

中 微 子 的 质 量*

陸 埏 楊国琛 羅遼復

(天津工学院) (内蒙古大学物理系)

提 要

本文討論了 μ 中微子的靜質量在各种过程中的效应。特別分析了两个此效应表现得明显的过程, μ 介子与电子的湮没和 π 輻射衰变。指出給 μ 中微子以一个不太小的靜質量,例如 $5m_e$ 能和目前已有的一切实验不矛盾。并指出进一步确定 μ 中微子的質量的可能的实验。

一、中微子質量的普遍討論

近来实验已証实了 μ 中微子(記为 λ)与 e 中微子(記为 ν)的不同。对于 e 中微子,其靜質量可以通过 β 蛻变的电子能譜測定。由于电子能譜在最大能量 W 邻近是 $(W - E)^2$ 型变化的,中微子 ν 的靜質量 m_ν 的不同会引起 W 的变化,因而使能譜在上限邻近相当灵敏地依赖于靜質量 m_ν 。实验給出^[1]

$$m_\nu \lesssim 5 \times 10^{-4} m_e, \quad (1)$$

从 β 蛻变定出的中微子質量不能适用于 λ 中微子,对于 λ 中微子的靜質量 m_λ ,以前曾有个别的討論。例如 Barkas 等人^[2]曾分析了 π 介子的 μ 蛻变中释放出来的中性粒子的質量,指出其上限約为 $7m_e$ 。Dudziak 等^[3]通过 μ 蛻变电子最大能量的分析指出:

$$m_\lambda \lesssim 8m_e \quad (\text{如 } m_\mu = 206.86 \pm 0.11m_e)$$

或

$$m_\lambda \lesssim 9m_e \quad (\text{如 } m_\mu = 206.93 \pm 0.13m_e). \quad (2)$$

若采用更新的 m_μ 的資料,取 $m_\mu = 206.76 \pm 0.03 m_e$ ^[4],則可得到更准确的 m_λ 的上限:

$$m_\lambda \lesssim 5m_e. \quad (3)$$

从两种中微子的不同被实验証实后,討論 λ 中微子的質量变得格外有趣; μ 介子与电子的巨大質量差也启示了 λ 与 ν 两种中微子有很大質量差別的可能。关于这方面, Bahcall 和 Curtis 曾作了討論^[5],分析了 μ 介子的产生(即 π 蛻变和 K 蛻变)和蛻变中中微子的質量效应,指出 m_λ 对上述过程的影响一般是微弱的,較敏感地依赖于 m_λ 的是 μ 蛻变中电子能譜的高能端譜形。但是要从已有的实验給出 m_λ 的可靠的上限并指出进一步确定 m_λ 的可能实验,单单分析 π 蛻变(或 K 蛻变)和 μ 蛻变是不够的,必須全面地分析各种与 λ 粒子有关的过程中表现出来的 m_λ 效应。本文目的就在于此,先对与 λ 有关的过程作一普遍分析,然后就其中两个 m_λ 效应比較显著并易于分离出来的过程作較細致的分析,最后指出进一步确定 m_λ 的可能实验。

* 原稿于1962年9月10日收到;1963年3月4日收到修改稿;1963年5月5日收到第二次修改稿。

有 λ 中微子参与的反应,从实验上已研究过的主要有三类:

(1) 二体蜕变 如

$$\pi \rightarrow \mu + \lambda, \quad K \rightarrow \mu + \lambda; \quad (4)$$

(2) 三体蜕变 如

$$\mu \rightarrow e + \nu + \lambda, \quad \pi \rightarrow \mu + \lambda + \gamma, \quad K \rightarrow \mu + \lambda + \gamma; \quad (5)$$

(3) 俘获过程 如核子上的俘获

$$\mu + P \rightarrow N + \lambda, \quad \mu + P \rightarrow N + \lambda + \gamma \quad (6)$$

及 μ 介子和电子的湮没

$$\mu + e \rightarrow \lambda + \nu. \quad (7)$$

二体蜕变最为简单,能谱是线状的,由能量动量守恒就可把能谱确定. 从 π 蜕变物的能谱定出 m_λ 的上限为 $7m_e$ ^[2]. λ 的质量除引起谱线的移动外,还影响蜕变物的极化度;很易证明,蜕变产物 μ 介子的极化度为 v_λ ¹⁾, 此处 v_λ 为 λ 粒子的速度(本文将取 $\hbar = c = 1$ 的单位制). 静止 π 介子蜕变中放出中微子的能量约 $60m_e$, 故

$$m_\lambda \sim 60m_e \sqrt{1 - v_\lambda^2} \sim 60m_e \sqrt{2(1 - v_\lambda)}. \quad (8)$$

实验上 μ 介子的极化度 P_l 不易测准,例如文献[6]中引到的数据有

$$|P_l| = 0.87 \pm 0.02^{[7]} = 0.94 \pm 0.07^{[8]} = 0.97 \pm 0.04^{[9]}$$

即使取其最大的极化度 $|P_l| \gtrsim 0.97$, 此时由(8)得 $m_\lambda \lesssim 15m_e$, 可见由极化度的测量并不能得到 m_λ 的准确知识.

μ 介子在核子上的俘获也会受 m_λ 的影响,考虑到俘获过程中释放出的 λ 中微子的能量很高, λ 的静质量比起这个能量小得多,故可预期 λ 的质量效应不会显著. 又由于这个过程与强作用有关,理论上的完善处理比较困难,通常在核子流中引入代表强作用的形状因子,而形状因子之未能完全定出,必会影响 λ 中微子的静质量效应之分离^[10]. 故企图从这实验得到更多 m_λ 的知识在目前是不可能的.

μ 介子和电子间的湮没过程十分有趣. Hughes 等人的实验曾证明, μ^+ 介子在高压氩气中几乎百分之百地和电子结合而形成类氢原子,称为 μ 介子素(muonium)^[11]. μ 介子素可以通过 μ 介子自由地蜕变 ($\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\lambda}$), 也可直接通过四费米子弱作用而湮没. 当然,似乎还存在着 μ 介子和电子间的辐射湮没过程:

$$\mu + e \rightarrow \gamma + \gamma, \quad (9)$$

$$\mu + e \rightarrow \gamma + \gamma + \gamma. \quad (10)$$

这些过程并不违反各熟知的守恒定律,但是却未被实验发现. 有人引进相乘性守恒律的办法加以禁戒^[12], 给 μ 介子和 λ 中微子以量子数 -1 . 也有人引进相加性守恒律的办法加以禁戒^[13], 给 μ^- 和 λ 以量子数 $+1$, μ^+ 和 $\bar{\lambda}$ 以量子数 -1 , e, ν 的量子数零. 但是对于

$$\mu^+ + e^- \rightarrow \mu^- + e^+, \quad (11)$$

$$\mu^+ + \mu^+ \rightarrow e^+ + e^+ \quad (12)$$

等过程,为后法所禁戒,但不为前法所禁戒. 如果这些过程确实存在,那么 μ 介子素 ($\mu^+ + e^-$) 有一定的几率转化为反 μ 介子素 ($\mu^- + e^+$), 因而在原来只有 μ 介子素的情况下,

1) 此结果和文献[5]略有不同,该文[4]式疑有错.

