第 20 卷 第 3 期　　物 理 学 报　　Vol. 20, No. 3
1964 年 3 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　March, 1964

s 波 $\pi-\pi$ 散 射*

胡 宁　楊国楨
(北京大学物理系)

提　　要

本文用鏈狀近似从一个不可重正化的作用拉氏函数計算 π-π 的 s 波散射振幅. 这个作用拉氏函数所給出的 p 波散射恰恰正是 Frazer-Fulco 由色散关系得出的解. 我們的計算結果指出, s 波散射振幅中含有两个新的参数. 因为作用拉氏函数是不可重正化的,引进新的参数是无法避免的. 我們所得到的 s 波截面是与实驗一致的. 最后还討論了我們的方法和色散关系方法的联系.

过去几年的实驗找出了很多 π-π 散射的共振态, 但在理論方面还有一些沒有澄清的重要問題. 其中一个重要問題是: 不同角动量态的散射之間存在的关系是什么? 在色散关系的处理里,由于不再承認相互作用拉氏函数,不同角动量态間的联系是由交叉对称条件表达的,但是由于色散关系对球函数的展开存在发散困难,因此在角动量表象里交叉条件不能严格地写出. 再者 Regge 最近曾經指出,不同角动量态散射間的关系可以由散射振幅在角动量复平面里的解析性得出,在沒有交叉对称条件时,这个关系仍然是存在的.

Cini 和 Fubini[1] 指出:交叉道的弹性部分事实上是和原散射道的非弹性部分密切相連的,因此在处理弹性散射問題时,只考虑交叉道的影响而忽略去非弹性道的貢献可能不是一个自洽的方法. 在低能时,交叉道的影响显然是重要的. 当能量增高时,非弹性道的影响将会变得重要. 这正是 π-π p 波散射的几个高能的共振所在的能量区域.

在人們发現色散关系以前, Tamm-Dancoff 或 Bethe-Salpeter 的近似是用来处理強作用的一般方法. 这个方法是 Weisskobf-Wigner 处理原子共振态方法在強作用中的推广, 过去这个方法幷沒有給出很多滿意的結果. 現在看来,原因可能在过去的处理里, π-π 作用都完全被忽視了,而不是方法本身的缺陷. 这个方法的一个缺点是它导致非物理的极点. 然而在現有的色散关系的解中,非物理的极点也是照样会出現的.

在前几篇論文[2]中我們曾經指出, Frazer-Fulco[3] 由色散关系得出的 p 波 π-π 散射解也可以用 Bethe-Salpeter 近似由一个不可重正化的作用拉氏函数得到. 这意味着色散关系的最普遍的解可能相当于一个不可重正化的作用拉氏函数. 我們知道, 色散关系的普遍解包含有无穷多个参数,在另一方面,为着从不可重正化的拉氏函数得出有限的結果,我們必須引进一个任意的形式因子,这个形式因子也相当于无穷多个未知的参数.

如果我們接受不可重正化的拉氏函数作为描写 π-π 作用的出发点, 那么在不同角动量态的 π-π 散射振幅可以直接从所給的作用拉氏函数算出而无需考虑交叉条件. 在

*1963 年 2 月 25 日收到.

Tamm-Dancoff（或 Bethe-Salpeter）近似中，交叉道和非弹性道都是属于高粒子数的态，因此在初級的近似下都必須忽略去.

我們所需要的作用拉氏函数是

$$L=\sum_{\mu=1}^{4}\sum_{\alpha=1}^{3}\sum_{\beta=1}^{3}\frac{1}{2}g\left(\frac{\partial\varphi_\alpha}{\partial x_\mu}\varphi_\beta-\varphi_\alpha\frac{\partial\varphi_\beta}{\partial x_\mu}\right)\left(\frac{\partial\varphi_\alpha}{\partial x_\mu}\varphi_\beta-\varphi_\alpha\frac{\partial\varphi_\beta}{\partial x_\mu}\right),\tag{1}$$

式中 φ_α 是介子場算符在同位旋空間的分量，g 是作用常数. 作用(1)是不可重正化的. 在文献[2]的 I 中我們曾經指出，在 Bethe-Salpeter 型的鏈状近似下，(1) 給出 Frazer-Fulco 由色散关系得出的 p 波 π-π 散射解. 这个解包含两个参数. 一个参数是作用常数 g，另一个参数是截断参数 Λ.

