

交換作用漲落所引起的鉄磁共振綫寬*

許 政 一

提 要

本文同时考虑自旋矩和交換积分的空間漲落，計算了在一个次点陣上有二类阳离子无規分布的鉄氧体的鉄磁共振綫寬。这种不均匀性使由微波場所激发的一致进动散射为与之簡併的自旋波。Clogston等^[1]用来解释此綫寬的質偶极作用漲落是估計过高了，它与我們現在所考虑的交換作用漲落相比实际上可以略去。我們計算的結果不仅給出了足够大的綫寬，它在数量級上与許多反型尖晶石型鉄氧体的实验結果相同，并且自然地解释了鎳錳鉄氧体和无序鎳鉄氧体的綫寬非常小的原因。

一、引 言

与 YIG 和磁性离子有序分布的尖晶石型鉄氧体相比較，大多数磁性离子无序分布的反型尖晶石型鉄氧体的共振綫寬要大得多(通常大一至二个数量級)^[2]。共振綫寬可認為是一各向同性部分与各向异性部分的迭加。Clogston等^[1]首先从磁性离子无序分布来解释各向同性綫寬达到几十奧这一現象¹⁾。他們指出，由于磁性离子的无序分布，交換作用和質偶极作用不是空間均匀的。交換积分和質偶极作用常数在空間各点有漲落，因而使一致进动散射为与之簡併的自旋波，它在实验上即表现为一致共振的綫寬。他們在計算时略去了自旋矩的漲落，算得的结果仅質偶极作用的漲落对一致进动散射为自旋波有貢獻。他們假設質偶极作用常数比单纯磁偶极作用常数高二个数量級，得到的各向同性綫寬为几十奧，在数量級上与当时的实验值相符合。关于各向异性的綫寬部分，Callen 和 Pittelli^[3]給出了解释。

但是，后来 White^[4]，Callen 和 Pittelli^[3]，Rado^[5]，Гуревич等^[6]都指出，Clogston等所取的質偶极作用常数太大了。質偶极作用漲落只可能給出 10^{-3} 奧的綫寬。但是究竟什么相互作用的空間漲落能給出如此大的綫寬一直是不清楚的。

本文的目的即是討論这一問題。結果表明，若同时考虑自旋矩和交換积分的空間漲落，則交換作用漲落能使一致进动散射为与之簡併的自旋波。当鉄氧体中无序分布的不同离子都是磁性离子，且其自旋不等时，交換作用漲落引起了几十奧的綫寬。这表明交換作用漲落是这种类型的鉄氧体的各向同性內稟綫寬的重要机构之一。此外，我們的理論也解释了有些含有非磁性阳离子的反型尖晶石型鉄氧体綫寬特別小的原因。

本文用的理論計算方法与文献[1]相同，因此也存在着同样的缺点。就是說，我們將只适用于低杂质浓度情形的理論外推至高浓度杂质情形，即反型尖晶石型鉄氧体情形，这在理論上是存在一些問題的。关于这点将在第四节中作較詳細的討論。

* 1963年4月5日收到；1963年5月15日收到第一次修改稿；1963年12月4日收到第二次修改稿。

1) 这是在略去了自旋波頻譜对磁化強度取向的依賴性后而說的，否則此綫寬还是各向异性的。

二、質偶极作用涨落不是重要的散射机构

Clogston 等算得的質偶极作用涨落所引起的綫寬与質偶极作用常数的涨落的平方成正比,他們設質偶极作用常数的涨落和質偶极作用常数本身为同一数量級,并取質偶极作用常数比单纯磁偶极作用常数大二个数量級,才得到与实验值在数量級上相一致的结果。但是在理論上,質偶极作用能的形式是在离子的自旋均为 $1/2$ 的条件下推出的^[7,8]。在自旋大于 $1/2$ 时是作为半唯象理論来接受的,因而其正确性需由实验来证实。但实验表明,在鉄氧体中,即使存在这种形式的相互作用能,它也不可能比单纯磁偶极作用大二个甚至一个数量級。其理由如下:

1. 鉄氧体的各向异性理論与实验都說明不可能存在很強的質偶极作用。Yosida 和 Tachiki^[9] 推导得偶极作用对尖晶石型鉄氧体的各向异性常数的贡献与偶极作用常数的平方成正比。对于鎳鉄氧体和錳鉄氧体,算得单纯磁偶极作用引起的各向异性常数与实验值反号,而其数值为实验值的绝对值的十分之一左右。它們的各向异性主要是由晶場所引起,按此算得的各向异性常数值和实验相符。若存在比单纯磁偶极作用大一个数量級的質偶极作用,則鎳鉄氧体和錳鉄氧体的各向异性常数的理論值就要比实验值大一个数量級,且符号相反。此后, Folen 和 Rado^[10] 测得鎳鉄氧体的各向异性常数随温度的变化情况,与 Yosida 和 Tachiki^[9] 略去偶极作用的贡献后算得的结果符合得很好^[3]。

2. White^[4] 测量了 YIG, GdIG 和 MnF_2 在居里温度以上的順磁共振綫寬,实验值比按質偶极作用(設它比单纯磁偶极作用大 50 倍)算出的理論值小一个至三个数量級。

3. 鉄磁共振綫寬实验本身也与 Clogston 等假设存在強質偶极作用得到的理論結果矛盾。Гуревич, Гублер 和 Титова^[6] 得到的鎳錳鉄氧体的最小綫寬为 8.5 奥。扣除表面不光滑引起的綫寬,由于阳离子无序分布引起的綫寬应是 1 奥的数量級。Denton 和 Spencer^[11] 对鋰鉄氧体分别在有序和无序状态测量了綫寬,发现两种阳离子无序分布所引起的綫寬的增加很小。无序鋰鉄氧体的綫寬在 $[100]$ 和 $[110]$ 方向还不到 2 奥。Schnitzler 等也观察到类似的结果^[12]。这些都是 Clogston 等的理論所无法解释的。

三、交换作用涨落所引起的綫寬

因为亚鉄磁体的低頻支自旋波頻譜与鉄磁体的相同,而另一支則有高得多的能量^[8],对一致进动的弛豫不起作用,所以在討論一致共振的綫寬时,可以把亚鉄磁体当作鉄磁体来处理。对不同磁性离子都有序分布的亚鉄磁体,其鉄磁等效的哈密頓量可写为

$$\mathcal{H}_0 = -g\beta H \sum_i s_{iz} - \sum_{i \neq j} J_{ij} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} D_{ij} \times \\ \times \left[\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - \frac{3}{r_{ij}^2} (\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i)(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_j) \right], \quad (1)$$

其中 g 是 Landé 因子, β 是 Bohr 磁子, H 是恆定外磁場,其方向取作直角坐标系的 z 軸。 J_{ij} , D_{ij} 和 r_{ij} 分别为 i, j 格点間的交换积分,偶极作用常数和距离。 $\mathbf{s}_i$ 是 i 格点之自旋矩,其模为 s 。但这里的自旋矩和交换积分都是等效量。我們以正型尖晶石型鉄氧体为例來說明其意义:可以认为 A 位对哈密頓量(1)沒有直接贡献, i, j 都表示 B 位格点, B 位

离子通过氧离子和 A 位阳离子而发生間接交換作用，其形式为 $J_{ij}\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j$ 。其根据是由此得到的頻譜与 H. Kaplan^[13] 和 T. A. Kaplan^[14] 具体考虑了正型尖晶石磁結構后所得到的低頻支自旋波頻譜完全相同。不过这时 $\mathbf{s}_i$ 的模 s 不再是 B 位离子的自旋量子数 s_B ，由文献[13]和[14]的自旋波頻譜知， $s \simeq \frac{s_A s_B}{\left|s_B - \frac{1}{2}s_A\right|}$ ， s_A 是 A 位离子的自旋量子数；最近