有一定的几率测得来自 μ^- 蜕变的高能电子。但是这些过程迄今尚未发现, 因此可以假定, 后一方法更为合理(我们认为相加性守恒律可换用另一种在概念上更明确、更直截了当的提法, 即假定 μ 介子、 λ 中微子和电子、 ν 中微子是两种不同类型的轻子, 两种轻子的轻子数在反应中分别守恒)。在这一假定下, 不必考虑 μ 介子素转化为反 μ 介子素的可能性, 只须研究(7)型的湮没。这个过程终态只有两种中微子存在, 它们的质量差, 亦即 λ 中微子的质量, 必会显著影响湮没几率及湮没过程中的极化。本文第二节再对这个过程作分析。

对于三体蜕变, μ 蜕变中的 m_λ 效应曾被研究^[5]。这是一个在实验上作过详细考察的过程, 因此分析 m_λ 效应比较方便。普遍地说, 在三体蜕变中, 中微子质量效应主要起源于两个原因:

(1) 相体积效应 由能量动量守恒定律可知, 如果 $m_\lambda \approx 0$, 那么蜕变子体(如 μ 蜕变中的电子, π 辐射衰变中的 μ 介子)的最大能量必减少, 从而减小了衰变子体的有效相体积。这个效应一方面使蜕变子体能谱的高能端“向内收缩”, 另一方面相体积的减小会使得衰变率减小而增加衰变粒子的寿命^[1]。

(2) 极化关联效应 如所周知, 在 V-A 理论中, 出射中微子的纵极化度 $\sim v_\lambda = \frac{P_\lambda}{E_\lambda}$, 当 $m_\lambda \approx 0$ 时 $v_\lambda < 1$, 因此 λ 中微子将非完全纵极化, 反映于 λ 纵极化度的 m_λ 效应将通过关联效应和角动量守恒而影响其他出射粒子的角分布和极化性质, 最后通过能量动量守恒而影响这些粒子的能谱。

这两个效应都在蜕变子体的能谱的高能端明显地表露出来, 因为相体积效应使得蜕变子体能谱高能端“向内收缩”, 而极化关联效应也在此端较显著。例如在 μ 蜕变中, 和电子能谱高能端相应的 λ 中微子的能量必很小, 因此其速度(从而它的纵极化度)强烈地受到 $m_\lambda \approx 0$ 的影响。这一点在文献[5]中已用图表示出来。

普遍分析了三体蜕变中的 m_λ 效应后, 可以看出, 除了 μ 蜕变外, 另一个三体蜕变过程, π 辐射衰变, 对于研究 m_λ 效应也是重要的, 因为这个过程中释放出的中微子能量比起其他过程来都要小。例如 μ 俘获中释放出中微子的能量约为 m_μ , μ 蜕变中释放出中微子的能量平均约为 $m_\mu/4$ (因电子的最大能量约 $m_\mu/2$), 而 π 辐射衰变中释放出中微子的能量平均为 $\frac{m_\pi - m_\mu}{2}$, 故这一过程中的 m_λ 效应显著, 特别是在 μ 介子能谱的高能端。 π

1) 文献[5]中指出, 令 $m_\lambda = 5m_e$ 时, 求得的 μ 寿命比令 $m_\lambda = 0$ 时得到的小 1%, 这个结论是不正确的。对于 μ 蜕变, 如果略去 $(m_e/W)^3$ 和 $(m_\lambda/W)^4$ 及更高的项, 能谱为 (除去 $\frac{E}{W} > 0.98$, 当 $\frac{E}{W} > 0.98$, $m_\lambda \approx 0$ 时的谱形迅速下降, 低于 $m_\lambda = 0$ 时的谱)

$$P(x) = \frac{4G^2 m_\mu W^4}{3(2\pi)^8} x^2(3-2x),$$

式中 $x = \frac{E}{W}$, $\lambda = \frac{m_\lambda}{W}$, $\mu = \frac{m_\mu}{W}$, $W = \frac{m_\mu^2 + m_e^2 - m_\lambda^2}{2m_\mu}$ 为电子的最大能量, 上式和文献[5]中(12)式一

致。由于寿命反比于 $\int_0^1 P(x) dx$, 考虑到 $W = W_0(1 - \frac{\lambda^2}{4})$ (W_0 为 $m_\lambda = 0$ 时电子最大能量), 可得 $\tau = \tau_0(1 + \lambda^2)$, 故 $m_\lambda \approx 0$ 时的 μ 寿命比 $m_\lambda = 0$ 时的寿命 τ_0 大, 不过这个差别很小, 超出了今日实验观察的能力^[20]。

輻射衰变的衰变率相对于正常衰变的分支比为 10^{-4} , 較难观察, 但近年已积累了有关此过程衰变率和能譜的一些数据^[14], 其中包括了 μ 能譜高能端的衰变率較大的結果, 而这对我们的分析是有利的。同时也有一些人对此作了理論計算^[15,16], 他們的計算中都把 $m_\lambda \approx 0$ 当成零, 因而不能从他們的結果中分析 λ 的质量效应。本文第三节将考虑 $m_\lambda \approx 0$ 对此过程的影响, 求得 μ 介子能譜, 指出 μ 能譜的高能端譜形的观察对于确定 m_λ 的上限是有意义的。

最后, 三体蜕变中的极化测量对于确定 m_λ 并没有帮助, 因为直到现在为止的极化测量还很不准确^[6], 而 $m_\lambda \approx 0$ 对极化的影响却很微弱。例如 μ 蜕变, 释放出的电子能量很大, 电子的质量与之相比完全可略去, 而略去 m_e 必然得到电子的纵极化为 100%, 可見只有有必要考虑 m_e 对电子纵极化的影响时, $m_\lambda \approx 0$ 的作用才会显露。文献[5]对此有过一些討論, 我們重作了計算。計算表明: 准到 $\left(\frac{m_e}{W}\right)^3$ 和 $\left(\frac{m_\lambda}{W}\right)^3$ 的条件下求得的纵极化度仍不受 $m_\lambda \approx 0$ 的影响, 这个影响必須在准到 $\left(\frac{m_\lambda}{W}\right)^4$ 和 $\left(\frac{m_e}{W}\right)^4$ 时才会显示(見附录)。