下面我們将从(1)导出 s 波散射. 为着这个目的，我們先把(1)写成下面的形式:

$$L=\sum_{I=0}^{2}L_I,\tag{2}$$

$$\begin{aligned}L_I=&\sum_\alpha\sum_\beta\sum_\gamma\sum_\lambda\sum_\mu g_I(\xi_I)_{\alpha\beta;\gamma\lambda}\left\{\frac{\partial\varphi_\alpha^{(-)}}{\partial x_\mu}\frac{\partial\varphi_\beta^{(-)}}{\partial x_\mu}\varphi_\gamma^{(+)}\varphi_\lambda^{(+)}+\right.\\&+\varphi_\alpha^{(-)}\varphi_\beta^{(-)}\frac{\partial\varphi_\gamma^{(+)}}{\partial x_\mu}\frac{\partial\varphi_\lambda^{(+)}}{\partial x_\mu}-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\varphi_\alpha^{(-)}}{\partial x_\mu}\varphi_\beta^{(-)}+\frac{\partial\varphi_\beta^{(-)}}{\partial x_\mu}\varphi_\alpha^{(-)}\right)\times\\&\left.\times\left(\frac{\partial\varphi_\gamma^{(+)}}{\partial x_\mu}\varphi_\lambda^{(+)}+\frac{\partial\varphi_\lambda^{(+)}}{\partial x_\mu}\varphi_\gamma^{(+)}\right)\right\},\quad(I=0,2),\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}L_1=&\frac{3}{2}\sum_\alpha\sum_\beta\sum_\gamma\sum_\lambda\sum_\mu g_1(\xi_1)_{\alpha\beta,\gamma\lambda}\left(\frac{\partial\varphi_\alpha^{(-)}}{\partial x_\mu}\varphi_\beta^{(-)}-\frac{\partial\varphi_\beta^{(-)}}{\partial x_\mu}\varphi_\alpha^{(-)}\right)\times\\&\times\left(\frac{\partial\varphi_\gamma^{(+)}}{\partial x_\mu}\varphi_\lambda^{(+)}-\frac{\partial\varphi_\lambda^{(+)}}{\partial x_\mu}\varphi_\gamma^{(+)}\right),\end{aligned}\tag{4}$$

式中 $\varphi_\alpha^{(-)}$, $\varphi_\alpha^{(+)}$ 分别代表介子場算符 φ_α 的放出和吸收部分，且

$$\begin{gathered}(\xi_0)_{\alpha\beta,\gamma\lambda}=\frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\lambda},\quad(\xi_1)_{\alpha\beta,\gamma\lambda}=\frac{1}{2}(\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\lambda}-\delta_{\alpha\lambda}\delta_{\beta\gamma}),\\(\xi_2)_{\alpha\beta,\gamma\lambda}=\frac{1}{2}\left(\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\lambda}+\delta_{\alpha\lambda}\delta_{\beta\gamma}-\frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\lambda}\right)\end{gathered}\tag{5}$$

是同位旋态 $I=0,1,2$ 的投影算符. 在(3)和(4)中，g_I 的定义为

$$g_I=\epsilon_I g,\quad\epsilon_0=2,\quad\epsilon_1=1,\quad\epsilon_2=-1.\tag{6}$$

$I=1$ 的情况已經在 I 中处理过，在 I 中也已对 $I=0$ 和 $I=2$ 的态进行了初步的討論[1]. 命 p_1, p_2 和 p_3, p_4 分别代表始态两个介子和末态两个介子的四度动量. 引入

$$\begin{gathered}q=p_1+p_2=p_3+p_4,\\p_{12}=\frac{1}{2}(p_1-p_2),\quad p_{34}=\frac{1}{2}(p_3-p_4).\end{gathered}\tag{7}$$