邻离子間的等效交換积分 $J \simeq \frac{11}{8} J_{AB}$ ， J_{AB} 是最近邻 A, B 位离子間的交換积分。对二次点陣离子数相同，且属于不同次点陣的离子相間排列的理想亞鉄磁体，則等效自旋和等效交換积分更简单， $s = \frac{s_A s_B}{|s_A - s_B|}$ ， $J \simeq J_{AB}$ ^[8]。以后所有的量都是对这样一个点陣(实为二个次点陣之一)来說的。

当亞鉄磁体中含有杂质或其中的不同磁性离子无序分布时，交換积分，偶极作用常数和等效自旋都在空間各点无規地变化着，我們分別以 J'_{ij} ， D'_{ij} 和 $\mathbf{s}'_i$ 表示之。 J'_{ij} ， D'_{ij} 依赖于 $\mathbf{r}_i$ 和 $\mathbf{r}_j$ ， $\mathbf{s}'_i$ 的模 s'_i 在各格点也不相同。这些量的空間漲落使一致进动散射为与之簡併的自旋波。从第二节的討論可知，假若存在偶极作用，它該与单纯磁偶极作用同一数量級。按照 Clogston 等得到的公式^[1]，它的漲落对綫寬的貢獻为 10^{-3} 奥¹⁾，因此可把偶极作用的漲落完全略去，哈密頓量写为

$$\mathcal{H} = -g\beta H \sum_i s'_{iz} - \sum_{i \neq j} J'_{ij} \mathbf{s}'_i \cdot \mathbf{s}'_j + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} D_{ij} \times \left[\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - \frac{3}{r_{ij}^2} (\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_i)(\mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{s}_j) \right] = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}', \quad (2)$$

其中

$$\mathcal{H}' = g\beta H \sum_i (s_{iz} - s'_{iz}) + \sum_{i \neq j} J_{ij} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - \sum_{i \neq j} J'_{ij} \mathbf{s}'_i \cdot \mathbf{s}'_j. \quad (3)$$

以上还略去了 Landé 因子的空間漲落。 $\mathcal{H}_0$ 决定自旋波的頻譜， $\mathcal{H}'$ 使一致进动散射为与之簡併的自旋波。作变换

$$\left. \begin{aligned} s_i^+ &= s_{ix} + i s_{iy}, & s_i^- &= s_{ix} - i s_{iy}, \\ s_i'^+ &= s'_{ix} + i s'_{iy}, & s_i'^- &= s'_{ix} - i s'_{iy}; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} s_i^+ &= (2s)^{\frac{1}{2}} a_i, & s_i^- &= (2s)^{\frac{1}{2}} a_i^+, & s_{iz} &= s - a_i^+ a_i, \\ s_i'^+ &= (2s')^{\frac{1}{2}} a_i, & s_i'^- &= (2s')^{\frac{1}{2}} a_i^+, & s'_{iz} &= s' - a_i^+ a_i; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$a_i = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} a_{\mathbf{k}}, \quad a_i^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i} a_{\mathbf{k}}^+; \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{\mathbf{k}} &= \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} b_{\mathbf{k}} - \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} e^{2i\phi_{\mathbf{k}}} b_{-\mathbf{k}}^+ & (k \neq 0), & a_0 = b_0, \\ a_{\mathbf{k}}^+ &= \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} b_{\mathbf{k}}^+ - \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} e^{-2i\phi_{\mathbf{k}}} b_{-\mathbf{k}} & (k \neq 0), & a_0^+ = b_0^+; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

1) 在 Clogston 等的計算中，沒有考慮自旋矩的漲落。我們同时考慮偶极作用常数和自旋矩的漲落作了計算，結果近似等于以 $(\Delta s_k D_{jk} + s \Delta D_{jk})$ 代替文献[1]中的 $s \Delta D_{jk}$ ， Δs_k 为 k 格点的自旋矩的漲落。最后結果是同一数量級的。

其中 N 为等效晶格上的阳离子总数, $a_i, a_i^+; a_k, a_k^+; b_k, b_k^+$ 都是 Bose 算符,

$$\left. \begin{aligned} \omega_k \cosh \lambda_k &= \gamma [H - MN_z + H_e a^2 k^2 + 2\pi M \sin^2 \theta_k], \\ \omega_k \sinh \lambda_k &= \gamma [2\pi M \sin^2 \theta_k], \\ \cos \theta_k &= \frac{k_x}{k}, \quad \tan \phi_k = \frac{k_y}{k_x}, \\ \omega_k &= \gamma \sqrt{[H - MN_z + H_e a^2 k^2][H - MN_z + H_e a^2 k^2 + 4\pi M \sin^2 \theta_k]}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