二、 μ 介子和电子間的湮沒

本节首先討論自由 μ 介子和电子間的湮沒截面, 以后討論单态和三态的 μ 介子素的湮沒率, 最后討論 μ 介子素湮沒放出的中微子的极化。

根据普适 V-A 理論, 过程(7)的矩陣元

$$M_{fi} = -i(2\pi)^4 \frac{G}{\sqrt{2}} (v^+(\mu) \delta_{\rho\mu}(e)) (u^+(v) \delta_{\rho\nu}(\lambda)), \quad (13)$$

$$o_\rho = \gamma_4 \gamma_\rho (1 + \gamma_5) \quad (14)$$

(为便于計算, 已将場算符的次序作了 Fierz 变换)。湮沒在 $d\Omega$ 立体角元內发射出 ν 中微子的几率为

$$dw = \frac{1}{(2\pi)^{10}} |M_{fi}|^2 \rho_E d\Omega. \quad (15)$$

終态密度(在质心系中)

$$\rho_E = E_\nu^2 E_\lambda / (E_\nu + E_\lambda). \quad (16)$$

如不測量初末态自旋, 則对初态自旋平均末态自旋求和后得

$$\frac{1}{4} \sum_{(\mu e \lambda \nu)} |M_{fi}|^2 = \frac{2(2\pi)^8 G^2 (P_\mu P_\nu) (P_e P_\lambda)}{E_\mu E_e E_\nu E_\lambda}. \quad (17)$$

湮沒截面为

$$\phi = \frac{1}{v} \int dw = \frac{2G^2}{\pi v} \left(\frac{E_\nu^2 E_\lambda}{E_\nu + E_\lambda} \right) \left(1 + \frac{1}{3} \frac{P_\mu^2 P_\nu^2}{E_\mu E_e E_\nu E_\lambda} \right) \quad (v \text{ 为 } \mu \text{ 和 } e \text{ 間相对速度}). \quad (18)$$

一个非极化 μ 介子在物质中的湮沒率为

$$R = \phi v N z, \quad (19)$$

其中 N 为单位体积物质中原子数, z 为其原子序数。

对于特别有兴趣的低速度情形 ($v \rightarrow 0$), 我們有

$$\phi_0 = \frac{2G^2}{\pi v} \frac{E_\nu^2 E_\lambda}{m_\mu + m_e} = \frac{G^2}{4\pi v} (m_\mu + m_e)^2 \left\{ 1 - \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e} \right)^4 \right\}, \quad (20)$$

这时, 慢化了的非极化 μ 介子在物质中的湮没率 R_0 将取常值. (20) 式表明了湮没率对 m_λ 的依赖, $m_\lambda \rightarrow 0$ 将使得湮没率减小 $\left(\frac{m_\lambda}{m_\mu}\right)^2$ 倍.

实际上, μ^+ 介子在物质中有很高的几率和电子形成 μ 介子素. 下面讨论 μ 介子素的湮没率, 分别就单态和三态进行讨论. 无论哪一种情况, 湮没率都可按 (19) 式计算, 这时, 对于一个 μ 介子素, 电子云密度不取 Nz 而取 $|\psi(0)|^2$ ^[17], 这里

$$|\psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi a_0^3} = \frac{e^6 m_\mu^3 m_e^3}{\pi (m_\mu + m_e)^3} \quad (21)$$

(a_0 为 μ 介子素的玻耳轨道半径). 对于单态 μ 介子素的湮没, 求 (19) 式中的 ϕ 时, 所遇矩阵元不能用 (17) 的对自旋求和式, 而只考虑 μ 和 e 的自旋反平行态. 对于三态, 则只考虑自旋平行态. 另外 μ 介子素中 μ 介子和电子的动量都很小, 计算矩阵元时不妨略去. 设 u_+ 和 u_- 分别表示自旋同向和反向于 z 轴的轻子正能态波函数, v_- 和 v_+ 分别表示相应轻子负能态波函数, 显然, v_- 和 v_+ 分别对应于自旋反向和同向于 z 轴的反轻子正能态. 在通常的 Dirac-Pauli 表象中^[18],

$$\begin{aligned} u_+ &= i \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} & u_- &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ v_- &= -i \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} & v_+ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (22)$$

于是

$${}^0A_\rho = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_+^\dagger(\mu) \delta_\rho u_-(e) - v_-^\dagger(\mu) \delta_\rho u_+(e)) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 0, 0, -2) \quad (23)$$

属于 μ 介子和电子组成单态的情形, 因为它只有第四个分量, 在空间转动下不变, 相当于自旋为零. 而

$$\begin{aligned} {}^1A_\rho &= v_+^\dagger(\mu) \delta_\rho u_+(e) = (1, i, 0, 0), \\ {}^2A_\rho &= v_-^\dagger(\mu) \delta_\rho u_-(e) = (1, -i, 0, 0), \\ {}^3A_\rho &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v_+^\dagger(\mu) \delta_\rho u_-(e) + v_-^\dagger(\mu) \delta_\rho u_+(e)) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 0, 2i, 0) \end{aligned} \quad (24)$$

属于三态的情形, 因为它们的第四分量都为零, 在空间转动下各按三维矢量变换, 相当于自旋为 1.

如果不测量终态粒子的自旋, 则应对 λ 和 ν 的自旋求和, 故对于单态有

$$\sum_{\lambda, \nu} |M_{fi}|^2 = \frac{(2\pi)^8 G^2}{2} \sum_{\lambda, \nu} |{}^0A_\rho u^+(\nu) \delta_\rho v(\lambda)|^2 = 2(2\pi)^8 G^2 \left(1 - \frac{E_\nu}{E_\lambda}\right). \quad (25)$$

单态湮没率为

$$\begin{aligned} {}^1R &= |\psi(0)|^2 \frac{1}{(2\pi)^{10}} \int \sum_{\lambda, \nu} |M_{fi}|^2 \rho_E d\Omega = \bar{R} \left(1 - \frac{E_\nu}{E_\lambda}\right) = \\ &= \bar{R} \left\{1 - \left[1 - \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e}\right)^2\right] / \left[1 + \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e}\right)^2\right]\right\}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\bar{R} = \phi_0 \nu |\psi(0)|^2 = \frac{G^2 e^6}{4\pi^2} \left(\frac{m_\mu^3 m_e^3}{m_\mu + m_e} \right) \left\{ 1 - \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e} \right)^4 \right\} \quad (27)$$

为单态和三态的平均湮没率。对于三态,可用(24)式中任一式来求湮没率,求得

$$\sum_{\lambda, \nu} |M_{fi}|^2 = \frac{(2\pi)^8 G^2}{2} \sum_{\lambda, \nu} |^3 A_{\rho \mu^+}(\nu) \delta_{\rho \nu}(\lambda)|^2 = 2(2\pi)^8 G^2 \left\{ 1 + \frac{E_\nu}{E_\lambda} - \frac{2E_\nu}{E_\lambda} \cos^2 \theta \right\}, \quad (28)$$

