), \left(J-\frac{1}{2}, J+\frac{1}{2}, 1\right)$ 外，R_{lLP}^{J} 为 0，这时分别以 E_{+}^{l}, M_{+}^{l}, M_{-}^{l}, E_{-}^{l} 来表示．

由拉卡系数的一般性質，南氏[1]发現下列变換：

$$\begin{aligned} M_{+}^{l} &\to E_{-}^{l}, \quad M_{-}^{l} \to E_{+}^{l}, \\ E_{+}^{l} &\to M_{-}^{l}, \quad E_{-}^{l} \to M_{+}^{l} \end{aligned} \tag{2}$$

保持微分截面不变．这种变換不改变多极級 L．可以証明[3]，这相应于跃迁振幅的下列变換：

$$M(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \to (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}) M(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \mathbf{s} \cdot \mathbf{k}. \tag{I}$$

这里 $\boldsymbol{\sigma}$, $\mathbf{s}$ 分別为核子与光子的自旋算符．按戴逊和南部[3]，这种变換可以解释为末态核子自旋繞末态相对动量和始态光子自旋繞始态相对动量的同时轉动．

在本文中，我們討論 π 介子光致产生过程中的所有可能的运动学不定性．不难看出，下列变換

$$M(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \to (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}) M(\mathbf{q}, \mathbf{k}) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}) \tag{II}$$

也保持微分截面不变．我們来証明变換 (II) 的确給出同样有物理意义的多极跃迁振幅．显然，$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}$ 不改变总角动量 J，而改变宇称．不难看出，它也不保持多极級 L 不变．因此一般

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} Y_{LP\frac{1}{2}}^{JM}(\mathbf{k}) = \sum_{L'P'} F_{L'P'LP}^{J} Y_{L'P'\frac{1}{2}}^{JM}(\mathbf{k}) \tag{3}$$

* 1963 年 4 月 17 日收到．

利用文献[2]中的技巧不难求出 $F^{J}_{L'P'LP}$ 之值．我們将它写成下列矩陣形式 $\Big[$以 $(L, P)=$ $=\left(J+\frac{1}{2}, 0\right), \left(J+\frac{1}{2}, 1\right), \left(J-\frac{1}{2}, 1\right), \left(J-\frac{1}{2}, 0\right)$ 的順序，$J \neq \frac{1}{2}\Big]$：

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{2}{2J+1} & 0 & \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} \\ -\frac{2}{2J+1} & 0 & \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} & 0 & \frac{2}{2J+1} \\ \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} & 0 & \frac{2}{2J+1} & 0 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

由此我們看到，相应于变换 (II)，多极跃迁振幅发生下列变换：

$$\left.\begin{aligned} M^J_+ &\to -\frac{2}{2J+1} E^J_- + \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} M^J_- \\ M^J_- &\to \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} M^J_+ + \frac{2}{2J+1} E^J_+ \\ E^J_+ &\to \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} E^J_- + \frac{2}{2J+1} M^J_- \\ E^J_- &\to -\frac{2}{2J+1} M^J_+ + \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} E^J_+ \end{aligned}\right\} \quad J \neq \frac{1}{2}. \tag{5}$$

$$M^{\frac{1}{2}}_+ \to -E^{\frac{1}{2}}_-, \quad E^{\frac{1}{2}}_- \to -M^{\frac{1}{2}}_+.$$

变换 (II) 为始态核子自旋与末态核子自旋分别繞始、末态的相对动量的同时轉动，轉动为 $\pi/2$．变换 (II) 和变换 (I) 一样，同时改变始、末态的宇称，但与变换 (I) 不同的在于不保持多极級不变．

由 (I) 和 (II) 立即看到下列变换也保持微分截面不变：

$$M(\mathbf{q}, \mathbf{k}) \to M(\mathbf{q}, \mathbf{k})(\mathbf{s}\cdot\mathbf{k})(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{k}). \tag{III}$$

对应于 (III) 的多极跃迁振幅的变换如下：

$$\left.\begin{aligned} M^J_+ &\to -\frac{2}{2J+1} M^J_+ + \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} E^J_+ \\ M^J_- &\to \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} E^J_- + \frac{2}{2J+1} M^J_- \\ E^J_+ &\to \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} M^J_+ + \frac{2}{2J+1} E^J_+ \\ E^J_- &\to \frac{2}{2J+1} E^J_- + \frac{\sqrt{(2J+3)(2J-1)}}{2J+1} M^J_- \end{aligned}\right\} \quad J \neq \frac{1}{2}. \tag{6}$$

$$M^{\frac{1}{2}}_+ \to -M^{\frac{1}{2}}_+, \quad E^{\frac{1}{2}}_- \to -E^{\frac{1}{2}}_-.$$

变换(III)为始态核子自旋与光子自旋繞相对动量的同时轉动．它不改变始、末态的宇称，

但也不保持多极級不变.

上述变换是由它們保持微分截面不变的条件导出的. 我們进一步看到，还有若干可观察量也是在上述变换下不变的. 例如极化靶的微分截面是在变换(I)下不变的，极化光子的微分截面是在变换(II)下不变的，反冲核子的极化是在变换(III)下不变的. 因而利用此等量的测量不能消除这些不定性. 由完全测量的观点至少需要光子和始、末态核子有两者是极化的，而且核子极化不能是纵向的.

由时間反演不变性和么正条件，曾經証明[4]，多极跃迁振幅与 π 介子和核子散射相移之間的关系为

$$\begin{aligned} E^l_+ &= |E^l_+| e^{i\delta^l_+}, \qquad M^l_+ = |M^l_+| e^{i\delta^l_+}, \\ E^l_- &= |E^l_-| e^{i\delta^l_-}, \qquad M^l_- = |M^l_-| e^{i\delta^l_-}, \end{aligned} \tag{7}$$

式中 δ^l_+, δ^l_- 分别为 $l = J + \frac{1}{2}$, $J - \frac{1}{2}$ 态的散射相移.

由 (7) 式可見，变换 (I)，(II) 联系着散射过程中的南氏变换. 大家知道，对 π 介子与核子散射，南氏不定性可以由低能下相移的能量相依及别种理論考虑消除. 因此由实际应用看来，至少对低能情形，变换 (I)，(II) 的存在沒有十分重要的意义. 另一方面我們看到，变换 (III) 幷不牵涉到末态改变，因而卽使散射相移已經决定，也不能决定由变换(III)給出的不同多极跃迁振幅的集合. 由实际观点看来，要消除这种不定性需要光子或始态核子极化的实驗. 因而变换 (III) 下的不定性具有重要的实际意义.

由我們的过程中的旋向 (dichotomic) 算符只有 $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}$, $\mathbf{s} \cdot \mathbf{k}$ 和 $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{q}$, 以上所指出的变换是保持微分截面不变的全部可能的变换.

最后，作者由衷感謝时学丹同志的有价值的討論和胡宁教授的帮助和鼓励.

参 考 文 献

[1] Minami, S. *Prog. Theor. Phys.*, **11** (1954), 213.
[2] 黃念宁，物理学报，**19** (1963), 306 (参看索引文献).
[3] Hayakawa, S. Kawaguchi, M. and Minami, S. *Suppl. Prog. Theor. Phys.*, **5** (1958), 41.
[4] Watson, K. M., *Phys. Rev.*, **95** (1954), 228.