M 为磁化强度, N_z 为 z 方向的退磁因子, a 为晶格常数, γ 为旋磁比, H_e 为交换作用的有效场, 则 $\mathcal{H}_0^{[15,1]}$ 和 $\mathcal{H}'$ 化为

$$\mathcal{H}_0 = \hbar \omega_0 b_0^+ b_0 + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \hbar \omega_k b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}' &= \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}'} \sum_{i \neq j} \left[\cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}'}}{2} + \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}'}}{2} e^{2i(\phi_{\mathbf{k}} - \phi_{\mathbf{k}'})} \right] \times \\ &\quad \times [(sJ_{ij} - \sqrt{s'_i s'_j J'_{ij}})(e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j)} + e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i)}) + \\ &\quad + 2(s'_j J'_{ij} - sJ_{ij})e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i}] + \\ &\quad + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} b_{\mathbf{k}} b_{-\mathbf{k}'} \sum_{i \neq j} \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}'}}{2} \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} e^{-2i\phi_{\mathbf{k}}} [(sJ_{ij} - \sqrt{s'_i s'_j J'_{ij}})(e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j)} + \\ &\quad + e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i)}) + 2(s'_j J'_{ij} - sJ_{ij})e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i}] + \\ &\quad + \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} b_{\mathbf{k}}^+ b_{-\mathbf{k}'}^+ \sum_{i \neq j} \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}'}}{2} \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} e^{2i\phi_{\mathbf{k}'}} [(sJ_{ij} - \sqrt{s'_i s'_j J'_{ij}}) \times \\ &\quad \times (e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_j)} + e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}_i)}) + 2(s'_j J'_{ij} - sJ_{ij})e^{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}_i}], \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\omega_0 = \gamma [H - M(N_z - N_t)] \quad (11)$$

为以 z 轴为旋转轴的旋转椭球样品的一致共振频率, N_t 是横向退磁因子. 由(9)知, ω_k 即是波矢为 $\mathbf{k}$ 的自旋波的频率, $b_{\mathbf{k}}^+$ 和 $b_{\mathbf{k}}$ 分别是波矢为 $\mathbf{k}$ 的自旋波的产生和消灭算符.

利用 Heisenberg 方程, 并用 $b_{\mathbf{k}}$ 和 $b_{\mathbf{k}}^+$ 的对易关系, 得运动方程

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \dot{b}_0 &= \hbar \omega_0 b_0 - \sum_{\mathbf{k}} \alpha^*(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} \beta(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}}^+, \\ i\hbar \dot{b}_{\mathbf{k}} &= \hbar \omega_k b_{\mathbf{k}} - \alpha(\mathbf{k}) b_0 + \beta(\mathbf{k}) b_0^+, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \alpha(\mathbf{k}) &= -\frac{1}{N} \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} \sum_{i \neq j} [(sJ_{ij} - \sqrt{s'_i s'_j J'_{ij}})(e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} + e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i}) - \\ &\quad - 2(sJ_{ij} - s'_j J'_{ij})e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i}], \\ \beta(\mathbf{k}) &= -\frac{1}{N} \sinh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} e^{2i\phi_{\mathbf{k}}} \sum_{i \neq j} [(sJ_{ij} - \sqrt{s'_i s'_j J'_{ij}})(e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} + e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i}) - \\ &\quad - 2(sJ_{ij} - s'_j J'_{ij})e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i}]. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

在计算(12)的第二式中, 我们略去了波矢 $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$ 都不为零的自旋波之间的耦合, 因为它们对线宽的贡献是高一级的小量^[16].