其中 θ 为 $\mathbf{P}_\lambda$ 和 z 轴的夹角。三态湮没率为

$$\begin{aligned} {}^3R &= |\psi(0)|^2 \frac{1}{(2\pi)^3} \int \sum_{\lambda, \nu} |M_{fi}|^2 \rho_E d\Omega = \bar{R} \left(1 + \frac{E_\nu}{3E_\lambda} \right) = \\ &= \bar{R} \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e} \right)^2 \right] / \left[1 + \left(\frac{m_\lambda}{m_\mu + m_e} \right)^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

考虑到目前实验所确定的 m_λ 上限约为 $5m_e$, 略去 m_λ 的高次项, 可把 $\bar{R}$, 1R 和 3R 近似表为

$$\begin{aligned} \bar{R} &\cong \frac{G^2 e^6}{4\pi^2} \left(\frac{m_\mu^3 m_e^3}{m_\mu + m_e} \right) \left\{ 1 - \frac{m_\lambda^2}{m_\mu^2} \right\}, \\ {}^1R &\cong \frac{G^2 e^6}{2\pi^2} \left(\frac{m_\mu^3 m_e^3}{m_\mu + m_e} \right) \frac{m_\lambda^2}{m_\mu^2}, \\ {}^3R &\cong \frac{G^2 e^6}{3\pi^2} \left(\frac{m_\mu^3 m_e^3}{m_\mu + m_e} \right) \left\{ 1 - \frac{3}{2} \frac{m_\lambda^2}{m_\mu^2} \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

(30)式表明, μ 介子素的湮没率和 λ 中微子的静质量有明显的依赖, 特别是对于单态的情形, 如果 $m_\lambda = 0$, 这种湮没被禁戒。这一禁戒是 V-A 理论的必然结果, 因为如果 λ 和 ν 一样, 静质量也是零, 则 λ 和 ν 都是左旋的, $\bar{\lambda}$ 和 $\bar{\nu}$ 都是右旋的, 故 μ 介子素湮没产生的两种中微子一是左旋一是右旋。在质心系中两种中微子以相反的方向运动, 总角动量在运动方向的投影将是 1。若初态是单态, 这一跃迁将违反角动量守恒而被禁戒。如果 $m_\lambda \neq 0$, 那么 λ 中微子不具有确定螺旋度, 这时单态湮没率可以不等于零而比例于 $(m_\lambda/m_\mu)^2$ 。因此在理论上可以通过单态 μ 介子素湮没的观察检查 m_λ 是否为零。但实际上 μ 介子素湮没放出的是弱作用粒子, 难于直接探测, 同时 μ 介子素的湮没几率非常小, 使得从 μ 介子蜕变事例的减少来间接探知它的湮没也十分困难。作为初步估计, 我们可略去电子和 λ 中微子的质量, 这时自由 μ 介子的蜕变率为^[19]

$$\omega \sim G^2 m_\mu^5 / 192\pi^3, \quad (31)$$

而三态 μ 介子素的湮没率为

$${}^3R \sim G^2 e^6 m_\mu^2 m_e^3 / 3\pi^2.$$

两者之比为

$${}^3R/\omega \sim 64e^6 m_e^3 / m_\mu^3 \sim 2.8 \times 10^{-12}. \quad (32)$$

可见极大部分 μ 介子素都通过 μ 介子自由蜕变而消失, 湮没所占百分比极小。对于研究 λ 的静质量, 最感兴趣的是单态的湮没, 而单态湮没率又为三态的 $(m_\lambda/m_\mu)^2$, 因此这种现象的实验观察相当困难。 μ^+ 分子的形成^[20]不会显著改变 μ 介子处的电子云密度, 因而不会减少实验的困难。

最后,我們研究 μ 介子湮沒放出 λ 中微子的极化。为确定起见,假定討論 $\mu^+ + e^-$ 的湮沒。利用

$$v(\lambda) = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}_\lambda}{E_\lambda + m_\lambda} \varphi \right), \quad (33)$$

将矩陣元化到 λ 中微子的自旋表象中去。

$$\sum_\nu |M_{fi}|^2 \sim \sum_\nu |{}^s A_{\rho\nu} u^+(\nu) \delta_{\rho\nu} v(\lambda)|^2, \quad (34)$$

此处求和不对 λ 自旋,又 $s = 0$ 和 $1, 2, 3$ 分别代表单态和三态。对于单态,

$$\sum_\nu |M_{fi}|^2 \sim v^+(\lambda) \hat{P}_\nu \gamma_4 (1 + \gamma_5) v(\lambda) \sim \varphi^+ \left(1 + \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}_\lambda}{P_\lambda} \right) \varphi. \quad (35)$$

故 $\tilde{\lambda}$ 的纵极化度为 -1 , 其实这是 V-A 理論和角动量守恒直接要求的。如果 $m_\lambda \neq 0$, $\tilde{\lambda}$ 可以具有这种极化性质, 如果 $m_\lambda = 0$, $\tilde{\lambda}$ 須是完全右旋, 即纵极化度为 $+1$, 因而这一湮沒是不可能的。对于三态, 可取 $s = 1, 2$ 或 3 , 例如取 3 , 有

$$\sum_\nu |M_{fi}|^2 \sim v^+(\lambda) \gamma_3 \gamma_4 \hat{P}_\nu \gamma_3 (1 + \gamma_5) v(\lambda). \quad (36)$$

利用(33)经过适当简化, 可得 $\tilde{\lambda}$ 的纵极化度

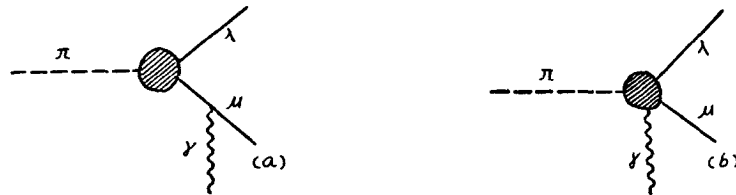
$$P_l \cong 1 - \frac{m_\lambda^2}{m_\mu^2}. \quad (37)$$

这里 P_l 是正的, 因此单态和三态 μ 介子湮沒放出的 $\tilde{\lambda}$ 极化方向相反。如果 $m_\lambda = 0$, 那么 $P_l = 1$, 得到熟知的結果。