从(3)我們很容易得到 s 波散射的二級微扰矩陣元为

$$\begin{gathered}M=M_A+M_B+M_C,\\M_A=g_I^2(\xi_I)_{\alpha\beta,\gamma\lambda}\int\frac{\left(\frac{1}{2}q^2-k^2\right)^2d^4k}{\left[\left(\frac{1}{2}q-k\right)^2-\mu^2\right]\left[\left(\frac{1}{2}q+k\right)^2-\mu^2\right]},\end{gathered}\tag{8}$$

1) 在 I 中，{ } 括号的最后一項未被計入. g_1 和 g 的分别也被忽視.

$$M_B = g_I^2 (\xi_I)_{\alpha\beta,\gamma\lambda} \left[\left(\frac{1}{2} q^2 - p_{12}^2\right) + \left(\frac{1}{2} q^2 - p_{34}^2\right)\right] \times$$
$$\times \int \frac{\left(\frac{1}{2} q^2 - k^2\right) d^4k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k\right)^2 - \mu^2\right]\left[\left(\frac{1}{2} q + k\right)^2 - \mu^2\right]}, \tag{9}$$
$$M_C = g_I^2 (\xi_I)_{\alpha\beta,\gamma\lambda} \left(\frac{1}{2} q^2 - p_{12}^2\right)\left(\frac{1}{2} q^2 - p_{34}^2\right) \times$$
$$\times \int \frac{d^4k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k\right)^2 - \mu^2\right]\left[\left(\frac{1}{2} q + k\right)^2 - \mu^2\right]}. \tag{10}$$

引入 M_1 和 M_2 如下:

$$\begin{aligned} M_1 &= \int \frac{d^4k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k\right)^2 - \mu^2\right]\left[\left(\frac{1}{2} q + k\right)^2 - \mu^2\right]}, \\ M_2 &= \int \frac{k^2 d^4k}{\left[\left(\frac{1}{2} q - k\right)^2 - \mu^2\right]\left[\left(\frac{1}{2} q + k\right)^2 - \mu^2\right]}. \end{aligned} \tag{11}$$

我們可把 M_A, M_B 和 M_C 用 M_1 和 M_2 表出如下:

$$\begin{aligned} M_A &= g_I^2\xi_I \left\{\int d^4k + \left(2\mu^2 - \frac{3}{2} q^2\right) M_2 + \left(-\mu^4 + \frac{1}{2}\mu^2 q^2 + \frac{3}{16} q^4\right) M_1\right\}, \\ M_B &= g_I^2\xi_I (q^2 - p_{12}^2 - p_{34}^2) \left\{\frac{1}{2} q^2 M_1 - M_2\right\}, \\ M_C &= g_I^2\xi_I \left(\frac{1}{2} q^2 - p_{12}^2\right)\left(\frac{1}{2} q^2 - p_{34}^2\right) M_1. \end{aligned} \tag{12}$$

M_1, M_2 和在(12)第一式中的积分 $\int d^4k$ 都是发散的. 为着得出有限的結果,我們必須引入截断,首先我們注意到下面的关系:

$$M_2 = \int \frac{d^4k}{\left[\left(k - \frac{1}{2} q\right)^2 - \mu^2\right]} + \left(\mu^2 - \frac{1}{4} q^2\right) M_1. \tag{13}$$

現在引入收斂因子 $f(k^2)$, 上面的发散积分可由下面三个积分表出:

$$M_1 = \int \frac{f(k^2) d^4k}{\left[\left(k - \frac{1}{2} q\right)^2 - \mu^2\right]\left[\left(k + \frac{1}{2} q\right)^2 - \mu^2\right]}, \tag{14}$$

$$J_1 = \int f(k^2) d^4k, \tag{15}$$

$$J_2 = \int \frac{f(k^2) d^4k}{\left[\left(k - \frac{1}{2} q\right)^2 - \mu^2\right]}. \tag{16}$$

由(15)給出的 J_1 是与 q^2 无关的常数．为着計算(16)，首先对 q_μ 进行两次微分，我們得

$$\sum_\mu \frac{\partial^2}{\partial q_\mu \partial q_\mu} J_2 = \int f(k^2) \left\{ \frac{3}{2\left[\left(k - \frac{1}{2}q\right)^2 - \mu^2\right]^2} + \frac{2\mu^2}{\left[\left(k - \frac{1}{2}q\right)^2 - \mu^2\right]^3} \right\} d^4k.$$