由(12)可得到一致共振綫寬^{[1,17]1)}

$$\Delta H = \frac{V}{2\pi\gamma\hbar^2} \int_0^{\theta_0} \left\{ |\alpha(\mathbf{k})|^2 k^2 \frac{dk}{d\omega_{\mathbf{k}}} \right\}_{\omega_{\mathbf{k}}=\omega_0} \sin \theta_{\mathbf{k}} d\theta_{\mathbf{k}}, \quad (14)$$

其中下标 $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_0$ 表示曲括号內的 k 取由 $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_0$ (ω_0 为一致共振頻率) 所解出的值. θ_0 是 $\omega_{\mathbf{k}} = \omega_0$ 的方程中令 $k \rightarrow 0$ 所解出的 $\theta_{\mathbf{k}}$ 值(当解得的 $\sin \theta_{\mathbf{k}} \leq 1$ 时)或 $\frac{\pi}{2}$ (当解得的 $\sin \theta_{\mathbf{k}} > 1$ 时).

将(13)中 $\alpha(\mathbf{k})$ 的与 $e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}$ 成比例的項交換 i, j 指标, 則 $\alpha(\mathbf{k})$ 可化为

$$\alpha(\mathbf{k}) = -\frac{2}{N} \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} \sum_{i \neq j} (s'_j - \sqrt{s'_i s'_j}) J_{ij} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}. \quad (15)$$

显然, 只有对 s'_i 和 s'_j 不同的离子对求和才对 $\alpha(\mathbf{k})$ 有贡献. 当有两种不同的阳离子 u, v 时, (15)可写成

$$\alpha(\mathbf{k}) = -\frac{4}{N} \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2} \sum_{i(u)} \sum_{j(v)} (s_v - \sqrt{s_u s_v}) J'_{ij} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}, \quad (16)$$

其中 s_u, s_v 是两种磁性离子的等效自旋的模, 二个求和号分別各对一类磁性离子求和. 設 u 离子的浓度为 c ($c \leq \frac{1}{2}$), 当只考虑最近邻粒子間的交換作用时, 有

$$\alpha(\mathbf{k}) = -4c(1-c)(1-\sqrt{\sigma}) J_{uv} Z s_v \rho_u(\mathbf{k}) \cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2}, \quad (17)$$

其中 Z 是离子配位数, J_{uv} 是最邻近的 u, v 离子間的交換积分, σ 是二类离子的等效自旋的模之比:

$$\sigma = \frac{s_u}{s_v}, \quad (18)$$

$\rho_u(\mathbf{k})$ 是 u 离子数密度的富氏分量:

$$\rho_u(\mathbf{k}) = \frac{1}{Nc} \sum_{i(u)} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}. \quad (19)$$

在 u, v 离子都有序分布时, $\rho_u(\mathbf{k}) = 0$ (当 $k \neq 0$ 时). 設离子的分布完全无序, 互不关联, 則

$$|\rho_u(\mathbf{k})|^2 = \frac{1}{N^2 c^2} \sum_{i, i' \atop (u)} e^{-i\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{i'})} = \frac{1}{Nc}. \quad (20)$$

上式在杂质浓度小时是正确的, 因为这时 $i \neq i'$ 的項对离子无規分布作平均后为零, 只有 $i = i'$ 的項才有贡献. 当 c 較大时, 将引起較大的誤差. 但 $\rho_u(\mathbf{k})$ 的精确計算很困难, 我們仍用以上結果来估計杂质浓度大时綫寬的数量級.

(17) 中的 $\cosh \frac{\lambda_{\mathbf{k}}}{2}$ 可由(8)的第一式求出. 再利用(8)中的 $\omega_{\mathbf{k}}$ 的表达式及(11), 可

以求得 $\frac{dk}{d\omega_{\mathbf{k}}}$, k 及 θ_0 . 將它們和(17)一起代入(14), 并用(20), 得

1) 文献[1]上的运动方程有錯誤, 它实际上是 $b_0^{\dagger}, b_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ 的运动方程, 但其最后的綫寬表达式是正确的. 我們的运动方程和文献[17]一样.