总结本节的討論, μ 介子素的湮沒率和湮沒放出中微子的极化明显依赖于 λ 中微子的质量, 并表现出十分有趣的性质。不过由于这一过程的几率很小(同时 m_λ 的质量也很小), 企图从这方面的实验来给出 m_λ 的知识在目前还是困难的。另一方面, 给 m_λ 以一个不太小的静质量, 例如 $5m_e$, 能和此过程的一切现有实验相协调。

三、 π 輻射衰变

假定弱作用 V-A 型对弱作用作最低次微扰, $\pi \rightarrow \mu + \lambda + \gamma$ 的費曼图有二类。图(a)代表 μ 介子加速产生的内韧致辐射, 此项与强作用无关, 完全由规范不变条件所确定。



图(b)代表伴随着强作用的辐射, 它依赖于“黑盒”结构。和图(a)相似的有 π 介子加速产生的内韧致辐射, 考虑 π 介子在其中静止的参考系, 并选取特殊规范 $A_4 = 0$, 可使此项矩陣元消去^[21]。图(a)相应的矩陣元为[本节 s 矩陣元和通常的定义差一因子 $i\delta^4(\Sigma P)$]

$$s_a = \frac{(2\pi)^4}{2\sqrt{m_\pi\omega}} \frac{ef}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}(\lambda) \hat{q}(1 + \gamma_5) \frac{i(\hat{P} + \hat{k}) - m_\mu}{(P + k)^2 + m_\mu^2} \hat{s}v(\mu) \right), \quad (38)$$

式中 e, f 为电磁作用、弱作用常数; q, k, P 分别代表 π, γ 和 μ 的四维能量动量。图(b)的处理一般说来较复杂,但在 π 的 μ 辐射衰变中动量交换较小,故此项的贡献比韧致项小,可作适当的近似处理。这个情况和 π 的 e 辐射衰变不同,后一过程动量交换大,较多依赖于代表强作用的“黑盒”结构,下面具体的计算可以证实这一点。记图(b)的 s 矩阵元为 s_b , 并令

$$s_b(k=0) = s_{b1}, \quad (39)$$

则 s_{b1} 应为无辐射的 π 蜕变 s 矩阵元。

$$s' = \frac{-i(2\pi)^4 f}{2\sqrt{m_\pi}} (\bar{u}(\lambda) \hat{q}(1 + \gamma_5) v(\mu)), \quad (40)$$

通过规范变换,令 $\hat{q} = -e \frac{\hat{s}}{\sqrt{2\omega}}$ 得到^[22,23],即

$$s_{b1} = (\bar{u}(\lambda) \gamma_a (1 + \gamma_5) v(\mu)) \varepsilon_a \frac{i(2\pi)^4 ef}{2\sqrt{2m_\pi\omega}}. \quad (41)$$

s_b 中除了 s_{b1} 外,还有一些与 k 有关的项。为了获得这些项,我们采用 Tetsuo Egnchi^[22] 的类似的考虑,从不变性的普遍讨论,并设弱作用为矢量型和赝矢量型,则与图(b)有关的 s 矩阵元

$$\begin{aligned} s_b = & F_1 \frac{i(2\pi)^4 ef}{2\sqrt{2m_\pi\omega}} (\bar{u}(\lambda) \gamma_a (1 + \gamma_5) v(\mu)) \varepsilon_a + \\ & + \frac{F_2}{m_\pi^2} \frac{i(2\pi)^4 ef}{2\sqrt{2m_\pi\omega}} (\bar{u}(\lambda) \gamma_a \gamma_\beta \gamma_\nu (1 + \gamma_5) v(\mu)) k_\alpha \varepsilon_\beta q_\nu. \end{aligned} \quad (42)$$

易证(42)和(38)之和规范不变(将此二项和 π 内韧致项加在一起,把 ε_a 换成 k_a 后得零)。 F_1 和 F_2 为形状因子,依赖于此过程的不变量 $q \cdot k$ (此过程另二不变量 $\varepsilon \cdot k$ 和 $\varepsilon \cdot q$ 因洛伦兹条件和特殊规范的选取而为零)。将 F_1 和 F_2 按 $q \cdot k$ 展开,考虑到第二项比第一项小一个倍数 $qk/m_\pi^2 \sim \frac{k}{m_\pi} \sim \frac{1}{10}$ (因光子平均能量约为 $\frac{m_\pi - m_\mu}{2}$),故展开时 F_1 多保留一项。

$$F_1(q \cdot k) = F_1(0) + F_1'(0) \frac{q \cdot k}{m_\pi^2}, \quad F_2(q \cdot k) = F_2(0). \quad (43)$$

$F_1(0), F_2(0), F_1'(0)$ 为展开系数,由(39)可知 $F_1(0) = 1$, 于是

$$\begin{aligned} s_b = & s_{b1} + s_{b2}, \\ s_{b2} = & F_1'(0) \frac{q \cdot k}{m_\pi^2} \frac{i(2\pi)^4 ef}{2\sqrt{2m_\pi\omega}} (\bar{u}(\lambda) \gamma_a (1 + \gamma_5) v(\mu)) \varepsilon_a + \\ & + F_2(0) \frac{1}{m_\pi^2} \frac{i(2\pi)^4 ef}{2\sqrt{2m_\pi\omega}} (\bar{u}(\lambda) \gamma_a \gamma_\beta \gamma_\nu (1 + \gamma_5) v(\mu)) k_\alpha \varepsilon_\beta q_\nu. \end{aligned} \quad (44)$$

s_{b2} 为 s_{b1} 的 $1/10$ 。 s_{b1} 和 s_a 可合并,记为 s_0 :

$$s_0 = s_a + s_{b_1} = \frac{-(2\pi)^4 m_\mu}{2\sqrt{m_\pi \omega}} \frac{ef}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}(\lambda)(1 - \gamma_5) \frac{2\varepsilon P - \hat{\varepsilon} \cdot \hat{k}}{2(Pk)} v(\mu) \right) - \\ - \frac{-(2\pi)^4 m_\lambda}{2\sqrt{m_\pi \omega}} \frac{ef}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}(\lambda)(1 + \gamma_5) \frac{2\varepsilon P - \hat{\varepsilon} \cdot \hat{k}}{2(Pk)} v(\mu) \right). \quad (45)$$

将(45)和(44)比较,可看出 s_{b_2} 和 s_0 的比值在数量级上为

$$\frac{q \cdot k}{m_\pi^2} \cdot \frac{k}{m_\mu} \sim \frac{k^2}{m_\pi^2} \sim \frac{1}{100}.$$

在 μ 介子能谱的高能端,这个比值还会减小,故可忽略 s_{b_2} 项,这将使计算大大简化. 另外比较(45)和(41),知 s_0 约为 s_{b_1} 的 m_μ/k 倍,这表明依赖于“黑盒”结构的主要项 s_{b_1} 比翘翘项 s_a 小得多,因而图(b)的贡献比图(a)小得多,这个情况和 π 介子的 e 辐射衰变不同^[21,23].