上式右边的积分当 $f(k^2)$ 用 1 代替时，将不超过对数发散．$f(k^2)$ 在 k^2 很大时 $(\gg q^2)$ 才不同于 1，于是在积分中可把 $f((k+q)^2)$ 换为 $f(k^2)$ 而不影响結果．因此很容易証明，在上面积分中引入 $k \to k - \frac{1}{2}q$ 而不改变积分的結果，上面积分变为

$$\sum_\mu \frac{\partial^2}{\partial q_\mu \partial q_\mu} J_\mu = \int f(k^2) \left\{ \frac{3}{2[k^2 - \mu^2]^2} + \frac{2\mu^2}{[k^2 - \mu^2]^3} \right\} d^4k.$$

上式右边不再是 q 的函数，于是

$$\sum_\mu \frac{\partial^2}{\partial q_\mu \partial q_\mu} J_2 = \text{常数}.$$

对 q_μ 积分二次，得

$$J_2 = B + Aq^2, \tag{17}$$

式中 B 和 A 都是常数．

把(17)代入(13)，得

$$M_2 = B + Aq^2 + \left(\mu^2 - \frac{1}{4}q^2\right) M_1. \tag{18}$$

积分 M_1 可用标准方法求出，結果为

$$M_1 = -i\pi^3\{\alpha(\nu) - \alpha(-\nu_0)\}, \tag{19}$$

式中 $\nu = \frac{1}{4}q^2 - \mu^2$，

$$\alpha(\nu) = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\nu}{\nu + \mu^2}\right)^{1/2} \left\{ \ln\left[\frac{1}{\mu}\nu^{1/2} + \frac{1}{\mu}(\nu + \mu^2)^{1/2}\right] - i\frac{\pi}{2} \right\}, \tag{20}$$

ν_0 是与截断参数 Λ 有关的一个常数．

依照 I 中所給的推导，并注意到 $p_{12}^2 = p_{34}^2 = -\nu$，我們得到用 Bethe-Salpeter 鏈状近似以(8)—(10)为基础跃迁所得出的 s 波散射振幅为

$$\begin{aligned} F_I(\nu) &= F'_A(\nu) + F'_B(\nu) + F'_C(\nu), \\ F'_A(\nu) &= \xi_I g_I F_B \frac{1}{1 - G_A F_B G_C F_B} G_A F_B, \\ F'_B(\nu) &= \xi_I g_I (4 + 6\nu) F_B \frac{1}{1 - G_A F_B G_C F_B}, \\ F'_C(\nu) &= \xi_I g_I (2 + 3\nu)^2 F_B G_C F_B \frac{1}{1 - G_A F_B G_C F_B}. \end{aligned} \tag{21}$$

式中 $F(\nu)$ 与 s 矩陣的关系为

$$S_I = 1 + \frac{i}{\pi^2}\frac{1}{q^2}\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) F_I(\nu). \tag{22}$$

F_B, G_A, G_B 和 G_C 为

$$
\begin{aligned}
F_B &= \frac{1}{1-G_B}, \\
G_B &= \frac{2M_B}{\xi_I(2\pi)^4 g_I i(4\mu^2+6\nu)} = \frac{2g_I}{i(2\pi)^4}\{2(\nu+\mu^2)M_1 - M_2\}, \\
G_C &= \frac{2M_C}{\xi_I(2\pi)^4 g_I i(2\mu^2+3\nu)^2} = \frac{2g_I}{i(2\pi)^4}M_1, \\
G_A &= \frac{2M_A}{\xi_I(2\pi)^4 g_I i} = \frac{2g_I}{i(2\pi)^4}\{J_1 - (6\nu+4\mu^2)M_2 + (3\nu^2+8\nu\mu^2+4\mu^4)M_1\}.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