$$\Delta H = \frac{V}{Na^3} \cdot \frac{2c(1-c)^2}{\pi} (1 - \sqrt{\sigma})^2 \left(\frac{J_{uv} Z s_v}{g\beta} \right)^2 \frac{\sqrt{4\pi M}}{Hc^{3/2}} I(v, n_t), \quad (21)$$

其中

$$I(v, n_t) = \int_{-1}^1 \left[1 + \frac{v-1+3n_t}{\left\{ (v-1+3n_t)^2 + \frac{1}{4}(1-x^2) \right\}^{\frac{1}{2}}} \right] \times \\ \times \left[\left\{ (v-1+3n_t)^2 + \frac{1}{4}(1-x^2) \right\}^{\frac{1}{2}} - \right. \\ \left. - v + 1 - 2n_t - \frac{1}{2}(1-x^2) \right]^{\frac{1}{2}} dx, \quad (22)$$

$$v = \frac{H}{4\pi M}, \quad n_t = \frac{N_t}{4\pi}, \quad s = \cos\theta_0. \quad (23)$$

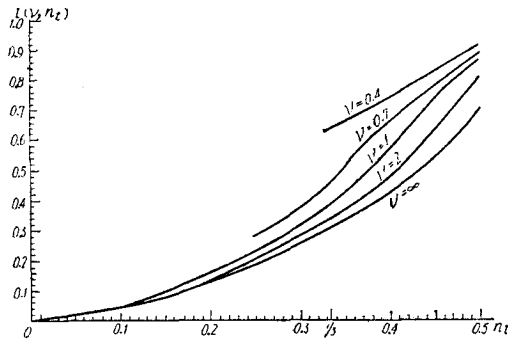


图1 积分 $I(v, n_t)$ 随参量 v, n_t 的变化

利用数字计算算得的积分(22)随 v, n_t 的变化如图1所示。为了保证自旋波能量大于零,必须有 $v-1+2n_t > 0$ 。 $v-1+2n_t$ 接近于零时,相应于磁化未达到饱和,不是铁磁共振的实际状况,可不用考虑。图1即是对有实际意义的范围算得的结果。

我们对完全反型的尖晶石型铁氧体估计线宽的数量级。当 u, v 都是磁性离子时,设 $J_{uv} Z s_v$ 为 $g\beta H_c$ 数量级, $(1 - \sqrt{\sigma})^2$ 通常为 3×10^{-1} 数量级, $\frac{V}{Na^3} = \frac{1}{16}, c = \frac{1}{2}$,

$\sqrt{4\pi M} \sim 70$ 高斯, H_c 为 10^6 奥数量级,故线宽为 $\Delta H \approx 105 I(v, n_t)$ 奥。对球状样品,当 $H=4\pi M$ 时, $I = 0.38$, 所以 $\Delta H \approx 40$ 奥。

哈密顿量的交换作用部分与系统总自旋互易,交换作用涨落不能引起总自旋的弛豫,但对一致共振线宽能作出贡献。对此需要特别说明一下。为了方便起见,我们略去偶极作用,只用交换作用哈密顿量来进行讨论。当没有杂质(或磁离子有序分布)时,以 $\mathbf{S}$ 表示系统的总自旋,则

$$S_+ = S_x + iS_y = \sum_i S_i^+ = \sqrt{2sN} a_0, \quad (24)$$

横向自旋矩的弛豫与一致进动的弛豫是等价的。但是当存在杂质(或磁离子无序分布)时,横向自旋矩的弛豫与一致进动的弛豫是不同的概念。例如对于第 j 个格点上含有一个杂质离子的情形,以 $\mathbf{S}'$ 表示系统的总自旋,则

$$S'_+ = S'_x + iS'_y = \sum_{i \neq j} s_i^+ + s_j^+ = \sum_i s_i^+ + (s_j^+ - s_j^+) = \\ = \sqrt{2sN} a_0 + \frac{1}{\sqrt{N}} (\sqrt{2s'} - \sqrt{2s}) \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j}, \quad (25)$$