由直接计算得到对自旋(包括光子极化)求和的 s 矩阵元为

$$\sum_{(\gamma, \mu, \lambda)} |s|^2 = \sum_{(\gamma, \mu, \lambda)} |s_0|^2 = (2\pi)^8 \frac{e^2 f^2}{4m_\pi \omega} \frac{1}{EE_\lambda} \left\{ (m_\mu^2 + m_\lambda^2) \left[-1 + \frac{m_\pi}{E - P \cos \theta} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{P^2 \sin^2 \theta (Em_\pi - m_\mu^2)}{\omega^2 (E - P \cos \theta)^2} + \frac{P^2 \sin^2 \theta (m_\pi - E + P \cos \theta)}{\omega (E - P \cos \theta)^2} \right] + \right. \\ \left. + 2m_\mu^2 m_\lambda^2 \frac{P^2 \sin^2 \theta}{\omega^2 (E - P \cos \theta)^2} \right\}, \quad (46)$$

式中 θ 为 $\mathbf{P}$ 与 $\mathbf{k}$ 之间夹角,蜕变率

$$dw = 16\pi^3 \int_0^\pi \sum_{(\gamma, \mu, \lambda)} |s|^2 \frac{P^2 dP \sin \theta}{(2\pi)^6} k^2 \left(\frac{\partial k}{\partial E_f} \right)_{E_f=m_\pi} d\theta, \quad (47)$$

以

$$\omega = k = \frac{m_\pi(W - E)}{m_\pi - E + P \cos \theta}, \\ (\partial k / \partial E_f)_{E_f=m_\pi} = \frac{(m_\pi - E)(m_\pi - E + P \cos \theta) - m_\pi(W - E)}{(m_\pi - E + P \cos \theta)^2}, \\ W = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\lambda^2}{2m_\pi} \quad (\mu \text{ 介子的最大能量}) \\ = W_0 - \frac{m_\lambda^2}{2m_\pi} \quad (W_0 \text{ 为 } m_\lambda = 0 \text{ 时 } \mu \text{ 介子最大能量}) \quad (48)$$

代入(47),完成对 θ 的积分后,得

$$\frac{dw}{dE} = \frac{2}{(2\pi)^3} \frac{e^2 f^2}{4m_\pi} \left\{ \frac{2P}{m_\pi(W - E)} [(m_\mu^2 + m_\lambda^2)m_\pi^2 - (m_\mu^2 - m_\lambda^2)^2] \left(\ln \frac{E+P}{m_\mu} - \frac{P}{E} \right) + \right. \\ \left. + (m_\mu^2 + m_\lambda^2) \frac{P}{E} (W - E) \ln \frac{(E+P)m_\pi - m_\mu^2}{(E-P)m_\pi - m_\mu^2} \right\}. \quad (49)$$

如果 $m_\lambda = 0$,则此式和前人的结果一致^[15].

在高能端,和 $W - E$ 成比例的项可以略去,如果同时略去(49)中和 m_λ^2 , m_λ^4 成比例的项,则

$$\frac{dw}{dE} \simeq \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{e^2 f^2 m_\mu P}{m_\pi^2 (W - E)} (m_\pi^2 - m_\mu^2) \left(\ln \frac{E+P}{m_\mu} - \frac{P}{E} \right) \sim \frac{1}{W - E}. \quad (50)$$

(49)和(50)是在略去 s_{b_2} 項后得到的, 前已估計, 此項很小, 如果要作进一步的考虑, 可仿文献 [26, 27] 的作法, 将 s_{b_2} 項与 $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ 連系起来, 其結果为在衰变率表式中增加与 $W - E$ 成比例的項

$$f(E)(W - E). \quad (51)$$

$f(E)$ 为某一 E 的函数, 从 π 的寿命可以估計得此項大小低于(49)式右方的 1%, 而在高能端完全可以略去. 因此 μ 介子能譜高能譜形取(50)式的 $\frac{1}{W - E}$ 可认为是相当准确的.

当 $m_\lambda = 0$, 能譜在上限邻近的行为为 $\frac{1}{W_0 - E}$, 故高能譜形在 $m_\lambda \approx 0$ 时由于极大能值 W 移动而改变, 从譜形的这一变化可测出 $W_0 - W$ 并进而求得 m_λ . 建議实验上作 $1/\frac{dw}{dE} - E$ 曲綫, 在 E 接近 W 时, (50)式指出, 曲綫应为一直接綫, 此綫在横軸上的截矩为 W . 当 $m_\lambda = 0$ 时, 此直接綫有一平行移动而使横軸截矩增为 W_0 . 从这个移动的量的測量可求出 $W_0 - W$ 和 m_λ . (在 π 的二体衰变中, 綫譜位置因 m_λ 不同而引起的移动亦为 $W_0 - W$, 不过从实验的观点看来, 如果有同样充分的衰变事例, 直接綫平行移动的距离可比两个点間的距离量得更准, 因此, 从 π 輻射衰变高能能譜的測量, 有助于决定 λ 中微子的质量上限.)

已有的測量 m_λ 的实验为 1) 測量 π 蜕变产物 μ 介子的能量^[2]; 2) 測量 μ 蜕变产物电子的最大能量^[3]. 为了进一步求得 m_λ 的准确的值, 除了繼續改善此二观测外, 可以作 μ 蜕变电子能譜高能譜形和 π 輻射蜕变 μ 介子高能能譜的測量, 因为前面的分析已經指出, 这两个过程的高能能譜对 m_λ 的依賴較灵敏且較易观察. μ 蜕变电子能譜为 Bahcall 和 Curtis 得到^[5]. 当 $m_\lambda = 0$, 在电子能量 $E =$ 电子最大能量 W 时, 衰变几率不为零, 取一个有限的数值. 当 $m_\lambda \approx 0$, E 靠近 W 时, 衰变率迅速下降而趋于零. 但 $m_\lambda \approx 0$ 引起的能譜的这个变化只在 $W - E \lesssim m_e$ 时才显著起来, 因此若 μ 蜕变中电子能譜的測量能作得十分准确, 从实验上得到最大值邻近能量改变 $1m_e$ 的区間中能譜的精确曲綫, 則由此过程能得到 m_λ 的可靠的上限, 这是測量 m_λ 的最好的实验. 但近年来, 关于 μ 蜕变电子能譜的几組实验^[24, 3, 8, 25], 在电子最大能值邻近 $10m_e$ 范围内, 最多只提供了六七个实验点, 而且实验誤差往往达到能譜曲綫最高值的 1/5, 看来企图从 μ 蜕变能譜这样一个实验来精确定出 m_λ 暂时尚有困难, 考虑其他方法, 例如 π 輻射衰变, 是有必要的.