把(22)代入(21),我們得

$$
\begin{aligned}
F_I(\nu) &= g_I\xi_I \frac{F_B^2 G_A - (4\mu^2+6\nu)F_B + (2\mu^2+3\nu)^2 F_B^2 G_C}{1 - G_A F_B^2 G_C} = \\
&= g_I\xi_I \frac{-4\mu^2 - 6\nu - J_1'}{\epsilon_I^{-1} + 4(\nu+\mu^2)M_1' - 2M_2' - J_1'M_1'\epsilon_I + (\nu M_1' + M_2')^2\epsilon_I},
\end{aligned}
\tag{24}
$$

式中

$$
\begin{aligned}
M_1' &= \frac{2g}{i(2\pi)^4}M_1 = -\frac{g}{8\pi}(\alpha-\alpha_0), \\
M_2' &= \frac{2g}{i(2\pi)^4}M_2 = B'' + A''\nu + \frac{g}{8\pi}\nu(\alpha-\alpha_0), \\
B'' &= \frac{2g}{i(2\pi)^4}(B+4A), \quad A'' = \frac{2g}{i(2\pi)^4}\cdot 4A, \\
J_1' &= \frac{2g}{i(2\pi)^4}J_1, \quad \alpha_0 = \alpha(-\nu_0).
\end{aligned}
\tag{25}
$$

利用(20)和(25),(24)可进一步化为

$$
F_I = \frac{g_I\xi_I[-4\mu^2 - 6\nu - J_1']}{\epsilon_I^{-1} + 4(\nu+\mu^2)\frac{g}{4\pi}(\alpha-\alpha_0) - 2B'' - 2A''\nu - \frac{2g}{8\pi}\nu(\alpha-\alpha_0) + J_1'\frac{g_I}{8\pi}(\alpha-\alpha_0) + (B''+A''\nu)^2\epsilon_I}.
\tag{26}
$$

上面的結果包含五个未知的参数: g, J_1', α_0, B'' 和 A''. 后面我們将看到只有四个参数是独立的.

由(4)我們得 p 波散射振幅为[2]

$$
F_1 = 6g_1\xi_1(p_{12}\cdot p_{31})\frac{1}{1-2\epsilon_1 M_2'}.
\tag{27}
$$

利用(25)得

$$
F_1(\nu) = 6g_1\xi_1(p_{12}\cdot p_{31})\frac{1}{1 - 2\epsilon_1 B'' - 2A''\epsilon_1\nu - \frac{2g_1}{8\pi}\nu(\alpha-\alpha_0)}.
\tag{28}
$$

現在引入重正化以后的作用常数 g^r:

$$
g^r = \frac{g}{1-2\epsilon_1 B''},
\tag{29}
$$

并且选择 ν_0 满足下式:

$$\frac{1}{\nu_0} = -\frac{2\epsilon_1 A''}{1-2\epsilon_1 B''}. \tag{30}$$

(30) 并不构成对 (28) 的限制, 因 (28) 的分母只可能有三个独立的系数, 而却含有四个参数. 于是(28)变为

$$F_1 = 6g_I^r\xi_1(p_{12}\cdot p_{34})\frac{1}{1+\frac{\nu}{\nu_0}-\frac{2g_I^r}{8\pi}\nu(\alpha-\alpha_0)}. \tag{31}$$

在上式中

$$g_I^r = \epsilon_I g^r. \tag{32}$$

(31) 正是 Frazer-Fulco 由色散关系得到的 p 波 π-π 散射振幅. 利用 (29), (30) 和 (32), 我們可以把(26)写成下面的形式:

$$F = \frac{g_I^r\xi_I[-6\nu-4\mu^2+\epsilon_I J']}{\frac{1-2\epsilon_I B''}{1-2\epsilon_1 B''}+\frac{\epsilon_I\nu}{\epsilon_1\nu_0}-(6\nu+4\mu^2-\epsilon_I J')\frac{g_I^r}{8\pi}(\alpha-\alpha_0)-\frac{\epsilon_I^2}{1-2\epsilon_1 B''}\left[B''-\frac{1-2\epsilon_1 B''\nu}{2\nu_0\epsilon_1}\right]^2}. \tag{33}$$

这个式子含有两个新的参数 J' 和 B'', 其余的参数都已在 p 波解中决定.