即 S'_+ 并不是只与 a_0 成比例,还含有 $a_{\mathbf{k}}$ 的项。因而交换作用哈密顿量虽然与 S'_+ 互易,不

引起 S'_+ 的弛豫,但却与 a_0 不互易,能引起一致進動的弛豫。

在一致共振時,均勻的外加微波場只激發一致進動,或者說只激發 S'_+ 中与 a_0 成比例的部分 $(S'_+)_0$ 。在鐵磁共振的唯象理論中, $\mathbf{M}$ 是空間均勻的,該了解為 $g\beta(\mathbf{S}')_0$ 。一致共振的綫寬被 $(S'_+)_0$ 的弛豫所決定,所以交換作用漲落能對一致共振綫寬有貢獻。

(14) 是直接引用文獻[1]的結果而得。在文獻[1]中,是通過計算 $\langle S_+(t) \rangle$ 而求得綫寬的。在我們的情形,需將 $\langle S_+(t) \rangle$ 改為 $\langle (S'_+)_0 \rangle$, 最後結果不變。

四、討 論

上節對完全反型尖晶石型鐵氧體估得的綫寬比有些實驗值大^[10],這是可以理解的。因為如引言所指出的,本文的推算對雜質濃度高的情形不適合,因此將它用於反型尖晶石型鐵氧體時只能希望定性地或半定量地正確。對高雜質濃度情形,我們的理論所以不適用是因為:首先,這時 $\mathcal{H}_0$ 与 $\mathcal{H}'$ 為同數量級。因此從 $\mathcal{H}_0$ 的本征態出發作微擾,並且只算了一級微擾是一個比較差的近似。其次,每個雜質對自旋波頻譜的影響約為頻率的 $\frac{1}{N}$ ^[10],少量雜質對頻譜的影響是很小的,但雜質濃度高時會有較大的影響。對不均勻晶格,波矢也不再能用周期性邊界條件確定,而我們沒有考慮這些影響。最後,如前所述, $|\rho_{\mathbf{k}}(\mathbf{k})|^2$ 的計算對高濃度雜質情形是不大適用的。此外,我們用一等效的鐵磁體來代替亞鐵磁體,這也是比較粗略的。關於真正對亞鐵磁體計算綫寬,我們準備在另一個工作中進行。

與文獻[1]中的結果相同, ΔH 中積分 $I(\nu, n_i)$ 前面的因子與 $\sqrt{M}$ 成正比,這是用半經典方法算得的結果。若完全用量子統計方法計算,則此因子該近似與 M 成正比^[17]。 $I(\nu, n_i)$ 隨 $\frac{H}{4\pi M}$ 及 n_i 的變化在趨勢上也和文獻[1]中的積分隨這些參量的變化一樣。因此交換作用漲落所引起的 ΔH 該隨溫度的增加而減小。當 $n_i = 0$ 時, $I(\nu, n_i) = 0$, 故 $\Delta H = 0$, 即當樣品是扁圓盤,恆定外場垂直圓盤平面時,綫寬該無限窄。但由於圓盤樣品的邊緣偏离旋轉軸較遠,內場將不再均勻,由此引起較大的綫寬^[2]。此外考慮到自旋波的高級散射效應,實際上綫寬不可能無限窄。

(21) 表明,當雜質濃度低時,綫寬與雜質濃度成正比。

由(21)可知,非磁性離子對交換作用漲落所引起的綫寬沒有貢獻。因為對非磁性離子,不可能與其他離子發生間接交換作用,所以 $J_{uv} = 0$ (對非磁性離子,其等效自旋也該為零)。而自旋相等但相互間交換積分不等的磁性離子的無序分布也不能使一致進動散射為自旋波,因為這時 $(1 - \sqrt{\sigma})^2 = 0$ 。由(15)和(14)可知,這二結論對含有多种無序分布的磁性離子的鐵氧體仍然成立。這就解釋了為什麼鎂錳鐵氧體^[6]和無序鋰鐵氧體^[11,12]的綫寬都很窄。在鎂錳鐵氧體中, Mg^{2+} 是非磁性離子,對交換作用漲落引起的綫寬沒有貢獻。 Mn^{2+} 和 Fe^{3+} 的自旋都是 $5/2$, 它們的無序分布對交換作用漲落引起的綫寬也沒有貢獻。無序鋰鐵氧體的情形也一樣: Li^+ 是非磁性離子,其餘的陽離子都是 Fe^{3+} , 所以也不對交換作用漲落引起的綫寬作出貢獻。因此當鋰鐵氧體從有序態過渡到無序態時,各向同性的綫寬部分改變還不到 1 奧。