綜合前面的关于 λ 中微子参与的各种过程的討論, 可知給 λ 以一个不太小的靜質量, 例如 $5m_e$, 能和目前已有的一切实验不矛盾, λ 具有較大的靜質量是完全可能的. 另一方面, 为了确定 λ 的质量上限, 須作更精确的实验, 除了已有的和已建議的两个观测—— π 蜕变的 μ 介子綫譜位置和 μ 蜕变电子的高能能譜(包括端点能)——外, 測量 π 輻射衰变的高能 μ 介子能譜是有一定意义的.

附 录

(一) π 衰变中 μ 介子的极化

根据普适 V-A 理論, 并考虑了强作用的影响后,

$$\langle \mu | H_{\text{int}} | \lambda \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} f_\pi \frac{1}{\sqrt{2\omega}} k_a \bar{u}_\mu \gamma_a (1 + \gamma_5) u_\lambda, \quad (1)$$

利用 π 介子静止的条件, $k_i (i = 1, 2, 3) = 0$, $k_4 = i\omega$. 因此与问题有关的矩阵元为

$$\bar{u}_\mu \gamma_4 (1 + \gamma_5) u_\lambda, \quad (2)$$

利用

$$u = \left(\frac{m + E}{2E} \right)^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{P}}{m + E} \chi \end{pmatrix}, \quad (3)$$

可将(2)化为在 μ 介子和 λ 中微子的自旋表象中的矩阵元

$$\bar{u}_\mu \gamma_4 (1 + \gamma_5) u_\lambda = \sqrt{\frac{m_\lambda m_\mu}{E_\lambda E_\mu}} \frac{1}{\sqrt{2m_\lambda (E_\lambda + m_\lambda)}} \frac{1}{\sqrt{2m_\mu (E_\mu + m_\mu)}} \chi_\mu^\dagger f \chi_\lambda, \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} f &= A + iB \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{P}_\lambda}{P_\lambda}, \\ A &= (E_\mu + m_\mu)(E_\lambda + m_\lambda) - P_\lambda^2, \\ B &= -iP_\lambda(E_\lambda + m_\lambda - E_\mu - m_\mu). \end{aligned} \quad (5)$$

可见 λ 中微子和 μ 介子都是纵向极化的, 由于角动量守恒, 两种粒子有相同的极化度. 令纵向极化度为 P_l , 则

$$\begin{aligned} P_l &= \frac{i(A^*B - AB^*)}{AA^* + BB^*} = \\ &= \frac{-2[(E_\mu + m_\mu - E_\lambda)^2 - m_\lambda^2](E_\lambda + m_\lambda)P_\lambda}{(E_\lambda + m_\lambda)^2(E_\mu + m_\mu - E_\lambda + m_\lambda)^2 + P_\lambda^2(E_\mu + m_\mu - E_\lambda - m_\lambda)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

如忽略去 m_λ^2 项, 则

$$P_l = -\frac{P_\lambda}{E_\lambda} = -v_\lambda. \quad (7)$$

以上考虑的是 π^- 的衰变, 对于 π^+ 衰变, (6), (7) 的符号应改为正号.

(二) μ 衰变中电子的纵向极化

考虑静止 μ 介子的衰变电子的纵向极化, 假定初态 μ 介子无极化. 由普适 V-A 理论,

$$\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\lambda \gamma_a (1 + \gamma_5) u_\mu \bar{u}_e \gamma_a (1 + \gamma_5) u_\nu. \quad (8)$$

为便于利用 μ 介子静止的条件而使计算简化, 可将场算符的次序由 $(\lambda\mu)(e\nu)$ 变到 $(e\mu)(\lambda\nu)$, 对于 V-A 作用, 这一变更是允许的. 于是

$$\langle f | H_{\text{int}} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_e \gamma_a (1 + \gamma_5) u_\mu \bar{u}_\lambda \gamma_a (1 + \gamma_5) u_\nu. \quad (9)$$

为了极化分析的方便, 须利用(3), 将弱作用流 $\bar{u}_e \gamma_a (1 + \gamma_5) u_\mu$ 变到 e 和 μ 的自旋表象中去.

$$\begin{aligned} \bar{u}_e \gamma (1 + \gamma_5) u_\mu &= \chi_e^\dagger f \chi_\mu, \\ \bar{u}_e \gamma_4 (1 + \gamma_5) u_\mu &= \chi_e^\dagger f_4 \chi_\mu, \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{f} = \frac{i(E + m_e - \boldsymbol{\delta} \cdot \mathbf{P}) \boldsymbol{\sigma}}{\sqrt{2E(E + m_e)}} \quad (E, P, m_e \text{ 为电子的量}),$$

$$f_4 = \frac{E + m_e - \boldsymbol{\delta} \cdot \mathbf{P}}{\sqrt{2E(E + m_e)}}. \quad (11)$$

引入密度矩阵 $\rho = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\xi})$, $\boldsymbol{\xi}$ 为一单位矢量, 代表被观察的电子的极化方向, 如观察纵极化则 $\boldsymbol{\xi}$ 取 $\pm \mathbf{P}/P$. 记(9)的平方对 λ, ν 和 μ 的自旋求和后为 $M^\pm$ (正号对应于观察电子的自旋和 $\mathbf{P}$ 同向, 负号对应于被观察电子的自旋和 $\mathbf{P}$ 反向), 则

$$M^\pm = \frac{G^2}{2} T_\gamma \rho_{\pm f_\alpha f_\beta}^+ \cdot T_\gamma \frac{-i\hat{P}_\lambda + m_\lambda}{2E_\lambda} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \frac{-i\hat{P}_\nu}{2E_\nu} \gamma_4 (1 + \gamma_5) \gamma_\beta \gamma_4, \quad (12)$$

$$\rho^\pm = \frac{1}{2} \left(1 \pm \boldsymbol{\delta} \cdot \frac{\mathbf{P}}{P} \right). \quad (13)$$

由(12)和(13)不难求得

$$M_+ + M_- = 8G^2 \left(1 - \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{P}_\lambda}{EE_\lambda} \right), \quad M_+ - M_- = -8G^2 \frac{P}{E} \left(1 - \frac{E\mathbf{P} \cdot \mathbf{P}_\lambda}{P^2 E_\lambda} \right). \quad (14)$$

令 dN_+ 为能量在 dE 间隔中自旋指向 $\mathbf{P}$ 的衰变电子数, dN_- 为能量在 dE 间隔中自旋指向 $-\mathbf{P}$ 的电子数, 则纵极化度 P_e 为

$$P_e = \frac{dN_+ - dN_-}{dN_+ + dN_-}, \quad (15)$$

$$dN_+ \pm dN_- = 2\pi \int_0^\pi \frac{1}{2} (M_+ \pm M_-) \frac{P^2 dP \sin \theta d\theta}{(2\pi)^6} P_\nu^2 \left(\frac{\partial P_\nu}{\partial E_f} \right)_{E_f=m_\mu} \cdot 8\pi^2. \quad (16)$$