J' 作为 M_A 中的常数项[参看(12)和(15)]可以看成是下面作用拉氏函数的作用常数重正化:

$$L' = f\left(\sum_{\alpha=1}^{3}\varphi_\alpha\varphi_\alpha\right)^2. \tag{34}$$

当 J' 是任意値时, (33)可看作是由作用(1)和(34)之和所造成的 s 波 π-π 散射.

在上面的推导里, 我們已經忽略去交叉道和非弹性道的貢献. 象我們在开始时所指出的那样, 这两个道的分别是十分不明确的. 因为相互作用是不可重正化的, 在已知 p 波散射以后, 并不能完全决定 s 波, 这是和可重正化的作用的情况不同的. 我們預計, 当进一步計算交叉道和非弹性道对散射的高級修正时, 将出现更多的参数. 由于这样得出的解, 将很可能自动地满足交叉条件, 后者将不会提供这些参数間新的关系. 因此, 当我們按照 Tamm-Dancoff 的精神, 逐步計算高級修正时, 我們的最后結果里将会出現无穷多个参数. 这一点也可直接从下面事实看出: 在一个不可重正化的理論里, 只有当收斂因子 $f(k^2)$ 給出以后, 可观察的物理量才可确定地計算出来, 而这个因子 $f(k^2)$ 是和无穷多个未知的参数等价的. 在色散关系的处理里, 情形也是这样: 我們都知道, 色散关系最普遍的解必須包含无穷多个未知的参数[1].

在通常的色散关系处理里, 人們不再接受相互作用拉氏函数, 而交叉条件在决定不同角动量态的散射振幅的相互联系起着重要的作用. 由色散关系得出的 p 波 π-π 散射解和由一个不可重正化相互作用拉氏函数所得出的完全相同这一事实指出了下面这个可能: 相互作用拉氏函数仍旧是存在的, 而色散关系方法只不过是当相互作用是不可重正化时的計算方法. 当 $f(k^2)$ 是任意的时候, 对于不可重正化相互作用的 $f(k^2)$ 有无穷多个选择

1) 这些参数可以看作代表一系列不稳定的中間粒子, 当这些粒子的寿命很短时, 它們不能被观察到. 它們使作用具有非区域化的特点, 效果和收斂因子一样.

的可能，而对于可重正化的只有少数几个选择的可能．这就是为什么色散关系的一般解将总是代表不可重正化的情况．对 $f(k^2)$ 眞实的选取，必須在知道基本粒子的內部結构以后才可以确定．

由(33)所給出的 s 波 π-π 散射的解，看起来比 p 波解要复杂得多．很容易証实(33)满足么正条件．当 J' 和 B'' 选取合理的数值时，(33)将給出在 $I=0$ 或在 $I=2$ 态的束縛态，除非(33)的分子恰好在(33)中代表束縛态的极点上等于零．作为初步的考虑，我們取 $J'=0$，这时为着使束縛态不出现，我們必須取 $B''=-1$．于是(33)变为

$$F=\frac{g_I^r\xi_I[-6\nu-4\mu^2]}{\frac{1}{7}(1+2\epsilon_I)+\frac{\epsilon_I\nu}{3\nu_0}-(6\nu+4\mu^2)\frac{g_I^r}{8\pi}(\alpha-\alpha_0)-\frac{\epsilon_I^2}{7}\left[1+\frac{1+6\nu}{6\nu_0}\right]^2}. \tag{35}$$

我們将按照 Frazer-Fulco 选取 p 波的共振在 $\nu_r=1.5$，并取共振的寬度为 $\gamma=0.4$[1]，这相当于在 500 Mev 左右有一个共振．这个值比 ρ 介子的质量 ≈ 780 Mev 为小．但是最近的实驗結果指出，可能存在一个新的称为 ζ 介子的共振态，质量約为 550 Mev．如果这是眞实的話，那么由(31)所显示的共振态似乎应为 ζ 介子态，而不是 ρ 介子态，而在(31)中不出現 ρ 介子态可解释为在較高能量时忽略去非弹性道的貢献所造成的后果．