總之,當亞鐵磁體有磁不均勻性時,交換作用漲落是普遍存在的。除了雜質離子是非磁性的和雜質離子自旋與基質離子自旋相等的二種特殊情形外,交換作用漲落對鐵磁共

振綫寬的貢獻是較大的。由數量級的估計可以肯定，這種散射該是對許多反型尖晶石型鐵氧體中的內稟綫寬作出重要貢獻的機構。

在工作中得到李蔭遠、李國棟、鄭慶祺、霍裕平和于濬等同志的幫助，特在此向他們致謝。

参 考 文 献

- [1] Clogston, A. M., Suhl, H., Walker, L. R. and Anderson, P. W., *J. Phys. Chem. Solids*, **1** (1956), 129.
- [2] 總結性說明參看李蔭遠、李國棟，鐵氧體物理學，第七章 §5 及第九章。
- [3] Callen, H. B. and Pittelli, E., *Phys. Rev.*, **119** (1960), 1523.
- [4] White, R. L., *Phys. Rev.*, **115** (1959), 1519.
- [5] Rado, G. T., *J. Appl. Phys.*, **32** (1961), 129S.
- [6] Гуревич, А. Г., Гублер, И. Е. и Титова, А. Г., *ФТТ*, **3** (1961), 19.
- [7] Van Vleck, J. H., *J. Phys. Rad.*, **12** (1951), 262.
- [8] Nagamiya, T., Yosida, K. and Kubo, R., *Adv. in Phys.*, **4**, No. 13 (1955), 1.
- [9] Yosida, K. and Tachiki, M., *Prog. Theor. Phys.*, **17** (1957), 331.
- [10] Folen, V. J. and Rado, G. T., *J. Appl. Phys.*, **29** (1958), 438.
- [11] Denton, R. T. and Spencer, E. G., *J. Appl. Phys.*, **33** (1962), 1300 (Suppl.).
- [12] Schnitzler, A. D., Folen, V. J. and Rado, G. T., *J. Appl. Phys.*, **31** (1960), 348S; Schnitzler, A. D., *Phys. Rev.*, **129** (1963), 151.
- [13] Kaplan, H., *Phys. Rev.*, **86** (1952), 121.
- [14] Kaplan, T. A., *Phys. Rev.*, **109** (1958), 782.
- [15] Holstein, T. and Primakoff, H., *Phys. Rev.*, **58** (1940), 1098.
- [16] 蒲富格、鄭慶祺，物理學報，**18** (1962)，81。
- [17] 孟憲振、蒲富格，物理學報，**17** (1961)，214。
- [18] Sekizawa, H., and Sekizawa, K., *J. Phys. Soc., Japan*, **17** (1962), 359.
- [19] 李蔭遠、方勵之、顧世杰，物理學報，**19** (1963)，599。

ON THE FERROMAGNETIC RESONANCE LINE WIDTH CAUSED BY THE FLUCTUATION OF THE EXCHANGE INTERACTIONS

Hsü DSEN-I

ABSTRACT

In this work, the ferromagnetic resonance line width of a ferrite with two kinds of cations randomly distributed on a sublattice is calculated by taking into account the spatial fluctuation of both the spins and the exchange integrals. The uniform precession excited by the microwave field is scattered into degenerate spin waves by this inhomogeneity. It is explained that the fluctuation of the pseudo-dipole forces considered by Clogston et al.^[1] was overestimated and is actually negligible in the present problem as comparing with the fluctuation of the exchange interactions. The result of our calculation not only gives rise to a large line width in the same order of magnitude as that observed with a number of inverted spinels, but also leads very naturally to an explanation of the noticeably small line width observed with the magnesium-manganese ferrite and the disordered lithium ferrite.