完成相积分后得

$$\frac{dN_+ + dN_-}{dE} = \frac{2G^2(E^2 - m_e^2)^{\frac{1}{2}} m_\mu^2 (W - E)^2}{3(2\pi)^2 \left(m_\mu (W - E) + \frac{1}{2} m_\lambda^2 \right)^3} \{ E[3m_\mu(W - E) +$$

$$+ (E^2 - m_e^2)(2m_\mu(W - E) + 3m_\lambda^2) + 3m_\lambda^4] +$$

$$+ (m_\mu - E)(E^2 - m_e^2)[2m_\mu(W - E) + 3m_\lambda^2] \}, \quad (17)$$

$$\frac{dN_+ - dN_-}{dE} = -\frac{2G^2(E^2 - m_e^2)^{\frac{1}{2}} m_\mu^2 (W - E)^2}{3(2\pi)^3 \left(m_\mu (W - E) + \frac{1}{2} m_\lambda^2 \right)^3} \left\{ \frac{(E^2 - m_e^2)^{\frac{1}{2}}}{E} E[3m_\mu(W - E) +$$

$$+ (E^2 - m_e^2)(2m_\mu(W - E) + 3m_\lambda^2) + 3m_\lambda^4] +$$

$$+ \frac{E}{(E^2 - m_e^2)^{\frac{1}{2}}} (m_\mu - E)(E^2 - m_e^2)[2m_\mu(W - E) + 3m_\lambda^2] \right\}, \quad (18)$$

式中 W 为电子的最大能量:

$$W = \frac{1}{2m_\mu} (m_\mu^2 + m_e^2 - m_\lambda^2). \quad (19)$$

由(15), (17), (18)可求得 P_e 的表达式, 在准确到 $\left(\frac{m_e}{W}\right)^3$ 和 $\left(\frac{m_\lambda}{W}\right)^3$ 的条件下,

$$P_e = - \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{m_e}{E} \right)^2 \frac{3 - 4x + x^2}{3 - 2x} \right),$$

$$x = \frac{E}{W_0} = \frac{2E}{m_\mu}. \quad (20)$$

上面讨论的是 μ^- 介子的衰变, 对于 μ^+ 衰变, 正电子的纵极化度应在(20)式中取正号。由(20)可见, 即使准到 $\left(\frac{m_e}{W}\right)^3$ 和 $\left(\frac{m_\lambda}{W}\right)^3$, 电子的纵极化度仍不受 λ 中微子的有限静质量的影响。

参 考 文 献

- [1] Deutsch, M. and Kofoed, Hansen, O., Experimental Nuclear Physics, ed. by E. Segrè Vol. 3 (1959), 569; Sakurai, J. J., *Phys. Rev. Lett.*, **1** (1958), 40.
- [2] Barkas, W. H., et al., *Phys. Rev.*, **101** (1956), 778.
- [3] Dudziak, W. F., et al., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 336.
- [4] Lathrop, J. F., et al., *Nuovo Cimento*, **17** (1960), 114.
- [5] Bahcall, J.; Curtis, R. B., *Nuovo Cimento*, **21** (1961), 422.
- [6] Алиханян, А. И., Вайсенберг, А. О., *Изв. АН СССР Серия физическая*, **26** (1962), 698.
- [7] Вайсенберг, А. О., *ЖЭТФ*, **41** (1961), 853; Али-заде, С. А. и др., *ЖЭТФ*, **40** (1961), 452.
- [8] Plano, R. J., *Phys. Rev.*, **119** (1960), 1400.
- [9] Bardou, M., et al., *Phys. Rev. Lett.*, **2** (1959), 56.
- [10] Adams, J. B., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 1567; Wolfenstein, L., Proceedings 1960 Conference on High Energy Physics, 529.
- [11] Hughes, V. W., et al., *Phys. Rev. Lett.*, **5** (1960), 63.
- [12] Cabbibo, N. Gatto, R., *Phys. Rev. Lett.*, **5** (1960), 114.
- [13] Feinberg, C., Weinberg, S., *Phys. Rev. Lett.*, **6** (1961), 381.
- [14] Castagnoli, C., et al., *Phys. Rev.*, **112** (1958), 1779.
- [15] Fialho, Tiomno, *Anais Acad. Brail. Cienc.*, **24** (1952), 245; Иоффе, Б. Л. и др., *ДАН СССР*, **82** (1952), 359.
- [16] Kamefuchi, S., et al., *Nucl. Phys.*, **6** (1958), 114; Kerson Huang, Low, F. E., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 1400.
- [17] Heitler, W., The Quantum Theory of Radiation, (俄文版), 309.
- [18] 朱洪元, 量子场论, p. 91.
- [19] Feynmann, R. P.; Gell-Mann, M., *Rhys. Rev.*, **109** (1958), 193; Sudarshan, E. C. G., Marshak, R. E., *Phys. Rev.*, **109** (1958) 1860; Sakurai, J. J., *Nuovo Cimento*, **7** (1958), 649.
- [20] Ансельм, А. А., Шехтер, В. М., *ЖЭТФ*, **43** (1962), 958.
- [21] Bludman, S. A., Young, J. A., *Phys. Rev.*, **118** (1960), 602.
- [22] Tetsuo Egnchi, *Phys. Rev.*, **102** (1956), 879.
- [23] 陈炎发, 宋 燮, 物理学报, **16** (1960), 247; 郭碩鴻, 物理学报, **16** (1960), 299.
- [24] Rosenon, R., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 958.
- [25] Block, M. M., et al., Proceedings 1960 Conference on High Energy Physics, 553.
- [26] Вакс, В., Иоффе, Б., *ЖЭТФ*, **35** (1958), 221.
- [27] Cabbibo, N., *Nuovo Cimento*, **11** (1959), 837.
- [28] Lundy, R. A., *Phys. Rev.*, **125** (1962), 1686.

THE MASS OF MUONIC NEUTRINO

LU TAN

YANG KUO-SHEN

LO LEAU-FU

*(Tientsin College of Engineering)**(Inner Mongolian University)*

ABSTRACT

The rest-mass effects of the muon's neutrino are discussed. The influence on the two processes—the radiative decay of π mesons and the muon-electron annihilation—in which these effects are exhibited appreciably is analysed in detail. It is shown that no conflict with existing experimental data would arise from assuming the muonic neutrino to possess a finite, not too small rest-mass. Observations for a more accurate evaluation of the rest-mass of the muonic neutrino are also suggested.