因为我們的目的只是討論由(35)給出的 s 波散射的一些定性的外貌，我們将接受 Frazer 和 Fulco 所給出的値 $\nu_r=1.5$ 和 $\gamma=0.4$．在(31)中相应的参数为 $g^r/4\pi=-0.27$ 和 $\nu_0=652$．由(35)算出的 $I=0$ 态和 $I=2$ 态的 s 波 π-π 散射截面由图 1 和图 2 分別表出．我們看到，$I=0$ 态在 $\nu_r=0.10$ 处有一个共振，这个共振可以認为是由 Booth, Abashian 和 Crowe[4] 所观察到的零能共振．

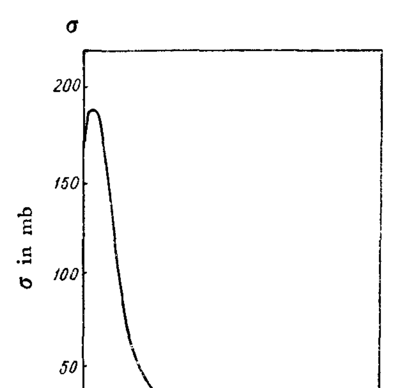

图 1　s 波 π-π 散射在 $I=0$ 态的截面

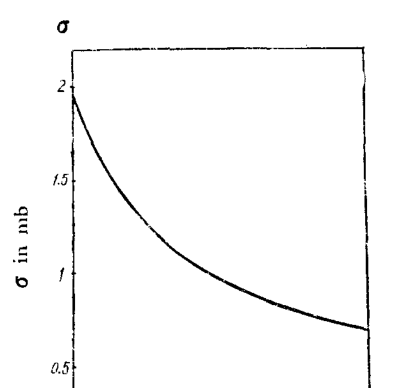

图 2　s 波 π-π 散射在 $I=2$ 态的截面

从图中我們还看到，$I=2$ 态的散射截面是很小的．$I=0$ 态和 $I=2$ 态的散射长度分别为 $a_0=3.6$ 和 $a_2=-0.4$．这与实驗所指示的 a_0 和 a_2 的符号是一致的，虽然 a_0 所取的值 3.6 比起其他作者[5]所得到的值 ≈ 1.0 要大一些．这里必須強調指出，上面的数字只

1) 在下面我們将取单位 $\mu=1$．

代表一些定性的外貌，因为在目前，由于实驗的不确定性，还不可能准确地定出这些参数的值。

最后，我們愿意指出直到现在还沒有任何确定的迹象指出作用拉氏函数是不存在的。我們在本文計算里所出現的不确定性，和在色散关系的解里所出現的不确定性一样，都可以这样来理解：未知的基本粒子內部結构将对碰撞現象有着重要的影响。因此在每一个新的碰撞过程中多出現几个新的参数也并不是一件坏事，因为它提供出实驗上观察基本粒子內部結构的方法。

参 考 文 献

[1] Cini and Fubini, *Ann. of Phys.*, **3**, (1960) 358.
[2] 胡宁，中国科学，**11** (1962), 299; 科学紀录，**3** (1961), 551. 第一篇文章在本文中是以符号 I 代替的。
[3] Frazer and Fulco, *Phys. Rev.*, **117** (1960), 1609.
[4] Booth, Abashian and Crowe, *Phys. Rev., Letters*, **5** (1960), 258.
[5] Troung, T. N., *Phys. Rev., Letters*, **6** (1961), 308; Ishida, Takahashi and Veda, *Progr. Theor. Phys.*, **33** (1960), 731; Desai, B. R., *Phys. Rev., Letters*, **6** (1961), 497.

THE s-WAVE $\pi-\pi$ SCATTERING

N. Hu G. Z. Yang
(*Department of Physics, Peking University*)

Abstract

The s-wave π-π scattering amplitude is calculated by using the chain approximation from the nonrenormalizable interaction Lagrangian which gives rise to the same p-wave scattering amplitude as obtained by Frazer and Fulco from the dispersion relation. It is found that the s-wave amplitude contains two additional parameters. This appearance of new parameters is inevitable since the interaction is nonrenormalizable. The connection of our method of solution with that of the dispersion relation is also discussed. Our calculation gives rise to a low energy resonance in the $I=0$ state which may be identified as the resonance observed by Booth et al.